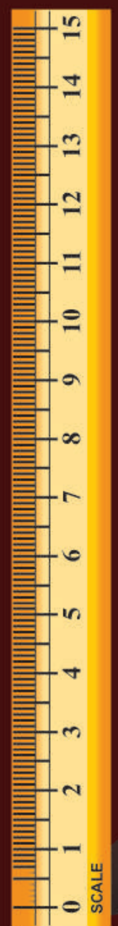
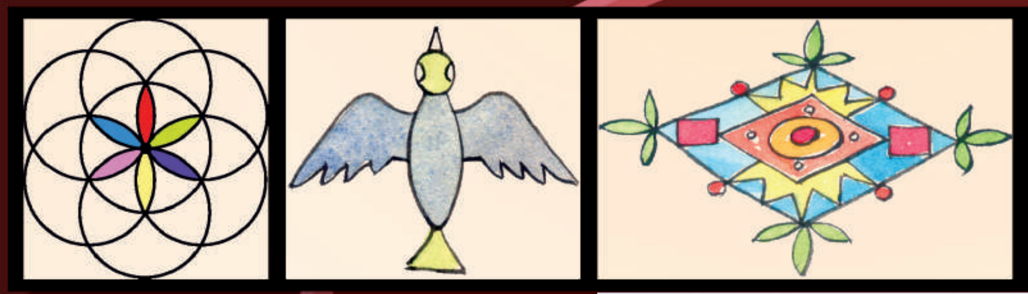
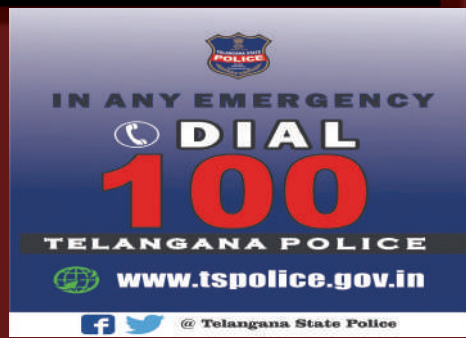
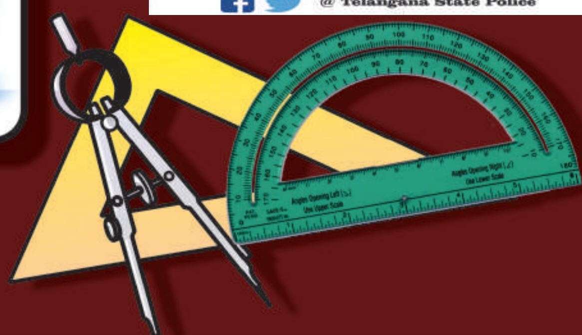








Government of Telangana

Department of Women Development & Child Welfare - Childline Foundation

When abused in or out of school.

To save the children from dangers and problems.

CHILD LINE 1098 NIGHT & DAY

24 HOUR NATIONAL HELPLINE

When the children are denied school and compelled to work.

When the family members or relatives misbehave.

1098 (Ten...Nine...Eight) dial to free service facility.

प्रकाशन
तेलंगाना सरकार, हैद्राबाद

तेलंगाना सरकार व्दारे मोफत वितरण

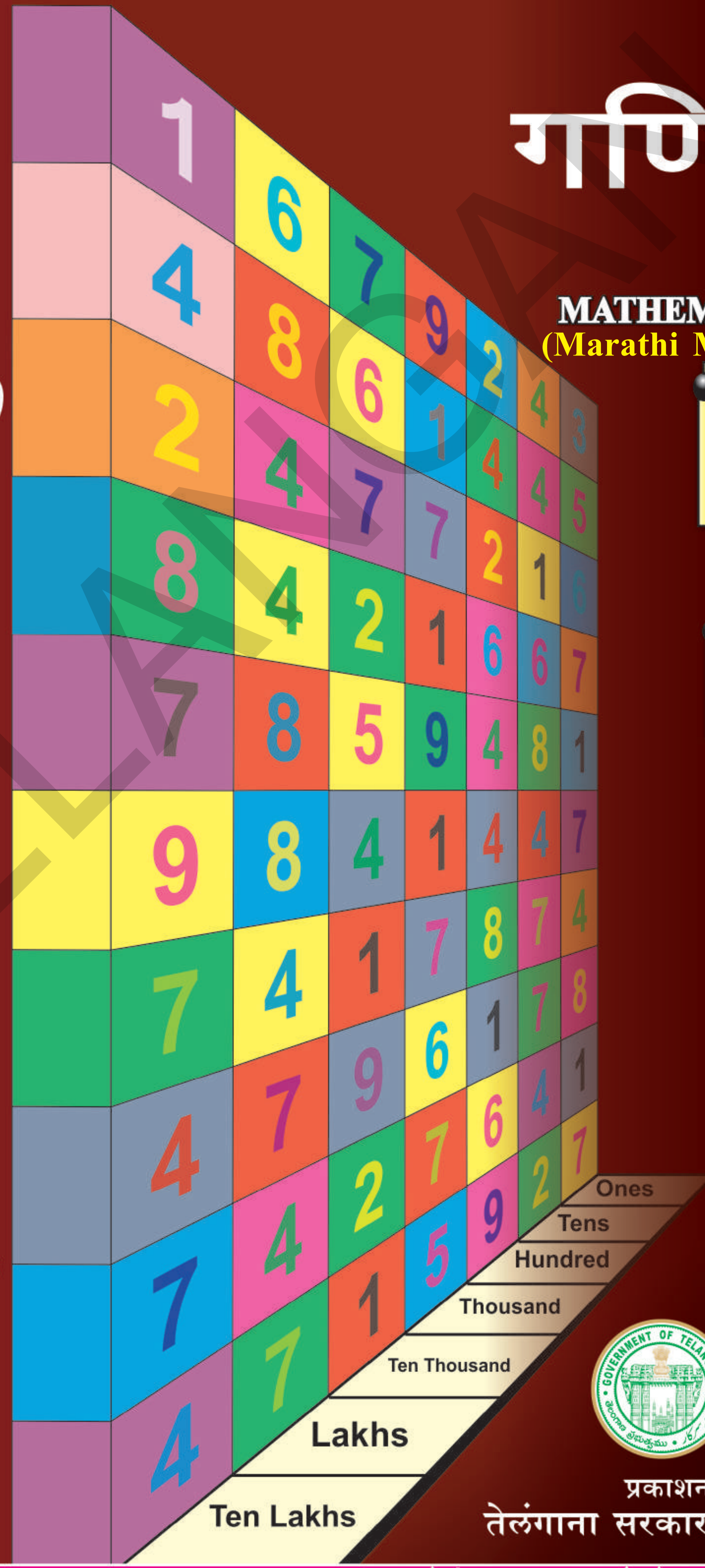
गणित इयत्ता 6 वी

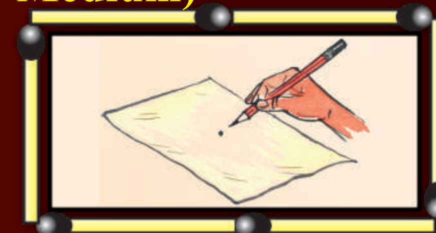
FREE

गणित

इयत्ता 6 वी

MATHEMATICS Class VI
(Marathi Medium)





प्रकाशन
तेलंगाना सरकार, हैद्राबाद

तेलंगाना सरकार व्दारे मोफत वितरण

SCERT TELANGANA

अपेक्षित शैक्षणिक क्षमता

गणित वर्ग ६ वा

विद्यार्थी श्रवण (प्रशिक्षण)

* इंडो - अरबिक, आंतरराष्ट्रीय पध्दतीने मोठ्या संख्याना वाचने आणि त्याची तुलना करणे.
* दैनंदिन जिवनामध्ये ल.सा.वी. आणि म.सा.वी. चा वापर करणे.
* पुर्ण संख्याचे गुणधर्म स्पष्ट करणे. शुन्यचे महत्व देखील स्पष्ट करणे.
* पुर्णांकाची बेरीज आणि वजाबाकीच्या समस्याचे निराकरण करणे.
* वास्तविक जिवनातील घटनांमध्ये गुणोत्तर आणि प्रमाणात वापरुन समस्याचे निराकरण करतो.
* अपुर्णांक आणि दशांश यांची बेरीज आणि वजाबाकीचा वापर रोजच्या जिवनातील समस्यांचे निराकरण करतो.
* रेाजच्या जिवनात दिलेल्या परिस्थितीमध्ये स्वरुपात संबंध व्यक्त करते.
* बिंदु, रेषाखंड, सरळ रेषा, किरण आणि वक्र या सारख्या भौमितीक कल्पनांची समज व्यक्त करते.
* साध्या बंद केलेल्या आकृत्यांना ओळखणे, गणिताच्या नोट्समधील आकृतीचे कोन, शिर्षक आणि बाजु व्यक्त करणे.
* वर्तुळ आणि त्याचे भाग ओळखतो(केंद्र, व्यास, त्रिज्या, आर्क आणि सेक्टर) स्पष्ट करतो.
* दिलेल्या पालीगोनची परिमीती आणि आयताचे क्षेत्रफळ काढणे हे एक विशिष्टता आहे.
* दैनंदिन जिवनातील निगडीत घटनांशी संबंधीत विविध प्रकाराची माहिती गोळा करुन सारणीच्या रुपात, स्तंभालेखाच्या रुपात आणि अन्य मार्गाने स्पष्ट करतो.
* ३ डी आकृत्या जसे गोलाकार, घन, इष्टीकाचिती, सिलेंडर, शंकु चा वापर करुन दैनंदिन जिवनात गणिताच्या मुलभुत पध्दतीत वापरणे.
* संख्यामध्ये सममिते रेषेचा वापर करुन सममिती प्रात्यक्षिक रेषा काढणे.
* जेथे शक्य असेल तेथे समिती रेषेवर आकडेवारी रेखांकीत करतो.

Literacy Rate in India: Census 2011

State/UT Code	India/State/UT	Literate Persons (%)	Males (%)	Females (%)
01	Jammu & Kashmir	68.74	78.26	58.01
02	Himachal Pradesh	83.78	90.83	76.60
03	Punjab	76.68	81.48	71.34
04	Chandigarh	86.43	90.54	81.38
05	Uttarakhand	79.63	88.33	70.70
06	Haryana	76.64	85.38	66.77
07	NCT of Delhi	86.34	91.03	80.93
08	Rajasthan	67.06	80.51	52.66
09	Uttar Pradesh	69.72	79.24	59.26
10	Bihar	63.82	73.39	53.33
11	Sikkim	82.20	87.29	76.43
12	Arunachal Pradesh	66.95	73.69	59.57
13	Nagaland	80.11	83.29	76.69
14	Manipur	79.85	86.49	73.17
15	Mizoram	91.58	93.72	89.40
16	Tripura	87.75	92.18	83.15
17	Meghalaya	75.48	77.17	73.78
18	Assam	73.18	78.81	67.27
19	West Bengal	77.08	82.67	71.16
20	Jharkhand	67.63	78.45	56.21
21	Orissa	73.45	82.40	64.36
22	Chattisgarh	71.04	81.45	60.59
23	Madhya Pradesh	70.63	80.53	60.02
24	Gujarat	79.31	87.23	70.73
25	Daman & Diu	87.07	91.48	79.59
26	Dadra & Nagar Haveli	77.65	86.46	65.93
27	Maharashtra	82.91	89.82	75.48
28	Andhra Pradesh	67.66	75.56	59.74
29	Karnataka	75.60	82.85	68.13
30	Goa	87.40	92.81	81.84
31	Lakshadweep	92.28	96.11	88.25
32	Kerala	93.91	96.02	91.98
33	Tamil Nadu	80.33	86.81	73.86
34	Pondicherry	86.55	92.12	81.22
35	Andaman & Nicobar Islands	86.27	90.11	81.84
	INDIA	74.04	82.14	65.46

SCERT TELANGANA

गणित
इयत्ता 6 वी

Mathematics
Class-VI (Marathi Medium)

पाठ्यपुस्तक विकास आणि प्रकाशन मंडळ

मुख्य कार्यकारी अधिकारी	:	श्रीमती.बी.सेशु कुमारी संचालक., एस.सी.ई.आर.टी.,हैद्राबाद
कार्यकारी मुख्य संघटक	:	श्री.बी.सुधाकर संचालक शासकिय पाठ्यपुस्तक मुद्रणालय, हैद्राबाद
प्रभारी संघटक	:	डॉ.एन.उपेद्र रेड्डी प्रोफेसर, Curriculum & Text Book Department, एस.सी.ई.आर.टी.,हैद्राबाद,आंध्र प्रदेश
सहायक प्रभारी संघटक	:	श्री.के.यादगीरी प्राध्यापक, एस.सी.ई.आर.टी.,हैद्राबाद

तेलंगाना सरकार द्वारे प्रकाशीत,
हैद्राबाद.

कायद्याचा मान राखा
हक्क हस्तगत करा.

शिक्षणाने मोठे व्हा
वर्तणुक नम्र ठेवा

SCERT TELANGANA

© Government of Telangana, Hyderabad.

First Published 2013
New Impressions 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019,2020

All rights reserved.

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

The copy right holder of this book is the Director of School Education, Hyderabad, Telangana.
We have used some photographs which are under creative common licence. They are acknowledged at later (page vii).

This Book has been printed on 70 G.S.M. Maplitho,
Title Page 200 G.S.M. White Art Card

तेलंगाना शासनाव्दारे मोफत वितरण 2020-21

Printed in India
at the Telangana Govt. Text Book Press,
Mint Compound, Hyderabad,
Telangana.

पाठ्यपुस्तक विकास सदस्य मंडळ

Writers

Sri. Dr. P. Ramesh, Lecturer, Govt. IASE, Nellore
Sri. M. Ramanjaneyulu, Lecturer, DIET, Vikarabad, Ranga Reddy
Sri. T.V. Rama Kumar, HM, ZPHS, Mulumudi, Nellore
Sri. P. Ashok, HM, ZPHS, Kumari, Adilabad
Sri. P. Anthoni Reddy, HM, St. Peter's High School, R.N.Peta, Nellore
Sri. S. Prasada Babu. , PGT, APTWR School, Chandrashekarapuram, Nellore
Sri. K. Rajender Reddy, SA, UPS Thimmapur, Chandampet, Nalgonda
Sri. G.V.B.Suryanarayana Raju, SA, Municipal High School, Kaspa, Vizianagaram
Sri. S. Narasimha Murthy, SA, ZPHS, Mudivarthipalem, Nellore
Sri. P. Suresh Kumar, SA, GHS, Vijayanagar Colony, Hyderabad
Sri. K.V. Sunder Reddy, SA, ZPHS, Thakkasila, Alampur Mdl., Mababoobnagar
Sri. G. Venkateshwarlu, SA, ZPHS, Vemulakota, Prakasham
Sri. Ch. Ramesh, SA, UPS, Nagaram (M), Guntur.
Sri. P.D.L. Ganapathi Sharma, SA, GHS, Jamisthanpur, Manikeshwar Nagar, Hyderabad

Co-ordinators

Sri. K.K.V. Rayalu, Lecturer, Govt., IASE, Masabtank, Hyderabad.
Sri. K. Rajender Reddy, SA, UPS Thimmapur, Chandampet, Nalgonda

Editors

Sri. K. Bramaiah, Professor, SCERT, A.P., Hyderabad
Sri. P. Adinarayana, Retd., Lecturer, New Science College, Ameerpet, Hyderabad

Chairperson for Position Paper and Mathematics Curriculum and Textbook Development

Professor V. Kannan, Dept. of Mathematics and Statistics, University of Hyderabad

Chief Advisor

Dr. H. K. Diwan , Education Advisor, Vidya Bhavan Society, Udaipur, Rajasthan.

Acadamic Support Group Members

Smt. Namrita Batra, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. Inder Mohan, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. Yashwanth Kumar Dave, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Smt. Padma Priya Sherali, Community Mathematics Centre, Rishi Vally School, Chttoor
Kumari. M. Archana, Dept. of Mathematics & Statistics, University of Hyderabad
Sri. Sharan Gopal, Dept. of Mathematics & Statistics, University of Hyderabad
Sri. P. Chiranjevi, Dept. of Mathematics & Statistics, University of Hyderabad

Illustration & Design Team

Sri. Prashanth Soni, Artist, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. S.M. Ikram, Operator, Vidyabhavan Society Resource Centre, Udaipur, Rajasthan
Sri. R. Madhusudhana Rao, Computer Operator, SCERT, A.P., Hyderabad.

मराठी अनुवादासाठी:

समन्वयकर्ता : बी.आर.जगदीश्वर गौड, M.Sc., M.Ed, Principal Govt.DIET.आदीलाबाद
सहाय्यक समन्वयकर्ता: बी.राजेश्वर, M.A., M.Ed Lecturer, Govt.DIET.आदीलाबाद.

मराठी अनुवादक :

श्री.नागेश चनमनवार, एस.ए.,जिल्हा परिषद हाय स्कुल, इंद्रवेल्ली आदीलाबाद जिल्हा
श्री.प्रशांत भोयर, एस.ए., गव्हर्नमेंट गझीटेड हाय स्कुल नंबर-1 आदिलाबाद
श्री.सुभाष मुसळे, मंडळ परिषद अप्पर प्रायमरी स्कुल,मुतनुर, आदीलाबाद जिल्हा

मराठी डी.टी.पी :

राजेश दानका, आदित्या प्रिटर्स, आदिलाबाद

SCERT TELANGANA

प्रस्तावना

स्टेट करीकुलम फ्रेमवर्क (SCF-2011) शिफारशीनुसार शाळेतील विद्याथ्यांचे जीवन शाळाबाह्य जीवनाशी निगडीत असावे. दी राईट टु एज्युकेशन ऍक्ट (RTE-2009) नुसार शाळेतील सर्व 14 वर्षापर्यंतचे सर्व विद्यार्थी निर्देशीत सर्व कौशल्यांना संपादन केले पाहीजेत.सर्व वर्गातील सर्व विषयासाठी विशिष्ट शालेय प्रमाण ठरवुन दिले गेले आहेत.सर्व वर्गाचे अभ्यासक्रम व पुस्तके नेशनल करीकुलम स्टेट करीकुलम फ्रेमवर्क (PSCF-2011) च्या निर्देशांना पालन करीत हे पुस्तक तयार करण्यात आले आहे.

प्राथमिक शिक्षण संपल्यावर निद्यार्थी उच्च प्राथमिक शिक्षणात प्रवेश घेतात.शिक्षणाचा प्राथमिक स्तर हा शालेय शिक्षण सुरु ठेवण्यासाठी दुवा म्हणुन कार्य करतो. विद्यार्थ्यांना स्वातंत्र्य आणि वेळ दिल्यास नवी ज्ञान निर्मिती करतात.असे करत असतांना वयसंकांनी शिकलेल्या गोष्टींचा उपयोग होतो.जर विद्यार्थी शिक्षण ग्रहण करण्यात सक्रिय भाग घेत असेल तरच त्यात सृजनात्मकता कौशल्य निर्माण होते.आवड, आतुरता, प्रश्न विचारणे, कारणे सांगणे, प्रत्येक गोष्टीस पुरावा मांगणे, आव्हान स्विकारणे, इत्यादी.गुण या टप्प्यात विद्यार्थ्यात असतात.म्हणुन गणित शिकवण्याने विद्यार्थी प्रश्न सोडविण्याचे नवे मार्ग हसत खेळत शोधुन काढतात.

आम्ही कार्यक्रम तयारीची सुरुवात केली आहे जेनेकरुन विद्यार्थी गणिताच्या कल्पीत गुणाची ओळख होते, जसे - संख्या प्रणाली, बीजगणित, भूमिती, महत्वमापण,आणी आकडे शास्त्र, या विषयाचा अभ्यास केल्यामुळे निर्देशित कौशल्य अवगत होतात.जसे- प्रश्न सोडवीणे, तार्कीक विचार, गणितीय भाव प्रकट करणे, दतांशाला वेगवेगळया रुपात दर्शविणे, गणिताचा दैनंदीन जीवनात उपयोग करणे.

ह्या पुस्तकात विद्यार्थ्यांना खोल विचार करता येईल, आश्चर्य प्रकट करता येईल, लहान समुहात चर्चा करता येईल, या सर्व गोष्टींना चालना मिळेल अशी काळजी घेण्यात आली आहे. **हे करा, प्रयत्न करा, प्रकल्प कार्य,** द्वारे वरील गोष्टी साध्य करण्याचा प्रयत्न करण्यात आला आहे. या सर्व गोष्टींसाठी शिक्षकांचे सहाकार्य आवश्यक आहे, या व्यतीरिक्त आम्ही उदाहरणे, स्वतःहून प्रश्न तयार करणे, वैगेच्या सुद्धा समावेश केला आहे.

या पुस्तकात विद्यार्थ्यांचे मन शिकण्यात सतर्क राहील याचा प्रयत्न करण्यात आला आहे. तसेच विद्यार्थी अनावश्यक संकीर्ण शब्दांत, अंकात न अडकता गणितीय कल्पनांचा, रचनांचा वापर करेल. याचा प्रयत्न करण्यात आला आहे. धड्यांच्या विशिष्ट क्रमात रचना केल्याने शिक्षकांना विद्याथ्यांचे सर्व क्षेत्राचे मुल्यमापण, आकलन, प्रगती या सर्व गोष्टीचे निरंतर बहुव्याप्ती (समग्र) मुल्यमापण *(Comprehensive Evalution)* करणे सोपे झाले आहे.

ह्या पुस्तकाच्या तयारीत खुप अनुभवी शिक्षकांचा समावेष आहे. तसेच वर्षानुवर्षापासुन अभ्यासक्रमाची रचना करीत आलेल्या शिक्षकांचा, गणितांच्या संशोधकांचा समावेष आहे. या सर्वांना या पुस्तकाद्वारे विद्यार्थ्यातील गणित विषयाबद्दलची भिती काढण्याचा प्रयत्न करण्यात आला आहे.

हे पुस्तक तयार करण्यासाठी मदत केलेल्या राष्ट्रीय तज्ञांना, संशोधकांना, NGO's ना, अभ्यासकांना, लेखकांना, ग्राफिक डिझायरांना आणि मुद्रक यांना मनपुर्वक धन्यवाद!

अशा पाठ्यपुस्तक तयार करण्याची प्रक्रिया निरंतर चालु आहे, सर्वोतोपरी उत्कृष्ट कार्य करण्याचा प्रयत्न करण्यासाठी SCERT, चा एक संघ जवाबदार आहे. हा संघ पद्धतशीर सुधारणा आणि गुणवत्ता उत्पादनाची प्रगती करण्याचा प्रयत्न करतो.म्हणुन हा संघ या पुस्तकाबद्दल सुचनांचे, तृटीचे स्वागत करते.

B. Seshu kumari
डायरेक्टर
SCERT, हैद्राबाद

दिनांक: 28-1-2012
स्थान: हैद्राबाद

SCERT TELANGANA

गणित

इयत्ता 6 वी

क्र.सं	विषयानुक्रमणिका	अभ्यासक्रम संपवयाचा कालावधी	पृष्ठ संख्या
1.	आपल्या संख्यांची ओळख	जुन	1 - 14
2.	पुर्ण संख्या	जुलै	15 - 27
3.	संख्यांशी खेळ	जुलै	28 - 47
4.	भूमीतीय मूलभूत संकल्पना	ऑगस्ट	48 - 59
5.	रेषा आणि कोनाचे मापन	ऑगस्ट	60 - 71
6.	पुर्णांक	सेप्टेंबर	72 - 83
7.	अपुर्णांक आणि दशांश	सेप्टेंबर/ऑक्टोंबर	84 - 105
8.	माहीती हाताळणे	ऑक्टोंबर	106 - 117
9.	बिजगणिताचा परिचय	नोव्हेंबर	118 - 129
10.	परिमीती आणि क्षेत्रफळ	नोव्हेंबर/डिसेंबर	130 - 143
11.	गुणोत्तर आणि प्रमाण	डिसेंबर	144 - 156
12.	सम्मीती - सममिती	जानेवारी	157 - 166
13.	प्रत्यक्ष भूमीती	फेब्रुवारी	167 - 176
14.	3D आणि 2D आकारास समजणे	फेब्रुवारी	177 - 184
15.	उजळणी	फेब्रुवारी/मार्च	177 - 184

SCERT TELANGANA

आपले राष्ट्रगीत

- रवींद्रनाथ टागोर

जन-गण-मन अधिनायक जय हे
भारत भाग्य विधाता,
पंजाब, सिंधू, गुजरात, मराठा
द्राविड, उत्कल, वंगा,
विंद्य हिमाचल, यमुना गंगा
उच्छल जलधी तरंग
तव शुभ नामे जागे
तव शुभ आशीष मागे
गाहे तव जय गाथा,
जन गण मंगल-दायक जय हे,
भारत भाग्य विधाता,
जय हे , जय हे ,जय हे
जय जय जय जय हे.

प्रतिज्ञा

- पैडिमर्री व्यंकटा सुब्बाराव्

"भारत माझा देश आहे,सारे भारतिय माझे बांधव आहेत.

माझ्या देशावर माझे प्रेम आहे,आणि माझ्या देशातल्या समृद्ध आणि विविधतेने नटलेल्या परंपरांचा मला अभिमान आहे.त्या परंपरांचा पाईक होण्याची पात्रता माझ्या अंगी यावी म्हणुन मी सदैव प्रयत्न करीन.

मी माझ्या पालकांचा,गुरूजनांचा आणि वडिलधाऱ्या माणसांचा मान ठेवीन आणि प्रत्येकाशी सौजन्याने वागेन.

माझा देश आणि माझे देश बांधव यांच्याशी निष्ठा राखण्याची मी प्रतिज्ञा करीत आहे.

त्यांचे कल्याण आणि त्यांची समृद्धी ह्यातच माझे सौख्य सामावले आहे."

SCERT TELANGANA

आपल्या संख्यांची ओळख

1.1 प्रस्तावना

लता आणि उमाने 6 व्या वर्गात प्रवेश केला. शाळेच्या पहिल्या दिवशी त्यांच्या गणिताच्या शिक्षकाने,नुकतेच पार पाडलेल्या जनगणनेनुसार भारताची,राज्यांची आणि जिल्ह्यांची लोकसंख्या यावर चर्चा केली. उमाला त्यातले आकडे समजले नाहीत.जेंव्हा उमा घरी परत आली तेंव्हा ती लोकसंख्येच्या बाबतीत लता ला विचारली.

उमा : आपल्या गावाची लोकसंख्या तुला माहीत आहे का ?

लता : होय, मला माहीत आहे.

उमा : तुला कसे माहीत आहे ?

लता : मी ते पंचायत कार्यालयाच्या भींतीवर पाहीले होते.

उमा : त्या भींतीवर कोण-कोणती माहीती लिहुन आहे.

लता : त्या भींतीवर आपल्या गावाची सर्व माहीती लिहुन आहे.मुख्यत: आपल्या गावाची लोकसंख्या,स्त्री-पुरुष, आणि मुलांची संख्या, पक्कया-कच्च्या घरांची संख्या, इत्यादी.

उमा : त्या जागेवर आता आपण जाऊ या का ?

लता : ठीक आहे ,जाऊ या.

लता आणी उमा दोघेही पंचायत कार्यालयात पोहोचले आणि तिथे भिंतीवर लिहिलेल्या माहितीचे निरीक्षण करु लागले.

ग्रामपंचायतचे नाव	:	गुम्मडीदला
जिल्हा	:	संगारेड्डी
पुरुष लोकसंख्या	:	8,032
स्त्रियांची लोकसंख्या	:	4,065
मुलांची संख्या	:	3,867
एकुण घरे	:	967
पक्के घर	:	2,017
कच्चे घर	:	55

भींतीवर लिहिलेली माहिती उमाने वाचली व त्यातील आकडे समजुन घेतले. तीने लताला लक्ष आणि कोटी बाबत विचारले. कारण शिक्षकांनी वर्गात लोकसंख्या लक्ष आणि कोटीबद्दल सांगीतले होते का ? तुमच्या मित्रासोबत चर्चा करा.

SCERT TELANGANA

आधीच्या वर्गात आपण हजार पर्यंत संख्या शिकलो होतो. आपण संख्यांना ब-याच प्रकारे वापरु शकतो, त्यांची तुलना करतो. त्यांना चढत्या आणि उतरत्या क्रमात मांडतो, बेरीज आणि वजाबाकी करतो. असे पाच संदर्भ सांगु शकाल जिथे आपण संख्यांना हजारामध्ये उपयोग करतो ?
उदाहरणार्थ : एका दुरदर्शनाची किंमत 12,500.

तर आता आपण पुर्वीच्या वर्गात शिकलेल्या संख्यांची उजळणी करु आणि मोठ्यातल्या मोठ्या संख्येंचा आनंद घेऊ

1.2 संख्याची तुलना करणे आणि अंदाज लावणे.

चला खालील संख्यांपैकी लहान, मोठी संख्या शोधू या.

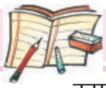
क्र.सं.	संख्या	मोठी संख्या	लहान संख्या
1.	3845, 485, 34, 13845	13845	34
2.	856, 1459, 35851, 23	.....	.....
3.	585, 9535, 678, 44	.....	.....
4.	39, 748, 19651, 7850	.....	.....

पाच अंकी संख्या ही दोन अकी संख्या पेक्षा मोठी असते.अशाप्रकारे संख्यातील अंक मोजुन आपण लहान, मोठी संख्या सहजपणे सांगु शकतो.
आता तुमच्या मित्राला 51845 आणि 41964 यामध्ये तुलना करायला सांगा. व तसेच कोणती संख्या मोठी आहे ते विचारा?

हे सांगणे सुद्धा सोपे आहे कारण 51845 मध्ये दहा हजार स्थानी 5 आहे, आणि 41964 मध्ये 4 आहे.

आता 58672 आणि 57875 मध्ये कोणती संख्या मोठी आहे हे सांगण्याचा प्रयत्न करा.इथे 5 हा अंक दोन्ही संख्यांमध्ये दहा हजार स्थानी आहे. म्हणुन त्या नंतरच्या स्थानीच्या अंकाची तुलना करावी. हजार स्थानावरचा अंक 8 आहे. $8 > 7$ म्हणुन 57875 हे मोठे आहे.

हजार स्थानावरचा अंकसुद्धा समान असेल तर काय करायचे? शतकाकडे वळायचे नंतर दशक,एकक स्थानाकडे वळुन तुलना करायची.



अभ्यास - 1.1

1. खालील संख्या समुहामध्ये कोणती संख्या मोठी व लहान आहे ते ओळखा :
   i. 15432, 15892, 15370, 15524 ii. 25073, 25289, 25800, 25623
   iii. 44687, 44645, 44670, 44602 iv. 75671, 75635, 75641, 75610
   v. 34895, 34891, 34899, 34893
2. खालील संख्यांना चढत्या क्रमात लिहा:
   i. 375, 1475, 15951, 4713 ii. 9347, 19035, 22570, 12300
3. खालील संख्यांना उतरत्या क्रमात लिहा:
   i. 1876, 89715, 45321, 89254 ii. 3000, 8700, 3900, 18500
4. खालील रिकाम्या जागेत ($<$ किंवा $>$) हे अचुक चिन्ह लिहा:
   i. 3854 .... 15200 ii. 4895 4864
   iii. 99454 .... 99445 iv. 14500 14499

SCERT TELANGANA

5. खालील संख्यांना अक्षरात लिहा:

i. 72642 = ...
ii. 55345 = ...
iii. 66600 = ...
iv. 30301 = ...

6. खालील संख्यांना अंकात लिहा:

i. चाळीस हजार दोनशे सत्तर ....
ii. चौदा हजार चौंसष्ट ....
iii. नऊ हजार सातशे ....
iv. साठ हजार ....

7. 4, 0, 3, 7 या अंकांचा वापर करुन जेवढ्या संख्या लिहता येतील तेवढ्या लिहा व त्यापैकी मोठी आणि लहान संख्या शोधून काढा?

8. i. चार अंकी सर्वात लहान संख्या?
ii. चार अंकी सर्वात मोठी संख्या?
iii. पाच अंकी सर्वात लहान संख्या?
iv. पाच अंकी सर्वात मोठी संख्या?

1.3 अंदाज आणि सलग्न संपुर्ण संख्येत बदलने (ROUND OFF) करणे

आपल्याला दररोजच्या व्यवहारात बरेचसे असे संदर्भ पहायला भेटतात जसे-

• नोव्हेंबर महीन्यात सालारजंग संग्रहलयात 25,000 लोकांनी (जवळ-जवळ) भेट दिली.
• आपल्या राज्यात 9 लक्ष विद्यार्थ्यांनी (अंदाजे) या वर्षी बोर्डाची S.S.C.परीक्षा दिली.
• वैजागपोर्टवर 43,500 टन (स्तुल मानाने) लोखंड जहाजावर चढविण्यात येते.

जवळ-जवळ 'अंदाजे', 'स्तुल मानाने' असे शब्द निश्चीत संख्या दर्शवित नाही.पण 25,000 म्हटले तर ते 24,975 तर किंवा 25,045 च्या आसपास राहते.म्हणजेच हे थोडे जास्त किंवा कमी असते पण निश्चीत नसते.उत्तराचा पडताळा करण्यासाठी अंदाज करणे सोप मार्ग आहे. आपण सर्व साधारणपणे संख्यांना जवळच्या 10',100', 1000',10000' इत्यादीमध्ये संपुर्ण करुन लिहतो.दशक, शतक हजार, दहा हजार
खालील संख्यांना पहा आणि संख्यांना जवळच्या **दशकांमध्ये** संपुर्ण करा.

80	(81)	82	83	84	(85)	86	(87)	88	89	**90**

81 ही संख्या 90 व 80 च्याजवळ आहे. म्हणुन 80 ला संपुर्ण संख्येत बदलतो. 87 ही संख्या 80 पेक्षा 90 च्या जवळ आहे.म्हणुन 87 ला संपुर्ण संख्येत बदलने म्हणजे 90 होय. 85 हे 80 आणि 90 पासुन समान अंतरावर आहे.पद्धतीनुसार 90 घेतो,जवळच्या शतकामध्ये संपुर्ण संख्येत बदलला.

200	210	(220)	230	240	250	260	270	(280)	290	**300**

220 हे 300 पेक्षा 200 च्या जवळ आहे म्हणुन 220 ला 200 म्हणुन संपुर्ण संख्येत बदलला,तसेच 280 हे 200 पेक्षा 300 च्या जवळ आहे, म्हणुन 300 संपुर्ण संख्येत बदल करता येते.

250 ते 300 मधील संख्यांचे सलग्न संपुर्ण संख्या कोणती आहे ? का ?

SCERT TELANGANA

हे करा

सांगीतल्या प्रमाणे सलग्न संपुर्ण संख्या लिहा. (Round off the numbers) :

1. 48, 62, 81, 94, 27 च्या जवळचे दशक
2. 128, 275, 312, 695, 199 च्या जवळचे शतक.
3. 7452, 8115, 3066, 7119, 9600 च्या जवळचे हजार.

विचार करा,चर्चा करा आणि लिहा.

दहा हजार स्थान किंमत असलेल्या संख्यांना संपुर्ण संख्येत बदलण्यासाठी मित्रात चर्चा करा.

1.4 स्थान किंमतीची उजळणी

स्थान किंमतीचा वापर करुन दोन अंकी,तीन अंकी,चार अंकी आणि पाच अंकी संख्येचे विस्तृत रुप कसे लिहावे हे तुम्ही आधीच शिकलेले आहात त्याची पुन्हा एकदा उजळणी करु या.

1. 64 चे विस्तृत स्वरुप

दहम	एकम
6	4

= $(6 \times 10) + (4 \times 1)$

= $60 + 4$

2. 325 चे विस्तृत स्वरुप

शतम	दहम	एकम
3	2	5

= $(3 \times 100) + (2 \times 10) + (5 \times 1)$

= $300 + 20 + 5$

3. 5078 चे विस्तृत स्वरुप

हजार	शतम	दहम	एकम
5	0	7	8

= $(5 \times 1000) + (0 \times 100) + (7 \times 10) + (8 \times 1) = 5000 + 0 + 70 + 8$

= $5000 + 70 + 8$

4. 29500 चे विस्तृत स्वरुप

दहा हजार	हजार	शतम	दहम	एकम
2	9	5	0	0

= $(2 \times 10000) + (9 \times 1000) + (5 \times 100) + (0 \times 10) + (0 \times 1)$

= $20000 + 9000 + 500 + 0 + 0$

= $20000 + 9000 + 500$

SCERT TELANGANA

हे करा

आता उदाहरणार्थ दिलेल्या संख्यांना विस्तृत स्वरुपात लिहा.

संख्या	विस्तार	विस्तृत स्वरुप
21504	$(2\times10000)+(1\times1000)+(5\times100)+(0\times10)+(4\times1)$	$20{,}000+1{,}000+500+4$
38400		
77888		
20050		
41501		

अभ्यास - 1.2

1. जवळच्या संपुर्ण संख्येत लिहा (दशकात) (Round off) :
   i. 89 ii. 415 iii. 3951 iv. 4409
2. जवळच्या संपुर्ण संख्येत लिहा (शंभरात) (Round off):
   i. 695 ii. 36152 iii. 13648 iv. 93618
3. जवळच्या संपुर्ण संख्येत लिहा (हजारात) (Round off):
   i. 3415 ii. 70124 iii. 8765 iv. 4001
4. संक्षिप्त रुपात लिहा:
   i. 3000 + 400 + 7 ii. 10000 + 2000 + 300 + 50 + 1
   iii. 30000 + 500 + 20 + 5 iv. 90000 + 9000 + 900 + 90 + 9
5. संक्षिप्त रुपात लिहा:
   i. 4348 ii. 30214 iii. 22222 iv. 75025

1.5 मोठ्या संख्यांची ओळख

पाच अंकी सर्वात मोठी संख्या 99,999.होय तर त्यात आपण 1 मिळवु .

99,999 + 1 = 1,00,000

1,00,000 ही संख्या **एक लक्ष** आहे. एक लक्ष हे 99,999 संखेच्यानंतर येणारी संख्या आहे.

आता तुम्ही एक लक्षमध्ये किती दशक आहेत हे सांगु शकाल काय,?

एक लक्षमध्ये किती शतक आहेत?

एक लक्षमध्ये किती हजार आहेत?

आता,3, 15, 645.ही संख्या घेऊन त्याचे विस्तृत स्वरुप बघु :

$3,15,645 = (3\times100000)+(1\times10000)+(5\times1000)+(6\times100)+(4\times10)+(5\times1)$

$= 300000+10000+5000+600+40+5$

SCERT TELANGANA

खालील निरीक्षण करा,

3	1	5	6	4	5
लक्ष	दहा हजार	हजार	शतक	दहम	एकम

ह्या संख्येमध्ये 5 एकम स्थानावर, 4 दहम स्थानावर, 6 शतम स्थानावर, 5 हजार स्थानावर, 1 दहा हजार स्थानावर आणि 3 लक्ष स्थानावर आहे. आता आपण ह्या संख्येला तीन लक्ष पंधरा हजार सहाशे पंचेचाळीस म्हणुन वाचतो.

दिलेल्या संख्यांना वाचा आणि विस्तृत स्वरुपात लिहा:

संख्या	**वाचणे**	**विस्तृत स्वरुप**
5,00,000	पाच लक्ष	5×100000
4,50,000	चार लक्ष पन्नास हजार	$4 \times 100000 + 5 \times 10000$
4,57,000	....	....
3,05,400	....	....
3,09,390	....	....
2,00,035	....	....

अशाच 6 अंकी पाच संख्या लिहा आणि तुमच्या मित्रांना वाचायला व विस्तृत स्वरुपात लिहायला लावा.

जर 6 अंकी संख्यामध्ये सर्व अंक 9 असतील तर तुम्हाला कोणती संख्या मिळेल ?

तुम्ही त्या संख्येला 6 अंकी सर्वात मोठी संख्या म्हणु शकाल काय ? त्याचे कारण काय ?

आता आपण त्या संख्येमध्ये एक मिळवु, आपल्याला काय मिळेल ?

$9,99,999 + 1 = 10,00,000$

10,00,000 याला **दहा लक्ष** ही म्हणतात**.**

ही 7 अंकी सर्वात लहान संख्या आहे काय ?

आता खालीलचे निरीक्षण करुन रिकाम्या जागा पुर्ण करा.

$9 + 1 = 10$

$99 + 1 = 100$

$999 + 1 = 1000$

$9999 + 1 =$ ....

$99999 + 1 =$ ....

$999999 + 1 =$ ....

$9999999 + 1 = 1,00,00,000$

7 अंकी सर्वात मोठ्या संख्येमध्ये एक मिळवा.तुम्हाला 8 अंकी सर्वात लहान संख्या मिळेल त्याला एक कोटी म्हणतात.

ही 7 अंकी सर्वात मोठी संख्या तुम्ही कशी मिळवली ?

आपल्याला वेगवेगळ्या संदर्भात मोठ्या संख्या पाहायला मिळतात.उदा.आपल्या देशाचे क्षेत्रफळ (32, 87, 263) चौरस कि.मी.,आपल्या राज्याची लोकसंख्या (8,46,65,533), शाळेंच्या भवनांची किंमत,

SCERT TELANGANA

शेतीचे उत्पन्न,ग्रहामधील अंतर,3 किंवा 3 पेक्षा जास्त अंकी संख्येचा गुणाकार सुध्दा मोठी संख्या असते.

ह्या मोठ्या संख्या शिकल्या नंतर तुम्हाला काय वाटते.उमाला तिच्या वर्गात शिक्षकाने शिकविलेले तिला समजु शकेल का ?

हे प्रयत्न करा

1. दररोजच्या व्यवहारात येणारे असे पाच उदाहरण द्या जेथे 6-अंका पेक्षा जास्त संख्येचा वापर होतो.
2. दोन अंकी,तीन अंकी,चार अंकी,पाच अंकी,सहा अंकी,सात अंकी आणि आठ अंकी सर्वात लहान व सर्वात मोठी संख्या लिहा.

1.5.1 मोठ्या संख्येची स्थान किंमत

खालील संख्या वाचा:

a) 25240 b) 130407 c) 4504155 d) 12200320

हे वाचायला अवघड आहे काय ? कोटी,लक्ष व हजार मध्ये असलेल्या संख्या तुम्हाला वाचायला अवघड वाटत आहेत काय?

25,240 1,30,407 45,04,155 1,22,00,320

त्यापेक्षा हे सोपे वाटते का पहा ?

मोठ्या संख्या लिहण्यासाठी व वाचण्यासाठी 'स्वल्प विराम' चा वापर करावा.

मोठ्या संख्येचा विस्तार लिहतांना काही महत्वाच्या सुचना आहेत. उदा.राधा संख्यांचा विस्तार करीत आहे,ती 367 या संख्येचे एकक स्थान,दहम स्थान आणि शतम स्थानाला O, T आणि H मध्ये लिहले. जे खाली दर्शविले आहे.

H	T	O
3	6	7

विस्तार

$3 \times 100 + 6 \times 10 + 7 \times 1$

तसेच 1,729 साठी

Th	H	T	O
1	7	2	9

विस्तार

$1 \times 1000 + 7 \times 100 + 2 \times 10 + 9 \times 1$

याच उपायाला लक्ष आणि कोटी संख्यापर्यंत विस्तार करु शकतो. जे खालील तक्तयात दिसत आहे.

	कोटी		लक्ष		हजार				
स्थान	दहा कोटी (T. Cr)	कोटी (Cr)	दहा लक्ष (T. La)	लक्ष (La)	दहा हजार (T.Th.)	हजार (Th.)	शतम (H)	दहम (T)	एकम (O)
संख्या	100000000	10000000	1000000	100000	10000	1000	100	10	1
अंकाची संख्या	9	8	7	6	5	4	3	2	1

SCERT TELANGANA

1 कोटी = 100 लक्ष

= 10,000 हजार

1 लक्ष = 100 हजार

= 1000 शतक

आता आपण खाली दिलेल्या स्थान किंमतीचा चार्ट वापरुन मोठ्या संख्या लिहू आणि वाचू या.`

संख्या	T.Cr.	Cr.	T.La	La	T.Th.	Th.	H	T	O	वाचण
41430495	-	4	1	4	3	0	4	9	5	चार कोटी चौदा लक्ष तीस हजार चारशे पंचान्नव
304512031										
241800240										
69697100										
100091409										

अजुन अशाच पाच मोठ्य याचा विचार करा आणि त्या लिहा,खाली दिल्याप्रमाणे तुम्ही त्या संख्यांना विस्तृत स्वरुपात लिहु शकता काय प्रयत्न करा?

12735045 चे विस्तार रुप असे असते.

1,27,35,045 $= 1 \times 10000000 + 2 \times 1000000 + 7 \times 100000 + 3 \times 10000 + 5 \times 1000 + 0 \times 100 + 4 \times 10 + 5 \times 1$

हे करा

स्वल्प विरामाचा वापर करुन संख्याना विस्तृत स्वरुपात लिहा.

i. 999999999 ii. 34530678

iii. 510010051

आपल्या भारतीय संख्यामान पद्धतीत आपण एकम,दहम,शतम,हजार,लक्ष आणि कोटी चा वापर करतो. हजार,लक्ष आणि कोटीच्या ठिकाणी स्वल्प विरामचा उपयोग करतात. शतम स्थानानंतर पहिला स्वल्प विराम येतो.(म्हणजेच उजव्या बाजुने तीन अंक झाल्यानंतर) म्हणजेच,74517,500 हजार. दुसरा स्वल्पविराम त्या नंतरच्या दोन अंकानंतर येतो,(म्हणजेच उजव्या बाजुने पाच अंक झाल्यानंतर) म्हणजेच,7,45,17,500. हे दहा हजार स्थानानंतर येतो आणि ते लक्षमध्ये मोजले जाते.तीसरा स्वल्पविराम त्या नंतरच्या दोन अंकानंतर येतो,(म्हणजेच उजव्या बाजुने सात अंक झाल्यानंतर) म्हणजेच,7,45,17,500.दहा लक्ष स्थानानंतर येतो आणि ते कोटीमध्ये मोजले जाते.मोठ्या संख्या सोप्या रितीने लिहण्या व वाचण्यासाठी आपल्याला स्वल्प विराम मदत करते.

उदाहरणार्थ,

सात कोटी पंचेचाळीस लक्ष सतरा हजार पाचशे ही संख्या खालील प्रमाणे लिहीतात-

7, 45, 17, 500.

त्याचप्रमाणे,स्वल्प विराम ने वेगवेगळे केलेल्या संख्याला आपण सहज रित्या वाचु शकतो,जसे 45,30,14,252 जसे (पंचेचाळीस कोटी तीस लक्ष चौदा हजार दोनशे बावन्न).

SCERT TELANGANA

हे करा

ह्या संख्यांना वाचा आणि अक्षरात लिहा.

i) 5,06,45,075   ii) 12,36,99,140   iii) 2,50,00,350

अभ्यास - 1.2

1. स्वल्प विरामचा वापर स्थान किंमतीच्या नुसार करुन लिहा?

i.	11245670	ii.	22402151
iii.	30608712	iv.	190308020

2. संख्यांना अक्षरात लिहा

i.	34,025	ii.	7,09,115
iii.	47,60,00,317	iv.	6,18,07,000

3. संख्यांना अंकात लिहा.

   i. चार लक्ष सत्तावन हजार चारशे.

   ii. साठ लक्ष दोन हजार सातशे पंचहात्तर.

   iii. दोन कोटी पन्नास लक्ष चाळीस हजार तीनशे तीन.

   iv. साठ कोटी साठ लक्ष साठ हजार सहाशे.

4. संख्यांना विस्तृत स्वरुपात लिहा:

i.	6,40,156	ii.	63,20,500
iii.	1,25,30,275	iv.	75,80,19,202

5. संख्यांना संक्षिप्त स्वरुपात लिहा:

   i. 50,00,000 + 4,00,000 + 20,000 + 8,000 + 500 + 20 + 4

   ii. 6,00,00,000 + 40,00,000 + 3,00,000 + 20,000 + 500 + 1

   iii. 3,00,00,000 + 3,00,000 + 7,000 + 800 + 80 + 1

   iv. 7,00,00,000 + 70,00,000 + 7000 + 70.

6. खालील दोन संख्या पैकी कोणते मोठे आहे ? (>) ह्या चिन्हाचा वापर करुन लिहा:

   i. 4,67,612 किंवा 18,71,964   ii. 14,35,10,300 किंवा 14,25,10,300

7. खालील दोन संख्या पैकी कोणते लहान आहे ? (<) ह्या चिन्हाचा वापर करुन लिहा :

   i. 2,00,015 किंवा 99,999   ii. 13,50,050 किंवा 13,49,785

8. कोटी स्थानी 5,लक्ष स्थानी 2,हजार स्थानी 1, दशक स्थानी 6 आणि एकम स्थानी 3 असलेले कोणतेही दहा संख्या लिहा. उरलेल्या स्थानात कोणताही अंक लिहा.

1.6 संख्या वाचनाची अंतरराष्ट्रीय पद्धत

आपल्या देशातील संख्या लेखण-वाचण्याची पद्धत दुसऱ्या बऱ्याचश्या देशापेक्षा वेगळी आहे. आपण लक्ष संखेत 7-अंकीसंख्यानंतर कोटी आणि दहा कोटी इत्यादी. अंतरराष्ट्रीय पद्धतीच्या संख्या वाचनात एकम,दहम,शतम,हजार त्या नंतर मिलीयन्सचा वापर करतात.एक मिलीयन म्हणजे दहा हजार किंवा दहा लक्ष होय. स्वल्प विराम हा हजार आणि मिलीयन मध्ये वापरतात.

SCERT TELANGANA

उजव्या बाजुने प्रत्येक तीन अंकानंतर स्वल्पविराम दिल्या जाते.

समजा 45690255 ह्या संख्याला घेऊ

भारतीय पद्धतीत संख्या वाचन	अंतरराष्ट्रीय पद्धतीत संख्या वाचन
4,56,90,255	45,690,255
चार कोटी छपन्न लक्ष नव्वद हजार दोनशे पंचावन्न.	पंचेचाळीस मिलीयन सहाशे नव्वद हजार दोनशे पंचावन्न.

शतक स्थानापर्यंत संख्या वाचनामध्ये कोणताही बदल झालेला नाही हे तुमच्या लक्षात आले आहे का ? मग तुम्ही इथे काय निरीक्षण केले ?

चांगले समजण्यासाठी,दोन्ही पद्धती मधील स्थानाची तुलना करु या:

भारतीय पद्धत	शंभर कोटी	दहा कोटी	कोटी	दहा लक्ष	लक्ष	दहा हजार	हजार	शतम	दहम	एकम
अंतरराष्ट्रीय पद्धत	बिलीयन	शंभर मिलीयन	दहा मिलीयन	मिलीयन	शंभर हजार	दहा हजार	हजार	शतम	दशक	एकम

वरील तक्तयानुसार,दोन्ही पद्धतीमधील संबंध खालील प्रकारे समजते :

10 लक्ष = 1 मिलीयन

1 कोटी = 10 मिलीयन

10 कोटी = 100 मिलीयन

100 कोटी = 1 बिलीयन

अभ्यास - 1.4

1. स्वल्प विरामचा उपयोग करुन खालील संख्या अंतरराष्ट्रीय पद्धतीत लिहा.
   i. 97645315 ii. 20048421
   iii. 476356 iv. 9490026834
2. तुमच्या मित्रांचे आणि कुटुंब सदस्यांचे मोबाईल नंबर गोळा करा आणि त्या संख्यामध्ये स्वल्प विरामचा वापर करुन अंतरराष्ट्रीय पद्धतीत संख्यांना वाचा .
3. खालील संख्यांना दोन्हीही भारतीय आणि अंतरराष्ट्रीय पद्धतीत लिहा:
   i. 123115027 ii. 89643092
4. खालील संख्यांना लक्षपुर्वक वाचा आणि त्या खालील प्रश्नाची उत्तरे सांगा:
   302,179,468
   i. मिलीयन स्थानावरचे अंक
   ii. शतक स्थानावरचे अंक
   iii. दहा मिलीयन स्थानावरचे अंक
   iv. संख्यामध्ये किती मिलीयन आहे ?

SCERT TELANGANA

1.7 दररोजच्या व्यवहारात वापरण्यात येणाऱ्या मोठ्या संख्या

आपल्याला माहीत आहे लांबीचे एकक म्हणुन मीटर (m) चे उपयोग करतो,वजनाचे एकक म्हणुन किलोग्राम (kg), द्रव्यमानाचे एकक म्हणुन लिटर (l) चे आणि वेळाचे एकक म्हणुन सेकंद (s) चा उपयोग करतो.

उदाहरणार्थ- लांबी किंवा अंतराच्या संदर्भात,पेन्सीलची लांबी मोजण्यासाठी, सेंटीमीटरचा उपयोग करतो पण पेन्सील लहान आहे म्हणुन तसेच साडीची लांबी मोजण्यासाठी मीटर व दोन्ही ठिकाणामधील अंतर मोजण्यासाठी किलोमीटरचा (km) चा उपयोग करतो,पण कागदाची जाडी मोजण्यासाठी सेंटीमीटरसुद्धा खुप मोठे आहे,म्हणुन आपण त्या संदर्भात मिलीमीटर (mm) चा उपयोग करतो.

ज्या अर्थी त्या सर्वामध्ये एक संबंध आहे.तर त्यांचे रुपांतर व सोईस्कर वापर कशा पद्धतीने केले जाते हे आपल्याला माहीत असणे आवश्यक आहे.

10 मिलीमीटर	=	1 सेंटीमीटर
100 मीटर	=	1 मीटर
1000 सेंटीमीटर	=	1 किलोमीटर

1 किलोमीटरचे मिलीमीटर मध्ये तुम्ही कसे मोजता ?

1 कि. मी = 1000 मीटर

= 1000 × 100 सेटी मीटर

= 1000 × 100 × 10 मिली मीटर

= 10,00,000 मिली मीटर

त्याचप्रकारे तांदुळ किंवा गहु आपण किलोग्राममध्ये विकत घेतो.पण काही वस्तु आपल्याला जास्त प्रमाणात आवश्यकता नसतात. उदा--मसाले,मीरची पावडर,हळदी इत्यादी.तर त्याना आपण ग्राम (g). मध्ये विकत घेतो.

1000 ग्राम. = 1 किलोग्राम

एका किलोग्रामचे मिलीग्राममध्ये तुम्ही कसे मोजता ?

एका बालटीत सर्वसाधारणपणे 20 लिटर पाणी मावते.पण काही वेळेस तुम्हाला मिलीलीटर (ml) सारख्या लहान एककाची आवश्यकता असते.डोक्याला लावणाऱ्या तेलाची बॉटल,पेंटींग कलरचे लेबल हे मिलीलीटर (ml) मध्ये असते,आणि तेलाचे टॅंकर,हौदामधील पाणी मोजण्यासाठी किलोलीटर (kl) वापरतो

1000 लिटर = 1 किलोलीटर

किती मिलीलीटर म्हणजे 1 किलोलीटर ?

हे प्रयत्न करा

1. तुमच्या जिल्ह्यातील चार महत्वाच्या शहरांची नावे लिहा.त्याच्या मधील अंतर नोंद करा. त्याना संटीमीटर आणि मिलीमीटरमध्ये दाखवा.
2. आपण मिलीग्रामचे वापर कोठे करतो. हे तुम्ही सांगु शकता का ?
3. एका पेटीत प्रत्येकी 20 मिलीग्राम *(mg)* वजनाचे 1,00,000 औषधाच्या वड्या (tablets) तर पेटीमध्ये असलेल्या सर्व वड्या (tablets) चे एकुण वजन ग्राम आणि किलोग्राममध्ये किती ?
4. एका पेट्रोल टॅंकरमध्ये 20,000 लिटर पेट्रोल आहे, तर ते पेट्रोल किलोलीटर आणि मिली लीटरमध्ये दाखवा.

SCERT TELANGANA

दररोजच्या व्यवहारात वापरण्यात येणाऱ्या मोठ्या संख्यांचे काही उदाहरण पाहू.

उदाहरण-1. तेदुलकर हा प्रसिद्ध खेळाडु आहे. त्याने आतापर्यतच कसोटी सामन्यात 15,030 धावा केल्या. 18,111 धावा क्रिकेटच्या एकदिवसीय सामन्यात केल्या आहेत. तर त्याने दोन्ही पद्धतीच्या सामन्यात एकुण किती धावा केल्या ?

सोडवणुक: तेदुलकरने कसोटी सामन्यात केलेल्या धावा = 15,030

एकदिवसीय सामन्यात केलेल्या धावा = 18,111

एकुण धावा = 33,141

उदाहरण-2. एक वर्तमान पत्र दररोज प्रसिद्ध होते. त्यात एकुण 16 पाने आहेत. दररोज त्याच्या 15,020 प्रती छापल्या जातात. तर दररोज एकुण किती पाने छापले जातात ?

सोडवणुक: दररोज छापल्या जाणाऱ्या प्रतीची संख्या = 15,020

प्रत्येक प्रतीत 16 पाने असतात

म्हणुन, 15,020 प्रतीमध्ये 15,020 × 16 पाने.

एकुण पानाच्या संख्याचा अंदाज लावण्याचा प्रयत्न करा. हे 2,00,000 पानापेक्षा जास्त असते.

आता मापन करु.

=15,020 × 16 = 2,40,320

म्हणुन दररोज 2,40,320 पाने छापल्या जातात.

उदाहरण-3. एका हॉटेलमध्ये 15 लिटर दुध आहे. एक कप चहा बनवायला 25 मिली मीटरची आवश्यकता आहे. तर त्या दुधाने किती कप चहा बनेल ?

सोडवणुक: हॉटेलमध्ये असलेले दुध = 15 लिटर

= 15 × 1000

= 15000 मिली मीटर

एक कप चहा बनविण्यासाठी 25*ml* ची आवश्यकता आहे

म्हणुन त्या दुधामध्ये बनलेल्या चहाच्या कपाची संख्या = 15000 ÷ 25

= 600 कप.

अभ्यास - 1.5

1. नवी दिल्ली येथे चालु असलेल्या कॉमन-वेल्थ खेळ पाहण्यासाठी पहिल्या चार दिवसात भेट दिलेल्या लोकांची संख्या 15,290, 14,181, 14,235 आणि 10,578 आहे. तर चार दिवसात एकुण किती लोकांनी भेट दिली ?
2. लोकसभेच्या निवडुणकीत, निवडुण आलेल्या उमेदवाराला 5,87,500 मत पडले.हरलेल्या उमेदवाराला 3,52,768 मत पडले तर निवडुण आलेला उमेदवार किती मताने जिंकला ?
3. 5, 3, 4, 0 आणि 7 या अंकापासुन तयार झालेली सर्वात मोठी आणि सर्वात लहान संख्या लिहा आणि त्यामधील फरक माहीत करा ?
4. एक सायकल तयार करणारी इंडस्ट्री दररोज 3,125 सायकली बनविते तर जुलै महिण्यात बनविलेल्या एकुण सायकलीची संख्या किती ?
5. एक हेलीकॉप्टर एका तासात 600 कि.मी. प्रवास करते,तर ती 52 तासात एकुण किती अंतर प्रवास करेल?

SCERT TELANGANA

6. सारखे आकार असणा-या 5 बिस्कीट पुड्याचे एकुण वजन 8400 ग्राम. आहे, तर एका पुड्याचे वजन किती ?

7. शाळा आणि बसस्थानकामधील अंतर 1 कि.मी. 875 मी.टर आहे. गायत्री दोन्ही वेळा हा प्रवास चालत करते. तर ती 6 दिवसात एकुण किती किती अंतर चालते ?

8. शाळेच्या गणवेशासाठी एक शर्ट शिवण्यासाठी, एका मुलाला 1 मीटर. 80 सेंटी.मीटर. कापड लागतो तर 40 मीटर कापडामध्ये टेलर किती शर्ट शिऊ शकतो ? आणि किती कापड उरते?

9. पेट्रोलची किंमत प्रती लिटर ₹60 आहे. एक पेट्रोल पंप एकेदिवशी 750 लिटर पेट्रोल विकला असेल तर त्याला किती रुपये मिळाले असेल ?

विचार करा,चर्चा करा आणि लिहा

1. तुम्ही अहमदाबादला राहत आहात. तुम्ही बसने **400 मीटर** प्रवास करुन जवळच्या रेल्वे स्थानकावर पोहोचलात. तिथुन **15 कि.मी.** दुर असलेल्या गांधीनगरला पोहचण्यासाठी ट्रेन पकडली. त्या नंतर तिथुन **18 कि.मी.** दुर असलेल्या तुमच्या मावशीच्या घरी पोहचण्यासाठी एक क्याब धरली.
   - i. तुम्ही मावशीच्या घरी पोहचण्यासाठी एकुण किती अंतर प्रवास कराल ?
   - ii. हा प्रवास तुम्ही 7 दिवस केला तर एकुण किती अंतर प्रवास कराल ?

2. तुमच्या शाळेतील प्रत्येक मुलगा 2 लिटर पाणी असलेले बॉटल घेऊन येतो. 2 किलोलीटरची क्षमता असलेल्या एका भांड्यात सर्व मुलांनी पाणी ओतले तर असे दिसले की ते भांडे भरायला अजुन 600 लिटर पाण्याची आवश्यकता आहे तर किती मुलांनी आपल्या बॉटलमधील पाणी त्या भांड्यामध्ये ओतले ?

आपण काय चर्चा केली ?

1. दोन संख्यामध्ये,ज्या संख्यांमध्ये अंक जास्त असेल ती संख्या मोठी असते. जर दिलेल्या दोन्ही संख्यांमध्ये अंकाची संख्या समान असेल तर दोन्दी संख्यामध्ये सर्वात डाव्या बाजुचा अंक ज्या मध्ये मोठा असेल ती संख्या मोठी आहे.

   जर ती सारखी तर नंतरची संख्या पहावे. आणि या पद्धतीने जावे.

2. दिलेल्या चार अंकापासुन संख्या बनविताना, आपण काळजीपुर्वक पाहावे. काही सुचना केल्या आहेत का? जसे-- 7, 8, 3, 5 पासुन सर्वात मोठी संख्या बनवा. पण त्यातल्या अंकाला एकदाच वापरावे. तसेच आपल्याला सर्व अंकाचा वापर करावा लागतो. सर्वात डाव्या बाजुला 8 हा अंक घेतला तर सर्वात मोठी संख्या मिळते.

3. 1000 (एक हजार). हे सर्वात लहान चार अंकी संख्या आहे. हे सर्वात मोठी तीन अंकी संख्या 999. नंतरची संख्या होय. 10,000.दहा हजार आहे आणि हे सर्वात लहान मोठी चार-अंकी 9999. च्या नंतरची संख्या होय,

   पुन्हा सहा-अंकी सर्वात लहान 1,00,000.होय हे एक लक्ष आहे आणि सर्वात मोठी पाच-अंकी 99,999. च्या नंतरचीसंख्या होय ही पध्दत कितीही मोठ्या अंकी संख्यासाठी वापरु शकतो.

4. मोठ्या संख्या लिहण्या वाचण्यासाठी स्वल्प विरामचा वापर करतो.संख्या वाचनाच्या भारतीय पध्दतीत,उजव्या बाजुकडुन सुरुवातीचे 3 अंक झाल्यानंतर स्वल्प विराम देतो. त्यानंतर प्रत्येक 2 अंकानंतर देतो. 3रे ,5वे आणि 7 वे अंकाचे स्वल्पविराम अंकांना अनुक्रमे हजार,लक्ष आणि कोटीमध्ये वेगळे करते. संख्या वाचनाच्या आंतरराष्ट्रीय पध्दतीत,स्वल्पविराम उजव्या बाजुने प्रत्येक तीन अंक झाल्यानंतर देतो. 3 रे आणि 6 वे अंकाचे स्वल्पविराम हजार आणि मिलीयनमध्ये वेगळे करते.

SCERT TELANGANA

5. दैनंदीन व्यवहारात बऱ्याच ठिकाणी मोठ्या संख्यांची आवश्यकता भासते. उदाहरणार्थ-.जिल्ह्यामधील विद्यार्थ्यांची संख्या मोजण्यासाठी, शहरातील किंवा गावातील लोकसंख्या मोजण्यासाठी, मोठ्या व्यवहारात पैशांची देण-घेण (विकणे आणि विकत घेणे), जास्त अंतर मोजणे जसे- देशातील वेगवेगळ्या शहरामधील अंतर तसेच जगातील अंतर

6. आठवण ठेवा. किलो म्हणजे 1000, सेंटी म्हणजे 100 वा भाग आणि मिली म्हणजे 1000 वा भाग. जसे-- 1 किलोमीटर = 1000 मीटर, 1 मीटर = 100 सेंटीमीटढ किंवा 1000 मिलीमीटर इत्यादी.

7. अश्या बरेच संदर्भात आपल्याला निश्चीत संख्यांची आवश्यकता नसते. फक्त एक चांगला अंदाज लावला तरी चालते.. उदा- किती लोकांनी आंतरराष्ट्रीय हॉकीचा सामना पाहिला ? इथे आपण अंदाजे 51,000, अशी संख्या सांगु शकतो.येथे आपल्याला निश्चीत संख्यांची आवश्यकता नसते.

8. अंदाजे सांगीतलेली संख्या निश्चीत संख्येच्या जवळपास असते. जसे- 4,117 ला अंदाजे 4,100 किंवा 4,000, म्हणजेच आपल्या आवश्यकतेनुसार जवळचे शतक किंवा हजार घ्यावे.

9. बऱ्याच संदर्भात संख्यांच्या मापन प्रक्रियेते अंदाज लावतो. हे सलग्र संपुर्ण संख्येत बदलण्यामुळे घडते, यात उत्तर जलद व स्तुलमानाने येते.

10. मुलभूत प्रक्रियांमध्ये उत्तराचा अंदाज लावल्याने याचा उपयोग उत्तर पडताळण्यासाठी होतो.

SCERT TELANGANA

श्रीनिवास रामानूजन (भारतीय)

1887 - 1920

संख्या शास्त्रामध्ये त्यांनी कार्य केले. रॉयल सोसायटी (इंग्लंड) चे पहीले सदस्य म्हणुन त्यांची निवड झाली होती. 1729 ही रामानूजन यांची संख्या म्हणुन ओळखली जाते. त्यांचा वाढदिवस म्हणुन दरवर्षी 22 डिसेंबरला साजरा केला जातो.

रामानूजच्या स्मृतीपित्यार्थ भारतीय शासनाने 2011 मध्ये पोस्टाचे तिकीट प्रदर्शित केले.

पुर्ण संख्या

2.1 प्रस्तावना

आपल्या पुर्वीच्या वर्गात,आपण वस्तुंची मांडणी कशी करावी ते शिकलो.वस्तुंची मोजणी करण्यासाठी आपल्याला 1, 2, 3, .संख्यांची गरज आहे. ह्या संख्यांना नैसर्गिक संख्या म्हणतात. N = {1, 2, 3, 4, ...}ह्या पद्धतीने आपण नैसर्गिक संख्यांना दाखवितो.

आपण नैसर्गिक संख्या शिकत असतांना असा अनुभव येतो की जर एखाद्या नैसर्गिक संख्यामध्ये '1' मिळविले तर त्या समोरची दुसरी नैसर्गिक संख्या प्राप्त होते. उदा- आपण जर 16 मध्ये 1 मिळविले असता 17 ही नैसर्गिक संख्या येते. अशाप्रकारे एखाद्या नैसर्गिक संख्या मधुन '1' वजा केले तर सर्वसाधारणपणे नैसर्गिक संख्याच मिळते.उदा.जर आपण 25 मधुन '1' वजा केले तर आपल्याला 24 मिळते. जे की नैसर्गिक संख्या होय. जर 1 मधुन '1' वजा केले तरी हे खरे ठरते का ?

9 च्या नंतर येणारी संख्या 10 आहे.

9 च्या अगोदर असणारी संख्या 8.

खाली दिलेल्या काही संख्येच्या नंतरची व अगोदरची संख्या लिहून खालील कोष्टक पूर्ण करा.

क्र.सं	नैसर्गिक संख्या	अगोदरची संख्या	नंतरची संख्या
1.	13		
2.	237		
3.	999		
4.	26		
5	9		
6	1		

खालील विषयावर तुमच्या मित्रासोबत चर्चा करा.

1. कोणत्या संख्येला नंतरची संख्या नाही ?
2. कोणत्या संख्येला अगोदरची संख्या नाही ?

2.2 पुर्ण संख्या

नैसर्गिक संख्या मध्ये '1' च्या अगोदरची संख्या नसते. नैसर्गिक संख्याच्या समुहामध्ये शुन्य (0) मिळवू . 0 आणि सर्व नैसर्गिक संख्याचा समुह मिळून पुर्ण संख्यांचा समुह बनतो.

पुर्ण संख्या खालील प्रकारे दर्शवितात.

W = {0, 1, 2, 3......}

SCERT TELANGANA

हे करा

सर्वात लहान पुर्ण संख्या कोणती असते ?

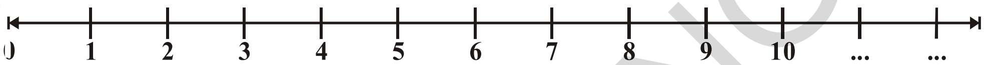
विचार करा,चर्चा करा आणि लिहा

1. सर्व नैसर्गिक संख्या पुर्ण संख्या असतात काय ?
2. सर्व पुर्ण संख्या नैसर्गिक संख्या असतात काय ?

2.3 संख्या रेषेवर पुर्ण संख्या दर्शविणे.

एक रेषा काढून त्यावर एक बिंदु घ्या. त्याला '0' हे चिन्ह द्या. '0' च्या उजव्या बाजुला समान अंतरावर तुम्हाला आवश्यक तेवढे बिंदु द्या. त्यांना अनुक्रमे 1, 2, 3, 4, ... अशी नावे द्या. कोणत्याही लागोपाठ येणाऱ्या बिंदुमधील अंतर हे एकक अंतर होय.उजव्या बाजुला तुम्हाला आवश्यक ती पुर्ण संख्या मिळते.

पुर्ण संख्यांसाठी संख्या खालील प्रकारे रेषा असते :



वरील संख्या रेषवरुन तुम्हाला असे समजते की कोणत्याही संख्या नंतर येणारी संख्या ही त्याच्या उजव्या बाजुला असते. उदा-.3 च्या नंतर येणारी संख्या 4 आहे ,4 ही 3 पेक्षा मोठी आहे.आणि ती 3 च्या उजव्या बाजुला आहे.

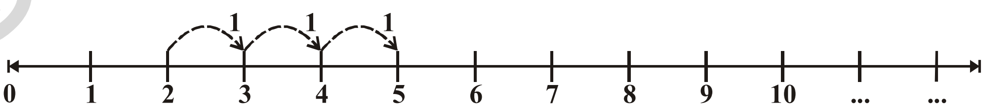
आता आपल्याला असे म्हणता येईल की शकतो एखाद्या संख्येच्या उजव्या बाजुला असलेली संख्या त्या संख्येपेक्षा मोठी असते ?

तुमच्या मित्रासोबत चर्चा करा आणि तक्ता भरा.

क्र.सं.	संख्या	संख्या रेषेमधील स्थान	संख्यामधील संबंध
1.	12, 8	8 च्या उजव्या 12 आहे.	12 > 8
2.	12, 16		
3.	236, 210		
4.	1182, 9521		
5.	10046, 10960		

संख्या रेषेवरील बेरीज

पुर्ण संख्यांची बेरीज संख्या रेषेवर दाखवु शकतो. खालील संख्या रेषेवर 2 आणि 3 ची बेरीज कशी केली आहे. ते पाहू.

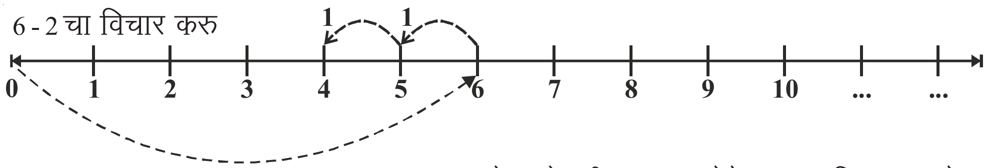


आपल्याला 2 मध्ये 3 मिळवायचे आहे.. 2 पासुन सुरुवात करा. वर दाखविल्याप्रमाणे संख्या रेषेच्या उजव्या बाजुला 3 उड्या घेतल्या तर 5 पर्यंत पोहचतो . म्हणुन 2 + 3 = 5

जेंव्हा आपल्याला दोन संख्यांची बेरीज करायची असते, तेंव्हा संख्या रेषेच्या संख्यापासुन उजव्या बाजुला तेवढ्या संख्या एकका पर्यंत जावे.

SCERT TELANGANA

संख्या रेषेवरील बेरीज



6 पासुन सुरुवात करा.आपल्याला 6 मधुन 2 वजा करायचे आहे.वरील संख्या रेषेवर दाखविल्याप्रमाणे 2 पाऊल डाव्या बाजुला टाका.तर आपल्याला 4 मिळते. म्हणुन 6 - 2 = 4 अशा तऱ्हाने डावीकडे जाणे म्हणजे वजाबाकी होय.

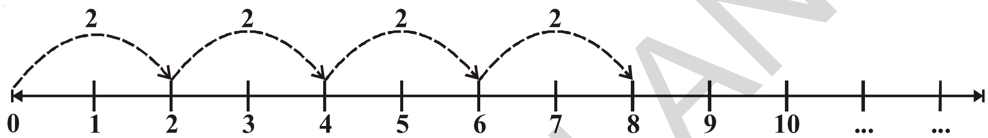
हे करा

संख्या रेषेवर हे दाखवा:

1. 5 + 3   2. 5 - 3   3. 3 + 5   4. 10 + 1

संख्या रेषेवर गुणाकार

संख्या रेषेवर पुर्ण संख्याचा गुणाकार कसे करतात.याबाबत आपण विचार करु या . 2×4 माहीत करु. 2×4 म्हणजे उजव्या बाजुच्या चार प्रत्येकी दोन पाऊल.



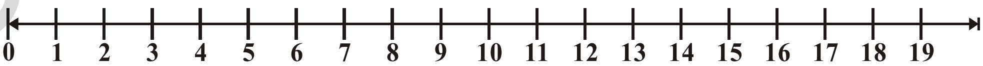
0 पासुन सुरुवात करा,उजव्या बाजुला संख्या रेषेवर एका वेळेस दोन एकक उडी मारा अशाप्रकारे 4 वेळेस उडी मारा आपल्याला 8 मिळते.म्हणुन $2 \times 4 = 8$

हे प्रयत्न करा

संख्या रेषेचा उपयोग करुन खालील माहीत करा:

1. 5 ही संख्या भेटण्यासाठी 8 मधुन कोणती संख्या वजा करावी लागणार ?
2. 1 ही संख्या भेटण्यासाठी 6 मधुन कोणती संख्या वजा करावी लागणार ?
3. 8 ही संख्या भेटण्यासाठी 6 मध्ये कोणती संख्या मिळवावी लागणार ?
4. 30 ही संख्या भेटण्यासाठी किती 6 पाहीजेत ?

राजु आणि गायत्री दोघांनी मिळुन एक संख्या रेषा लिहून त्यावर एक खेळ खेळले.



राजुने विचारले, "तु जर 3, 5 आणि 8 वर 3 वेळेस उडी मारलीस,तर तु कोठे पोहोंचशील. गायत्री म्हणाली की पहिल्या उडीला ती 3 वर दुसऱ्या उडीला 11 ला पोहचेल ,पुन्हा पाऊल म्हटले तर 16 वर पोहचेन. गायत्रीने सांगीतल्या प्रमाणे ती जिथे पोहोचली ते बरोबर आहे.असे तुम्हाला वाटते काय ?

गायत्रीचे पाऊल रेखाटा.

संख्या रेषेवर बेरीज आणि वजाबाकीची मदत घेवुन,तुमच्या मित्रासोबत तुम्ही हे खेळ खेळा.

SCERT TELANGANA

अभ्यास - 2.1

1. कोणते विधान सत्य (T) आणि कोणते विधान असत्य (F) आहे ते लिहा. तसेच चुकीचे विधान बरोबर करुन लिहा.
   - i. नैसर्गिक संख्यांच्या अगोदरची संख्या राहत नाही.
   - ii. सर्वात लहान पुर्ण संख्या 0 आहे.
   - iii. सर्व पुर्ण संख्या ह्या नैसर्गिक संख्या असतात.
   - iv. पुर्ण संख्याच्या संख्या रेषावर, संखेच्या उजव्या बाजुची संख्या ही त्या संखे पेक्षा मोठी असते.
   - v. पुर्णसंखेच्या संख्यारेषेवर,एखाद्या संखेच्या डाव्या बाजुची संख्या ही त्या संख्या पेक्षा लहान असते.
   - vi. सर्वात लहान पुर्ण संखेला संख्या रेषेवर दाखवने शक्य नाही.
   - vii. सर्वात मोठी पुर्ण संख्या आपण संख्या रेषेवर पाहु शकतो.
2. 27 आणि 46 मध्ये किती पुर्ण संख्या आहेत ?
3. संख्या रेषेचा उपयोग करुन खालील माहीत करा.
   i. 6 + 7 + 7 ii. 18 - 9 iii. 5 × 3
4. खालील संख्यांच्या जोडीत (संख्यारेषेवर) कोणती पुर्णसंख्या संख्याच्या उजव्या बाजुला आहे.
   i. 895; 239 ii. 1001; 10001 iii. 10015678; 284013
5. संख्या रेषेवर सर्वात लहान पुर्ण संख्येला खुण करा.
6. < किंवा > पैकी अचुक चिन्ह निवडून खालील रिकाम्या जागा भरा..
   i. 8 .... 7 ii. 5 2
   iii. 0 .... 1 iv. 10 5
7. 5 च्या नंतर येणारी 11 च्या अगोदरची संख्या संख्या रेषेवर दाखवा.

2.4 पुर्ण संख्येचे गुणधर्म

संख्यांचा अभ्यास चांगलो करण्यासाठी पुर्ण संख्याच्या गुणधर्माचा अभ्यास करणे आवश्यक आहे. तेव्हा काही गुणधर्म पाहु

कोणत्याही दोन पुर्ण संख्या घेवून त्यांची बेरीज करा.
आलेली बेरिज पुर्ण संख्या आहे का पाहून अजुन काही उदाहरणाचा विचार करुन तपासणी करा.
तुमच्या बेरीजा याप्रमाणे असतील:

2	+	3	=	5	ही पुर्ण संख्या आहे.
0	+	7	=	7	ही पुर्ण संख्या आहे.
20	+	51	=	71	ही पुर्ण संख्या आहे.
0	+	1	=	1	ही पुर्ण संख्या आहे.
0	+	0	=	0	ही पुर्ण संख्या आहे.

येथे आपल्याला असे निरीक्षणात आले की,कोणत्याही 2 पुर्णसंख्यांची बेरीजसुद्धा नेहमी पुर्णसंख्याच असते.

कोणत्याही दोन पुर्ण संख्याची बेरीज केली असता पुर्णसंख्या न येता दुसरी कोणतीही संख्या येईल,अशी संख्या तुम्ही शोधु शकता का ? आपल्याला असे दिसते की अशा कोणत्याही संख्या नाही,ज्याची बेरीज

SCERT TELANGANA

पुर्णसंख्येच्या व्यतिरिक्त संख्या आहे,म्हणजेच पुर्णसंख्यांचा समुह हा बेरजेसाठी संवृत्त आहे.या गुणधर्माला पुर्णसंख्याच्या बेरजेसाठी संवृत्ताचा गुणधर्म म्हणतात.

तर हाच गुणधर्म पुर्णसंख्याच्या गुणाकारासाठी लागु पडतो का.तपासणी करु.

तुमचे गुणाकार याप्रकारे असतील:

5	×	6	=	30,	ही पुर्णसंख्या आहे
11	×	0	=	0,	ही पुर्णसंख्या आहे
16	×	5	=	80,	ही पुर्णसंख्या आहे
10	×	100	=	1000,	ही पुर्णसंख्या आहे
7	×	16	=	112,	ही पुर्णसंख्या आहे

दोन पुर्णसंख्याचा गुणाकार सुध्दा पुर्णसख्याच दिसत आहे,यावरुन आपल्याला असे म्हणता येते की,पुर्ण संख्येच्या समुह हा गुणाकारामध्ये संवृत्त आहे.आपण असे म्हणु शकतो की पुर्णसंख्या बेरीज आणि गुणाकारामध्ये संवृत्त आहे.

विचार करा,चर्चा करा आणि लिहा

1. पुर्णसंख्याच्या वजाबाकीमध्ये संवृत्त आहेत का ?

तुमची वजाबाकी अशाप्रकारे येईल.

7 - 5 = 2 ही पुर्णसंख्या आहे

5 - 7 = ? हि पुर्णसंख्या नाही

..... - ..... = ...

..... - ..... = ...

शक्य तेवढी उदाहरणे देवून उत्तरे तपासून करा.

2. पुर्णसंख्याच्या भागाकारामध्ये संवृत्त आहेत का ?

खालील तक्तयाचे निरीक्षण करा:

6 ÷ 3 = 2 ही पुर्णसंख्या आहे

5 ÷ 2 = $\frac{5}{2}$ ही पुर्णसंख्या नाही

..... ÷ ..... = ...

..... ÷ ..... = ...

अशाच अजुन काही उदाहरणे घेवुन खात्री करुन घ्या.

शुन्याने भागाकार करणे. 6 ÷ 2 माहीत करु

6 भागीले 2 म्हणजे, 6 मधुन 2 पुन्हा-पुन्हा वजा करणे होय. म्हणजेच 0 येईपर्यंत आपण 6 मधुन 2 पुन्हा-पुन्हा वजा करत जायचे.

SCERT TELANGANA

6 - 2 = 4 पहील्यांदा

4 - 2 = 2 दुसऱ्यांदा

2- 2 = 0 तिसऱ्यांदा

म्हणुन 6 ÷ 2 = 3

3 ÷ 0 चा विचार करु

येथे आपल्याला 3 मधुन 0 वजा करायचे आहे.

3- 0 = 3 पहील्यांदा

3 - 0 = 3 दुसऱ्यांदा

3 - 0 = 3 तिसऱ्यांदा आणि पुन्हा-पुन्हा.....

हे संपेल का ? नाही म्हणुन 3 ÷ 0 ला उत्तर नाही जिथपर्यंत आपण पोहचु शकतो.म्हणुन कोणत्याही पुर्ण संख्येला 0 ने भाग दिले असता,आपल्याला माहीत असलेले उत्तर मिळणार नाही.म्हणुजेच 0 ने भाग देण्याची आस्था करता येत नाही.

हे करा

1. माहीत करा 12 ÷ 3 आणि 42 ÷ 7
2. 6 ÷ 0 आणि 9 ÷ 0 च्या बरोबर किती ?

पुर्ण संख्येचा क्रमनिरपेक्षतेचा गुणधर्म

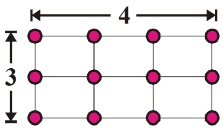
खालील बेरजांचे निरीक्षण करा;

2 + 3 = 5 ; 3 + 2 = 5

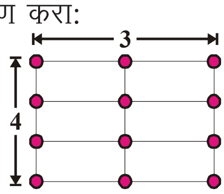
आपण पाहीले की,दोन्ही संदर्भात आपल्याला 5. मिळते.हे पहा

7 + 8 = 15 ; 8 + 7 = 15

आपल्याला असे समजते की 7 + 8 आणि 8 + 7 हे दोन्ही समान आहेत.
येथे संख्यांचा क्रम जरी बदलला असेल तरी बेरीज सारखी येत आहे.
अजुन काही उदाहरणाची तपासणी करा, 10 + 11, 25 + 10. अशा तऱ्हेने हे आपल्याला स्पष्ट झाले की,कोणत्याही क्रमात आपण दोन पुर्णसंख्यांची बेरीज करु शकतो. आपल्याला असे म्हणता येते की,पुर्णसंख्यांच्या बेरजेसाठी क्रमनिरपेक्षता असते. खालील आकृतीचे निरीक्षण करा:



4 × 3 = 12



3 × 4 = 12

वर पाहता असे दिसुन येते की,गुणाकार सारखा आहे.पण गुणाकारामध्ये त्या दोन पुर्ण संख्यांचा क्रम बदललेला आहे.

पुर्ण संख्येच्या अजुन उदा.ची तपासणी करा. जसे 6 × 5, 7 × 9 तुम्हाला त्यासारखे उत्तर मिळते का ?

अशा तऱ्हेने,पुर्ण संख्येसाठी बेरीज आणि गुणाकारमध्ये क्रमनिरपेक्षता गुणधर्म असतो.

SCERT TELANGANA

हे प्रयत्न करा

काही उदाहरणे घेऊन आणि तपासणी करा जसे -

1. पुर्ण संखेच्या वजाबाकीसाठी क्रमनिरपेक्षता असतो का नसतो ?
2. पुर्ण संखेच्या भागाकारासाठी क्रमनिरपेक्षता असतो का नसतो ?

बेरीज आणि गुणाकाराचे सहचर्य

खालीलचे निरीक्षण करा:

i. $(3 + 4) + 5 = 7 + 5 = 12$ ii. $3 + (4 + 5) = 3 + 9 = 12$

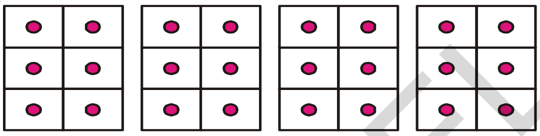
म्हणुन, $(3 + 4) + 5 = 3 + (4 + 5)$

(i) मध्ये,आपण सुरुवातीला 3 आणि 4 ची बेरीज केली आणि त्यामध्ये 5 मिळविलो.
(ii) मध्ये,आपण सुरुवातीला 4 आणि 5 ची बेरीज केली आणि त्यामध्ये 3 मिळविलो.
पण उत्तर सारखे आले.

यालाच पुर्णसंख्येच्या बेरजेसाठी साहचर्याचा गुणधर्म असे म्हणतात. अजुन 10 उदाहरणे तयार करुन त्याची तपासणी करा. तुम्हाला काही उदाहरणाची बेरीज वेगळी आलली दिसेल का ते पहा ?

खालीलचे निरीक्षण करा:

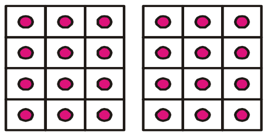
3×2 3×2 3×2 3×2



$4\times(3\times2) = (3\times2)$ चे चार पट

आकृती. (a)

4×3 4×3



$2 \times (4\times3) = (4\times3)$ चे दुप्पट

आकृती. (b)

आकृती (a) मधील ठोकळ्याची मोजणी करा तसेच आकृती (b) मधील सुद्धा.तुम्हाला काय भेटले ? ठोकळ्यांची संख्या समान आहे. आकृती (a) मध्ये प्रत्येक डब्यात आपल्या जवळ 2×3 ठोकळे आहेत. म्हणून एकुण ठोकळ्यांची संख्या $= (3 \times 2) \times 4 = 24$

आकृती (b) मध्ये प्रत्येक डब्यामध्ये 4×3 ठोकळे आहेत.

म्हणुन एकुण ठोकळ्यांची संख्या = $2 \times (4\times 3) = 24$

अशात-हेने $(3 \times 2) \times 4 = 2 \times (4\times 3)$

गुणाकारमध्ये सुध्दा आपल्याला सारखेच उत्तर दिसते.

हेच पुर्णसंख्येच्या गुणाकारासाठी साहचर्याचा गुणधर्म आहे.

अशाप्रकारे पुर्ण संख्येमध्ये बेरीज आणि गुणाकारासाठी साहचर्य असते.

हे करा

खालील सिद्ध करा:

i. $(5 \times 6) \times 2 = 5 \times (6 \times 2)$
ii. $(3 \times 7) \times 5 = 3 \times (7 \times 5)$

SCERT TELANGANA

उदाहरण -1. $196 + 57 + 4$. माहीत करा.

सोडवणुक : $196 + (57 + 4)$

$= 196 + (4 + 57)$ [क्रमनिरपेक्षतेचा गुणधर्म]

$= (196 + 4) + 57$ [सहचर्याचा गुणधर्म]

$= 200 + 57 = 257$

येथे आपण बेरजेसाठी क्रमनिरपेक्षतेचा आणि सहचर्याचा दोन्ही गुणधर्म वापरलो.

तुम्हाला असे वाटते की, क्रमनिरपेक्षतेचा आणि सहचर्याचा दोन्ही गुणधर्म वापरुन गणित सोप्या रितीने करु शकतो का ?

उदाहरण -2. माहीत करा. $5 \times 9 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

सोडवणुक : $5 \times 9 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$= 5 \times 2 \times 9 \times 2 \times 5 \times 3$ [क्रमनिरपेक्षतेचा गुणधर्म]

$= (5 \times 2) \times 9 \times (2 \times 5) \times 3$ [सहचर्याचा गुणधर्म]

$= 10 \times 9 \times 10 \times 3$

$= 90 \times 30 = 2700$

येथे आपण गुणाकारासाठी क्रमनिरपेक्षतेचा आणि सहचर्याचा दोन्ही गुणधर्म वापरलो.

तुम्हाला असे वाटते की,क्रमनिरपेक्षतेचा आणि सहचर्याचा दोन्ही गुणधर्म वापरुन गणित सोप्या रितीने करु शकतो का ?

हे करा

क्रमनिरपेक्षतेचा आणि सहचर्याचा गुणधर्म वापरुन सरळ रुप द्या:

i. $319 + 69 + 81$ ii. $431 + 37 + 69 + 63$

iii. $2 \times (71 \times 5)$ iv. $50 \times 17 \times 2$

विचार करा,चर्चा करुन लिहा

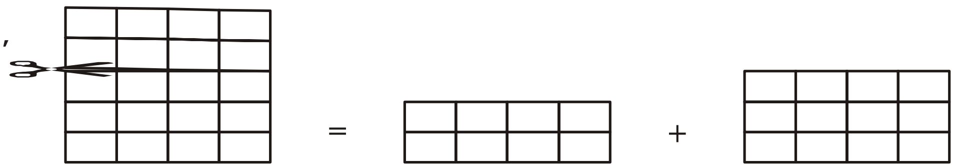
$(8 \div 2) \div 4 = 8 \div (2 \div 4)$ हे बरोबर आहे काय ?

भागाकारसाठी सहचर्याचा गुणधर्म पुर्ण संख्याच्या संचाला लागु पडतो का?

जर पुर्ण संख्येच्या वजाबाकीसाठी हा लागु पडत असेल तर तपासणी करा.

खालील निरीक्षण करा. तुमच्या उत्तराला पाच उदाहरणे देवुन सिध्द करा?

जेथे कात्री आहे, तिथुन कापा



5 × 4 **2 × 4** **3 × 4**

5×4 गंजाची जाडीचा कागद दोन तुकड्यामध्ये विभागले 2×4 आणि 3×4

SCERT TELANGANA

$5 \times 4 \quad = (2 \times 4) + (3 \times 4)$

$= 8 + 12 = 20$

त्याच प्रकारे $5 = 2 + 3,$

$5 \times 4 = (2 + 3) \times 4$ अशा प्रकारे आपण म्हणु शकतो की, $(2 + 3) \times 4 = (2 \times 4) + (3 \times 4)$

त्याच प्रकारे $(5 + 6) \times 7 = 11 \times 7 = 77$

$(5 \times 7) + (6 \times 7) = 35 + 42 = 77$

आपल्याला असे दिसते की दोन्ही सारखे आहे.

याला बेरजेमध्ये गुणकाराचा वितरणाचा गुणधर्म म्हणुन ओळखतात.

वितरणाच्या गुणधर्माचा वापर करुन माहीत करा. $2 \times (5 + 6); 5 \times (7 + 8), 19 \times 7 + 19 \times 3$

उदाहरण -3. वितरणाच्या गुणधर्माचा वापर करुन 12×75 शेवटीची किंमत शोधा?

सोडवणुक : $12 \times 75 \quad = 12 \times (70 + 5) \qquad = 12 \times (80 - 5)$

$= (12 \times 70) + (12 \times 5)$ or $\qquad = (12 \times 80) - (12 \times 5)$

$= 840 + 60 = 900 \qquad = 960 - 60 = 900$

हे करा

वितरणाच्या गुणधर्माचा वापर करुन माहीत करा. $25 \times 78; 17 \times 26; 49 \times 68 + 32 \times 49$

अविकारक (बेरीज आणि गुणाकारासाठी)

जेंव्हा तुम्ही 7 आणि 5 ची बेरीज कराल तेंव्हा तुम्हाला 12.ही पुर्ण नविन संख्या मिळते.दोन पुर्ण संख्याची बेरीज केली तर उत्तर नविन पुर्ण संख्या मिळते.पण हे सर्व पुर्ण संख्यासाठी लागु पडते का ?

तक्तयाचे निरीक्षण करा.

जेंव्हा आपण एखाद्या पुर्ण संख्येमध्ये शुन्य मिळवित आहो.तेंव्हा आपल्याला तीच पुर्ण संख्या मिळत आहे.

2	+	0	=	2
9	+	0	=	9
0	+	11	=	11
.....	+	25	=	25

पुर्ण संख्येच्या बेरजेसाठी शुन्याला बेरजेचे अविकारक म्हणतात.

आता खालील तक्तयाचा विचार करु:

1	×	9	=	9
6	×	5	=	30
6	×	4	=	24
5	×	1	=	5
11	×	1	=	11
2	×	3	=	6

वरील तक्तयाचे निरीक्षण केल्यानंतर आपल्याला असे समजते की 1ने कोणत्याही पुर्ण संख्येला गुणले असता आपणास परत तीच संख्या भेटते.

SCERT TELANGANA

आपल्याला असे दिसते की,जेंव्हा आपण एका पुर्ण संख्येला 1, ने गुणाकार करतो तेंव्हा त्याचे उत्तर तेच पुर्ण संख्या असते.पुर्ण संख्येच्या गुणाकारासाठी एक ला गुणाकाराचा अविकारक म्हणतात.

अभ्यास - 2.1

1. गणितीय क्रिया न करता दिलेल्या माहीतीचा वापर करुन उत्तर द्या.

i.	28	×	19	=	532	तर	19	×	28	=
ii.	1	×	47	=	47	तर	47	×	1	=
iii.	a	×	b	=	c	तर	b	×	a	=
iv.	58	+	42	=	100	तर	42	+	58	=
v.	85	+	0	=	85	तर	0	+	85	=
vi.	a	+	b	=	d	तर	b	+	a	=

2. अनुरुप पुनर्रचना करुन बेरजा करा:

   i. 238 + 695 + 162 ii. 154 + 197 + 46 + 203

3. योग्य अशी पुनर्रचना करुन गुणाकार करा.

   i. 25 × 1963 × 4 ii. 20 × 255 × 50 × 6

4. खालीलची किंमत काढा:

   i. 368 × 12 + 18 × 368 ii. 79 × 4319 + 4319 × 11

5. योग्य गुणधर्माचा वापर करुन गुणाकार करा:

   i. 205 × 1989 ii. 1991 × 1005

6. एक दुध विक्रेता एका वसतिगृहाला सकाळी 56 लिटर व सायंकाळी 44 लिटर दुध पुरवितो.जर दुधाची किंमत प्रती लिटर ₹ 30 आहे,तर त्याला दर दिवशी किती रुपये मिळत आहे ?

7. चंदना आणि वेनुने अनुक्रमे 12 आणि 10 वह्या विकत घेतल्या. प्रत्तेक वहीची किंमत ₹ 15 आहे.तर त्यांनी दुकानदाराला किती रुपये दिले पाहीजे ?

8. जोड्या जुळवा

i. 3+1991+7 = 3+7+1991	[ ]	a.	बेरजेचा अविकारक
ii. 2×68×50 = 2×50×68	[ ]	b.	गुणाकाराचा अविकारक
iii. 1	[ ]	c.	बेरजेमध्ये क्रमनिरपेक्षता
iv. 0	[ ]	d.	बेरजेमध्ये गुणाकाराच्या वितरणाचा गुणधर्म
v. 879×(100+30) = 879×100+879×30	[ ]	e.	गुणाकारामध्ये क्रमनिरपेक्षता

2.4 पुर्ण संख्यातील नमुना

प्राथमिक (मुळ) रुपात संख्याची रचना करण्याचा प्रयत्न करु या. दोन अक्षावर सारख्या अंतराच्या बिंदुच्या जाळीवर ठिपक्यांचे स्थापन केले .तर त्यांचे आकार (i) रेषा (ii) आयात (iii) चौरस (iv) त्रिकोणा सारखे बनते.प्रत्येक संख्याला यापैकी एखाद्या आकाराची रचना करायची असते अनियमित आकार लक्षात घेतल्या जात नाही.

SCERT TELANGANA

पुर्ण संख्यांना ठिपक्यांचा वापर करुन प्राथमिक आकारात दाखवु शकतो.खालीलचे निरीक्षण करा.

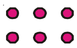
- प्रत्येक संख्येला रेषेमध्ये रचना करु शकतो.

  2 ही संख्या ह्या प्रमाणे दाखवतो

  3 ही संख्या ह्या प्रमाणे दाखवतो

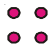
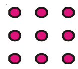
- काही संख्या आयतामध्ये सुद्धा दाखवु शकतो.

  उदाहरणार्थ

  6 ही संख्या ह्या प्रमाणे दाखवतो 

  ह्या आयतामध्ये असे दिसते की,तिथे 2 ओळी आणि 3 आहेत.

- काही संख्या जसे 4 किंवा 9, चौरसामध्ये रचना करु शकतो.

  4  9 

  इतर संख्यांनी सुध्दा यासारखे चौरस तयार होते का ? येथे आपण एक नमुना पाहु शकतो.

  $4 = 2 \times 2$ हे एक पुर्ण वर्ग संख्या आहे.

  $9 = 3 \times 3$ हे सुद्धा एक पुर्ण वर्ग संख्या आहे.

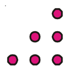
  चौरसाच्या आकारात करता येणारी पुढची संख्या कोणती आहे ?

  सोप्या रितीने आपण निरीक्षण करु शकतो की, $4 \times 4 = 16$ आणि 16 ही पुढची संख्या आहे.जे की पुर्ण वर्ग संख्या आहे.

  अशा 3 संख्या माहीत करा,जे चौरसाच्या आकारात रचना करु शकते ?

  अशा 5 ,संख्या सांगा जे आयातात रचना करु शकतो पण चौरसात नाही.

- काही संख्यांना त्रिकोणामध्ये सुद्धा रचना करु शकतो.

  3 6 

  नमुद करा की,त्रिकोणाच्या रचनेमध्ये दोन बाजु समान असतात.पायाच्या ओळीत ठिपक्याची संख्या 4, 3, 2, 1 असु शकतात.वरच्या ओळीत केंव्हाही एकच ठिपका असतो.जो की शिरोबिंदु दर्शवितो.

  त्रिकोणाच्या आकारात येणारी पुढची संख्या कोणती आहे ? आणि त्याची पुढची.

  तुम्ही येथील काही नमुन्यांचे निरीक्षण केले आहे का ? प्रत्येक ओळीच्या ठिपक्याच्या संख्यांचे निरीक्षण करा आणि त्या बाबत विचार करा.आता खालील तक्ता पुर्ण करा:

संख्या	रेषा	आयात	चौरस	त्रिकोण
2	होय	नाही	नाही	नाही
3	होय	नाही	नाही	होय
4	होय	होय	होय	नाही
5				
.....				
25				

SCERT TELANGANA

हे करा

1. कोणत्या संख्यांना फक्त रेषेत दाखवु शकतो ?
2. कोणत्या संख्यांना आयतात दाखवु शकतो ?
3. कोणत्या संख्यांना चौरसात दाखवु शकतो ?
4. कोणत्या संख्यांना त्रिकोणात दाखवु शकतो ? उदा. 3, 6, ...

संख्यांचे नमुने-

प्रक्रीयांना सरळ रुप देतांना आपण नमुन्यांचा वापर करतो जे आपल्याला मार्गदर्शन करते:

1. $296 + 9 = 296 + 10 - 1 = 306 - 1 = 305$
2. $296 - 9 = 296 - 10 + 1 = 286 + 1 = 287$
3. $296 + 99 = 296 + 100 - 1 = 396 - 1 = 395$
4. $296 - 99 = 296 - 100 + 1 = 196 + 1 = 197$

अजुन एक नमुना पहा:

1. $65 \times 99 = 65 (100 - 1) = 6500 - 65 = 6435$
2. $65 \times 999 = 65 (1000 - 1) = 65000 - 65 = 64935$
3. $65 \times 9999 = 65 (10000 - 1) = 650000 - 65 = 649935$
4. $65 \times 99999 = 65 (100000 - 1) = 6500000 - 65 = 6499935$

एखाद्या संख्येला 9, 99, 999, ... यासारख्या संख्येने जलद कसे गुणाकार करावे हे येथे आपण पाहु शकतो. ही जलद पद्धत बेरजा करण्यासाठी समर्थपणे आपल्याला उपयोगी पडते.

खालील नमुन्याचे निरीक्षण करा,हे 5, 15, 25, ... ने एख्याद्या संख्येला गुणाकार करण्यासाठी उपाय सांगत आहे. (याला अजुन पुन्हा वाढविण्यासाठी तुम्ही विचार करा.)

a. $46 \times 5 = 46 \times \frac{10}{2} = \frac{460}{2} = 230 \qquad = 230 \times 1$

b. $46 \times 15 = 46 \times (10 + 5)$

$= 46 \times 10 + 46 \times 5 = 460 + 230 = 690 = 230 \times 3$

c. $46 \times 25 = 46 \times (20 + 5)$

$= 46 \times 20 + 46 \times 5 = 920 + 230 = 1150 = 230 \times 5$ .....

अजुन काही उदाहरण या पद्धतीने सोडविण्यासाठी तुम्ही विचार करु शकता का.

अभ्यास - 2.3

1. नमुन्याचा अभ्यास करा:

$1 \times 8 + 1 = 9$

$12 \times 8 + 2 = 98$

SCERT TELANGANA

$123 \times 8 + 3 \quad = 987$

$1234 \times 8 + 4 \quad = 9876$

$12345 \times 8 + 5 \quad = 98765$

समोरच्या चार पायऱ्या लिहा.हा नमुना कसा काम करते ते तुम्ही माहीत करु शकता का ?

2. नमुनाचा अभ्यास करा:

$91 \times 11 \times 1 = 1001$

$91 \times 11 \times 2 = 2002$

$91 \times 11 \times 3 = 3003$

समोरच्या सात पायऱ्या लिहा.तपासणी करा, उत्तर बरोबर आहे का पहा.

$143 \times 7 \times 1$, $143 \times 7 \times 2$ ..... नमुना तयार करण्यासाठी प्रयत्न करा.

3. 13680347, 35702369 आणि 25692359 या संख्यांना 9 ने तोडी कसे गुणाकार करावे.त्यासाठी कोणता नमुना आहे ?

4. 1ला 7 ने भाग द्या आणि नमुन्याचा अभ्यास करा.

आपण काय चर्चा केली ?

1. मोजण्यासाठी वापरणाऱ्या 1, 2, 3, ... , संख्यांना नैसर्गिक संख्या म्हणतात.
2. फक्त 1 ला सोडुन प्रत्येक नैसर्गिक संख्येला त्या नंतरची संख्या असते.तसेच नैसर्गिक संख्येला त्या अगोदरची संख्या असते.
3. नैसर्गिक संख्याच्या समुहामध्ये जर आपण शुन्य मिळविले तर आपल्याला पुर्ण संख्येचा समुह भेटतो. $W = \{0, 1, 2, 3, ...\}$
4. फक्त 1 ला सोडुन प्रत्येक पुर्ण संख्येला त्या नंतरची संख्या असते.तसेच प्रत्येक पुर्ण संख्येला त्या अगोदरची संख्या असते.
5. सर्व नैसर्गिक संख्या,पुर्ण संख्या होत.शुन्याला सोडुन सर्व पुर्ण संख्या,नैसर्गिक संख्या आहेत.
6. संख्या रेषा काढुन त्यावर पुर्ण संख्या दर्शविने,त्या संख्या रेषेद्वारे आपण सोप्या रितीने बेरीज,वजाबाकी आणि गुणाकार करु शकतो.
7. बेरीज काढण्यासाठी संख्या रेषेवर उजव्या बाजुला जावे.व वजाबाकीसाठी डाव्या बाजुला जावे.आणि गुणाकारासाठी शुन्यापासुन समान अंतरावर उडी मारावी.
8. बेरीज आणि गुणाकारमध्ये पुर्णसंख्या संवृत्त आहे.पण पुर्ण संख्या वजाबाकी आणि भागाकारामध्ये संवृत्त नाही आहे.
9. शुन्य ने भागाकाराची व्याख्या करता येत नाही.
10. पुर्ण संख्येचे शुन्य हे बेरजेचे अविकारक आहे.आणि 1 हा गुणाकाराचा अविकारक आहे.
11. पुर्ण संख्येला बेरीज आणि गुणाकाराचा क्रमनिरपेक्षतेचा गुणधर्म असतो
12. पुर्ण संख्येला बेरीज आणि गुणाकाराचा साहचर्य गुणधर्म असतो.
13. पुर्ण संख्येला बेरीजेमध्ये गुणाकाराचा वितरण गुणधर्म असते.
14. गणिताला सरळरुप देतांना पुर्णसंख्याच्या क्रमनिरपेक्ष,साहचर्य आणि वितरणाचा वापर केल्याने गणित सोडवणे सोपे जाते पण आपण त्यांची पुर्णसंख्यांची माहीती असल्याशिवाय त्यांना वापरु शकत नाही.
15. संख्येचा नमुना हा नुसता मजेदार नसुन ते तोंडी गणित करण्यासाठी खुप फायेदेशीर आहे ते आपल्याला संख्यांचे गुणधर्म चांगले समजण्यासाठी मदत करतात.

SCERT TELANGANA

संख्याशी खेळ

प्रकरण - 3

3.1 प्रस्तावना

संदर्भाचे निरिक्षण करु.

हासीनी ने तीच्या वाढदिवसाला तिच्या मैत्रीणीना चाँकलेट वाटायचे ठरविले.तिच्या वडीलाने 125 चॉकलेट असलेला बॉक्स विकत आणला. त्या वर्गात एकून 25 विद्यार्थी आहेत. प्रत्येकाला समान चॉकलेट वाटावे असे तिने ठरविले. तिने विचार केली की, प्रत्येकाला 2 चाँकलेट वाटावे पण तिच्या लक्षात आले की पुन्हा चाँकलेट उरतील. पुन्हा तिने 3 दयायचे ठरविले पण पुन्हा तिच्या लक्षात आले की काही चॉकलेट उरत आहेत शेवटी तिने प्रत्येकाला 5 चॉकलेट द्यायचा विचार केला आणि तिच्या लक्षात आले की आता चॉकलेट उरणार नाही

वर्गातील सर्व विद्यार्थ्याना समान प्रमाणात वाटण्यासाठी अजून कोणता तरी पध्दत आहे का? विचार करा. ती 125 ला 25 ने भाग देऊ शकते. पुर्वीच्या वर्गात तुम्ही नियम शिकला आहात, दिलेल्या संख्याला 2, 3, 5, 6, 9 आणि 10.ने भाग जातो की नाही. ह्या धड्यात पुन्हा त्याची उजळणी करुन नंतर पुन्हा 4, 8 आणि 11.विभाज्यताच्या नियमाचा शोध लावू.

3.2 विभाज्यता

29 चा विचार करु. जेव्हा तुम्ही 29 ला 4 ने भाग देता, तेव्हा बाकी 1 आणि भागाकार 7 येतो

29 ला 4 ने पुर्ण भाग जाते असे तुम्ही म्हणू शकता का ? त्याचे कारण काय ?

जेव्हा 24 ला 4 ने भाग देतो तेव्हा बाकी आणि भागाकार माहीत करा ?

24 ला 4 ने पर्ण भाग जातो का ? कारण काय ?

म्हणून, आपल्याला असे समजते की एख्याद्या संख्येने एख्याद्या संख्याला पुर्ण भाग जाणे म्हणजे बाकी शुन्य येणे होय. भागाकार न करता, एखादया संख्येला एख्याद्या संख्येने पुर्ण भाग जातो की नाही हे तपासणीच्या प्रक्रियेला त्या संख्येचा विभाज्यता नियम असे म्हणतो. आता पुर्वीच्या वर्गात शिकलेल्या नियमाची उजळणी करु या.

SCERT TELANGANA

3.2.1 2 चा विभाज्यता नियम

खालील दिलेल्या संख्या चार्ट पहा .

संख्या चार्ट (रेखा चित्र)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

आता 2 या सर्व गुणकावर फुली (Cross) मारा . या संख्या मध्ये एकक स्थानावर तुम्हाला कोणता तरी नमुना दिसत आहे काय ?

या संर्व संख्येच्या एकक स्थानी 0, 2, 4, 6, 8 या पैकी एखादा अंक आहे या. निरिक्षनावरुन आपल्याला असे म्हणता येईल की, एख्याद्या संख्याच्या एकम स्थानी 0, 2, 4, 6, 8 या पैकी कोणताही एखादा अंक असेल तर त्या संख्येस **2** ने पुर्ण भाग जातो.

हे करा

953, 9534, 900, 452 ने पुर्ण भाग जाते का ? तसेच भागाकार करुन तपासणी करा

3.2.2 3 चा विभाज्यता नियम

आता 3 च्या सर्व गुणकावर गोल करा. तुम्ही 21, 27, 36, 54 इत्यादी सारख्या संख्यावर गोल केले असेल. या संख्यांमध्ये एकक स्थानावर तुम्हाला कोणता तरी नमुना तक्त्यात दिसत आहे काय ? नाही ? एकक स्थानावर असलेल्या सारख्या अंकाच्या काही संख्यना 3 ने भाग जाते. काही संख्याना 3 ने भाग जात नाही उदाहरण- 27 आणि 37 मध्ये एकक स्थानी 7 आहे तर त्या दोन्ही संख्याना 3 ने पुर्ण भाग जातो का ? आता 21, 36, 54, 63, 72, 117 या संख्यामधील अंकाची बेरीज करु

2 + 1 = 3   5 + 4 = ______   7 + 5 = ______

3 + 6 = ______   6 + 3 = ______   1 + 1 + 7 = ______

सर्वाच्या बेरजेला 3 ने पुर्ण भाग जातो आपण असे म्हणू शकतो की, जर अंकाची बेरीच 3 चे गुणक असेल
तर त्या संख्येला 3 ने पुर्ण भाग जाते गोल केलेल्या संख्याना या नियमाची तपासणी करुन पहा.

SCERT TELANGANA

हे करा .

खालील संख्याना 3 ने पुर्ण भाग जातो का ? तपासणी करा ?

i. 45986 ii. 36129 iii. 7874

3.2.3 6 चा विभाज्यता मियम

संख्या चार्ट वर 6 च्या सर्व गुणक संख्या वर फुली मारा.

तुम्हाला त्या संख्या मध्ये विशेष असे काही दिसले काय ?

होय. त्या संख्याना 2 आणि 3 ने पुर्ण भाग जातो. जर एख्याद्या संख्येला 2 आणि 3 दोन्ही संखेने पुर्ण भाग जात असेल तर त्या संख्येला 6 ले पुर्ण भाग जाता असे समजावे.

हे प्रयत्न करा

1 7224 ला 6 ने पुर्ण भाग जातो का नाही ?

2. 6 ने पुर्ण भाग जाणाऱ्या 4 अंकी दोन संख्या सांगा

3. अशी एखांदी संख्या सांगा ज्याला 6 ने पुर्ण भाग जातो पण 2 आणि 3 ने पुर्ण भाग जात नाही ? का बरे?

3.2.4 9 चा विभाज्यता नियम

संख्या चार्ट वर 9 च्या गुणक संख्या वर ☐ हा बॉक्स ठेवा

आता 9 चा विभज्यता नियम बनविणयासाठी प्रयत्न करा (सुचना : अंकाची बेरीज)

ह्या संख्याच्या अंकाच्या बेरजेला सुद्धा 9 ने भाग जातो. .

उदा: आपण जर 81 घेतलो तर , 8 + 1 = 9 तसेच 99, 9 + 9 = 18 या दोन्ही बेरीजेला 9 ने भाग जातो. संख्याच्या सर्व अंकाच्या बेरजेला 9 ने पुर्ण भाग जात असेल तर त्या संख्येला 9 ने पुर्ण भाग जातो.

हे करा

1. 9846 ला 9 ने पुर्ण भाग जातो का ? तपासणी करा ?
2. भागाकार न करता 8998794 ला 9 ने पुर्ण भाग जातो का सांगा ?
3. 786 ला 3 आणि 9 या दोन्ही संख्येने पुर्ण भाग जातो का ? तपासणी करा.?

3.2.5 5 चा विभाज्यता नियम :

20, 25, 30, 35, 40, 45, 50 या सर्व संख्याना 5 ने पुर्ण भाग जातो का

53 ला 5 ने पुर्ण भाग जाते का ? कारण काय?

एख्याद्या संख्येच्या एकक स्थानावर 0 किवा 5 या पैकी एख्यादा अंक असेल तर त्या संख्येला 5 ने पुर्ण भाग जातो असे तुम्ही म्हणू शकता का ?

5785, 6021, 1000, 101010, 9005 या संख्याचा विचार करु. एक अंदाज करा . कोणत्या संख्याना 5 ने पुर्ण भाग जातो पहा. तसेच भागाकार करुन ते सिद्ध करा.

SCERT TELANGANA

3.2.6 10 चा विभाज्यता नियम

10 ने भाग जाणाऱ्या सर्व संख्याना खुण करा .

तुमच्या लक्षात काय आले?

1. सर्वाच्या एकम स्थानी 0 आहे
2. त्याच सर्व संख्याना दोन्ही 5 आणि 2 ने पुर्ण भाग जातो

अभ्यास 3.1

1. खालील पैकी कोणत्या संख्याना 2 ने 3 ने आणि 6 ने पुर्ण भाग जातो ?

   (i) 321729 (ii) 197232 (iii) 972132 (iv) 1790184

   (v) 312792 (vi) 800552 (vii) 4335 (viii) 726352

2. खालील पैकी कोणत्या संख्याना 5 आणि 10 ने पुर्ण भाग जातो ते माहीत करा.

   25, 125, 250, 1250, 10205, 70985, 45880

ज्या संख्याना 10 ने पुर्ण भाग जात आहे. त्या संख्येला दोन्ही 2 आणि 5 संख्याने पुर्ण भाग जात आहे का ? तपासणी करा.

3. 3 आणि 9 च्या विभाज्यता नियमाचा वापर करुन खालील तक्ता भरा.

संख्या	संख्या मधील अंकाची बेरीज	ने भाग जाणे	
		3	9
72	....		
197	....		
4689	....		
79875	....		
988974	9 + 8 + 8 + 9 + 7 + 4 =45	होय	होय

4. 1, 9 आणि 8 या अंकाचा वापर करुन तीन वेग वेगळ्या 3 अं की संख्या तयार करा एक अंक एकदाच वापरा या पैकी कोणत्या संख्येला 9 ने पुर्ण भाग जातो ? तपासणी करा.

5. 12345 या संख्येला 2, 3, 5, 6, 9 या पैकी कोणत.या सख्येने पुर्ण भाग जाते

   12345 ला उलटे लिहा आणि पुन्हा तपासणी करा कोणत्या सख्येला पुर्ण भाग जाते ?

6. 3, 4 आणि 5 या अंकाचा वापर करुन वेगवेगळ्या दोन अंकी संख्या लिहा आणि या संख्याना 2, 3, 5, 6, आणि 9 या पैकी कोणत्या संख्येने पुर्ण भाग जातो.यांची तपासणी करा.

7. खालील रिकाम्या जागात अशी सर्वात लहान व सर्वात मोठा अंक लिहा. तयार झालेल्या संखेला 3 ने पुर्ण भाग जायला पाहीजे.

   i. __ 6724 ii. 4765__ 2 iii. 7221__ 5

8. ------- मध्ये अशी कोणती सर्वात लहान संख्या मिळविली तर तीला 5 ने पुर्ण भाग जातो ?

9 256 मधुन अशी कोणती सर्वात लहान संख्या वजा केली तर तीला 10 ने पुर्ण भाग जातो.?

SCERT TELANGANA

3.3 अवयव

2, 3, 5, 6, 9 आणि 10. याच्या विभाज्यता परिक्षणाबद्दल आपण शिकलो आणि नियम सुध्दा माहीत केलो तर आतां आपण अवयवाचा विचार करु.

एका संदर्भाचे निरक्षण करु :

देवी जवळ 6 नाणे आहेत. त्या सर्व नाण्याना सारख्या संख्येत स्तंभा मध्ये रचना करावी तिने असे ठरविले तीने बरेच पदधतीने रचना केली.

संदर्भ (i) प्रत्येक स्तंभात 1 नाणे

स्तंभातची संख्या = 6

एकुन नाण्याची संख्या = 1 × 6 = 6

संदर्भ (ii) प्रत्येक स्तंभात 2 नाणे

स्तंभातची संख्या = 3

एकुन नाण्याची संख्या = 2 × 3 = 6

संदर्भ (iii) प्रत्येक स्तंभात 3 नाणे

स्तंभातची संख्या = 2

एकुन नाण्याची संख्या = 3 × 2 = 6

संदर्भ (iv) प्रत्येक स्तंभात 6 नाणे

स्तंभातची संख्या = 1

एकुन नाण्याची संख्या = 6 × 1 = 6

सर्व 6 नाण्याचा वापर करुन एवढ्या पध्दतीने त्याची रचना करु शकतो. या रचने वरुन ,देवीला असे निदर्शनास आले की 6 ला बऱ्याच पध्दतीने दोन संख्याच्या गुणाकारा मध्ये लिहिता येते.

6 = 1 × 6   6 = 2 × 3   6 = 3 × 2   6 = 6 × 1

6 = 2 × 3 वरुन असे म्हणता येईल की 6 ला 2 आणि 3 ने पुर्ण भाग जातो. म्हणुन 2 आणि 3 हे 6 चे अवयव आहेत. अजून 6 = 1 × 6 ह्या गुणाकारावरुन 6 आणि 1 सुध्दा 6 चे अवयव आहेत.

6 चे 1, 2, 3 आणि 6 हे अवयव आहेत

एखाद्या संख्येने एखाद्या संख्येला पुर्ण भाग जात असेल तर ती संख्या त्या संख्येचा अवयव असतो. दुसऱ्या शब्दात प्रत्येक संखेला त्याच्या अवयवाने पुर्ण भाग जातो. येथे 1, 2, 3 आणि 6 हे सर्व 6 चे अवयव आहेत. तसेच 1 आणि 19 हे 19 चे अवयव आहेत. 16 चे 5 हे अवयव नाही का ?

त्याचे निरिक्षण करा.

संख्या	अवयव
12	1, 2, 3, 4, 6, 12
18	1, 2, 3, 6, 9, 18
20	1, 2, 4, 5, 10, 20
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

वरील तक त्या वरुन आपल्याला असे लक्षात येते की ,1. प्रत्येक संख्येला 1 हा अवयव असतो आणि तो सर्वात लहान अवयव असतो.

SCERT TELANGANA

2. प्रत्येक संख्या तीच्या स्वतःचा अवयव असते आणि तो सर्वात मोठा अवयव असतो.

3. एखाद्या संख्याचे अवयव तेवढेच किंवा त्याच्या पेक्षा लहान असू शकते..

4. दिलेल्या सख्याच्या अवयवांची संख्या मोजता येते.

हे करा

1. 80 चे अवयव माहीत करा.

2. दिलेल्या संख्येला त्याच्या सर्व अवयवाने पुर्ण भाग जाते का ? 28 चे अवयव काढा आणि भागाकाराने पडताळा करा

3. 15 आणि 24.चा अवयव 3 आहे त्याच्या फरकाचा सुध्दा 3 हा अवयव आहे का ?

3.4 मुळ आणि संयुक्त संख्या

काही संख्याच्या अवयवाच्या संख्येचे निरीक्षण करु जे खाली दिलेले आहे.

संख्या	अवयव	अवयवाची संख्या
1	1	1
2	1, 2	2*
3	1, 3	2*
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2*
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2*

वरच्या तक्त्या वरुन सांगा कोणत्या संख्येला फक्त दोन अवयव आहेत ?

2, 3, 5 आणि 7, अशा चार संख्या आहत ज्याला फक्त दोन अवयव आहेत (* ने दाखविले) म्हणजे ज्या संख्येला एक. 1 आणि स्वतःतीच सख्या असे दोनच अवयव असतात अशा संख्याना मुळसंख्या म्हणतात .

कोणत्या संख्याला दोन पेक्षा जास्त अवयव आहेत ?

ज्या सख्यांना दोन पेक्षा जास्त अवयव असतात जसे 4, 6. अश्या संख्याना संयुक्त संख्या असे म्हणतात.

10 पेक्षा मोठी असलेली 5 संयुक्त संख्यांची उदाहरणे सांगा .कोणत्या संख्याला फक्त एकच अवयव आहे? 1ला फक्त 1 हाच आवयव असतो (ती स्वतःच) म्हणुन, 1 ही मुळ संख्या ही नाही आणि सयुक्त संख्या ही नाही.

हे प्रयत्न करा.

1. सर्वात लहान मुळ संख्या कोणती आहे ?
2. सर्वात लहान संयुक्त सख्या केाणती आहे?
3. सर्वात लहान विषम संयुक्त सख्या केाणती आहे?
4. 5 विषम आणि 5 सम संयुक्त सख्या सांगा?
5. 1 हे मुळ आहे का संयुक्त आहे?

SCERT TELANGANA

संख्याच्या अवयवाची तपासणी न करता आपण 1 ते 100 पर्यंतच्या मुळ सख्या सहज सोप्या रितीने माहीत करु शकतो. ही पध्दत एरोटोस्थेनिस ग्रीक गणिततज्ञाची आहे. हे खीस्तपूर्व तीसऱ्या शतकात होऊन गेले. तर आता ही पध्दत पाहू. 1 ते 100 पर्यंतल्या संख्या खाली दिल्या प्रमाणे लिहा.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

पायरी -1. 1 वर फुली मारा कारण 1 हे मुळ संख्या नाही आणि सयुक्त संख्या पण नाही,

पायरी -2 2 ला गोल करा 2 च्या सर्व गुणकावर फुली मारा जसे- 4,6,8.....

पायरी -3 नंतर 3 ही फुली न मारलेली संख्या आहे म्हणुन 3 ला गोल करा आणि त्याच्या सर्व गुणकावर फुली मारा.

पायरी -4 . नंतर 5 ही फुली न मारलेली संख्या आहे तीला गोल करुन त्याच्या गुणका वर फुली मारा

पायरी -5 अशाप्रकारे सर्व संख्यासंपेपर्यत करा. सर्व गोल केलेल्या संख्या मूळ संख्या असतील व फुली मारलेल्या संयुक्त संख्या असतील.

हे प्रयत्न करा.

1. एखाद्या मुळ संख्याच्या अंकाची अदला बदल केल्यास येणारी संख्या पण मुळ संख्या असते. का याचा आदाज तुम्ही करु शकता का?

   (सुचना: 2 अंकी मुळसंख्या घ्या)

2. 311 हे मुळ संख्या आहे हे तुम्हाला माहीत आहे .अंकाची पुर्णरचना करुन तुम्ही दोन नवीन मुळ संख्या लिहु शकता का ?

3.4.1 सहमुळ (co prime or Positive prime)

3 आणि 8.या सख्या विचारात घ्या. 1 आणि 3 हे 3 चे अवयव आहे

1,2,4 आणि 8.हे 8.चे अवयव आहे

3 आणि 8 दोन्हीचा सामाईक अवयव फक्त 1 आहे अशा तऱ्हेने,ज्या दोन संख्याना फक्त एकसामाईक अवयव आसतो त्यांना सहमुळ संख्या म्हणतात. सामाईक आवयव आसतो त्यांना सहमुळ संख्या म्हणतात.

SCERT TELANGANA

उदाहरण, 4 आणि 5, या दोन सहमुळ सख्याचा विचार करु.

सोडवणुक- 4 आणि 5 या दोन्ही मुळ संख्या आहेत का?

नाहीत. 4 ही मुळ संख्या नाही फक्त 5 ही मुळ संख्या आहे

म्हणुन दोन मुळ संख्या हे सहमुळ संख्या होतात पण सहमुळ होव्यासाठी मुळसंख्या होणे आवश्यकनाही.

जोड मुळ

ज्या दोन मुळ संख्येमध्ये 2 चा फरक असतो अशा संख्याना जोड मुळ संख्या म्हणतात.

उदा- (3,5), (5,7), (11, 13), (41,43) इत्यादी

हे करा

खालील संख्या वरुन वेगवेळया सहमुळ सख्यच्या जोडया तयार करा

1 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 आणि 10

अभ्यास - 3.2

1. रवालील संख्याचे अवयव काढा.

   i. 36 ii. 23 iii. 96 iv. 115

2. रवालील पैकी केाणती जोडी सहमुळ आहे,

   i. 18 आणि 35 ii. 216 आणि 215

   iii. 30 आणि 415 iv. 17 आणि 68

3. 1 आणि 20 मध्ये सर्वात मोठी मुळ संख्या कोणती आहे,?

4. 10 ते 30 मधील संख्याना, मुळ आणि संयुक्त संख्या मध्ये विभागणी करा,

5. 17 आणि 71 हया मुळ संख्या आहेत. हया दोन्ही संरव्येला 1आणि 7 सारखे अंक आहेत या सारखे 100 च्या कमी असलेल्या दोन जोड्या माहीत करा

6. 20 च्या आधीच्या तीन जोड मुळ संख्याच्या जोड्या लिहा

7. दोन मुळ संख्याचा गुणाकार 35 येणाऱ्या दोन मुळ संख्या लीहा ?

8. दोन विषम संख्याची बेरीज 36 येईल अशा दोन विषम मुळ संख्या सांगा ?

9. 100 पेक्षा लहान आणि क्रमाने येणाऱ्या सात संयुक्त संख्या लीहा.

10. तिन विषम मुळ संख्याची बेरीज 53 येईल आशा तिन विषम मुळ संख्या लीहा?

11. ज्याचा फरक10 असेल अशादोन मुळ संख्या लीहा ?

12. 20 पेक्षा लहान असलेल्या तिन विषम संख्याच्या जोडया लिहा. ज्यांच्या बेरीजेला 5 ने पुर्ण भाग जातो?

SCERT TELANGANA

मुळ अवयव पाडणे

जेव्हा एखाद्या संख्याला त्याच्या अवयवाच्या गुणाकाराच्या रुपात लिहीते तेव्हा आपण असे म्हणतो की त्या संखेचे अवयव पडले. अवयव माहित करण्याच्या प्रक्रियेला अवयव पाडणे असे म्हणतात.संखेचे अवयव पाडण्यासाठी बरेच मार्ग आहेत. चे अवयव खालील प्रकारे पाडता येतात.

a. $24 = 1 \times 24$ b. $24 = 2 \times 12$ c. $24 = 3 \times 8$

d. $24 = 4 \times 6$ e. $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

(a), (b) आणी (c) मध्ये एक आवयव मुळ आहे आणि दुसरा सयुक्त आहे (d) मध्ये दोन्ही अवयव संयुक्त संख्या आहेत. पण (e) मध्ये सर्व अवयव मुळ संख्या आहेत.

(e) प्रकारे अवयव पाडणे जेथे सर्व अवयव मुळ संख्या असतात, यालाच मुळ अवयव पाडणे असे म्हणतात.

म्हणजेच मुळ अवयव अवयावाचे पुन्हा अवयव पडत नाहीत

3.5.1 मुळ अवयव पाडण्याची पध्दत

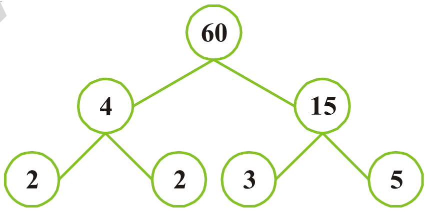
1. **भागाकार पध्दत :**भागाकार पध्दतीचा वापर करुन 42 या संख्येचे मुळ अवयव कसे पाडावे ते खालील प्रमाणे आहे

सर्वात लहान मुळ अवयवाने भाग द्या. सुरुवात करा. शेवटी 1 येइ पर्यत भाग देने चालुच ठेवा.

2	42
3	21
7	7
	1

$\therefore$ 42 चे मुळ अवयव $2 \times 3 \times 7$ आहेत.

2. **झाड पध्दत:** अवयवाचे झाड काढुन 60 ला मुळ अवयव कसे ते माहीत करु ते खालील प्रमाणे आहे.



पायरी-1: दोन संख्याच्या गुणाकार मध्ये 60 दाखवा.

पायरी -2: 4 आणि 15 प्रमाण हे सयुक्त संख्या असल्यामुळे त्याचे पुन्हा अवयव पाडा.

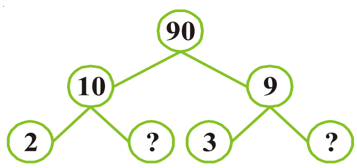
पायरी-3: मुळ अवयव येइपर्यत ही पध्दत चालुच ठेवा . 60चे मुळ अवयव = 2 x 2 x 3 x 5

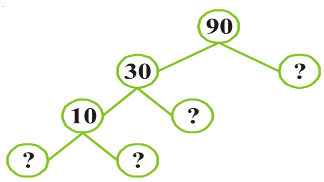
हे करा.

1. 36 आणि 28 चे भागाकार पध्दतीने अवयव पाढा.
2. 42 चे झाड पध्दतीने अवयव

अभ्यास 3.3.

1. 90 च्या अवयवच्या झाडामध्ये सुटलेल्या संख्या लिहा





SCERT TELANGANA

2. 84 चे भागकार पध्दतीने अवयव पाडा.

3. 4 अंकी सर्वात मोठी संख्या लिहा आणि त्याचे मुळ अवयव पाडा.

4. मी सर्वात लहान संख्या आहे. माझ्या कडे चार वेगवेगळे मुळ अवयव आहेत.तुम्ही मला शोधु शकाल का?

3.6 सामाईक अवयव

खालील तक्त्याचे निरिक्षण करा.

संख्या	12	18
संख्याचे अवयव	1, 2, 3, 4, 6, 12	1, 2, 3, 6, 9, 18

12 आणि 18 चे सामाईक अवयव 1, 2, 3 आणि 6 आहेत.

सामाईक अवयव म्हणजे त्या संख्या ज्या दिलेल्या सर्व संख्याचे अवयव असतील. आता 20 आणि 24.चे सामाईक अवयव माहीत करा.

3.6.1 महत्तम सामाईक अवयव (म.सा.वी.) विभाजक

वरील तक्त्या वरुन आपल्याला असे लक्षात आले की, 12 आणि 18 चे 1, 2, 3 आणि 6. हे सामाईक अवयव आहेत. या सामाईक अवयवामध्ये मोठी संख्या कोणती आहे? 6 आहे म्हणुन आपण असे म्हणु शकतो की 12 आणि 18 चे महत्तम सामाईक अवयव (म.सा.वि) 6 आहे

दोन किवा अधिक संख्याच्या सर्वात मोठ्या सामाईक अवयव महत्तम सामाईक अवयव किवा महत्तम साधारण विभाजक (म.सा.वी.)असे म्हणतात

3.6.1. म.सा.वि. माहीत करण्याची पध्दत

1.मुळ अवयव पाडुन म.सा.वि काढण्याची पध्दत

20, 30 आणि 45 ची म.सा.वी. मुळ अवयव पाडुन खालील प्रकारे काढता येते

2	20
2	10
5	5
	1

2	30
3	15
5	5
	1

3	45
3	15
5	5
	1

आशा प्रकारे 20 = 2 × 2 × 5

30 = 2 × 3 × 5

45 = 3 × 3 × 5

20, 30 आणि 45 चे म.सा.वी. सामाईक अवयव फक्त 5 आहे

म्हणुन 20, 30 आणि 45 चा म.सा. वी. 5 आहे.

हे करा.

12, 16 आणि 28 ची म.सा.वी. माहीत करा

SCERT TELANGANA

2. भागाकार पध्दतीने म.सा.वी. काढणे

ही भागकारंची पध्दत प्रसीध्द ग्रीक गणीततज्ञ युक्लीड ने शोध केली . मोठ्या संख्येला लहान संखेने भाग देणे आणि नंतर पुर्वीच्या भाजकाला बाकी ने भाग देत जाने जो पर्यत बाकी बाकी. 0 येणार नाही शेवट भाजक हा त्या संख्याचा म.सा.वी.आसतो

उदाहरण **-2.** 56 आणि 64 चा म.सा.वी माहीत करा.

सोडवणुक **:**

56) 64 (1
-56
शेवटचा भाजक 8) 56 (7
-56
बाकी 0

जेव्हा बाकी 0 आलेला आहे तेव्हा शेवटचा भाजक 8 आहे म्हणुन 56 आणि 64 चा म.सा.वी 8 आहे मोट्या संख्याचा म.सा.वी काढण्यासाठी ही पध्दत उपयोगी पडते.

उदाहरण **3.** 40, 56 आणि 60.चा म,सा,वी माहीत करा

सोडवणुक

40) 56 (1
-40
बाकी 16) 40 (2
-32
शेवटचा भाजक 8) 16 (2
-16
बाकी 0

40 बाकी 56 ची म.सा.वी. 8 आहे..

पायरी-*2*: नंतर पहील्या दोन संख्याचा म.सा.वी आणि तिसरी संख्या या चा म.सा.वी, काढणे 60 आणि 8.म.सा.वी काढु

8) 60 (7
-56
शेवटचा भाजक 4) 8 (2
-8
बाकी 0

8 आणि 60 चा मं.सा.वी. 4 आहे.

पायरी- ही संख्या दिलेल्या तिन संखेला म.सा.वी. होते. म्हणुन आणि ची म.सा.वी. काढां

SCERT TELANGANA

हे करा

28, 35 आणि 49 चो म.सा.वी. काढा.

विचार कर चर्चा करा आणि लिहा.

कोणत्याही दोन संख्याचा म. सा. वी .काय आहे ?

(i) क्रमाने येणाऱ्या संख्या (ii) क्रमाने येणाऱ्या सम संख्या

(iii) क्रमाने येणाऱ्या विषम संख्या

तुम्ही काय निरिक्षण केले ?मित्रा सोबत चर्चा करा

उदाहरण-4. दोन टँकर मध्ये अनुक्रमे 850 लीटर आणि 680 लीटर रँकेल तेल आहे तर त्या दोन टँकर मधील तेल पुर्ण पणे एकाच मापाणे मोजले जाईल असे मोठयात मोठे लिटरमाप माहीत क र I आणि ते मापाने किती वेळेस मोजावे लागणार सांगा ?.

सोङवणुक: आपल्याला असे एकच माप माहीत करायचे आहे की ज्याने ते दोन्ही ट्यांकर चे तेल पूर्णपणे मोजता येईल. म्हणुन त्या दोन्ही टँकर ची क्षमता ही भाजक होते. ही क्षमता कमाल असते , म्हणुन 850 आणि 680.ची **म,सा,वी** ही त्यांची कमाल क्षमता असते तर 850 आणि 680 ची **म,सा,वी** 170.आहे म्हणुन मोठयातले मोठे माप 170 लीटर चे आहे या मापाने 5 माप पहिल्या टँकर मध्ये आणि 4 माप दुसऱ्या टँकर मध्य टाकावे लागेल.

अभ्यास - 3.4

1. खालील संख्याचे मुळ अवयव काढुन आणि भागाकार पध्दतीने म. सा. वी. काढा
   - i. 18, 27, 36 ii. 106, 159, 265
   - iii. 10, 35, 40 iv. 32, 64, 96, 128
2. 504 आणि 792 ,1080 या संख्याचा प्रत्येकी मोठी अवयव संख्या माहीत करा ?
3. एका कमऱ्याची लांबी,रुदी आणि उंची अनुक्रमे 12मी. 15मी. आणि 18 मी. आहे. कमऱ्याचे तीनही माप मोजण्यासाठी मोठ्यातले मोठे टेप (लांबी मोजण्याची पट्टी) माहीत करा
4. 4 आणि 15 या सहमुळ संख्याचे अवयव काढुन खालील पध्दतीने म.सा.वी. काढली.

   4 = 2 x 2 आणि 15 = 3 x 5 येथे कोणतेही सामाईक मुळ अवयव नाही. 4 आणि 15 ची म.सा.वी 0 आहे. हे उत्तर बरोबर आहे काय ? जर नसेल तर बरोबर असलेली म. सा. वी. कोणती आहे?.

3.7 सामाईक गुणक (विभाज्य)

4 आणि 6 चे गुणक

4 चे गुणक = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, ..., ..., ...

6 चे गुणक = 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ..., ..., ...

4 आणि 6 चे सामाईक गुणक = 12, 24, 36, ..., ..., ...

SCERT TELANGANA

3.7.1 लघुत्तम साधारण विभाजक (ल.सा.वी.)

4 आणि 6 चे साधारण (सामाईक) विभाजक 12, 24, 36, ..., ..., ...

त्या मधील सर्वात लहान 12 आहे.

दोन्ही 4 आणि 6.चे सर्वात लहान साधारण विभाजक 12 आहे.

∴ 4 आणि 6 चे लधुत्तम साधारण विभाजक (ल, सा, वी) 12 आहे.

उदहरण -5. दोन्ही घंटा एकत्र वाजल्या. जर घंटा अनुक्रमे प्रत्येकी 3 मीनीट आणि 4 मीनीटा नंतर वाजत आहे तर ते पुन्हा कोणत्या वेळेला एकत्र वाजतील?

सांङवणुक : पहिली घंटा प्रत्येकी 3 मीनीटा नंतर वाजत आहे. म्हणजे पहिली घंटी 3 मीनीट, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, ..., ...मीनीटा वर वाजत आहे. (3 चे विभाज्य) दुसरी घंटा प्रत्येकी 4 मीनीटा नंतर वाजत आहे म्हणजे दुसरी घंटा 4 .मीनीटा 8, 12, 16, 20, 24, ..., ..., मीनीटा वर वाजत आहे

(**४ चे विभाज्य**)

दोन्ही घंटा एकत्र 12,मीनीट 24 मीनीट ....., ..., मीनीटा नंतर वाजत आहे (3 आणि 4चे साधारण विभाज्य) त्या मध्ये सर्वात लहान (ल.सा.वी) 12 मीनीटा आहे. म्हणजे याचा अर्थ, ते पुन्हा एकत्र 12 मीणीटानंतर वाजतात. या वरुन आपल्याल म्हणता येते की दोन किवा दोन पेक्षा जास्त संख्याचे साधरण विभाज्य मधील सर्वात लहान संख्या हे लघुत्तम साधारण विभाजक (ल.सा. वी.) असते. प्रत्येक वेळी लहान विभाज्य ओळखण्या साठी दिलेल्या संख्याचे सर्व साधारण (सामाईक) विभाज्य लिहाण्या पेक्षा आपण ल.सा.वी. सरळ माहीत करु शकतो.

3.7.2 ल.सा.वी. माहीत करण्यासाठी पध्दती

1. मुळ अवयव काडुन ल.सा.वी.काढणे

36 आणि 60 चे मुळ आवयव काढुन त्याची ल, सा, वी माहीत करु शकतो ते खालील प्रमाणे आहे

पायरी-1:प्रत्येक संख्याला मुळ अवयवाच्या गुणाकाराच्या रुपात लीहीणे.

36 अवयव चे $= \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times 3$

60 अवयव चे $= \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times 5$

पायरी-*2*: दोन्हीचे सामाइक अवयव एकत्र होणे $2 \times 2 \times 3$

पायरी-*3*: 36 आणि 60 चे उरलेले अवयव घेणे म्हणजेच 3 आणि 5.

पायरी-4:दोन्ही सख्याचे मुळ अवयव आणि उरलेले अवयव यांचा गुणाकार म्हणजेच ल, सा, वी होय.

म्हाणुन 36 आणि 60ल, सा, वी $= (2 \times 2 \times 3) \times 3 \times 5 = 180$

हे प्रयत्न करा.

1. खालीलचे ल, सा, वी.माहीत करा.

i.	3, 4	ii.	10, 11	ii.	5, 6, 7
iv.	10, 30	v.	4, 12, 24	vi.	3, 12

तुम्ही काय निरीक्षण केले ?

SCERT TELANGANA

जर दीलेल्या दोन सख्ये मध्ये एक जर दुसरीचे विभाज्य आसेल तर त्या सख्याचा ल.सा.वी च्या मधील मोठी

2. **भागाकार पध्दत**

24 आणि 90:ची ल, सा, वी माहीत करा

पायरी-1:सर्व संख्या एका ओळीत लीहा.

पायरी-2:नंतर अशा लहान मुळ संख्ये ने भाग द्या जेणे करुन कमीत कमी त्यातील दोन संख्येला तरी भाग जायला पाहीजे आणि न भाग जानारी संख्याला जश्याला तशी खाली लीहा.

पायरी-3 पुन्हा पुन्हा भाग देत जावा जो पर्यंत खाली 1येत नाही..

पायरी-4:भाजक आणि उरलेल्या संख्येचा म्हणजे ल. सा. वी. होय जसे--

2	24, 90
3	12, 45
	4, 15

24 आणि 90 ची ल, सा, वी $2 \times 3 \times 4 \times 15 = 360$

उदाहरण 6. 21, 35 आणि 42 ल, सा, वी माहीत करा .

सोडवणुक:

7	21, 35, 42
3	3, 5, 6
	1, 5, 2

21, 35 आणि 42 ची ल, सा, वी $7 \times 3 \times 5 \times 2 = 210$

विचार करा,चर्चा करा आणि लिहा.

दोन कीवा दोन पेक्षा जास्त सख्याचा गुणाकार हा त्याचां ल, सा, वी केव्हा होतो?

अभ्यास - 3.5

1. मुळ अवयव पध्दतीने खालील संख्याचा ल, सा, वी माहीत करा .
   i. 12 आणि 15 ii. 15 आणि 25 iii. 14 आणि 21
   iv. 18 आणि 27 v. 48, 56 आणि 72 vi. 26, 14 आणि 91.
2. भागाकार पध्दतीने खालील संख्याचा ल, सा, वी माहीत करा .
   i. 84, 112, 196 ii. 102, 119, 153 iii. 45, 99, 132, 165
3. अशी सर्वात लहान संख्या शोधा ज्या मध्ये 5 मीळवीले असता ती संख्या 12,14 आणि 18 ने पुर्ण भाग जातो?
4. 3 अकी सर्वा मोठी संख्या माहीत करा जेव्हा त्या संख्येला 75, 45 आणि 60 भाग दिले असता-
   i. बाकी शुन्य राहते ii. प्रत्येक वेळेस बाकी 4 राहते
5. 64 से.मि., 72 से.मि. आणि 96 से.मि. मापनाचे तीन टेप आहेत असे केाणते लहानातले लहान मापचे टेप आहे ज्याने प्रत्येक टेप ला निश्चित मेाजता येते ?
6 तिन भांडया मध्ये अनुकमे 32 लीटर , 24 लीटर आणि 48 लीटर तेल भरुण आहे. या तीन ही तेलास एक मोठ्या भांड्यात भरायचे आहे तर त्या भांड्याची क्षमता किती असावी?
7. प्रसाद आणि राजु महिन्याच्या पहिल्या दिवशी बजारात भेटले, प्रसाद बाजाराला प्रत्येक 3 ऱ्या दिवशी आणि राजु प्रत्येक 4 थ्या दिवशी जातात, तर ते महिन्याला कोणत्या दिवशी पुन्हा भेटतील?

SCERT TELANGANA

3.8 ल, सा, वी आणि म,सा.वी. मधील संबध,

18 आणि 27 हया संख्या विचारात घेऊ 18 चे अवयव = $2 \times 3 \times 3$; 27 चे अवयव = $3 \times 3 \times 3$

18 आणि 27 ची . ल, सा, वी ,$3 \times 3 \times 3 \times 2 = 54$

18 आणि27 ची , म, सा .वी ,$3 \times 3 = 9$

ल, सा वी ×म सा वी = $54 \times 9 = 486$

18 आणि 27चा गुणाकार $18 \times 27 = 486$

तुमच्या काय लक्षात आले

आपण असे पाहिले की,

दोन सेख्यांचा ल, सा वी आणि म सा वी चा गुणाकार = त्या दोन्ही संख्याचा गुणाकार

सुचना: हे संबध फक्त दोन संख्या साठी आहे.

उदाहरण-7. 8 आणि 12 ची म.सा.वी. माहीत करा नंतर वरील संबधाचा उपयोग करुन म.सा.वी. काढा?

सोडवणुक 8 आणि 12 = $2 \times 3 \times 4 = 24$ आपल्याला माहीत आहे

4	8	12
	2	3

ल. सा. वी × म. सा. वी = दोन संख्याचा गुणाकार

$$\text{म. सा. वी} = \frac{\text{दोन सख्याचा गुणाकार}}{\text{ल. सा. वी}}$$

$$= \frac{8 \times 12}{24} = 4$$

8 आणि 12 ची , म. सा. वी = 4

विचार करा चर्चा करा आणि लिहा.

जुळया मुळ संख्याची ल,सा,वी आणि , म, सा .वी. काय असते ?

अभ्यास - 3.6

1. खालील संख्याचा ल, सा, वी आणि , म, सा .वी माहीत करा

i. 15, 24 ii. 8, 25 iii. 12, 48

त्या मधील संबधचे तपासणी माहीत करा.

2. दोन संख्याची ल, सा, वी 290,आहे आणि त्याचा गुणाकार 7250,आहे तर त्याची म, सा .वी कीती असेल?

3. दोन संख्याचा गुणाकार 3276 आहे तर त्याची म, सा .वी 6,आह तर त्याची ल, सा, वी माहीत करा.

4. दोन संख्याची म,सा.वी 6 आहे आणि त्याची ल,सा,वी 36आहे जर एक सख्या12,आहे तर दुसरी

SCERT TELANGANA

3.9 4, 8 आणि 11चा विभाज्यता नियम

आपण 2, 3, 5, 6, 9 आणि 10 चा विभाज्यता नियम शिकलो. आता आपण 4, 8 आणि 11चा विभाज्यता नियम माहीत शोधू या.

3.9.1 4 चा विभाज्यता नियम

खालील नमुन्याचे निरक्षन करा

संख्या	असे लिहु शकतो	4 ने भाग जातो का ?
100	100	होय
600	6 × 100	होय
1000	10 × 100	होय
10000	100 × 100	होय
100000	1000 × 100	होय

वरील तक्त्या वरुन आपल्याला असे लक्षात येते की 100 ला 4 ने पुर्ण भाग जातो येथे 600, 1000, 10000,100000 हे 100 चे वीभाज्य आहेत. म्हणुन ह्या संख्याना सुध्दा 4 ने पुर्ण भाग जातो..

तुम्हाला माहीत आहे की सर्व समसंख्याना 2 ने पुर्ण भाग जातो.

सर्व समसंख्याना 4 ने पुर्ण भाग जातो का पडताळा करु या ?

126 ही सम सख्या आहे हीला 2 ने पुर्ण भाग जातो.. 126 ला 4 ने पुर्ण भाग जातो का.?

126 ला असे लीहु शकतो- 126 = 100 + 26

तुम्हाला माहीत आहे की 100 ला 4 ने पुर्ण भाग जातो. पण 26 ला 4 ने पुर्ण भाग जात नाही.

या वरुन आपन असे म्हणु शकतो की सर्व सम संख्याना 4 ने पुर्ण भाग जाणे आवश्यक नाही .

उदाहरणार्थ 76532 चा वीचार करु या.

76532 ला 70000 + 6000 + 500 + 30 + 2. असे लीहु शकतो. तुम्हाला माहीत आहे की 100, 1000, 10000 हे 100,चे विभाज्य आहेत आणि 100 ला 4.ने पुर्ण भाग जातो म्हणुन प्रत्येक वेळेस त्याची तपासनि करण्याची आवशकता नाही म्हणुन दिलेल्या संख्येच्या शेवटच्या दोन अंका सोबत तपासनी केली तर पुरे. म्हणजे 32 ला 4 ने पुर्ण भाग जातो का ? होय जातो. याला 4 ने पुर्ण भाग जातो म्हणुन आपण असे म्हणु शकतो की 76532 ला सुध्दा 4 ने पुर्ण भाग जातो.

तुम्हाला आगोदरच माहीत आहे, विषम संख्याना 4 ने पुर्ण भाग जात नाही

संख्येच्या शेवटच्या दोन अंकाशी जर 4 ने पुर्ण भाग जात आसल्यास त्या संख्यालाही 4 पुर्ण भाग जातो. शंभर पेक्षा मोठया असलेल्या संख्याना हा नियम लागु पडतो.

सुचना .लहान संख्यासाठी (1 व 2 अंकी संख्या) आपल्याला भागाकार करावे लागणार.

उदाहरण - 8. 56496 ला 4 ने पुर्ण भाग जाते का ? पडताळा करा.

सोडवणुक : 56496 = 50000 + 6000 + 400 + 96

आपल्याला आगोदरच माहीत आहे 50000, 6000, 400 ह्या सर्व संख्या 100 चे विभाज्य आहेत त्या संख्याना 4 ने पुर्णपणे भाग जातात.

SCERT TELANGANA

96 ला 4 ने पुर्ण भाग जाते की नाही आपल्याला एवढेच तपासायचे आहे.

म्हणुन दिलेली संख्या 56496 ला सुध्दा 4 ने पुर्ण भाग जातो

हे करा

1. 100000 ला 4 ने पुर्ण भाग जातो का ?
2. अशा 2 अंकी संख्या सांगा ज्याना 2 ने पुर्ण भाग जातो पण 4 ने जात नाही ?

3.9.2 8 चा विभाज्यता नियम

आपण 4 चा वीभज्यता नियम शिकलो. हे संख्येच्या विस्तारावर अवलंबुन असते. 10ला 4 पुर्ण भाग जात नाही म्हणुन आपण 100 आणि 100 पेक्षा जास्त संख्या जे 100 चे विभाज्य असेल अश्याचा वीचार करु. म्हणुन शेवटच्या दोन अंकाला 4ने भाग जातो. त्याच प्रकारे 10 ला 8 ने भाग जात नाही आपण 100 चा विचार करु.

100 ला 8 ने पुर्ण भाग जातो का ? नाही.

1000 ला 8 ने पुर्ण भाग जातो का ? होय.

1000 पेक्षा मोठी संख्या ज्या मध्ये काही तरी मिळलेली आहे आणि 1000 चे विभाजक आहे. त्यांना असे लिहु शकतो. जसे- उदा - 4825 = 4 x 1000 + 825.

संख्येच्या शेवटचा तीन अंक मिळुन जी संख्या होईल त्या संख्येला जर 8 ने भाग जात असेल तर त्या संख्येला ही 8 ने भाग जातो. असेच काही उदाहरण पाहु या.

उदाहरण-9. 93624 ल 8 ने पुर्ण भाग जातो का ?पडताळा करा

सोङवणुक: 93624 = 90000 + 3000 + 600 + 20 + 4

आपल्याला माहीत आहे की 1000 ला 8 ने पुर्ण भाग जातो.

येथे 90000 आणि 3000 हे 1000 चे विभाज्य आहेत. ते 8 ने पुर्ण भागले जातात.

म्हणुन संख्येच्या तीन अंकाची विभाज्य तपासणी केले तर पुरे होते.

624 ला 8 ने पुर्ण भाग जातो काय ? होय. म्हणुन दिलेल्या संख्याला, 93624 ला सुध्दा 8 ने पुर्ण भाग जातो

4 किवा 4 पेक्षा जास्त अंकी संख्येला 8 ने तेव्हा भाग जातो जेव्हा त्या संख्येला शेवटचे तीन अंक मिळुन तयार झालेल्या संख्येला 8 ने भाग जाईल 1, 2 किवां 3 तीन अंकी संख्ये साठी हा नियम लागु पडत नाही या संख्येना 8 ने भागाकार करुन तपासावे लागणार .

हे करा

1. 76104 ल 8 ने पुर्ण भाग जातो का ?
2. 100 आणि 200 मधील 8 ने पुर्ण भाग जाणाऱ्या संख्या लिहा.

SCERT TELANGANA

3.9.3 11 **चा विभाज्यता नियम**

रिकाम्या जागा भरुन तक्ता पुर्ण करा.

संख्या	विषम स्थानावर असलेल्या अंकाची बेरीज (उजव्या बाजुने)	सम स्थानावर असलेल्या अकांची बेरीज (उजव्या बाजुने)	फरक	दिलेल्या फरकाला 11 ने पुर्ण भाग जातो का?
29843				
90002				
80927				
19091908	8+9+9+9=35	0+1+0+1=2	35-2=33	होय
83568				

तक्त्या वरुन तुमच्या काय निदर्शनास आले ?

आपल्या असे निदर्शनास आले की प्रत्येक सदर्भात त्या मधील फरक 0 नाही तर 11ने भाग जाणारी संख्या आहे. ह्या सर्व संख्याना सुध्दा 11 ने पुर्ण भाग जातो का?

83568 संख्या साठी फरक 12 आलेले आहे ज्याला 11ने भाग जात नाही. म्हणुन 83568 ही संख्या सुध्दा 11ने पुर्ण भाग जात नाही. जर एरवाद्या संख्येच्या उजवीकडुन समस्थानाच्या अंकाची बेरीज आणि विषम स्थानाच्या अंकाची बेरीज,यांची वजाबाकी 0 किवं 11चे गुणक असल्यास तर त्या संख्येला11ने पुर्ण भाग जातो

उदाहरण -10. 6535 ल 11 ने पुर्ण भाग जातो का?

सोडवणुक: विषम स्थानातील अंकाची बेरीज = 5 + 5 = 10

सम स्थानातील अंकाची बेरीज = 3 + 6 = 9

त्यांचा फरक = 10 - 9 = 1

1 ला 11 ने भाग जातो का?नाही

म्हणुन 6535 ल 11ने पुर्ण भाग जातो का ?

उदाहरण-11. 1221 ला 11ने पुर्ण भाग जातो का ?

सोडवणुक: विषम स्थानातील अंकाची बेरीज = 1 + 2 = 3

सम स्थानातील अंकाची बेरीज= 2 + 1 = 3

त्यांचा फरक = 3 - 3 = 0

म्हणुन 1221 ला 11ने पुर्ण भाग जात

SCERT TELANGANA

हे प्रयत्न करा

1221 ला पॉलीनड्रोम (polyndrome number) संख्या म्हणतात. पॉलीनड्रोम संख्या म्हणजे अशी संख्या ज्या संख्याचे अंक उलटे लिहले तरी तीच संख्या रहते, सम संख्या अंक असलेल्या प्रत्येक पॉलीनड्रोम संख्येला केव्हांही 11ने पुर्ण भाग जातो का ? 6- अंकी असलेल्या पॉलीनड्रोम संख्या लिहा. तसेच ह्या संखेला ने भाग जातो का नाही याचा पडताळा कढरा.

अभ्यास - 3.7

1. खालील संख्या पैकी कोणत्या संख्याना 4 ने पुर्ण भाग जातो ?
   i) 572 ii) 21,084 iii) 14,560
   iv) 1,700 v) 2150
2. खालील संख्याना 8 ने पुर्ण भाग जातो का ? तपासणी करा
   i) 9774 ii) 5,31,048 iii) 5500
   iv) 6136 v) 4152
3. खालील संख्यांना 11 ने पुर्ण भाग जातो का ? तपासणी करा
   i) 859484 ii) 10824 iii) 20801
4. खालील संख्याना 4 ने आणि 8 ने पुर्ण भाग जातो का ? तपासणी करा.
   i) 2104 ii) 726352 iii) 1800
5. अशी संर्वात लहान संख्या माहीत करा. ज्या मध्ये 289279 मिळविल्यास 8 ने पुर्ण भाग जातो ?
6. अशी सर्वात लहान संख्या माहीत करा. ज्या मधुन 1965 वजा केल्यास येणाऱ्या संख्येला 4 ने पुर्ण भाग जातो.
7. 11 ने पुर्ण भाग जाणाऱ्या 1000 आणि 1100, मधील शक्य तेवढ्या संख्या लिहा
8. 1240 च्या जवळची संख्या लिहा ज्याला 11 ने पुर्ण भाग जातो ,?
9. 105 च्या जवळची संख्या लिहा ज्याला 4 ने पुर्ण भाग जातो ?

आपण काय-काय चर्चा केलो ?

1. आपण विभाज्य भाजक,अवयव या वर चर्चा केले आणि तसेच आपण पहिले की ,अवयव आणि विभाज्य कसे माहीत करावे,
2. **खालील अंशावर आपण चर्चा केलो-**
   i. एखादया संख्येचा अवयव हा त्या संख्येचा अगदी बरोबर भाजक असतो.
   ii. प्रत्येक संख्या ती स्वतः त्या संख्येचा एक अवयव असतो आणि तसेच प्रत्येक संख्येत हा अवयव असतो
   iii. दिलेल्या संख्येचा प्रत्येक अवयव तेवढी किवा त्या पेक्षा लहान असते.
   iv. प्रत्येक संख्या ही तीच्या प्रत्येक अवयवाचा विभाज्य (गुणक)असते.
   v. दिलेल्या संख्येचा प्रत्येक विभाज्य तेवढाच किवा त्या पेक्षा मोठा असतो.
   vi. प्रत्येक संख्या ती स्वतः त्या संख्येचा एक विभाज्य (गुणक)असते.

SCERT TELANGANA

सख्या माहीत करा

3. **आपण शिकलो की,**

i. 1 ला सोडुन अशी संख्या जीला 1 आणि स्वतः त्याच संख्या एवढेच अवयव असतात. त्या संख्येला मुळ संख्या असे म्हणतात. दोन पेक्षा जास्त अवयव असणाऱ्या संख्येला संयुक्त संख्या असे म्हणतात. 1 ही संख्या संयुक्त संख्याही नाही आणि मुळ संख्या पण नाही,

ii . 2 ही सर्वात लहान मुळ संख्याआहे आणि ती समसंख्या आहे . 2 ला सोडुन सर्व मुळ संख्या विषम संरव्या आहेत.

iii. दोन संख्याना फक्त 1 हाच सामाईक अवयव असतो त्याना सहमुळ संख्या म्हणतात,

iv. एरवादया संख्या एखांदी संरव्येने पुर्ण भाग जात असेल तर त्या संख्याच्या सर्व अवयवाना सुध्दा त्या संख्याने पुर्ण भाग जाते,

v. एखाद्या संख्येला दोन सहमुळ संखेने पुर्ण भाग जात असेल तर त्या संखेला त्याच्या गुणाकाराने सुध्दा पुर्ण भाग जात

4. एखाद्या संखेला नुसते पाहुनच त्या संखेला 2, 3, 4, 5, 8, 9 आणि 11 ने पुर्ण भाग जाते की नाही याची तपासणी कसे करावे,या बाबत आपण चर्चा केलो. संख्यामधील अंकाचा संबध आणि वेगवेगळ्या संख्यांनी त्याची भाजनीयता याचा आपण शोध केला

i. 2, 5 आणि 10च्या भाजनियते मध्ये आपण फक्त संखेचा शेवटचे अंक पाहतो.

ii. 3 आणि 9 च्या भाजनियते मध्ये आपण संख्येच्या अंकाची बेरीज करुन तपासतो

iii. 4 आणि 8 च्या भाजनियते मध्ये आपण अनुक्रमे संरव्येच्यां शेवटचे 2 आणि 3 अंकाची तपासणी करतो

iv. 11 च्या भाजनियता मध्ये आपण संखेच्या समस्थानी वरच्या अंकाची बेरीज आणि विषम स्थाना वरच्या अंकाच्या बेरजेला फरकाची तपासणी करतो,

5. जर दोन संख्याा एरवादया संखेने पुर्ण भाग जात असेल तर त्या संखेच्या बेरजेला आणि फरकाल सुध्दा त्या संखेने पुर्ण भाग जातो.

6. **आपण शिकलो की ,**

i. दिलेल्या दोन किवा दिन पेक्षा मोठ्या संख्येला लघुत्तम साधारण (सामाईक) विभाजक (म.सा.वी.)ही त्यांची मोठी सामाईक अवयव असते.

ii. दिलेलया दोन किवा तिन पेक्षा मोठया सरव्येचा लघुत्तम साधारण विभाजक (ल.सा.वी) हा त्यांचा लहान सामाईक विभाजक असतो.

7. जर दिलेल्या दोन सख्येमध्ये एक जर दुसरीचे विभाजक असेल तर त्या संख्याचा ल.सा.वी. त्यामधील मोठी संख्या असते.

8. ल.सा.वी. आणि म.सा.वी. मधील संबंध

ल.सा.वी × म.सा.वी = दोन संख्याचा गुणाकार

दत्तात्रेय रामचंद्र कापरेकर

1905 - 1986 AD

अंकाशी खेळणारा शिक्षक 6174 ला कापरेकरांचा स्थिरांक म्हणतात.

त्यांची डेमो संख्या आणि स्वसंख्या व्युत्पन्न केले

SCERT TELANGANA

धडा - 4

भुमितीय मुलभूत संकल्पना

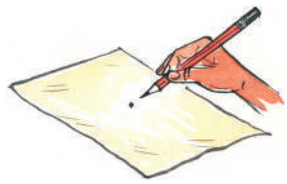
4.1 प्रस्तावना

आपल्या सभोवताली आपण वेगवेगळया प्रकारच्या वस्तु पाहतो.जसे- भांडे,लाकडी सामान,चित्र आणि बऱ्याचशा वस्तु. तुम्ही रांगोळी किंवा मेहंदी पाहीलीच असाल ? ,कशा पद्धतीने हे आकार काढल्या जातात तुम्ही कधी बघीतले काय ? आपण त्यामध्ये बरेचश्या भुमितीच्या आकाराचा उपयोग करत असतो.

तुंमच्या सभोवती असलेल्या काही वस्तुंचे निरीक्षण करा आणि त्यामध्ये तुम्ही कोणते आकार पाहीलेत यांची ओळख करुन घ्या.उदा.-TV चा पडदा. हा आयाताच्या आकाराचा असतो. तसेच फ्रिज,पेन्सील बॉक्स,पुस्तक इत्यादी सुद्धा आयाताकार असतात..पण काच, बिंदी,फुल इत्यादी. यांच्या बाबत काय म्हणता येईल. आपण आधीच्या वर्गात भुमितीचे काही आकार शिकलो. या धड्यात अजुन काही भुमितीच्या आकाराचा अभ्यास आपण करणार आहोत.

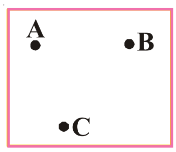
4.2 बिंदू

एक टोकदार पेन्सील ने कागदावर एक खुण करा. जसे तुम्ही ठोकदार पेन्सील घ्याल, तसा ठिपका लहान बनतो.न दिसणाऱ्या अतिशय लहान ठिपक्याचे निरीक्षण करा. हे तुम्हाला बिंदुंची कल्पना देते. बिंदुने एक स्थान ठरविल्या जाते. बिंदुप्रमाणे दिसणारे काही उदाहरणच शोधा.



दुरचे तारे सुध्दा आपल्याला बिंदुंची कल्पना देतात. आंध्रप्रदेशच्या नकाशात हैद्राबादचे स्थान दाखविण्यासाठी आपण बिंदुचा वापर करतो.चित्र,आकृती किंवा नकाशामध्ये काही विशेष दाखविण्यासाठी तुम्ही बिंदुचा वापर करत असलेल्या अजुन काही उदाहरणाचा विचार करा..

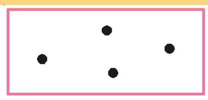
बिंदु हे इंग्रजीच्या मोठ्या अक्षराने दर्शविल्या जाते.बाजुच्या आकृतीत A, B आणि C हे तीन बिंदु आहेत.



त्यांना बिंदु A, बिंदु B आणि बिंदु C म्हणुन वाचावे.

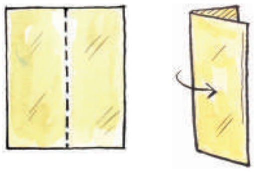
हे करा

1. दिलेल्या आयतामध्ये चार बिंदुंची खुण केलेली आहे,त्यांना नावे द्या.



SCERT TELANGANA

4.3 रेषाखंड

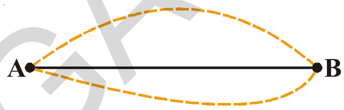


एक जाड कागद घेऊन आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे त्याची घडी करा.ह्या कागदाच्या घडी केलेल्या कडेला पहा. हे तुम्हाला रेषाखंडाची कल्पना देतात.कागदावरची घडी रेषा खंडाला दर्शविते.याला दोन अंत्य बिंदु असतात. A आणि B रेषाखंडाची जाडी खुप कमी असते.

तुम्ही वही किंवा पेन्सील बॉक्स घ्या .आणि त्यांच्या कडेला पेन्सीलने कागदावर एक रेषा ओढा.

तुम्ही जे काढलात ते रेषाखंड दर्शविते .त्याला दोन अंत्य बिंदु आहेत, त्यांना नावे द्या.

एक दोरा घ्या, त्याला ताणा या स्थितीमध्ये ते रेषाखंडाची कल्पना देते. जेथे दोरीचा शेवट हे रेषाखंडाचे अंत्य बिंदु असतील.



कागदावर A आणि B असे दोन बिंदु घ्या.त्या दोन बिंदुला जोडा. A पासुन B अंतर किती आहे,हे रेषाखंड AB आहे.याला $\overline{AB}$ किंवा $\overline{BA}$ असे दर्शविले जाते.

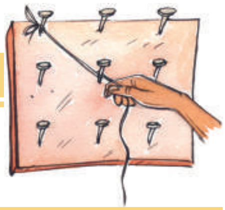
4.4 रेषा

कल्पना करा की रेषाखंड A ते B (म्हणजे $\overline{AB}$) ला A च्या दिशेला आणि B च्या दिशेला अंत न करता पाठविले.

तर हे रेषेला दर्शविते.

आपण अनंत अशी लांब रेषा काढु शकत नाही.म्हणुन आपण दोन्ही बाजुला बाणाचे चिन्ह दर्शवितो.हे चिन्ह असे दर्शविते की,रेषा अजुन समोर आहे.ही रेषा $\overleftrightarrow{AB}$ अशी दर्शवितो.रेषेला इंग्रजीच्या लहान अक्षरांनी सुध्दा दर्शवितात,जसे *l*, *m*, *n* इत्यादी हे एक सरळ रेषा आहे .

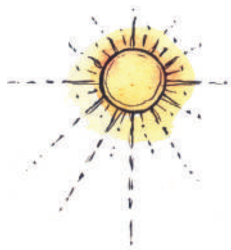
हे करा



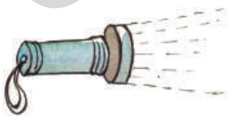
एक जिओ-बोर्ड घ्या.दोन कोणतेही खिळे निवडा. त्याला एका दोरीने बांधा तुम्ही बांधलेली दोरी एक रेषा आहे. त्याला दोन्ही बाजुने वाढवत जा.

4.5 किरण

सुर्य किरण, प्रकाश किरण, टार्च किरण असे काही उदाहरण आहे.ज्या 'किरणाची भुमितीय कल्पना दर्शवतात.



किरण हा रेषेचाच एक भाग आहे. हे एका बिंदुपासुन सुरुवात होते.पण शेवट नसतो. ते एका दिशेने न संपता जातात.



किरणाला फक्त एकच अंत्यबिंदु असतो.

एका रेषेवर A हा अंत्यबिंदु आहे.आणि त्याच्या दोन्ही बाजुला B आणि C बिंदु आहे.तर आणि $\overrightarrow{AC}$ हे दोन किरण आहेत.

SCERT TELANGANA

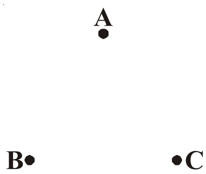
हे करा

येथे $\overline{OA}$. याची सुरुवात ○ पासुन होते आणि A बिंदुतुन जाते.ही अजुन B बिंदुतून सुद्धा जाते. याला $\overline{OB}$ रेषा हे नाव देऊ शकता का ? का ?

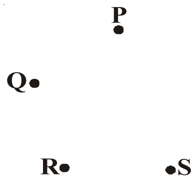
किरण $\overline{OA}$ ला $\overline{AO}$ म्हणुन लिहु शकता का ? का ? का नाही ?
कारण द्या.

1. खाली दिलेल्या बिंदुंना जोडा.आकृतीत रेषाखंडांना नावे द्या.

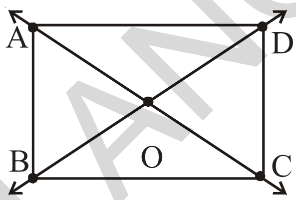
i.



ii.



2. आकृतीवरुन खालीलचे नावे लिहा.



i. कोणतेही पांच बिंदु
ii. कोणतेही पांच रेषाखंड
iii. कोणतेही तीन किरण
iv. कोणतेही पांच रेषा

3. खालील मधुन किती रेषा काढता येतात.

i. एका बिंदुतुन ii. दोन वेगळ्या बिंदुतुन

तुमचे उत्तर माहीत करण्यासाठी कच्ची आकृती काढा.

4. खालील पैकी कोणते मर्यादीत लांबीचे आहे ?

i. रेषा ii. बिंदू iii. रेषाखंड iv. किरण

5. खालीलना किती अंत्यबिंदु असतात ?

i. रेषाखंड ii. किरण iii. रेषा

6. 'सत्य' किंवा 'असत्य' ते लिहा.

i. रेषेला अंत्यबिंदु नसतात. ( )
ii. किरण हे रेषेचे भाग आहे. ( )
iii. रेषाखंड हा मर्यादीत लांबीचा नसतो. ( )
iv. रेषाखंडाला फक्त एकच अंत्यबिंदु असतो. ( )
v. एका बिंदूतुन आपण अनंत रेषा काढु शकतो. ( )

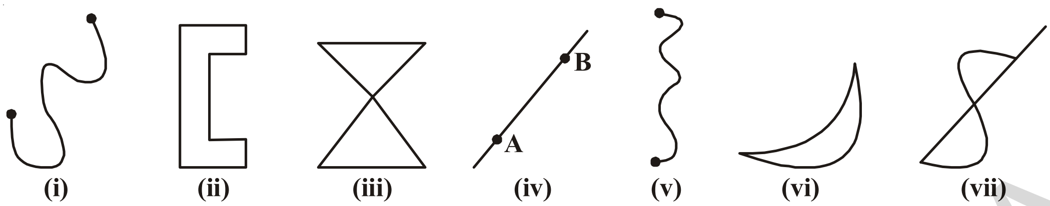
7. काढा आणि नावे द्या:

i. P बिंदू असलेली रेषा
ii. R मधुन जाणारी रेषा

SCERT TELANGANA

4.6 वक्ररेषा

लहान मुलांनी पेन्सील ने काढलेले चित्र तुम्ही कधी पाहीलेत का ? येथे तशी काही उदा. आहेत.



हे सर्व वक्र रेषेची उदाहरणे आहेत.

आकृती (i) आणि (ii) चे निरीक्षण करा. त्यात काय फरक आहे ?

आकृती (ii) ला बंदीस्त वक्र रेषा आणि आकृती (i) ला उघडलेली वक्ररेषा म्हणतात.

(iii) आणि (vii) वक्र रेषा स्वत:एकमेकाला छेदतात ज्या बंदीस्त वक्र रेषा आहेत.त्या ऐवजी (i), (ii), (iv), (v), (vi) वक्ररेषा एकमेकाला छेदत नाहीत ज्या उघड्या आणि बंदीस्त आहेत. जर एखादी वक्ररेषा स्वत: ला छेदत नसेल तर त्याला साधी वक्र रेषा म्हणतात.

दैनंदीन भाषेत,सरळ रेषेसाठी वक्र हा शब्द वापरत नाहीत पण गणितात सरळ रेषासुद्धा वक्ररेषा असते..

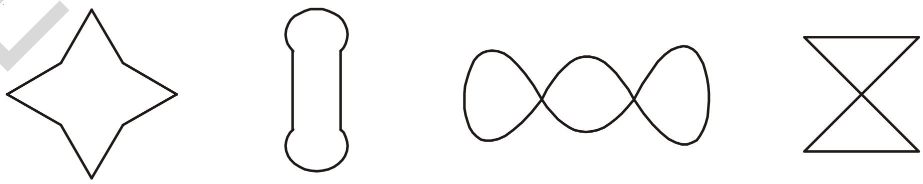
विचार करा, चर्चा करा आणि लिहा.

1. खालील इंग्रजी अक्षरावर तुम्ही पेन्सील ने गिरवा आणि उघडी आकृती व बंद आकृती ओळखा.

2. कोणते अक्षर साध्या वक्र रेषेचे उदाहरण आहेत ते सांगा.

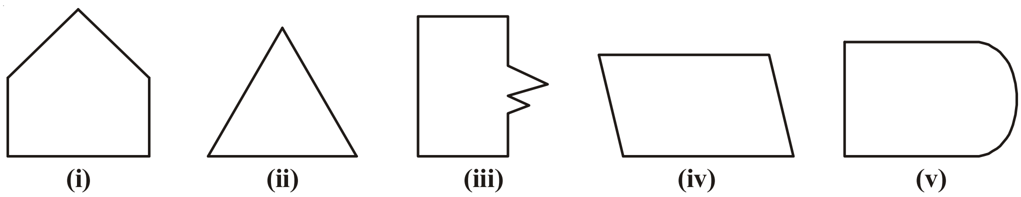
प्रयत्न करा

खालील मध्ये कोणती साधी वक्ररेषा आहे आणि कोणती नाही ओळखा ?



बहुभुजाकृती

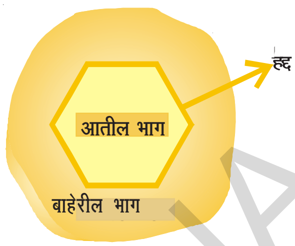
खालील आकृत्यांना पाहा:



SCERT TELANGANA

तुम्ही त्या आकृती बाबतीत काय म्हणु शकता ? त्या सर्व बंदीस्त आहेत काय ? एकमेकापासुन दुसरी आकृती कशी वेगळी आहे ? (v) वी आकृती (i), (ii), (iii) आणि (iv) आकृती पासुन वेगळी आहे.कारण ते सर्व पुर्ण रेषाखंडांनी तयार झालेली आहे.त यांना **बहुभुजाकृती** (Polygons) म्हणतात.

जर एखादी आकृती निश्चीत संख्येच्या रेषाखंडांनी तयार झालेली असेल तर तीला बहुभुजाकृती म्हणतात. वेगवेगळ्या आकाराच्या दहा बहुभुजाकृती काढा.



बगीच्याची हद्द भींत त्याला तीन भागात विभागाते. म्हणजेच बगीचाच्या आतमधील जागा. हद्द भींत आणि बाहेरची जागा तुम्ही हद्दीला पार केल्या शिवाय बगीचाच्या आतमध्ये प्रवेश करु शकत नाही.

जसे एक बंदीस्त आकृतीत तीन भागामध्ये विभागले जाते.

i. आकृतीच्या आतमधील (inside) जागा

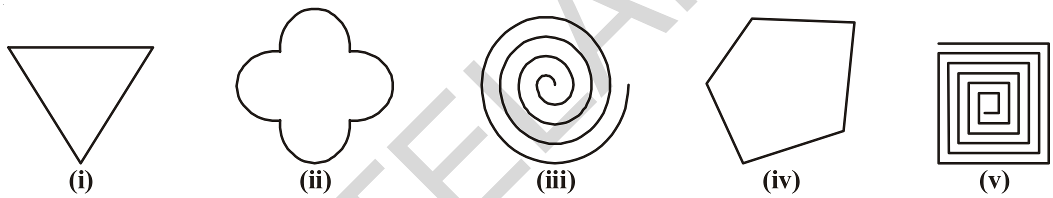
ii. आकृतीची हद्द

iii. आकृती (out side) बाहेरची जागा

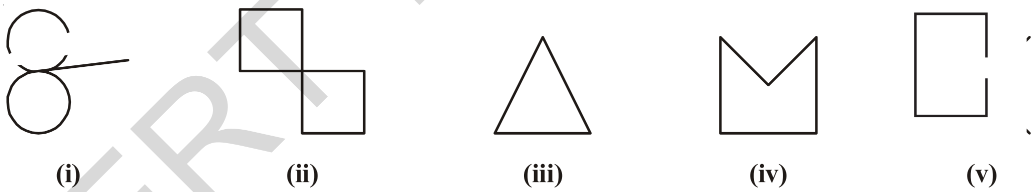
आकृतीची हद्द आणि आतमधील (inside) जागेला **प्रांत** म्हणतात.

अभ्यास - 4.2

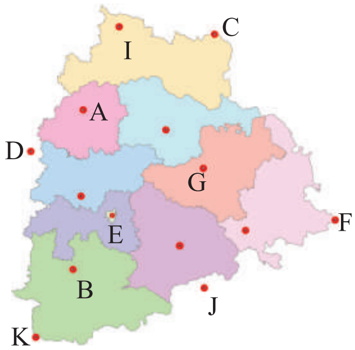
1. साध्या वक्ररेषा आकृतीवर खुण करा.



2. कोणती वक्ररेषा बंदीस्त आहे आणि कोणते उघडी आहे ते सांगा.



3. आकृतीच्या आतील,हद्दीवरील आणि बाहेरील बिंदुंची नावे सांगा.



4. तीन साधे बंदीस्त आकृती काढा:

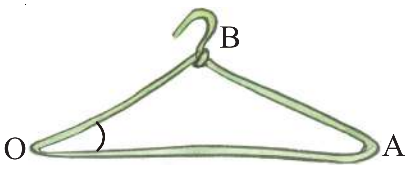
i. फक्त सरळ रेषाने

ii. वक्ररेषा आणि सरळ रेषा दोन्हीने

SCERT TELANGANA

4.7 कोन

आकृत्यांचे निरीक्षण करा.



आकृती - 1

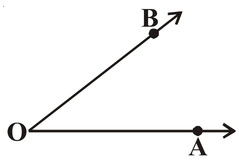
आकृती - 2

आकृती - 3

जेंव्हा कोपरा तयार होतो तेंव्हा कोन तयार होतो. आकृती - 1मध्ये कल्पना करा की,किरण $\overline{OA}$ आणि किरण $\overline{OB}$.आहे.ह्या दोन्ही किरणाला सामाइक बिंदु O आहे.येथे असे म्हणता येते की,दोन किरण पासुन कोन बनलेला आहे.

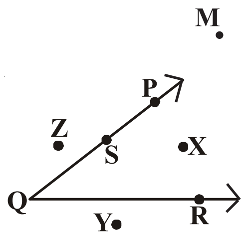
दरवाजाकडे पाहा.जेंव्हा दार बंद राहते,तेंव्हा त्याच्या चौकटीवर कोणताही कोन दिसत नाही.पण जसे आपण दार उघडायला सुरुवात करतो,आपल्याला दार आणि चौकटीमध्ये कोन दिसते.जर दाराची स्थिती बदलली तर आपल्याला यामध्ये पुन्हा बदल दिसते.येथे किरणाची कल्पना दार आणि चौकटीच्या दिशेला केलेली आहे.

घड्याळात वेगवेगळ्या वेळेला दोन काट्यामध्ये कोन कसे तयार होते,याचे निरीक्षण करा.



कोन दोन किरणांनी तयार होतो.आणि त्यांना त्या कोनाचे बाजु किंवा भुजा म्हणतात.सामाइक अंत्यबिंदुला त्या कोणाचे शिरोबिंदु म्हणतात.

येथे दोन किरण $\overline{OA}$ आणि $\overline{OB}$ कोनाची **भुजा** किंवा बाजु आहेत.आणि O हा कोनाचा **शिरोबिंदु** आहे. 'O', येथे कोन तयार झालेला आहे.याला आपण कोन AOB किंवा कोन BOA म्हणुन वाचतो.आणि याला $\angle AOB$ किंवा $\angle BOA$म्हणुन दर्शवितात.(केंव्हा-केंव्हा $\widehat{AOB}$ किंवा $\widehat{BOA}$) नुसते $\angle O$ म्हणुन दर्शविते.



आकृतीमध्ये बिंदु X हा त्या कोनाच्या आतमध्ये आहे. Z आतमध्ये नाही.आहे,तो कोनाच्या बाहेरच्या भागात आहे. $\angle PQR$ च्या बाजुवर बिंदु S आहे.

म्हणुन एका कोन प्रतलला तीन भागात विभागते.म्हणजेच आतील,बाजुवर आणि बाहेरील भागात.

आता Y. बिंदु बाबत विचार करा ?

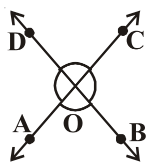
जर तुम्ही किरण QP आणि QR ला अजुन वाढविली तर बिंदु Y या कोनाच्या आतील भागात येते का.

जर किरणाला अजुन वाढविले तर बिंदु M कोनाच्या आतील भागात येऊ शकते का ?

अभ्यास - 4.3

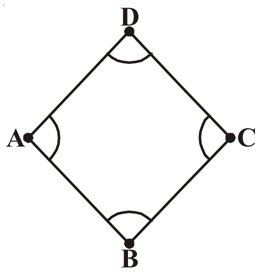
1. आकृती वरुन कोनाचे शिरोबिंदु,बाजु आणि कोनाचे नाव लिहा.

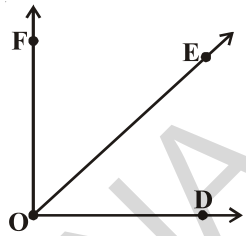
	i	ii	iii	iv	v
कोन	$\angle AOB$				
शिरोबिंदु	O				
बाजु	$\overline{OA}$, $\overline{OB}$				



SCERT TELANGANA

2. आकृतीमध्ये तयार झालेल्या कोनाचे नाव लिहा.





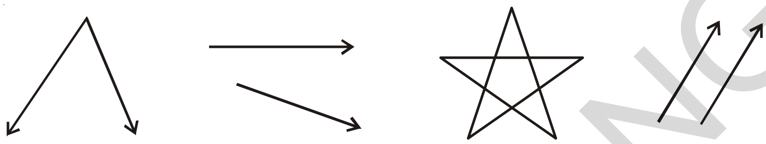
3. खाली दिलेल्या तिन्ही अटी पुर्ण होईल असे बिंदु आकृतीमध्ये स्थापा.

(i) A, B मध्ये आतील भागात ∠DOF

(ii) ∠EOF मध्ये बाहेरील भागात A आणि C

(iii) ∠DOE वर B

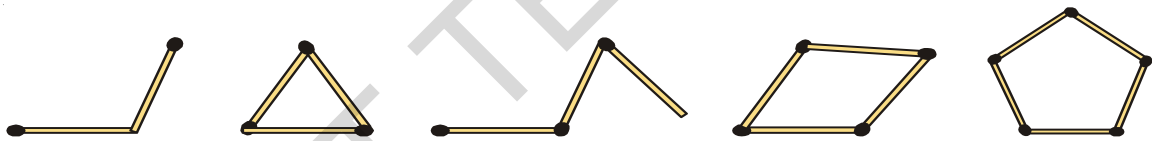
4. आकृतीमध्ये तयार झालेले कोन स्थापा.



4.8 वक्ररेषा

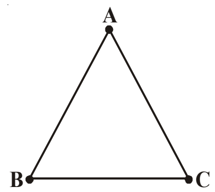
हे करा

आगपेटीच्या काही काड्या घ्या आणि साध्या बंदीस्त आकृत्या बनविण्याचा प्रयत्न करा.

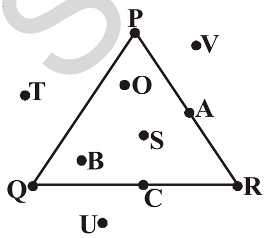


किती कमी काड्यामध्ये साधी बंदीस्त आकृती तयार झाली ? तीन काड्या मध्ये,दोन काड्या बंदीस्त आकृती का बनवु शकत नाही याचे स्पष्टीकरण देवु शकता का ?

तीन रेषा खंडा पासुन बनलेल्या साध्या बंदीस्त आकृतीला त्रिकोन असे म्हणतात



$\overline{AB}$, $\overline{BC}$ आणि $\overline{CA}$. या तीन रेषाखंडाने बनलेल्या त्रिकोना कडे पाहा येथे A, B, C ला Δत्रिकोण A, B, C चे शिरोबिंदु म्हणतात तुम्हाला माहीत आहे की शिरोबिंदु पासुन ∠BAC, ∠ABC, ∠ACB बनतात त्रिकोण ABC ला ΔABC दर्शवितात



बहुभजाकृती असल्यामुळे त्रिकोणाला बाहेरील आणि आतील भाग असते.

आकृतीमध्ये त्रिकोणाला आणि तिथे स्थापलेल्या बिंदुचे निरीक्षण करा त्रिकोणाच्या आतील भागात O आहे त्रिकोणाच्या आतील भागात अजुन कोणते बिंदु आहेत ?

SCERT TELANGANA

P हा बिंदु त्रिकोणावर आहे त्रिकोणाच्या हद्दी वर (बाजु वर) असलेल्या अजुन बिंदुचे नाव सांगा.

त्रिकोणाच्या बाहेरील भागात T तर अजुन कोणते बिंदु बाहेरील भागात आहेत ?

म्हणान त्रिकोण तीन भागात विभागल्या जाते.

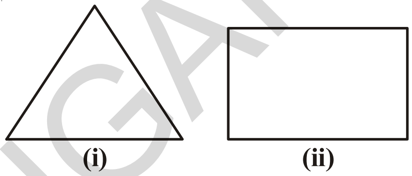
(i) त्रिकोणाचा आतील भाग (ii) त्रिकोणाची हद्द (iii) त्रिकोणाचा बाहेरील भाग.

त्रिकोणाचा आतील भाग आणि हद्द मिळुन तयार झालेल्या भागाला त्रिकोणाचा प्रांत म्हणतात.

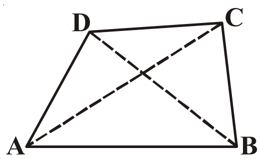
हे करा

वेगवेगळ्या आकाराचे स्ट्रॉचे तुकडे घ्या कोणत्याही 3 तुकड्यामध्ये दोरी घालुन वेगवेगळे त्रिकोण तयार करा.तुमच्या वही वर त्रिकोणाच्या आकृत्या काढा.

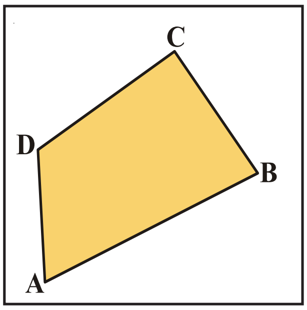
4.9 चौकोण



बाजुच्या आकृतीमध्ये बहुभुजाकृतीचे निरीक्षण करा.तुम्हाला माहीत आहे की,तीन बाजुने तयार झालेली,बहुजाकृती म्हणजे त्रिकोण होय.जसे,आकृती (i) त्याच प्रमाणे,चार बाजुंनी तयार झालेल्या साध्या बंदीस्त बंदीस्त बदुभुजाकृतीला चौकोण म्हणतात.आकृती (ii) हे चौकोणाचे उदाहरण होय.



येथे ABCD हा एक चौकोण आहे आणि $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ आणि $\overline{AD}$ या चार रेषाखंडांना जोडणाऱ्या त्याच्या बाजु म्हणतात. $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ आणि $\angle D$ हे त्याचे चार कोन आहेत.आणि विरुद्ध शिरोबिंदु A,C आणि B,D यांना जोडणाऱ्या $\overline{AC}$ आणि $\overline{BD}$ रेषाखंडाला त्याचे दोन कर्ण म्हणतात.



त्रिकोणाप्रमाणे,चौकोण सुद्धा प्रतकाला तीन भागात विभागते.जसे,बाहेरील,आतील भाग आणि हद्द चौकोणाच्या आकाराचा भाग हा त्याचा आतिल आणि आकारात नसलेला भाग हा त्याचा बाहेरील भाग आहे.

$\overline{AB}$ ची विरुद्ध बाजु $\overline{DC}$ आहे.

तर $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ आणि $\overline{AD}$ ची विरुद्ध बाजु कोणती आहे ?

$\overline{BC}$ आणि $\overline{AD}$ ची लगतची बाजु $\overline{AB}$ आहे.

$\overline{BC}$, $\overline{CD}$ आणि $\overline{AD}$ च्या लगतची बाजु कोणत्या आहे ?

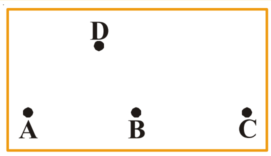
$\angle A$ चा विरुद्ध कोन $\angle C$ आहे.

तर विरुद्ध कोनाची अजुन दुसरी कोणती जोडी आहे ?

$\angle A$ हा $\angle B$ आणि $\angle D$ चा लगतचा कोन आहे.

अजुन लगतच्या कोनाच्या जोड्या कोणत्या आहेत.

विचार करा, चर्चा करा आणि लिहा

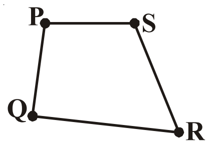


A, B, C ला D असे चार बिंदु घ्या ते असे घ्या की, A, B, C एका रेषेत यायला पाहीजे.पण D त्या रेषेवर नसायला पाहीजे. $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ आणि $\overline{AD}$ हे चार रेषाखंड मिळुन चौकोन तयार होऊ शकतो का ? कारण द्या.

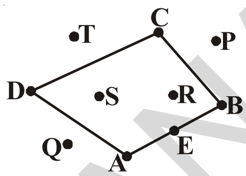
SCERT TELANGANA

अभ्यास - 4.4

1. A, B, C असे D असे चार बिंदु घ्या.चौकोन तयार होईल असे त्यांना जोडा.त्यांना नावे द्या.
2. PQRS हा एक चौकोन आहे.



   i. QR ची विरुद्ध बाजु ___________.
   ii. ∠P ची विरुद्ध बाजू ___________.
   iii. PQ ची लगत बाजू ___________.
   iv. ∠S चे लगत कोन ___________.
3. आकृतीत दाखविलेल्या बिंदुंची नावे सांगा.

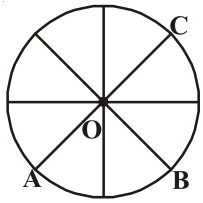


   i. चौकोनाच्या आतील भागात असलेले बिंदु.
   ii. चौकोनाच्या हद्दीवर असलेले बिंदु.
   iii. चौकोनाच्या बाहेरील भागात असलेले बिंदु..

4.10 वक्ररेषा

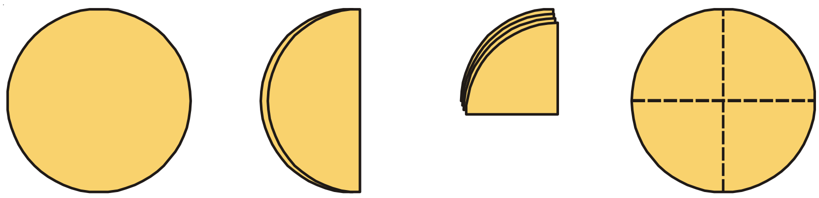
खालील आकृत्याकडे पाहा.

कागदावर बांगडी ठेवा. आणि पेन्सील ने त्या भोवती त्याची हद्द काढा.तुम्हाला गोलाकार आकृती मिळते.हे तुम्हाला वर्तुळाची संकल्पना देते.अश्या गोलाकार आकृत्यांना वर्तुळ म्हणतात.दैनंदीन व्यवहारातील अजुन काही उदाहरणाची तुम्ही विचार करु शकता का ?



साईकलच्या चाकाचे निरीक्षण करा आणि त्याच्या प्रत्येक आरीच्या लांबीच मापन करा.तुम्ही या निष्कर्षावर येता की,त्याची प्रत्येक आरीची लांबी सारखी आहे.मध्य भागातील बिंदु हा त्याचा **केंद्र** आहे,आणि त्याच्या वक्रकडेला **परीघ** म्हणतात. आणि केंद्रापासुन परिघाच्या कोणत्याही बिंदुपर्यंतच्या अंतराला **त्रिज्या** म्हणतात.दिलेल्या आकृतीमध्ये,प्रत्येक वर्तुळातील केंद्र आणि त्रिज्येचे निरिक्षण करा.

सर्व त्रिज्या सारख्या आहेत का ? वर्तुळाचा केंद्र O आहे आणि $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ आणि $\overline{OC}$ त्रिज्या आहेत. कागदावर एक वर्तुळ काढा आणि त्याच्या कडेने त्याला कापा.त्याला अर्ध्यामध्ये घडी करा आणि खाली दाखविल्याप्रमाणे पुन्हा त्याचे एक चतुर्थांश भागात घडी करा.

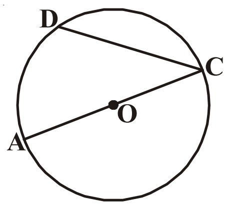


मध्य भागातील बिंदुंचे तुम्ही निरीक्षण करा,त्याला O असे नाव द्या.हे वर्तुळाचे केंद्र आहे.अजुन तुम्ही त्याच्या त्रिज्या पण दाखवु शकता.

एका वर्तुळात तुम्ही किती त्रिज्या काढु शकता ?

SCERT TELANGANA

वर्तुळातील दोन बिंदुना जोडणारा $\overline{AC}$ एक रेषाखंड आहे.



परिघ वरील दोन बिंदुना जोडणारे अजुन काही रेषाखंड आहेत का ? CD हा एक तसाच प्रकारचा रेषाखंड आहे.वर्तुळाच्या परिघा वरील दोन बिंदुना जोडणाऱ्या रेषाखंडाला जीवा म्हणतात.जसे, $\overline{CD}$ आणि $\overline{AC}$ हे वर्तुळाच्या जीवा आहेत.जसे $\overline{AC}$ हे विशेष जीवा आहे ते केंद्र 'O' जात आहे. जी जीवा वर्तुळाच्या केंद्रातुन जाते त्याला व्यास म्हणतात.

हे करा

एक वर्तुळ काढुन त्यामध्ये कमीत कमी 5 जीवा काढा.खाली करुन घ्या त्यामध्ये एक जीवा केंद्रतुन जायला पाहीजे.त्यांना नावे द्या आणि तक्ता भरा.

क्र.सं	जीवा	लांबी	केंद्रातुन जात आहे/नाही
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			

तुमच्या काय लक्षात आले ?

तुमच्या लक्षात आले असेल की,केंद्रातुन जाणारी जीवा सर्वात लांब आहे.आधीच्या आकृतीकडे जाऊ. O मध्य बिंदु असलेला $\overline{AC}$ हा रेषाखंड आहे.

तसेच,आपल्याला माहीत आहे की, $\overline{OA}$ आणि $\overline{OC}$ ह्या वर्तुळाच्या दोन त्रिज्या आहेत.आपण असे पाहु शकतो की, $\overline{OA}$ ची लांबी + $\overline{OC}$ ची लांबी = $\overline{AC}$ ची लांबी

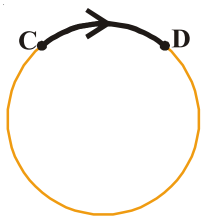
म्हणजेच खऱ्या अर्थाने,वर्तुळाची व्यास हे त्रिज्याचे दुप्पट आहे.

विचार करा, चर्चा करा

एका वर्तुळात एकापेक्षा जास्त व्यास काढणे शक्य आहे का,सर्व व्यासाची लांबी एक सारखी असते का ?

तुमच्या मित्रासोबत चर्चा करा आणि उत्तर माहीत करा.

पुन्हा त्या आकृतीला पाहा.वर्तुळाच्या C आणि D बिंदुमधील भागाला **कंस** म्हणतात.आणि त्याला $\overset{\frown}{CD}$. म्हणुन दर्शवितात.आकृतीमधील इतर कंसाला नावे द्या.



साध्या बंदीस्त आकृतीप्रमाणे वर्तुळ,प्रतलाला तीन भागात विभागतो.जसे आतील भाग,बाहेरील भाग आणि हद्द.

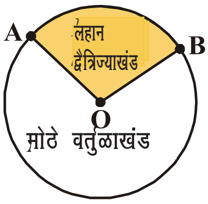
वर्तुळाचा आतील भाग आणि हद्दला मिळुन तयार झालेल्या प्रांताला **वर्तुळाकार प्रांत** म्हणतात.

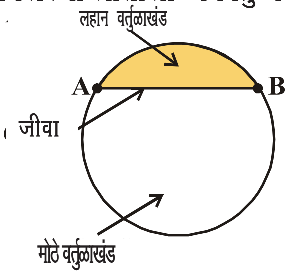
SCERT TELANGANA

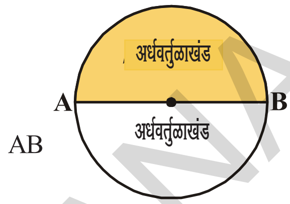
वर्तुळाचे इतर काही भाग

वर्तुळाचा कंस आणि वर्तुळाच्या 2 त्रिज्याने व्यापलेल्या प्रांताला त्या वर्तुळाचा द्वैत्रिज्याखंड म्हणतात. वर्तुळाचा कंस आणि जीवाने व्यापलेल्या प्रांताला त्या वर्तुळाचा वर्तुळखंड म्हणतात.जीवा वर्तुळखंडाला दोन विभागात विभागते.

वर्तुळाचा कंस आणि व्यासने व्यापलेल्या प्रांताला **अर्धवर्तुळाकार प्रांत** म्हणतात.







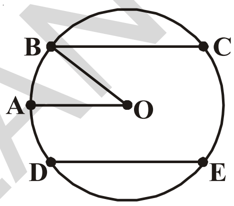
अभ्यास - 4.5

1. एक वर्तुळ काढुन त्याच्या केंद्राला, त्रिज्याला,व्यासाला आणि कंसाला नाव द्या.

2. वर्तुळातील प्रांताला रंगवा.

   i. द्वैत्रिज्याखंडाला लाल रंगाने

   ii. लहान वर्तुळखंडाला पिवळ्या रंगाने



3. 'सत्य' किंवा 'असत्य' ते लिहा.

   i. एका वर्तुळात आपण एकच केंद्र दाखवु शकतो. ( )

   ii. व्यास हे त्रिज्याचे दुप्पट असते. ( )

   iii. कंस हा वर्तुळाचा एक भाग आहे. ( )

   iv. सर्व जीवाची लांबी एक सारखी असते. ( )

   v. सर्व त्रिज्याची लांबी एक सारखी असते. ( )

4. वर्तुळाकार कागदाचा तुकडा घ्या. त्याला अर्ध्यामध्ये घडी करा.त्या घडीला दाबा आणि उघडा करा,तुम्हाला व्यासाची दुमड मिळते का ? घडी बदलुन पुन्हा त्याच प्रकारची प्रक्रिया करा.तुम्ही किती व्यासाचे निरीक्षण करता ? जास्तीत जास्त किती व्यास तयार होऊ शकतात ?

आपण काय चर्चा केली ?

1. एक बिंदु एका स्थानाला ठरवितो. हे साधारणपणे इंग्रजीच्या मोठ्या अक्षराने दर्शवितात.
2. दोन बिंदुना जोडल्यानंतर रेषाखंड तयार होतो.याची लांबी मर्यादीत असते.
3. रेषाखंडाच्या दोन्ही बाजुला अमर्यादीत वाढविले असता आपल्याला रेषा मिळते.
4. किरण हे एक रेषेचे भाग आहे.ते एका बिंदुपासुन सुरुवात होते आणि एका दिशेला अमर्यादीत जाते.
5. पेन्सील न उचलता काढलेल्या आकृतीला वक्ररेषा म्हणतात.यानुसार,रेषासुध्दा एक वक्ररेषा आहे.
6. जे स्वतः एकमेकाला छेदत नाही त्यांना साधी वक्ररेषा म्हणतात.

SCERT TELANGANA

7. उघडलेल्या आणि बंदीस्त अश्या दोन पद्धतीचे वक्ररेषा असतात.

8. सामाईक अंत्यबिंदु पासुन दोन किरणांची सुरुवात होऊन तिथे कोन तयार होतो.सामाईक अंत्यबिंदुला त्या कोनाच्या शिरोबिंदुला आणि त्या दोन किरणाला त्या कोनाच्या बाजु किंवा भुजा म्हणतात.

9. प्रत्येक कोन प्रतलला त्या कोनाच्या तीन भागात विभागते.जसे - आतील भाग,बाहेरील भाग आणि त्या कोनाची हद्द.

10. तीन रेषाखंडापासुन तयार झालेल्या बंदीस्त आकृतीला त्रिकोण म्हणतात.

11. त्रिकोणाला तीन शिरोबिंदु,तीन बाजु, आणि तीन कोन असतात.

12. त्रिकोणाची हद्द आणि त्याची आतील भाग मिळुन त्रिभुजीय प्रांत बनते.

13. चार रेषाखंडापासुन तयार झालेल्या बंदीस्त आकृतीला चौकोण म्हणतात.

14. वर्तुळ हे एक साधी बंदीस्त आकृती आहे. जिथे त्याच्या हद्दीवरचा प्रत्येक बिंदु त्याच्या केंद्रापासुन समान अंतरावर असते.ह्या अंतराला त्रिज्या म्हणतात.

15. कंस हा वर्तुळाचा एक भाग आहे,आणि वर्तुळाच्या एकुण लांबीला त्याचा परिघ म्हणतात.

16. वर्तुळा वरच्या कोणत्याही दोन बिंदुला जोडणाऱ्या रेषाखंडाला त्या वर्तुळाची जीवा म्हणतात. व्यास सुद्धा एक जीवा आहे.

17. वर्तुळाचे व्यास हे त्रिज्याचे दुप्पट आहे.

18. वर्तुळाची हद्द आणि त्याचा आतील भाग मिळुन वर्तुळाकार प्रांत बनते.

19. वर्तुळाचा कंस आणि वर्तुळाच्या 2 त्रिज्या ने व्यापलेल्या प्रांताला त्या वर्तुळाचा द्वैत्रिज्याखंड म्हणतात.

20. वर्तुळाचा कंस आणि वर्तुळाची जीवा ने व्यापलेल्या प्रांताला त्या वर्तुळाचा वर्तुळखंड म्हणतात.

21. अर्धवर्तुळ हे वर्तुळाखंड आणि तसेच द्वैत्रिज्याखंड आहे,हे वर्तुळाचे अर्धे असते.प्रत्येक व्यास वर्तुळाला दोन अर्धवर्तुळामध्ये विभागते.

युक्लीज (ग्रीक)

इ.स.पुर्व 365

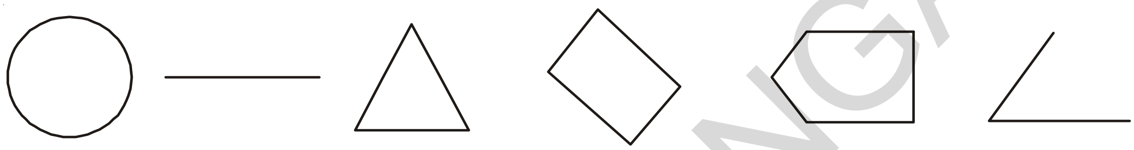
ते एक प्रसिद्ध तत्वज्ञानी आणि गणितज्ञ आहे.त्याने भुमितीला तार्कीक क्रमामध्ये परीचय करुन दिला.ते इलिमेंटस या पुस्तकात ग्रंथीत केलेला आहे. त्यांच्या भूमीतीला युक्लीडीयन भूमीती म्हणुन ओळखल्या जाते.

SCERT TELANGANA

रेषा आणि कोणांचे मापण

5.1 परिचय

मुलभुत भुमीतीय आकरामध्ये आपण काही भुमीतीय आकराबद्दल शिकलो आहे. या अंतर्गत रेषा कोण,त्रिकोण,चौकोण आणि वर्तुळ येतात. या पैकी आकृत्या बऱ्याच रेषा खंडाने बनतात. त्या व्दारे कोण बनतात व वेगवेगळया आकाराच्या रेषा आणि कोण आपण पाहु शकतो. नेहमी रेषा खंडाची लांबी कोणाचे मापण पाहुन करु शकतो. हे नेहमी शक्य नसते



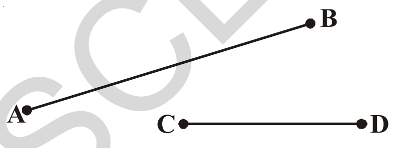
आकृती 5.1

काही वेळा मापन खुपच कमी अंतराचे करायचे असते. त्या करीता एका निश्चीत उपकरनाची गरज भासते.

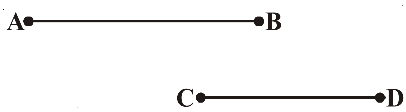
5.2 रेषा खंडाचे मापण -

पुस्तकाच्या बाजू टि. वी. ची, विटाची बाजु इत्यादी रेषाखंड आहेत.

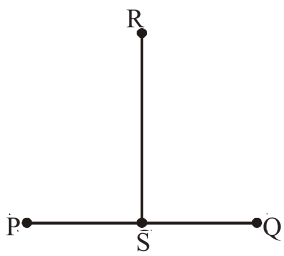
आपण बरेचसे रेषा खंड काढले आणि पाहिले देखील. आपणास माहित आहे कि त्रिकोण तिन रेषाखंडाने आणि चौकोण चार रेषाखंडाने बनतात.रेषा खंड एका रेषाचाच एक भाग असुन त्यांना दोन शेवटचे बिदु असतात.रेषाखंडाचे माप करण्यासाठी हे त्यांना उपयोगी ठरते. हे जे मोजमापण करते ते त्याची लांबी असते.रेषाखंडाची तुलना करण्यासाठी आपण लांबीचा वापर करतो. आपण दोन रेषा खंडाच्या लांबीची तुलणा करु शकतो. a) साधारण निरीक्षण. b) कागदावर काढुण तुलना करु शकतो. c)उपकरणाचा वापर करुण $\overline{AB}$ आणि $\overline{CD}$ रेषा खंड 5.2 चित्रात सामान्य निरीक्षणाने तुलना करुशकतो. त्यातील



आकृती 5.2



लांबरेषाखंड कोणते आहेत ओळखु शकता का.? $\overline{AB}$ हि $\overline{CD}$ पेक्षा निश्चितच लांब आहे.परंतु 5.3. चित्रात PQ आणि RS दोन रेषा खंडाच्या लांबीची तुलना करने हे कठिन आहे.?



आकृती 5.3

SCERT TELANGANA

विचार करा आणि चर्चा करा

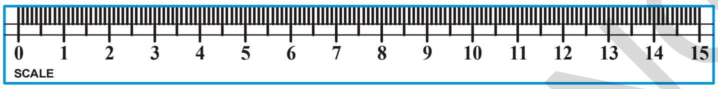
आपण त्यांची कशी तुलना करु शकतो ?

यांची तुलना करण्यासाठी आपण एक रेषा खंड कागदावर $\overline{AB}$ आणि $\overline{CD}$ एका कागदावर काढतो जेने करुन ते दोन्ही एकाच दिशेत असतील. आपण आता असे म्हणु $\overline{AB}$ हि $\overline{CD}$ पेक्षा लांब आहे अशाच प्रकारे आपण $\overline{PQ}$ ला सोबत तुलना करु. आपल्याला दिसेल कि $\overline{PQ}$ आणि $\overline{RS}$ ची लांबी समान आहे.

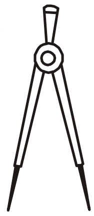
5.2.1 उपकरणाव्दारे तुलना करने

कोणत्याही दोन रेषा खंडाची अचुक तुलना करण्यासाठी आपणास योग्य त्या उपरकरणाची गरज आहे या अंतर्गत स्केल पट्टी आणि. दुभाजक (Divider) तुम्ही असे उपकरण कधी पाहिले आणि वापरले आहे काय

याकडे काळजी पुर्वक पहा.?



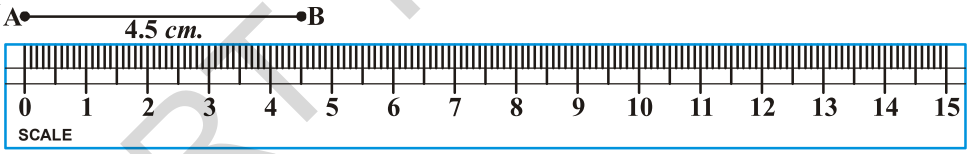
स्केल पट्टी



दुभाजक

एक स्केल पट्टि 15 समान मोठया भागात विभाजीत करुन त्यांची नोंद एका बाजुला केली आहे या प्रत्येक भागाची लांबी 1 सेंटी मिटर आहे. (1 *cm.*) पुन्हा सें.मि.ला 10 समान भागात विभाजित केले आहे आणि प्रत्येक उप भागास 1 मिली मीटर मध्ये विभागलं आहे

चला पाहु कि एक रेषाखंडाची लांबी. स्केल पट्टीचा वापर करुन असा केला जातो .

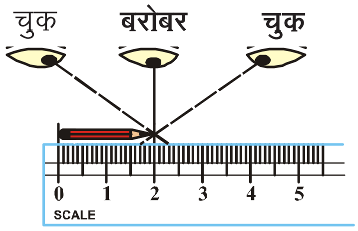


स्केल पट्टिचा शुन्य हा A ठिकाणी बिंदुच्या ठिकाणी घ्या. B पर्यंतची खुन हि AB एक रेषाखंडाची लांबी होय. येथे AB ची लांबी = 4.5 सेंटीं.मीटर.. म्हणजेच AB = 4.5 सेंटीं.मीटर

जर आपण A खुन (cm) स्केल पट्टिच्या 1 वर घेतल्यास B पर्यंतची लांबी 5.5 सें.मि होते.आपणास दोन्ही बिंदुंना वाचावे लागते आणि फरक हा त्याची लांबी दाखविते.

म्हणजेच 5.5 - 1 = 4.5 सेंटीं.मीटर

विचार चर्चा आणि लिहा.

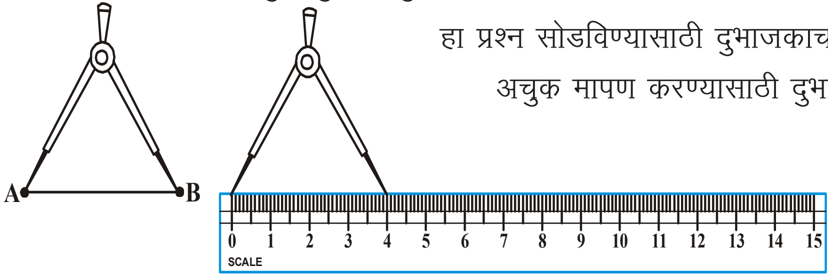


तुम्ही रेषाखंडाची लांबी माहित करतांना आणखी कोणत्या चुका काढू शकता ?

जसे- पेन्सीलची लांबी काढने चित्रात दाखविल्या प्रमाने डोळा योग्य ठिकाणी ठेऊन दोन बिंदुच्यावर लंब ठेवुन माहित करावे. रेषा नाही

SCERT TELANGANA

तर कोणीय दृष्टी कोणामुळे चुका होवु शकतात.



हा प्रश्न सोडविण्यासाठी दुभाजकाचा वापर करणे चांगले असते ?
अचुक मापण करण्यासाठी दुभाजकाचा वापर करा .

आकृती 5.1

दुभाजकाला उघडुन त्याचे एक टोक A बिंदुवर ठेवा आणि दुसरे टोक B बिंदुवर ठेवा. दुभाजकाला सावधपणे अडथळा न होऊ देता उचला स्केल पट्टिवर ठेवा त्याच्यावर केलेली नोंद वाचा.
AB रेषाखंडाची लांबी काय आहे ? जास्त रेषाखंड घ्या आणि त्याची लांबी मोजा.

प्रयत्न करा

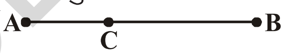
1. एक एक पत्र घ्या स्केल पट्टी आणि दुभाजकाच्या मदतीने त्याची लांबी आणि रुंदि मोजा सर्व अक पत्राचे आकारमान समान आहेत का?
2. कोणत्याही तिन वस्तुची निवड करा. जसे- खोडरबर,लहान पेन्सील, इत्यादी ची लांबी एका कागदावर गिरवा हया रेषाखंडाच्या लांबीचे मापण करा. .

प्रश्न संग्रह- 5.1

1 तुमच्या वर्गात पाहिलेल्या कोणत्याही पाचं रेषाखंडाचे उदाहरण घ्या.
2. स्केल पट्टीपेक्षा दुभाजक वापरने का योग्य आहे ? जेव्हा आपण दोन रेषा खंडाची लांबी मोजतो ?
3. खालिल दिलेल्या चित्रातिल सर्व रेषाचे मापन करां. त्यांना लांबीच्या उतरत्या क्रमात लिहा.

रेषाखंड $\overline{AB}$ $\overline{AC}$ $\overline{AD}$ $\overline{AE}$ $\overline{BC}$ $\overline{BD}$ $\overline{BE}$ $\overline{CD}$ $\overline{CE}$ $\overline{DE}$

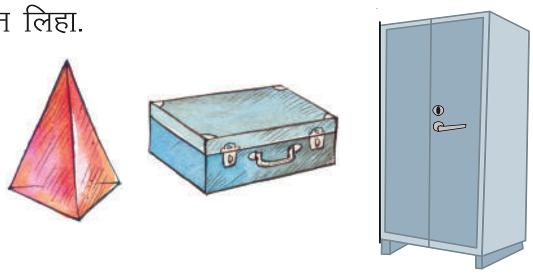
4. $\overline{AB}$ चा मध्यबिदु स्वेता आणि रेषमाव्दारे खालिल प्रकारे मांडला आहे.

स्वेता


रेषमा

स्वेता तुम्हाला कोणते बरोबर वाटते ? $\overline{AC}$, $\overline{CB}$ स्वेता लांबी काढा. तपासुन पहा .

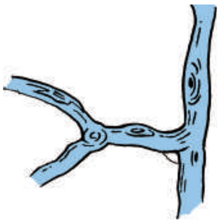
5. दिलेल्या प्रत्येक चित्रात बरेचशा रेषाखंड आहेत. एका कपाटाची एक बाजु लांब दाखविली आहे सर्व चित्रातील बाजुंना ओळखा आणि नोंद करुन लिहा.

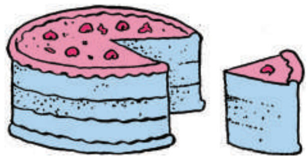


SCERT TELANGANA

5.3 कोणाचे माप

आपण आपल्या भोवताली नेहमी अणेक प्रकारचे कोन पाहतो.

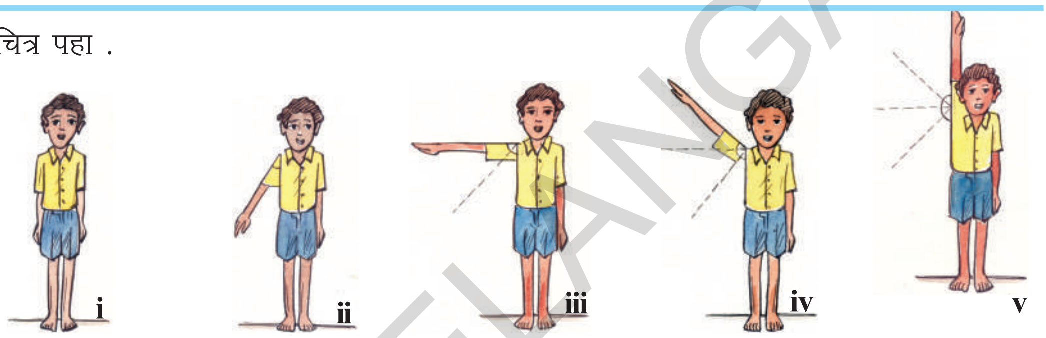




आपनास माहित आहे कि एका कातराचि पट्टी जेव्हा दुर जाते तेव्हा त्यातिल कोन वाढत जातो. दोन किरना मध्ये किवा दोन रेषाखंडामघ्ये कोन निर्माण होतात .काही वस्तुचे उदाहरण द्या.ज्यामध्ये आपन कोन पाहु शकतो.

कृत्य

खालिल चित्र पहा .



तुमचे हात कमरेजवळ ठेवा. एक हात पुर्व स्थितीत ठेवा आणि दुसरा हात हळु हळु वर करा जेव्हा तुम्ही हात जस जस वर घेवुन जानार तसे तुमचा हात आणि शरीरामधील कोण बदलत जाईल. चला निर्माण झालेले कोन आणि त्यांना काय म्हणतात पाहू या. सुरुवातीस बाजु शरीरासोबत होती जसे तुम्ही हाताची हालचाल केली तसे-तसे कोन वाढत गेला .?

iii चित्रात तुमचा हात शरिराला लंब आहे तुमची बाजु आणि शरीरामध्ये निर्माण झालेला कोन . 90° आहे, त्यास लंब कोन म्हणतात.

ii चित्रात तुमच्या हाताव्दारे आणि शरीराने बनलेला कोन लंब कोनापेक्षा लहान आहे, अशा कोणास लघु कोन म्हणतात.

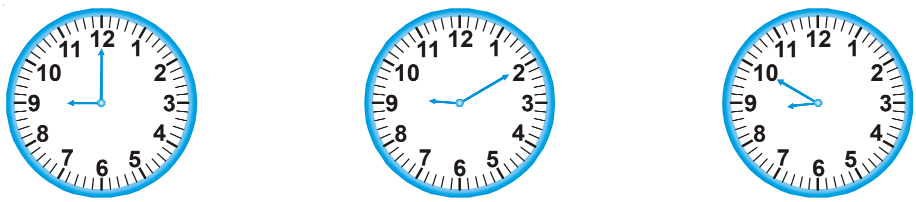
iv चित्रात निर्माण झालेला कोण लंब कोनापेक्षा अधीक आहे आणि त्या कोणास विशाल कोन असे म्हणतात.

v चित्रात तुमचा हात तुमच्या शरीरा सोबत आहे आणि तयार झालेला कोण 180° आहे .या कोनाला सरळ कोण म्हणतात.

आता (i) चित्रात तुम्हाला तुमचा हात आणि शरीरामधील कोन दिसत आहे का? तेथे कसलाही कोन तयार झालेला नाही म्हणुन त्याला आपन शुन्य कोण म्हणतो .हा कोन अंशाचा आहे. शुन्या पासुन हालचाल सुरु केली आहे. चित्राकडे पहा खालची वर आणि वरची खाली दिशा करुन आपण दाखवितो की आपन सुरवातीच्या ठीकाणी आणखी पोहचलो नाही.

SCERT TELANGANA

आता चला घडयाळयामध्ये आणखी काही तयार झालेल्या कोनाचे निरीक्षण करु. 12 वाजता दोन काट्याने तयार झालेला कोन शुन्य अंशाचा असतो.

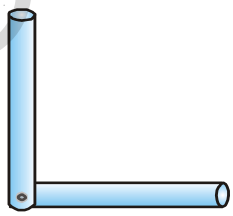


कोणत्या घडयाळयाच्या बाजु लघु कोन दाखवीत आहेत. कोणत्या चित्रात दोन्ही बाजु विशाल कोन बनवत आहेत. याचे मोजमाप करण्यासाठी आपन तासाचा लहान काटा वापरतो आणि मिनीटाच्या काट्याचे clockwise भ्रमण तासाच्या काट्यापासुन दुर असते.

कृत्य

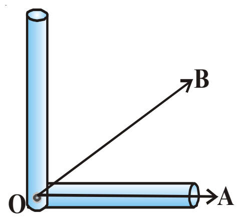
दोन शरबत पीण्याच्या पुंगळया घ्या.

एक पुंगळी घेवून एका टाकीवर ठेवा. आणि दुसरे टोक दुसऱ्या पुंगळीच्या एका टोकासोबत टाचणी व्दारे जोडा. तुम्हाला 'L' आकाराची आकृती दिसेल.



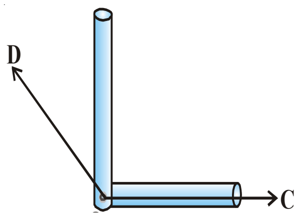
आकृती 5.6

5.6 याप्रमाणे काटकोन मापक उपकरण असते. याला 5.7 आकृतीप्रमाणे $\overline{OA}$ च्या एकरुप होणाऱ्या बिंदुवर ठेवल्यास असे दिसुन $\angle AOB$ हा काटकोनापेक्षा लहान आहे. यास लघुकोण असे म्हणतात.



आकृती 5.7

5.8. काटकोन मापक $\overline{OC}$ या किरणावर चित्राच्या बिंदु सोबत एकरुप होत आहे. इथे $\angle COD$हा काटकोनापेक्षा मोठा आहे म्हणुन त्यास विशालकोन म्हणतात .



आकृती 5.8

प्रयत्न करा

1. कोणीय पुंगळी उपकरणाचा वापर करुन खालिल कोण माहितकरा

(i) (ii) (iii) (iv)

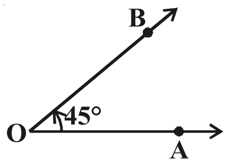
2. तुम्हाला लघुकोण आणि विशालकोन आढळुन येईल अशा दैनंदिन जिवणातील घटनेचे पाच उदाहरण द्या.

3. तुमच्या आवडीचे काही कोन काढा व काटकोन मापकाचा वापर करुन विशालकोन आणि लघु कोन ओळखा.

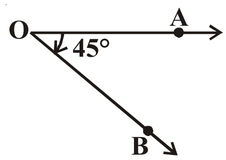
सत्या आणि स्वेताला कोण OA किरण देण्यात आले आणि 45° कोण काढण्यास सांगितल ते

SCERT TELANGANA

त्यांनी अशाप्रकारे काढले .



सत्या (∠AOB = 45°)



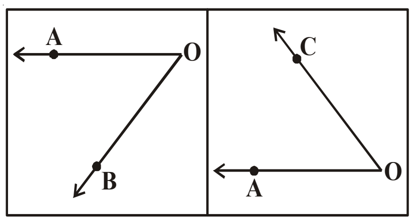
स्वेता (∠AOB = 45°)

सत्याने आणि स्वेताने काढलेल्या कोनातील फरक काय आहे ?

सत्याने काढलेला कोन OA ला विरुध्द दिशेने फिरतो. त्यांना एंटीक्लाक वाईज एंगल (Anti Clockwise angle) म्हणतात. या कोनास ऋण मापणाने दर्शवितात. म्हणुण सत्याचे कोण - 45° आहे स्वेताने बनविलेला कोण OA हे घडयाळयाच्या काटयाच्या दिशेत फिरतो. त्या कोनांला क्लाक वाईज एंगल (Clockwise Angle) म्हणतात.त्यांना घन मापणांने दर्शवितात. स्वेताने बनलेला कोन 45°

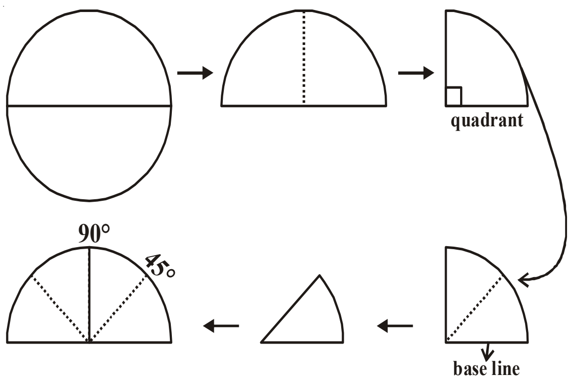
विचार चर्चा करा आणि लिहा .

बाजुच्या चित्रात ∠AOB आणि ∠AOC हे दिले आहेत कोणता कोन एंटीक्लाकवाईज आहे आणि कोणता कोण क्लाक वाईजआहे विचार करा आणि मित्रासोबत चर्चा करा .



कृती करा

1. बांगडयाचा वापर करुन वर्तुळाकार कागद कापुन घ्या .
2. त्याला मध्यभागातुन बंद करा तुम्हाला अर्धवर्तुळ मिळेल.
3. पुन्हा एकदा अर्ध करा तुम्हाला एक चतुर्थांश भाग येईल .
4. दबलेला भाग 90° चा त्याच्या एका कोणात येईल त्याला 90° म्हणुन खुन करा ..
5. त्या चतुर्थ भागला पुन्हा एकदा अर्ध करा. तुम्हाला 45° चा कोण दिसेल.

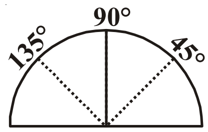


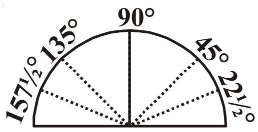
6. आता त्याला उघडा. नविन रेषा पर्यंतचा कोण किती ? 45° कोण म्हणुन सुरवातिला रेषा आणि चलनरेषातिल तयार झालेला कोण किती आहे?

SCERT TELANGANA

7. 90° च्या दुसऱ्या बाजुस दुभागल्याचे मापन करा .

ते 90° + 45° = 135° असे राहु शकते .



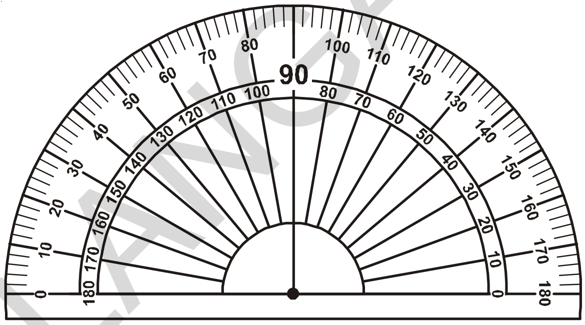


8. 45° पर्यंत त्याला परत दुभागले असता त्याचे पुन्हा अर्धे करें सुरुवातिच्या रेषेच्या डाव्या हाजुला असलेला दुभाग 45° चा अर्धा होतो 22½°. 135° च्या डाव्या बाजुचा कोण 157½° होतो .

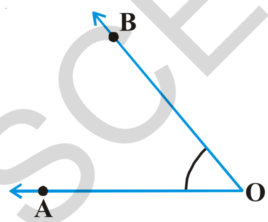
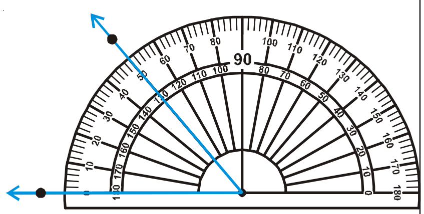
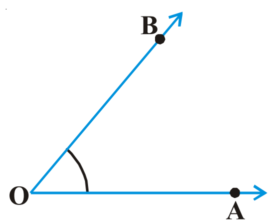
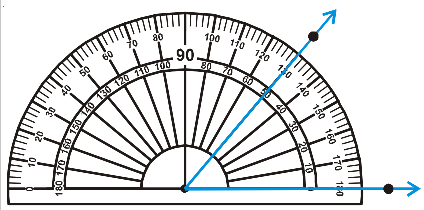
तुम्हाला कोनाचे मापन करन्यासाठी तयार असलेले उपकरन उपलब्ध आहे ते म्हणजे **कोण मापक** होय .

3.1 कोण मापन

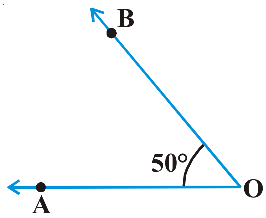
वेळेवर तयार केलेले लंब कोण परिक्षेत या लंब कोणाचे मापन करण्यासाठी मदत होते परंतु हे निश्चीत अशी तुलना याने करता येत नाही. म्हणुन निश्चीतपणे कोणांचे मापन करण्यासाठी आपणास एका उपकरणाची गरज आहे त्याला **कोनमापक** असे म्हणतात. जर तुम्ही काळजी पुर्वक कोण मापकाकडे पाहिलात तर तुम्हाला असे दिसुन येईल कि तेथे दोन प्रकारचे मापन आहेत. लंब कोन दर्शविणारी रेषा माहित करा. त्याचे मापन 90° राहिल. हि रेषा आडव्या रेषेच्या एकदम लंब असते. दोन्ही बाजुंना दोन प्रकारचे कोण मोजन्यास मदत होते. एक **Clockwise Angle** आणि **Anti-clockwise Angle** या आतील स्केल पट्टी आणि बाहेरील स्केल पट्टी 0° ते 180°मापन असनारे दोन दिशेत असतात. याना 180° समान भाग केले जातात. प्रत्येक भागास (1°). म्हणतात हे भाग वक्र कोनापाशी असलेला आंतर 10°.आहे. दोन्ही बाजुंना शुन्य मधुन जानारी रेषा सुरुवातिच्या रेषेच्या मध्य बिंदुतुन जाते . आपन कोण मोजण्यासाठी कोण मापकास कसे वापरतो.



आता आपन शिकु या.

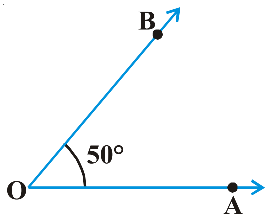
Clockwise Angle CW	Steps	Anti-clockwise Angle
 	1.कोणता लघु किंवा विशाल कोन आहे ते ओळखा . 2. कोन मापकाचा मध्य बिंदु कोणांच्या निर्देशांक वर ठेवा . 3. कोन मापकाच्या अनुकुल बनविण्यासाठी (निर्देशांक पासुन केंद्र बिंदुला न हलविता) अशा प्रकारे ठेवा.	 

SCERT TELANGANA



4. स्केल पट्टीकडे पहा या. ठीकाणी सुरुवातीची रेषा 0° दर्शविते

5. रेषा कोणाचे मापण माहीत करा. जेथे दुसरी बाजु स्केल पटीवर ∠AOB = 50°बनविते

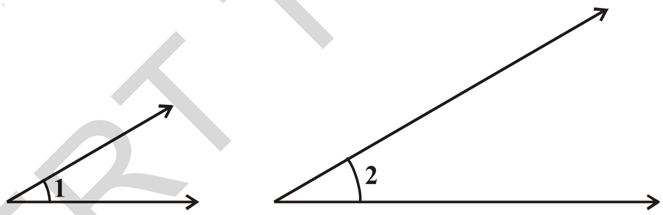


प्रकार	मापण
शुन्य कोण	0^0
लंब कोण	90^0
सरळ कोण	180^0
पुण कोण	360^0
लघु कोण	0^0 आणि 90^0 मधील कोण
अधीक कोण	90^0 आणि 180^0 मधील कोण
परीवर्तीत कोण	180^0 आणि 360^0 मधील कोण

.

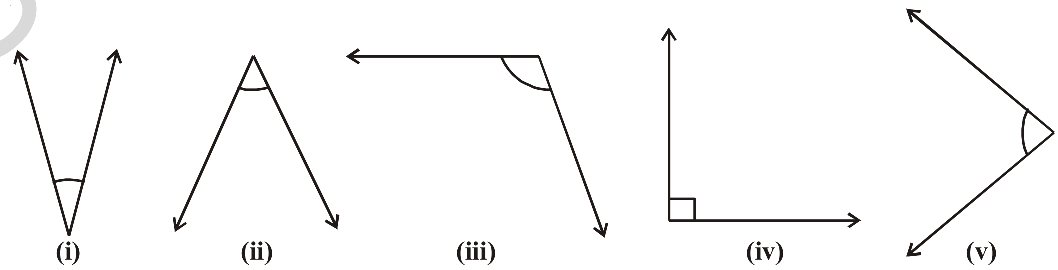
प्रयत्न करा

1. . कोणता कोन मोठा आहे ? मित्रा सोबत चर्चा करा.



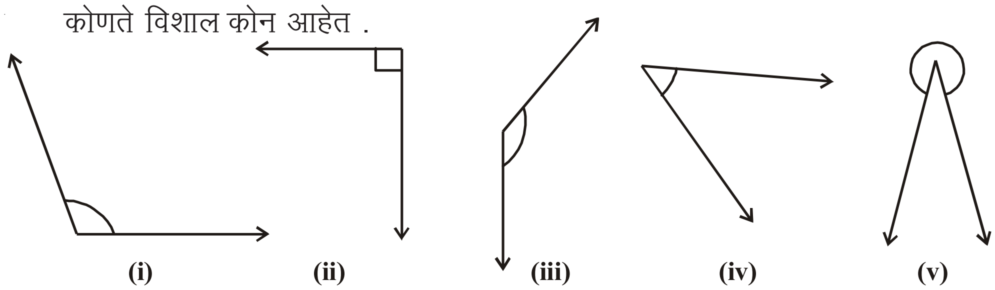
कोनाचे मापण करुन तपासुन पहा. तुमचा अनुमान बरोबर आहे का ? कारणे द्या.

2. कोणता कोन लघुकोन आहे? माहीत करुन त्याचे मापण लिहा?



SCERT TELANGANA

3. कोणते विशाल कोन आहेत .



4. तुमच्या आवडीचे दोन लघु कोन आणि विशाल कोन काढा .

5. खालील कोनांना लघुकोन, विशाल, कोन,आणि सरळ कोनात विभागनी करा.

40°, 140°, 90°, 210°, 44°, 215°, 345°, 125°,
10°, 120°, 89°, 270°, 30°, 115°, 180°

प्रयत्न करा - 5.2

1. चुक किंवा बरोबर लिहा

   i लंब कोणा पेक्षा लहान कोणाला लघु कोण म्हणतात .

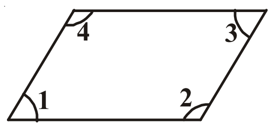
   ii. लंब कोणाचे मापन 90° असते .

   iii. सरळ कोणाचे मापन 180° असते

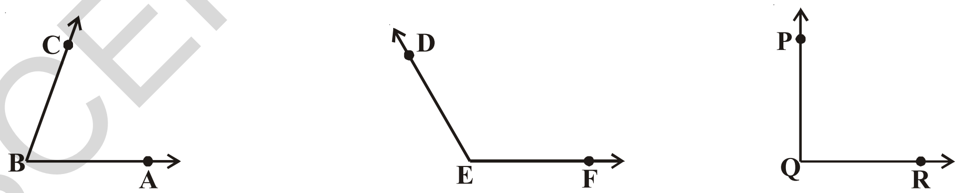
   iv. 180° मापन पेक्षा अधिक असणाऱ्या कोणास परीवर्तीत कोण म्हणतात.

   v. पुर्ण कोणांचे मापन 360°.असते.

2. दिलेल्या चित्रात कोणते कोन लघु कोन आणि कोणते विशालकोन आहे .? त्याचे मोज मापन करुन अनुमाण लावून त्याचे मापण देखील लिहा.



3. या कोणाचे मापन किती आहे यातील सर्वात मोठा कोन कोणता आहे. सर्वात मोठ्या कोनापेक्षा मोठा कोन काढा.?



∠ABC = ... ∠DEF = ... ∠PQR = ...

4. घडयाळ्यात दिलेल्या वेळा नुसार लहान काटा आणि मोठा काट्यामधिल तयार झालेल्या कोणाचे प्रकार लिहा.

   i. सकाळी 9 वाजता .

   ii. सायंकाळी 6 वाजता

   iii. दुपारी 12 वाजता

   iv. दुपारी 4 वाजता

   v. रात्रिचे 8 वाजता

SCERT TELANGANA

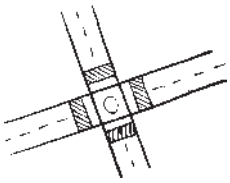
5. कोणाचे मापन करुन जोड्या लावा. या सर्वाचे चित्र देखिल काढा .

गट अ	गट ब
लघु कोण	90°
लंब कोण	270°
विशाल कोण	45°
परीवर्तीत कोण	180°
सरळ कोण	150°

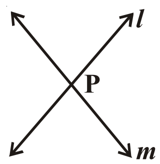
5.4 छेदित रेषा,लंब रेषा आणि समांतर रेषा

5.4. छेदित रेषा

खालिल चित्राकडे पहा .



आपन पाहु शकतो कि रस्ते आणि काठी यांना रेषा व्दारे दर्शवितात. चित्रात काढलेल्या रेषा परस्पर दोन्ही छेदत आहेत. या रेषांना एक साधारण बिंदु आहे. दोन वेगवेगळ्या रेषांना किती साधारन बिंदु आहेत.?



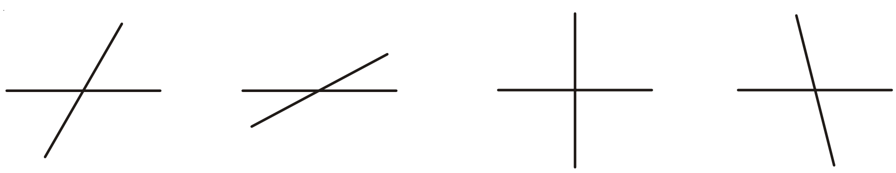
प्रयत्न करा

1. एका प्रतळात दोन वेगवेगळ्या रेषा काढा. त्या रेषा एकापेक्षा अधिक बिंदुतुन छेदित असतात का.?
2. तिन साधारन बिंदु असलेल्या वेगवेगळ्या रेषा बद्दल विचार करा.तसेच दोन साधारन बिंदु असलेल्या रेषा बद्दल देखील विचार करा.?

दोन वेगवेगळ्या रेषा l आणि m परस्पर एक P बिंदु जवळ मिळतात. आपण म्हणतो कि l आणि m हे P जवळ छेदतात. हाच एक साधारन बिंदु आहे, ज्या ठिकाणी दोन रेषा मिळतात.म्हणुन जर दोन रेषानां एक साधारन बिंदु असेल तर त्यास खंडित रेषा म्हणतात.

ज्या रेषांना साधारन बिंदु नसतो त्या रेषांबद्दल विचार करा त्या रेषांना आपन काय म्हणु शकतो .

खंडित होणाऱ्या रेषा कोन बनवितात. खालिल खंडित रेषा पहा. त्या सर्व कोन तयार करतात खालील खंडित रेषांव्दारे तयार होणाऱ्या कोणांना ओळखा.

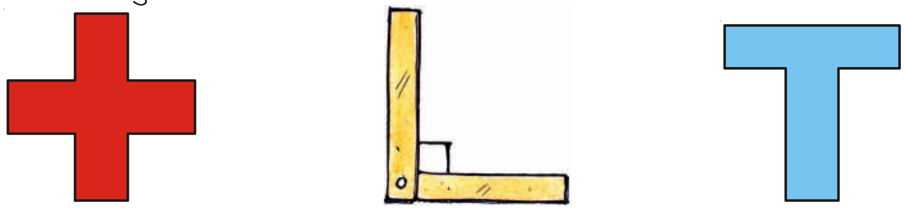


1.काही कोन विशाल कोन आणि काही लघु कोन आणि काही लंब कोण आहेत .

SCERT TELANGANA

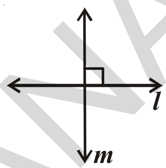
2 लंब रेषा

चित्राच्या कोन बाजु मधील तयार होणाऱ्या रेषेचे निरिक्षन करा .



चित्रातिल रेषांची कल्पना करा .

ते काटकेान तयार करतात का.? परस्पर खंडित होतात का ?



जर दोन रेषा परस्पर एका लंब कोनापासी खंडित होत असतील तर त्यांना लंब रेष असे म्हणतात .

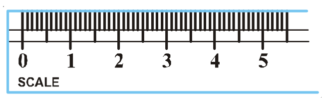
येथे *l*' रेषा '*m*' रेषाच्या लंब आहे $l \perp$ m. असे आपन लिहितो.

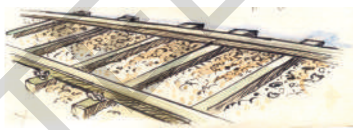
विचार चर्चा करा आणि लिहा

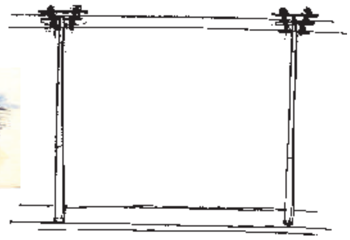
1. जर $l \perp m$, तर $m \perp l$ असे आपन म्हणु शकतो का ?
2. एकात दिलेल्या रेषेला आपन किती लंब रेषा काढु शकतात ?
3. ईंग्रजीच्या कोणत्या अक्षराव्दारे लंब रुप दर्शवितात ?

5.4.3 समांतर रेषा

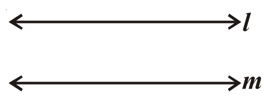
चित्राचे निरीक्षण करा







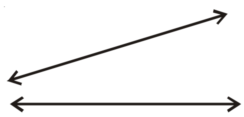
चित्रातील स्केल पट्टीची बाजू, रेल ची पट्री विद्युतची तार याची कल्पना करा .ते एकत्र मिळतात का?जर त्याची दिशा न बदलता त्यांना वाढविले. एका तळात जर दोन रेषा परस्पर एका बिंदुत खंडित होत नसतील तर त्यांना **समांतर रेषा** असे म्हणतात. येथे *l* आणि *m* समांतर रेषा आहेत त्याला आपन $l \parallel m$ असे वाचतो .



तुम्ही तुमच्या वर्गात समांतर रेषेचे आणखी काही उदाहरणे शोधु शकता का?

प्रयत्न करा

खाली दिल्या प्रमाने दोन रेषा एका कागदावर काढा. त्या परसस्पर खंडित होतात का ? तुम्ही त्यांना समांतर रेषा म्हणु शकता का.?



समांतर रेषेची एक जोडी काढा. त्यातील तयार झालेला कोन किती आहे ? विचार करा व ते तुमच्या मित्रा सोबत चर्चा करा .

SCERT TELANGANA

उदाहरण सग्रह- - 5.3

1. खालील दिलेल्या उदाहरणात कोणते समांतर रेषा, लंब रेषा किंवा या पैकी दोन्ही नाहीत ओळखा.

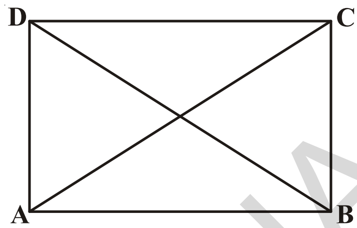
   i. खिडकीचे उभे गज .

   ii. रेल गाडीची पट्री

   iii. इंग्रजी बाराखडीतील V अक्षर

   iv. काळ्या फळ्याच्या विरुद्ध बाजु .

   v. दरवाज्याच्या लगतच्या बाजु .



2. एका कागदावर चौरसाचा संच काढुन त्यातील लांब बाजुंना खुन करा .

3. ABCD हे आयत आहे . $\overline{AC}$ आणि $\overline{BD}$ हे कर्ण आहेत. समांतर असलेल्या रेषा लंब रेषा आणि खंडित रेषा बाजुच्या चित्राला पाहून चिन्हाचा वापर करुन लिहा .

   a)समांतर रेषा b) लंब रेषा c) खंडित रेषा

आपन काय चर्चा केली ?

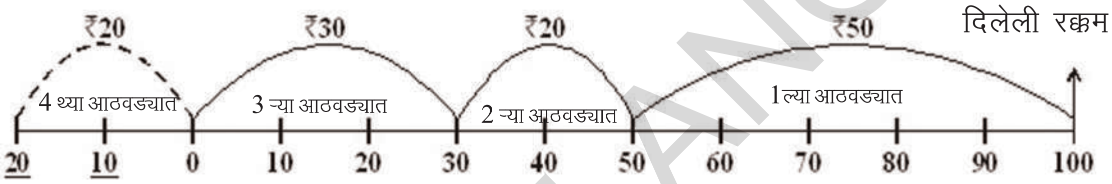
1. आपन दोन रेषा खंडाना साधारन निरीक्षनाव्दारे तुलना करु शकतो. रेषाखंडांना खुन करुन आणि उपकरणाचा वापर करुन .
2. रेषा खंडाची तुलना करण्यासाठी आणि काढण्यासाठी स्केल पट्टी आणि दुभाजक या उपकरणाचा वापर करतो .
3. लांबी मोजन्याचे एकक (1 से.मी. *cm*.).आहेत.
4. 1 सेंटी.मीटर. = 10 मीली मीटर..
5. कोनमापणाचे एकक डिग्री आहे (1°). हे $\frac{1}{360}$ वा प्रदक्षीणाचा भाग आहे .
6. लंब कोनाच(काटकोनाचे) मापण 90° आहे. आणि सरळ क्षेत्राचे मापण 180° आहे .
7. लंब कोनापेक्षा कमी कोनाला लघु कोण असे म्हणतात .
8. लंब कोणापेक्षा जास्त आणि सरळ कोणापेक्षा कमी कोनाला विशाल कोन म्हणतात.
9. **सरळ कोनापेक्षा मोठा पण संपुर्ण कोनापेक्षा लहान असलेल्या कोनास परावर्तीत कोन म्हणतात.**
10. समान प्रतळामध्ये असलेल्या दोन वेगवेगळया रेषांना जर साधारन बिंदु असेल तर अशा रेषांना खंडित रेषा म्हणतात .
11. दोन खंडीत रेषामधील कोण 90° असेल तर त्या रेषांना लंब रेषा म्हणतात. त्या कोनाला लंब कोण म्हणतात .

SCERT TELANGANA

पुर्णांक

6.1 परीचय

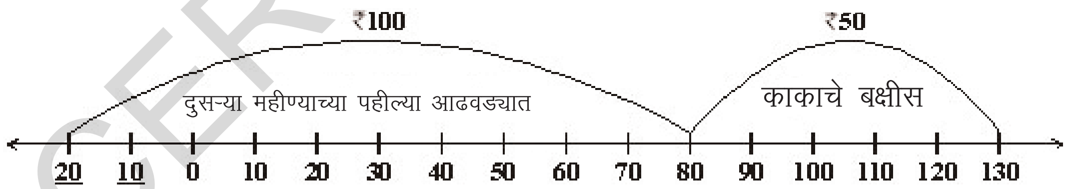
रफीकला त्याचे वडील प्रत्येक महीण्याला 100 रुपए खर्चासाठी देतात. ही रक्कम तो आईला देऊन जेव्हा गरज भासते तेव्हा त्यापैकी कांही रक्कम घेतो. आई रफीकला दीलेल्या आणि घेतलेल्याची नोदं ठेवते. रफीकने पहिल्या आठवड्यात 50 रु., दुसऱ्या आठवड्यात 20 रु., तिसऱ्या आठवड्यात 30 रु.,घेतले. शेवटच्या आठवड्यात 20 रुपए त्याला हवे होते. परंतु रफीकच्या आईने सांगीतले की तीने घेतलेले सर्व पैसे वापस दीले. रफी म्हणाला की तो दुसऱ्या महिण्याच्या खर्चाच्या पैशातुन नीयोजन करेल पण त्याला पैशाची गरज आहे. शेवटी आईने स्वीकारले आणि 20 रुपए दीले आणी खालील प्रकारे त्याची नोद के



पैशाची नोंदणी

दुसऱ्या महिण्याच्या पहिल्या दीवशी रफीकला 100 रु मिळले .त्याने ते आईला दीले.तर रफीचे कीती पैशे आईकडे जमा आहेत तुम्ही सागु शकाल का?

सांयकाळी त्याच्या काकाने 50 रुपए दीले.त्याने ते पैसे आईला दिले आणी मी पैशाची नोद ठेऊ काय? असे विचारले. रफीकचे त्याच्या आईकडे कीती रुपए आहेत हे तुम्ही सांगू शकाल काय? पुन्हा एकदा नोदणी कडे लक्ष द्या.



दुसऱ्या महीण्याची नोदणी

वरील नोदणीचा वापर करुन खालील प्रश्नाची उत्तर घा

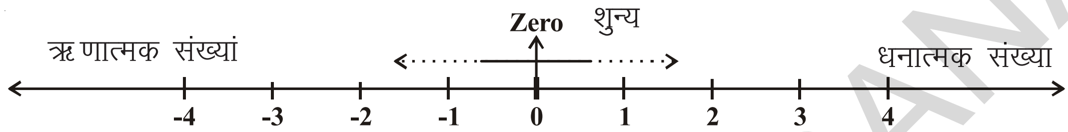
1. प्रत्येक महीण्याला रफीकचे वडील त्याला खर्चा साठी किती पैसे देत होते?
2. रफीकने चार आठवड्यात किती पैसे खर्च केले?
3. चवथ्या आठवड्यात रफिकच्या आईने किती पैसे उधार घेतले ?
4. शेवटच्या आठवड्यात घेतलेल्या पैशाची नोंद तिने कशी केली ?
5. 20 रु.शुन्याच्या उजव्या बाजुस आणि 20 रु शुन्याच्या डाव्या बाजुस गेल्यावर त्यातील फरक काय होतो ?
6. जेव्हा रफीकने 100 रु आणि 50 रु शेवटच्या महीन्यात दिले तेव्हा तिने रेषेच्या कोणत्या बाजुला खुन केली?

SCERT TELANGANA

6.2 ऋण संख्याची कशी उत्पती हेते?

तुम्हाला समजले असेल की 20 रु शुन्याच्या दोन्ही बाजुला खुन केल्यास त्याचा अर्थ सारखा नाही शुन्याच्या डाव्या बाजुस असलेली संख्या ऋण आहेत आणि शुन्यापेशा कमी आहेत. शुन्याच्या उजव्या बाजुला असलेल्या संख्या धन असतात. त्या शुन्यापेशा मोठ्या असतात.

ज्या ठिकानी आपण नफा आणी तोटा भुतकाळ आणी भवीष्यकाळ कमी आणि जास्त तपमान अशा बरेचशा घटना आपल्या दैनंदीन जीवनात घडतात. दर्शवीण्यासाठी आपण वरील संख्या वापरतो. शुन्याच्या डाव्या बाजुच्या संख्यांना (शुन्यापेशा लहान) ऋणात्मक संख्या म्हणतात. यांना -1, -2, -3, ..., -10, -20, ... सोप्या पध्दतीने समजण्यासाठी असे दर्शी



आपल्या दैनंदीन जिवनात आपण ऋणात्मक संख्या खालील प्रमाणे वापरतो :

(i) 200 रु.व्यापारात तोटा झाला. यास (-200) असे दर्शवितात. 200 रु. नफ्याला +200 रु असे दर्शवितात.

(ii) शुन्याच्या वरचे तापमान धन आणि 0°c च्या खालच्या तपमानावरुण ऋण जसे 3°c खाली म्हणजे - 3°c आसते

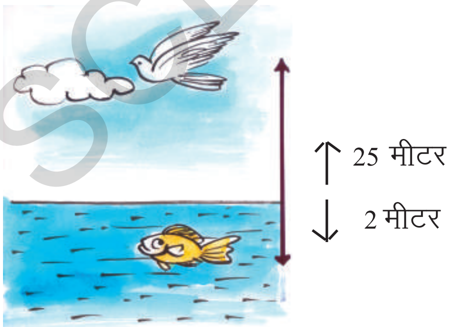
हे करा

मानसाने रु 50 आणि स्वेताने .20रु त्याच्या आईकडुण उधार घेतले. यास तुम्ही संख्या रेषेवर कशे दर्शवीता समजा त्याच्या वडीलाना. 100रु प्रत्येकी कीरकोळ खर्च करण्या साठी दिले कर्ज मुक्त केल्यावर केणापाशी अधीक पैसे राहतील

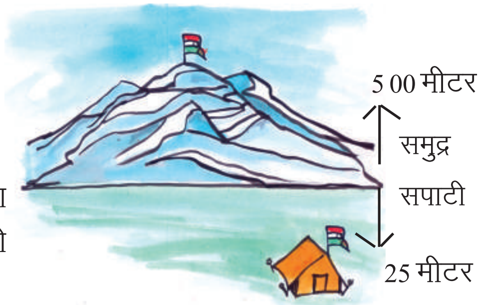
6.2 ऋण संख्याचे काही उपयोग

तळ स्थायीस शुन्य समजुन खालील प्रशनांना योग्य चीन्हाचा वापर करु या.

1. एक पक्षी 25 मीटर समुद पातळीच्या वर उंच उडत आहे. आणि एक मासा समुद पातळीच्या खाली 2 मीटर खोल आहे.



2. पर्वताच्या शिखरावर 500 मीटर उंच एक झेंडा उभा केला आहे. आणि दुसरा पाण्याच्या तळाच्या खाली 25 मीटर उचं एका पेंडालाच्या वर उभा केला आहे



3. दिल्लीचे एका थंड रात्री तपमाण 5°C .हेते आणि हिमाचल प्रदेशाच्या कुफ्री मध्ये 6°C शुन्याच्या खाली हेते.

SCERT TELANGANA

विचार चर्चा करा करा आणि लिहा

आपल्या दैनूदिन जिवणात उपभोगात येणारे आणरवी काही नमुने धन आणि ऋण संरव्यावर लिहा. धन, शुन्य आणि ऋण संख्यावर एकत्र मिळुन पुर्णाक संरव्या म्हणतात. त्यांना Z ने दर्शविनात,

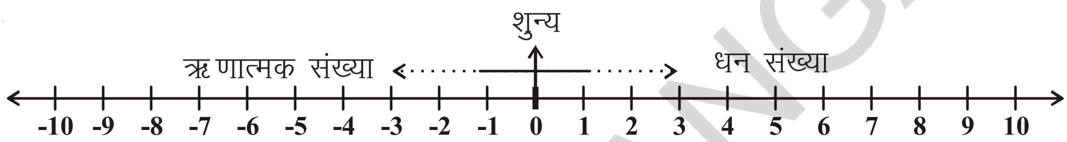
$$Z = \{....., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...)$$

हे प्रयत्न करा

करा आणि त्याला पुर्णाक संख्येचा उपयोग करुन लिहा.

6.4. संख्या रेषेवर पुर्णाकास दर्शविने

आता रफीकला समजले त्याची आई संख्यारेषावर पुर्णाकाना कशी दर्शविते.



शुन्याच्या उजव्याबाजुस असलेल्या संख्या धन संरव्या (नैसर्गीक संरव्या) आणि शुन्याच्या डाव्या बाजुस असलेल्या संख्या ऋण संरव्या असतात. यास तुम्ही सहमत आहात काय ? त्याचे कारण काय?

आता संख्यारेषेचा वापर करुन खालील चे उत्तर द्या.

1. शुन्याच्या सर्वात जवळ कोणता धन पुर्णाक आहे?
2. शुन्याच्या एका बाजुस किती ऋण संख्या आहेत ?
3. कोणती संख्या मोठी आहे (-2) किवां (-1)?
4. कोणती संख्या मोठी आह 3 किवां -5 ? कारण काय ?
5. कोणती पुर्णाक संख्या धन किवा ऋण नाही ?

हे करा

-5, 4, -7, -8, -2, 9, 5, -6, 2.

6.1. प्रश्न संमुह

1. खालील विधानाना पुर्णाकाचे चिन्ह वापरुन दर्शवा.
   (i) एक विमान 3000 मीटर उंचीवर उडत आहे. ( )
   (ii) 10 मीटर पाण्याच्या पातळी खाली माशी आहे. ( )
   (iii) हेद्राबाद मध्ये 0°c. तपमाणाच्यावर 3.5.°c तपमाण आहे. ( )
   (iv) 0°c तपमाणावर पाणी बर्फ बनते. ( )

SCERT TELANGANA

(v) माऊंट शिखराचे जानेवारी महीण्याचे सरासरी तपमाण -36° C.आहे. ( )

(vi) पानडुबी समुद्र पातळीच्या 500 मिटर खाली आहे. ( )

(vii) दार्जीलींगचे जुलै महिण्याचे किमान सरासरी -19°C.तापमाण आहे. ( )

(viii) विशारवापटनम चे जानेवारी महिण्याचे किमान सरासरी तापमाण 18°C. आहे. ( )

2. कोणतेही पाच ऋण संख्या लिहा.

3. कोणत्याही पाच धन संख्या लिहा.

4. दिलेले पुर्णाक संख्या रेषेवर दर्शवा. -4, 3, 2, 0, -1, 5

5. चुक किवा बरोबर लिहा. जर विधान चुक असेल तर त्याला बरोबर करुन लिहा.

(i) -7 संख्या 6 च्या उजव्या बाजुस आहे. ( )

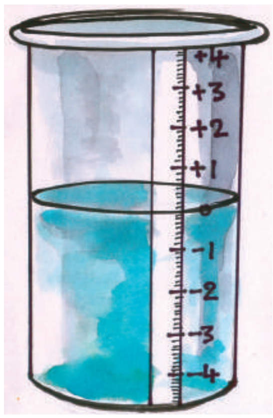
(ii) शुन्य हे धन संख्या आहे. ( )

(iii) 9 हे शुन्याच्या उजव्या बाजुस आहे . ( )

(iv) -1 पुर्णाक -2 आणि 0 मध्ये असते. ( )

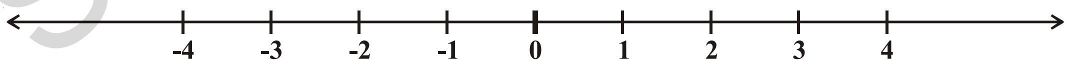
6.5 पुर्णांकाचा क्रम

पवन आणि हरीश दोघे मित्र आहेत. त्याना पहाण्यात आले की त्याच्या विहिरीतील पाण्याची पातळी उन्हाळ्यात कमी होते. पावसाळ्यात वाढते. वीहिरीतील पायऱ्याने पातळी दाखविली जाते. त्यानी संख्याचा विचार करुन एक काचेच्या पात्राचा नमुणा तयार केला. त्याच्या पायऱ्या संख्याने दाखविल्या. एक पट्टी काचेच्या पात्रास चिपकविली. शुन्याच्या खाली असलेल्या संख्या -1, -2, -3 आणि शुन्यीच्या वरच्या संख्या 1, 2, 3, इत्यादीने दर्शविल्या. त्यांनी शुन्याला ज्या दिवशी पाहीले त्या दिवशीची पाण्याची पातळी गृहीत धरली.



त्यांनी हे पात्र पाण्याची पातळी काढण्यासाठी वापरले. विहिरीची पातळी जेव्हा खाली जात होती तेव्हा त्यांनी त्यात पाणी ओतले. जेव्हा पातळी वाढत होती तेव्हा पाणी काढले. पायरीच्या वर धन आणि खाली ऋण समजुन ते पातळीची नोंद करीत होते.

पुन्हा एकदा निरिक्षण करा, पुर्णाकाला संख्या रेषेवर कसे दर्शविले आहे.



आपणास माहीत आहे कि 4 > 2 आणि संख्यारेषेवर 4 हे 2 च्या उजव्या बाजुस आहे. त्याच प्रमाणे 2 > 0 आणि 2 हे शुन्याच्या उजव्या बाजुस आहे. कारण 0 हे -3 उजव्या बाजुस आहे.म्हणुन 0 > -3.

म्हणुन -3 < -2, -2 < -1, -1 < 0 आणि 0 < 1, 1 < 2, 2 < 3 इत्यादी.

SCERT TELANGANA

हे करा

वरील माहीती वरुन दिलेली रिकामी जागा < किवा > चिन्हाने भरा.

0 .... -1   -3 .... -2

5 6   -4 0

प्रश्न संग्रह 6.2

1. खाली दिलेल्या रिकाम्या जागेत योग्य ते > किंवा < चिन्ह दोन पुर्णांकाच्या मध्ये लिहा.

(i) -1 0   (ii) -3 .... -7

(iii) -10 .... +10   (iv) 0 .... -5

(v) -100 99   (vi) 0 100

2. रवालील पुर्णक संख्यांना चढत्या आणि उतरत्या क्रमात लिहा.

(i) -7, 5, -3   (ii) -1, 3, 0

(iii) 1, 3, -6   (iv) -5, -3, -1

3. चुक किवा बरोबर लिहा जे चुक आहेत त्याना बरोबर करा.

(i) शुन्य हे -3 च्या 3 उजवीकडे असते. (   )

(ii) एका संख्यारेषेवर -12 आणि +12 एकच पुर्णाक दर्शविते. (   )

(iii) प्रत्येक धन पूर्णाक शुन्यापेक्षा मोठा असतो. (   )

(iv) -5 < 8 (   )

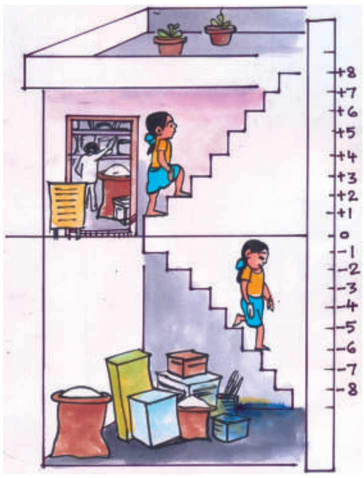
(v) (-100) > (+100) (   )

(vi) -1 < -8 (   )

4. खाली दिलेल्या दोन पुर्णांका मधील सर्व संख्या लिहा. त्या.ना संख्या रेषेवर देखील दाखवा.:

(i) -1 आणि 1 (ii) -5 आणि 0 (iii) -6 आणि-8 (iv) 0 आणि -3

5 शिमला मध्ये नोंद केलेले तपमाण -4° आहे. कुफ्रीचे -6°c तर त्या दिवशी कोणत्या ठिकाणी जास्त थंडी होती. एका इमारीतीच्या तळ मजल्यावर राजेशचे दुकाण आहे. दुकाणाला वर जाण्यासाठी पायऱ्या आहेत. त्यांच्या पायऱ्याच्या ठिकाणी सामान ठेवले जात असे. प्रत्येक दिवशी त्यांची मुलगी हसीना, शाळेतून परत आल्या नंतर ती गच्चीवर खेळते. रात्रीच्या वेळी सामान जमविण्यास वडीलास मदत करते. चित्राचे निरीक्षण करुन पायऱ्यावर नोंद केलेल्या पुर्णाक संख्येच्या आधारे खालील प्रश्नाची उत्तरे लिहा:



SCERT TELANGANA

(I) दुकाना पासुन 7 पायऱ्या वर चढा.

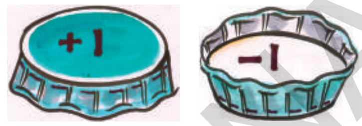
(II) तळा मजल्या पासुन 3 पायऱ्या खाली उत्तरा.

(III) तळ मजल्या पासुन 5 पायऱ्या वर चढा आणि नंतर 3 पायऱ्या तेथुन पुन्हा वर चढा

(IV) तळ मजल्या पासुन 4 पायऱ्या वर, 3 पायऱ्या खाली उत्तरा .तेथुन 3 पायऱ्या वर खाली चला

(V) तळ मजल्या पासुन 5 पायऱ्या खाली उतरा. नंतर 10 पायऱ्या वर चढा.

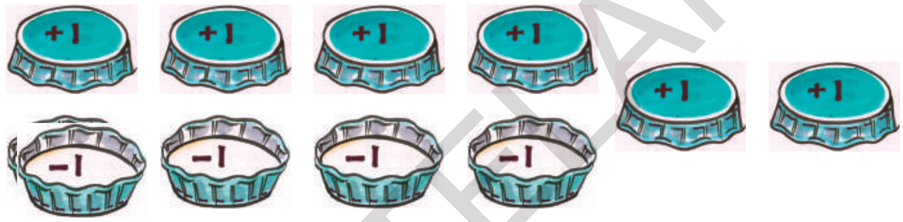
(VI) तळ मजल्या पासुन 8 पायऱ्या वर चढा. नंतर 3 पायऱ्या, तेथुन 9 पायऱ्या खाली उत्तरा. तुमचे उत्तर मित्रा सोबत तपासुन चर्चा करा.



6.6 पूर्णांकाची बेरीज आणि वजाबाकी

खेळः थंड पेयाचे सारखे 10 झाकन घ्या.

झाकनांना उलटे-सुलटे करुन ठेवता येते. असे ग्रहीत धरा - वरचा भाग (+1) आणि खालचा भाग (-1) आहे. तुमच्या मित्राला एकाच वेळी सर्व 10 झाकनांना जोरात किरवुन फेकायला लावा. पडलेल्या सर्व 10 झाकन कोणत्या बाजुने पडले आहे एकदा पहा.ग्रहीत (+1) ची जोडी घ्या. (-1) च्या सर्व जोड्या काढुन टाका. म्हणजे (+1) आणि (-1) बाकीचे झाकन मोजा. जर 4 जोड्या बनल्या. जर दोन झाकन उरले असतील तर +2 गुण मिळतील.उदाहरनार्थ झाकनाचे तोंड वर असेल तर.

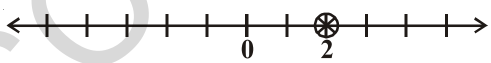


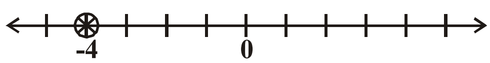
= **+ 2**

जर तिन जोड्या तयार झाल्या आणि **w** टोप्या खाली तोंड करुन उरल्या तर गुण **-4**

= **- 4**

तुमच्या वहीत संख्या रेषेचे वापर करुन गुण नोंद करा. हा खेळ जो पर्यत तुमच्या पैकी एकास 10 गुण मिळत नाहीत चालुच ठेवु शकतो . जर मिळले तर तुम्ही जिंकलात.





तूमची नोंद **तुमच्या मित्राची नोंद**

जर तुमच्या मित्राने दोन टोप्या उलटया करुन ठेवल्या तर काय घडेल ?

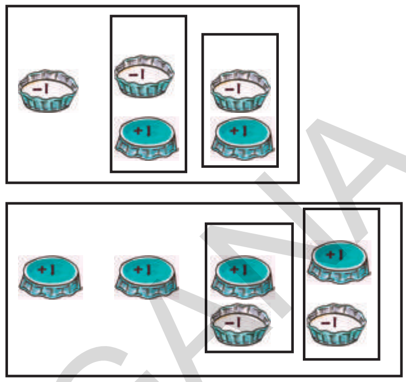
संख्या रेषेवर ती डावी किंवा उजवी क़डे चालते. -4 पासुन 2 स्थान डावी क़डे चालते आणि -6 पासी पोहचते.म्हणजे (-4) + (-2) = -6.

तुम्ही दोन पुर्णाकाची बेरीज करा. जसे (+3) + (+1) = 4. तुम्ही दोन ऋण पुर्णांकाची बेरीज देखील करु शकता. त्याचे उत्तर 3 ने चिन्हात येईल (-3) + (-2) = -5.

SCERT TELANGANA

जेव्हा आपल्या कडे एक धनपुर्णांक आणि एक ऋण पुर्णाक संख्या असेल तर काय होते. चला आता झाकनाची मदत घेवु या. सुलट तोंड असलेल्या झाकनांना धन पुर्णांक आणि उलट तोंड असलेल्या झाकनांना ऋण पुर्णांक समजा. जोडीने झाकन काढुन टाका .म्हणजेच एक खाली तोंडं केलेली आणि एक वर तोंड केलेली कारण (+1) + (-1) = 0.

उरलेल्या टोप्या मोजा



(i) (-3) + (+2) = (-1) + [(-2) + (+2)]
= -1 + 0
= -1

(ii) (+4) + (-2) = (+2) + [(+2) + (-2)]
= (+2) + 0
= +2

आता तुम्हाला हा खेळ संख्या वाढवुन सोप्या पध्दतीने खेळता येतो.

असे करा.

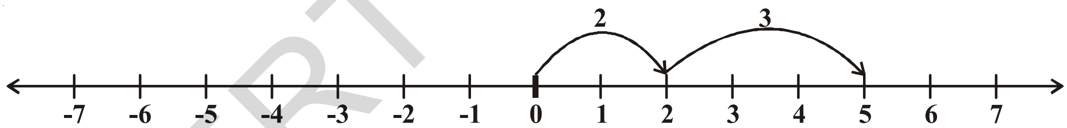
खालीलची किंमत काढा

(i) -7 + 8 (ii) -3 + 5 (iii) -3 - 2 (iv) +7 - 10

6.6.1 संख्यारेषेवर पुर्णांकाची बेरीज

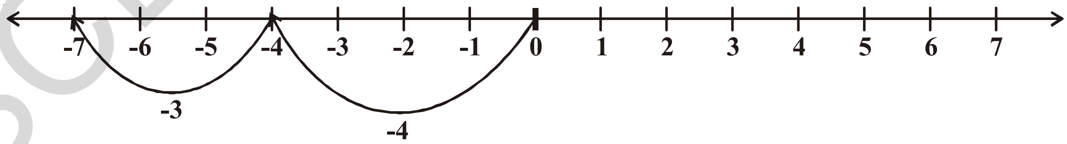
दोन पुर्णांकाला संख्यारेषेवर कसे मिळवू शकतो.चला पाहु या

1. 2 आणि 3 संख्यारेषेवर कसे मिळवावे.



संख्यारेषेवर 2 पर्यंत पोहचण्या साठी आपण 0 पासुन 2 पायऱ्या उजवी कडे वळु या.व 5 पर्यत पोहचण्यासाठी 0 पासुन 3 पायऱ्या उजवीकडे चालु या अशा प्रकारे 2 + 3 = 5 आपणास येते.

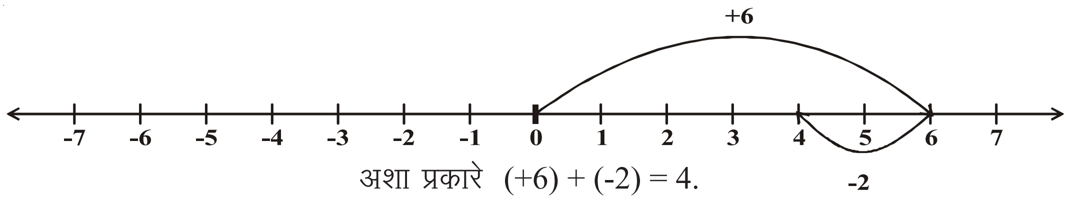
2.



संख्यारेषेवर -4 पासी पोहचण्यासाठी आपण शुन्य पासुन 4 पायरी डावी कडे चालली पाहीजे. नंतर - 7 जवळ पोहंचण्यासाठी 3 पायरी -3 च्या डाव्या बाजुस चालल पाहीजे आशा रितीने (-4) + (-3) = -7.

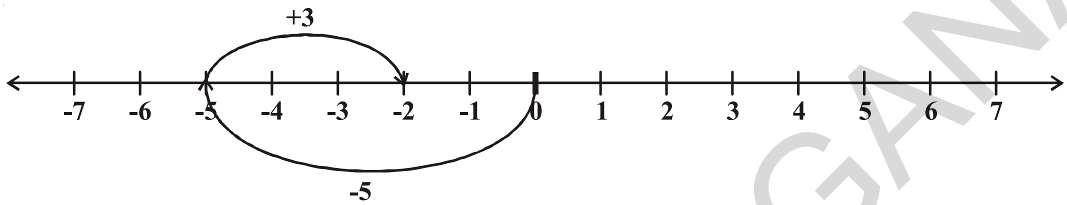
3. आपली इच्छा आहे की एका संख्या रेषेवर (+6) आणि (-2)ची बेरीज करायची आहे सर्व प्रथम आपण शुन्य पासुन 6 पायऱ्या उजवीकडे चालतो आणि 6 जवळ पोहचतो नंतर 6 च्या डाव्या बाजुस २ चालतो आणि 4 ला मिळतो.

SCERT TELANGANA

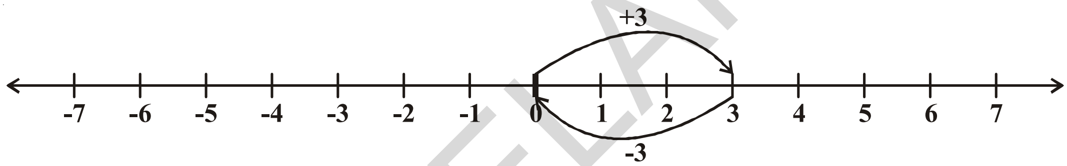


अशा प्रकारे (+6) + (-2) = 4.

4. त्याच प्रमाणे संख्या रेषेवर (-5) आणि (+3) पायऱ्या शुन्यापासुन डावीकडे -5 पर्यत पोहंचण्या साठी चाललो. नंतर त्या बिंदु पासुन 3 पायऱ्या उजवीकडे वळलो. तेव्हा आपण -2 बिंदु पासी पोहोंचलो. अशा प्रकारे (-5) + (+3) = -2



5. सुनीता 3 आणि -3 ची बेरीज करते. ती संख्यारेषेवर सुरुवातीला 0 पासुन +3 कडे वळते. नंतर +3 पासुन 3 बिंदु डावी कडे चालते शेवटी ती कुठे पोंहचेल?



वरील चित्रानुसार 3 + (-3) = 0

त्याच प्रमाने जर आपण 1आणि -1, 2 आणि -2, 3 आणि -3 ..... इत्यादीना मिळविले असता बेरीज शुन्ये येते. त्यांना परस्पर बेरीजेच्या व्यस्त म्हणतात. जर दोन वेगवेगळ्या संख्या मिळविल्या असता त्याची बेरीज 0 येत असेल तर त्यानां एकमेकाचे बेरीजेचे व्यस्त म्हणतात.

7 च्या बेरीजेच्या व्यस्त काय आहे.?

-8 च्या बेरीजेच्या व्यस्त काय आहे ?

प्रयत्न करा.

1. संख्या रेषेवर खालीलच्या किंमती माहीत करा

(i) (-3) + 5 (ii) (-5) + 3

तुम्ही स्वत:चे प्रश्न तयार करा आणि संख्या रेषेच्या वापर करुन सोडवा.

2. खालीलची उत्तरे काढा.:

(i) (+5) + (-5) (ii) (+6) + (-7) (iii) (-8) + (+2)

तुमच्या मित्राला अशा प्रकारचे पांच प्रश्न विचारा आणि त्यांना सोडवा.

SCERT TELANGANA

खालीलचे निरिक्षन करा:

3 + 2 = 5	20 + 6 = 26	30 + 22 = 52
8 + 16 = 24	9 + 10 = 19	20 + 14 =34

आपणास हे दिसुन ते की दोन पुर्णाकाची बेरीज देखील धन संख्याच येते.

आता खालील निरिक्षण करा.

-4 + (-6) = -10	-8 + (-12) = -20	-3 + (-9) = -12

या पासुन तुम्ही काय शिकलात ? दोन ऋण पुर्णाकांची बेरीज नेहमी ऋण पुर्णांक येते.

जेव्हा एक पुर्णांक धन आणि दुसरा ऋण आहे तेव्हा काय होते ? चला हे पाहुया :

15 + (-17) = -2	-23 + 4 = -9
-11 + 16 = 5	-12 + 12 = 0

वरील उदाहरणापासुन आपण एका निष्कर्शास येतो की जेव्हा दोन पुर्णाकाची बेरीज करतो. ज्या मध्ये एक धन आणि दोन ऋण आहेत. तेव्हा त्याची बेरीज धन,ऋण किंवां शुन्य येवू शकते..

उदाहरण-1. (-10) + (+14) + (-5) + (+8) ची बेरीज करा.

सोडवा : धन पुर्णाक आणि ऋण पुर्णांक एकत्र समूहामध्ये येतील आपण अशा प्रकारे मांडणी करु.

आपणास माहित आहे. (-10) + (+14) + (-5) + (+8)

= (-10) + (-5) + (+14) + (+8)

= -15 + 22 = 7.

उदाहरण-2. (-20), (-82), (-28) आणि (-14)

सोडवा: : (-20) + (-82) + (-28) + (-14)

= -144

उदाहरण-3. 25 + (-21) + (-20) + (+17) + (-1) ची बेरीज करा.

सोडवा : 25 + (-21) + (-20) + (+17) + (-1) = 25 + (+17) + (-21) + (-20) + (-1)

= 42 - 42 = 0

प्रश्न संग्रह- 6.3

1. संख्यारेषेचा वापर करुन खालील पुर्णाकाची बेरीज करा.

(i) 7 + (-6) (ii) (-8) + (-2) (iii) (-6) + (-5) + (+2)

(iv) (-8) + (-9) + (+17) (v) (-3) + (-8) + (-5) (vi) (-1) + 7 + (-3)

2. संख्या रेषेचा वापर न करता बेरीज करा.

(i) 10 + (-3) (ii) -10 + (+16) (iii) (-8) + (+8)

(iv) -215 + (+100) (v) (-110) + (-22) (vi) 17 + (-11)

3. बेरीज माहीत करा.

(i) 120 आणि -274 (ii) -68 आणि 28

(iii) -29, 38 आणि 190 (iv) -60, -100 आणि 300.

SCERT TELANGANA

4. **संक्षिप्त करा:**

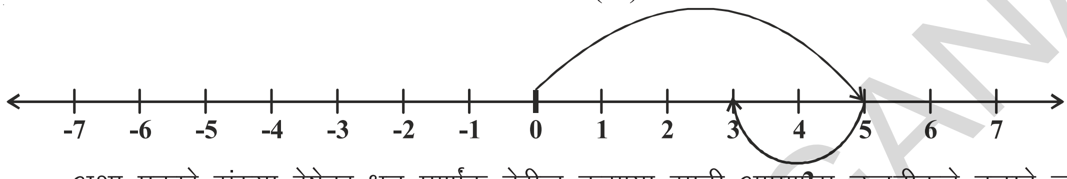
(i) (-6) + (-10) + 5 + 17 (ii) 30 + (-30) + (-60) + (-18)

(iii) (-80) + (+40) + (-30) + (+6) (iv) 70 + (-18) + (-10) + (-17)

6.6.2 पुर्णांकाची वजाबाकी

5 आणि (-2) ला संख्या रेषेवर बेरीज करतांना आपण पाहीले आहे. आपण 5 पासुन सुरुवात करतो आणि नंतर 2 पायरी 5 च्या डावी कडे जातो.

आपण 3 पासी पोहचलो कारण आपणास 5 + (-2) = 3



अशा प्रकारे संख्या रेषेवर धन पुर्णांक बेरीज करण्या साठी आपणास उजवीकडे वळावे लागते आणि ऋण पुर्णांक मिळविण्या साठी डावी कडे जावे लोगते आपण हे देखील पाहील आहे की संख्या रेषेवर पुर्ण संख्या मिळविण्या साठी डावी कडे वळावे लागत.

उदाहरणात 5 - 2 = ? घ्या.

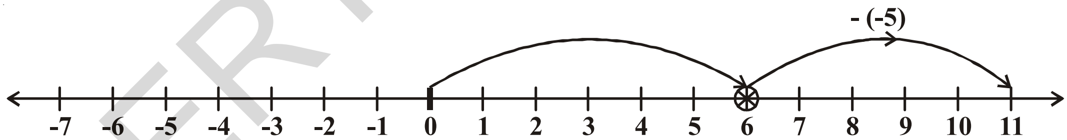
आपण 5 पासुन सुरु करुन दोन पायरी डावीकडे घेवुन 3 जवळ समाप्त होतो.

ऋण पुर्णांकची वजाबाकी चा अर्थ काय होतो

आता चला खालील उदाहलनाचे निरीक्षण करु या.

उदाहरण - **4.** -5 ला 6 मधुन वजा करा.

सोडवा : -5 ची 6 मधुन वजा करण्या साठी चला आता आपण 6 पासुन सुरु करु या आणि 5 पायरी उजवी कडे वळु या --5 साठी आपण डाव्या बाजुला वळलो असतो. पंरतू आपण विरुध्द दिशेत वळु या. उजवी कडे 5 ने चालल असता आपण 11 जवळ पोहंचतो.



आपल्याला माहित आहे की 6 - (-5) = 11

i.e. -5 ला 6 मधून वजा करण्या साठी 5 ला मिळवा (-5 च्या बेरजेच्या व्यस्त)

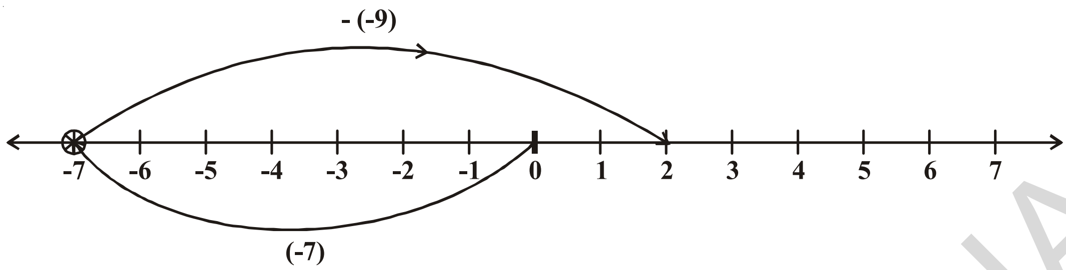
6 - (-5) = 6 + 5 = 11

4 - (-2) ला आपण काय करतो ? संख्या रेषेवर आपण डावी कडे किंवा उजवी कडे चालतो का ? जर आपण डावी कडे चाललो तर 2 पसी पोंहचतो. तेव्हा आपणास म्हणावे लागते 4 - (-2) = 2. हे सत्य नाही म्हणुन आपणास माहीत आहे की 4- 2 = 2 आणि 4 - (-2) $\neq$ 4 - 2 त्या साठी आपण 4 च्या दोन पायरी उजवीकडे चालतो हे सर्व 4 - (-2)च्या विरुधात आहे . एका घटनेत आपण 6 जवळ आणि दुसऱ्यात 2 जवळ पोहंचतो

SCERT TELANGANA

उदाहरण-5. (-7) - (-9) ची किमंत संख्या रेषेच्या वापर करुन काढा .

सोडवा:



(-7) - (-9) हे -7 + 9 त्या समान असते (कारण -9 हे 9 च्या बेरजेच्या व्यस्त आहे)

संख्या रेषेवर -7 पासुन सुरु करा आणि 9 एकक उजवी कडे वळा आपण 2 पर्यंत पोंहचतो.

म्हणुन (-7) - (-9) = -7 + 9 = 2.

हे करा

1.	-5 - (-3)	2.	-7 - (+2)	3.	-7 - (-5)
4.	3 - (-4)	5.	5 - (+7)	6.	4 - (-2)

विचार चर्चा करा आणि लिहा

3 - 3 = 0
3 - 2 = 1
3 - 1 = 2
3 - 0 = 3
3 - (-1) = 4
3 - (-2) = 5
3 - (-3) = 6

निरीक्षण करा की संख्या मधुन 3 वजा केले असता ते कमी होते प्राप्त झालेल्या निकाल वाढत जाता. तुम्ही म्हणु शकता का हे सर्व पुर्णांकासाठी लागु पडते ?

उदाहरण-6. (-6) ला (-13) मधुन वजा करा.

सोडवा : (-13) - (-6) = (-13) + (-6च्या बेरीजेच्या व्यस्त)

= -13 + 6 = -7.

उदाहरण-7. (+8) ची (-8)मधुन वजा करा.

सोडवा : (-8) - (+8) = (-8) + (+8च्या बेरीजेच्या व्यस्त)

= -8 + (-8) = -16

उदाहरण-8. (-6) - (+7) - (-24) संक्षिप्त करा.

सोडवा: (-6) - (+7) - (-24) = (-6) + (+7 च्या बेरीजेच्या व्यस्त) + (-24 च्या बेरीजेच्या व्यस्त)

= -6 + (-7) + (+24) = -13 + 24 = 11.

SCERT TELANGANA

प्रश्न संग्रह - 6.4

1 माहीत करा

(i) 40 - (22) (ii) 84 - (98) (iii) (-16) + (-17)

(iv) (-20) - (13) (v) (38) - (-6) (iv) (-17) - (-36)

2. खालील रिकाम्या जागा >, < किवा = सोडवा चिन्हाने पुर्ण करा :

(i) (-4) + (-5) ___________ (-5) - (-4)

(ii) (-16) - (-23) ___________ (-6) + (-12)

(iii) 44 - (-10) ___________ 47 + (-3)

(iv) (-21) + (-22) ___________ (-22) + (-21)

3. रिकाम्या जागा भरा:

(i) (-13) + ___________ = 0 (ii) (-16) + 16 = ___________

(iii) (-5) + ___________ = -14 (iv) ___________ - 16 = -22

4. संक्षिप्त करा :

(i) (-6) - (5) - (2) (ii) (-12) + 42 - 7 - 2

(iii) (-3) + (-6) + (-24) (iv) 40 - (-50) - (2)

आपण कशावर चर्चा केली?

1. 0° c, च्या कमी तापमाण, भुतकाळ, समुद्र पातळीच्या खालची खोली दर्शविण्यासाठी आपण ऋण संख्येचा वापर करतो

2. गोळा केलेली धण संख्या (1, 2, 3, ...),ऋण संख्या(-1, -2, -3, ...) आणि शुन्य (0) या सर्वांना एकत्र ठेवले असता त्यांना पुर्ण म्हणतात पुर्णांकाच्या संचास **I** किंवा **Z** अक्षराने दर्शवितो

Z = {..... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}.

3. आपण संख्या रेषेवर पुर्णांकाची बेरीज किंवा वजाबाकी दाखवु शकते.

4. जेव्हा दोन धण पुर्णांक मिळवीले असता आपणास घण पुर्णांक येते .

[उदा. (+3) + (+4) = +7]

5. जेंव्हा दोन ऋणपुर्णांक मिळवीते तेव्हा आपणास ऋण पुर्णांकच येतो.

[उदा.(-3) + (-4) = -7]

6. पुर्णांकाची वजाबाकी त्याच्या बेरजेच्या व्यस्ताच्या समान असते.

पुर्णांकाचा खेळ (गंमत)

पाण्याच्या शोधात एक बेंडुक 30 मी.खोल असलेल्या एका विहरीत पडला. प्रत्येक दिवशी तो 3 मी. वर उडी घेत आहे. पण त्याच रात्री तो 2 मी.ने खाली घसरत आहे. तर त्याला विहरीच्या बाहेर येण्यासाठी किती दिवस लागेल?

SCERT TELANGANA

अपुर्णांक आणि दशांश

7.1 परिचय

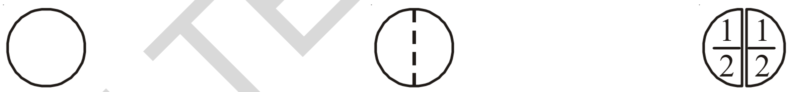
रामुने एक सफरचंद आणुन त्याच्या मित्रासोबत समान वाटुन खायचे ठरविले.याचा अर्थ असा कि एक सफरचंद दोन समान भागात तुकडे करणे होय. त्यातील एक तुकडा रामुने आणि दुसरा तुकडा त्याच्या मित्राने घेतला.

रेश्माने विचारले की रामुला चार मित्र असते तर रामुने काय केले असते ? रामुने पुन्हा अर्ध्या भागाचे दोन समान तुकडे केले असते. रेश्माला विचारले की,एक भाग पुर्ण सफरचंदाचा कितवा भाग आहे?.त्याने तसेच दुसऱ्या अर्ध्या सफरचंदासोबत केले.

रेश्मा म्हणाली की, चार समान भाग एकत्र मिळुन एक पुर्ण सफरचंद होतो. म्हणुन प्रत्येक भाग एका सफरचंदाचा एक चतुर्थांश भाग होय.

म्हणुन यावरुन असे म्हणता येइल की,जेंव्हा एखादी वस्तु दोन समान भागात विभाजीत केली तर ते पुर्णातील अर्धा भाग होतो.

एक पुर्ण भाग टिंब रेषेने चिरलेला भाग



7.2 अपुर्णांक

अपुर्णांक म्हणजे एका समुहाचा एक भाग किंवा एका पुर्णतीचा एक भाग आहे.

$\frac{5}{12}$ हे अपुर्णांक आहे 'पांच-बारांश' असे आपण वाचतो.

'12' काय दर्शवते ? ती एक संख्या आहे,ज्यास तीतक्या समान भागात विभाजीत केले आहे. 5 कशासाठी आहे ? ती संख्या ज्यास पुर्णातून निवडुन काढले आहे.

येथे 5 ला **अंश** आणि 12 ला **छेद** म्हणतात.

$\frac{3}{7}$ चा अंश काय आहे ?,आणि $\frac{4}{15}$ चा छेद काय आहे.

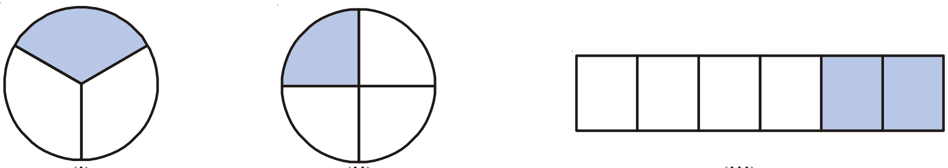
प्रयत्न करा

1. तुम्ही खालील चित्राद्वारे कसे दर्शविता येईल:

(i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{2}{8}$ (iii) $\frac{1}{3}$ (iv) $\frac{5}{8}$

SCERT TELANGANA

2. रंग भरलेल्या भागाला पाहून अपुर्णांक लिहा.

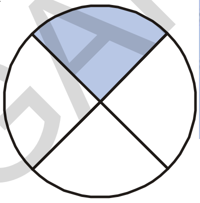


(i) (ii) (iii)

हे अपुर्णांक एक पेक्षा लहान आहेत व संपुर्णातील एक भाग आहे. या अपुर्णांकाला **समअपुर्णांक** म्हणतात.

हे करा

1. **5** समअपुर्णांक लिहा व त्यांचे चित्र काढा.



2. रानी म्हणते, दिलेल्या चित्रात रंग भरलेली जागा $\frac{1}{4}$ असे दर्शवितात.
ती म्हणते ते बरोबर आहे का ? बरोबर असल तर कारण द्या ?

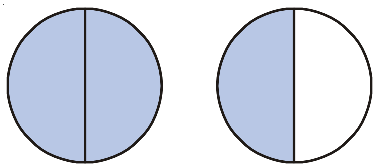
7.2.1 विषम अपुर्णांक

एक पेक्षा मोठी असलेली अपुर्णाकी संख्या घ्या. यांना विषम अपुर्णांक संख्या असे म्हणतात.किंवा छेदापेक्षा अंश मोठा असलेल्या अपुर्णाकाला विषम अपुर्णाक म्हणतात.

जसे उदा.- $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{8}{2}$ यात छेद अंशा पेक्षा मोठा आहे की नाही.?

आणखी 5 विषम अपुर्णांक लिहा.

आपण हा विषम अपुर्णांक चित्राद्वारे कसा दर्शवितो ? जसे- हे उदाहरण पहा.

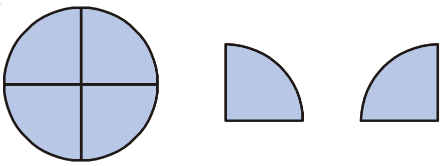


प्रत्येक वर्तुळ एक पुर्ण चित्र दर्शविते.आपल्याला 2 पुर्णाकृती आहेत.त्यापैकी 3 समान भाग आहेत आणि प्रत्येक पुर्णाकृती दोन भागात विभागली आहे म्हणुन हे $\frac{3}{2}$ ने दर्शविले आहे.यावरुन आपल्याला असे दृष्टीस येते की, विषम अपुर्णांक दर्शविण्यासाठी एकापेक्षा जास्त पुर्णाकृतीची गरज आहे.

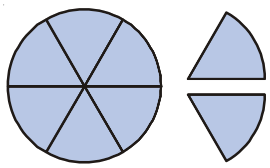
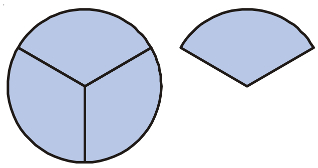
हे करा

1.खालील चित्राद्वारे दर्शविलेल्या विषम अपुर्णाकांना लिहा.

(i)



SCERT TELANGANA

(ii)  (iii) 

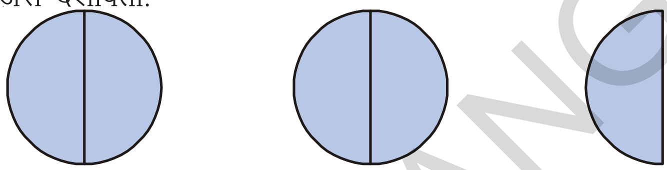
2. खालील अपुर्णांक चित्राद्वारे दर्शवा:

$\frac{7}{4}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{6}$

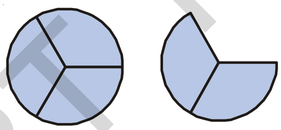
7.2.2 विषम अपुर्णांक

मिश्र अपुर्णांकाची किंमत एकापेक्षा मोठी असते. जसे- उदा, $\frac{5}{2}$ मध्ये 5 भाग आहेत.

यांना आपण असे दर्शवितो:



याच्यात 2 पुर्ण चित्र आणि अर्धे आहेत . यास आपण $2+\frac{1}{2}$ आणि $2\frac{1}{2}$ असे लिहितो. येथे असे म्हणतो की, $2\frac{1}{2}$ हे मिश्र अपुर्णाक आहे.त्याचप्रमाणे $\frac{5}{3}$ मध्ये एक पुर्णचित्र आणि दोन त्रितीयांश अतिरीक्त आहे. ते $1\frac{2}{3}$ अशाप्रकारे देखील दर्शविता येते.



म्हणजेच $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$

प्रत्येक विषम अपुणाकाला मिश्र अपुर्णाकामध्ये दर्शविता येते

हे करा

खालीलला मिश्र अपुर्णाकात लिहा.

$\frac{7}{2}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{13}{5}$, $\frac{17}{3}$

7.3 अंश आणि छेद

वरील माहीती वरुन आपण हे पाहु शकतो की,दोन पुर्ण संख्याना अशाप्रकारे लिहिता येते, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ हे अपुर्णांक संख्या दर्शवितात. यामध्ये एकच अशी अट आहे की छेद 0 नसला पाहीजे.

SCERT TELANGANA

प्रयत्न करा

1. खालील अपुर्णांकाचे अंश आणि छेद लिहा:

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{7}{2}, \frac{19}{3}, \frac{7}{29}, \frac{11}{13}, \frac{1}{7}, \frac{8}{3}$$

2. खालील अपुर्णांकाना सम,विषम आणि मिश्र अपुर्णांकाना वेगवेगळे करा आणि विषम अपुर्णांकाना मिश्र अपुर्णांकात देखील लिहा.

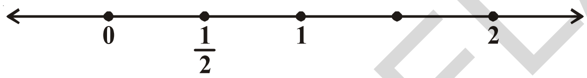
$$\frac{1}{3}, \frac{2}{7}, \frac{8}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{3}, \frac{1}{9}, \frac{9}{5}, \frac{8}{7}$$

7.4 अंश आणि छेद

आपण अपुर्णांक संख्यांना संख्या रेषेवर देखील दाखवु शकतो.

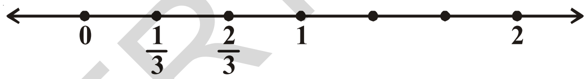
चला आता संख्या रेषेवर $\frac{1}{2}$ ची खुण करा.

आपणास माहीत आहे की, $\frac{1}{2}$ हे 0 पेक्षा मोठे आहे.आणि 1 पेक्षा लहान आहे.म्हणुन 0 आणि 1 च्यामध्ये आहे.



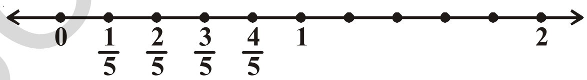
(0 आणि 1 मधील अंतर 2 समान भागात वाटा आणि एका भागास $\frac{1}{2}$ असे दाखवा.)

त्याचप्रमाणे $\frac{1}{3}$ आणि $\frac{2}{3}$ देखील दाखविता येतात:



(एका एककास 3 समान भागात विभाजीत करायचे आहे.)

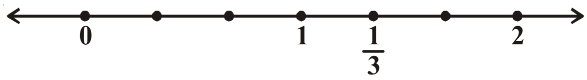
$\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$ ला खालील प्रकारे दाखवु शकतो:



रेषेमधील अंतर 5 भागात विभाजीत करा.

$\frac{4}{3}$ ला संख्या रेषेवर आपण कसे दाखवितो ? $\frac{4}{3}$ मध्ये एक त्रित्यांश चार आहेत.ते एकपेक्षा अधीक आहे. $\frac{4}{3}$ ला दर्शविण्यासाठी आपणास पुन्हा एका त्रित्यांशीची एक नंतर गरज आहे.

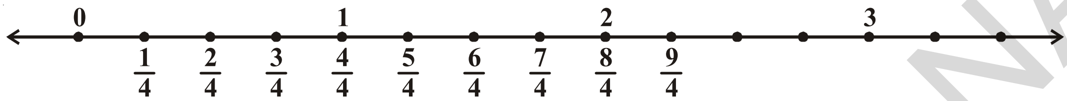
SCERT TELANGANA



$\frac{4}{3} = \frac{3}{3} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3}$

1 एका एककाच्या नंतरचा 1 आणि 2 मधील अंतर 3 समान भागात विभाजीत करा.

जर आपण $\frac{9}{4}$ संख्या गृहीत धरली तर या संख्यामध्ये 9 आणि एक चतुर्थांश आहेत. म्हणुनच ही संख्या खालील प्रकारे लिहिला जाते.



म्हणुनच ही संख्या संख्या रेषेवर 2 च्या नंतर आहे व त्याला $2\frac{1}{4}$ असे लिहिले जाते.

हे करा

1. खालील ला संख्या रेषेवर दाखवा:

(i) $\frac{7}{6}$ (ii) $\frac{5}{2}$ (iii) $\frac{7}{5}$ (iv) $\frac{9}{6}$

2. यापैकी कोणता विषम अपुर्णांक आहे:

(i) 1 च्या अगोदरचे अपुर्णांक (ii) 1 आणि 2 मधले अपुर्णांक

$\frac{17}{8}$, $\frac{11}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{6}{11}$, $\frac{9}{2}$, $\frac{9}{5}$

प्रश्नसंग्रह - 7.1

1. खालील पैकी कोणते समपुर्णांक आहेत ?

(i) $\frac{3}{2}$ (ii) $\frac{2}{5}$ (iii) $\frac{1}{7}$ (iv) $\frac{8}{3}$

2. खालील पैकी कोणती विषम अपुर्णांक संख्या आहे ?

(i) $\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{7}{11}$ (iii) $\frac{9}{11}$ (iv) $\frac{13}{2}$ (v) $\frac{7}{3}$

वरील प्रत्येक अपुर्णांक संख्या रेषेवर लिहा ?

3. खालील पैकी मिश्र अपुर्णांक ओळखा:

(i) $\frac{3}{5}$ (ii) $1\frac{2}{7}$ (iii) $\frac{7}{2}$ (iv) $2\frac{3}{5}$

4. खालील विषम अपुर्णांकांना मिश्र अपुर्णांकात बदला:

(i) $\frac{7}{3}$ (ii) $\frac{11}{2}$ (iii) $\frac{9}{4}$ (iv) $\frac{27}{4}$

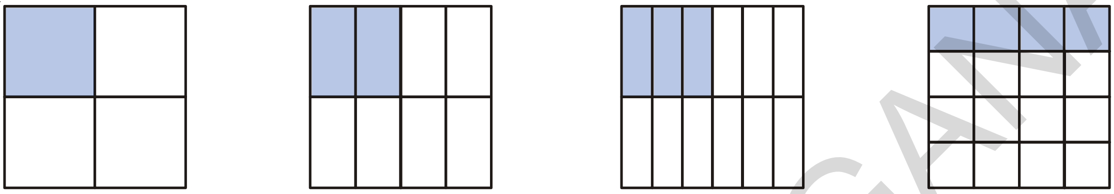
SCERT TELANGANA

5. खालील मिश्र अपुर्णांकाना विषम अपुर्णांकात लिहा.

(i) $1\frac{2}{7}$ (ii) $3\frac{2}{8}$ (iii) $10\frac{2}{9}$ (iv) $8\frac{7}{9}$

7.5 समानरुप पुर्णांक

खालील चार अपुर्णांक गृहीत धरा आणि त्यांना दर्शवा. गडद केलेल्या भागांचा आकार सर्व चित्रात समान आहे आणखी कोणत्या भागाचा आकार समान आहे.



$\frac{1}{4}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{3}{12}$ $\frac{4}{16}$

जर यांना बारकाईने पाहीले तर आपणास दिसुन येईल की $\frac{2}{8}$ चा अंश आणि छेद हा $\frac{1}{4}$ च्या अंशाच्या आणि छेदाचा दुप्पट आहे. त्याचप्रमाणे $\frac{1}{4}$ च्या अंशाला आणि छेदांला 3 ने गुणाकार केल्यास $\frac{3}{12}$ येते.

आपणास दिसते की, $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16}$.

येथील समरुप अपुर्णांक $\frac{1}{4}$ च्या समान आहे.

यावरुन अंशाला आणि छेदाला सारख्या संख्येने गुणीले असता समानरुप अपुर्णांक येतो आपण असे म्हणु शकतो.

$\frac{1}{3}$ चे समरुप अपुर्णांक $\frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}$ ..... इत्यादी आहेत.

7.6 अपुर्णांकाचे मानक रुप

$\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}$, ... इत्यादी $\frac{1}{3}$ हे त्याचे आदर्श रुप आहे. जेंव्हा अंश आणि छेद लहानात लहान रुपात असतात.आणि त्यांना साधारण अवयव नसतात तेव्हा त्याला त्याचे आदर्श रुप म्हणतात.

जसे- उदाहरण $\frac{2}{3}, \frac{7}{3}, \frac{17}{7}, \frac{1}{5}, \frac{3}{11}$ हे आदर्श रुपात आहेत.

जसे - $\frac{5}{10}, \frac{2}{4}, \frac{16}{36}, \frac{3}{9}$ इत्यादी आदर्श रुपात नाहीत.

SCERT TELANGANA

प्रयत्न करा

1. आदर्श रुपात असलेले 5 अपुर्णांक संख्या लिहा.
2. आदर्श रुपात नसलेले 5 अपुर्णांक संख्या लिहा.
3. खालील पुर्णांकाना त्याच्या आदर्श रुपात रुपांतर करा.

(i) $\frac{7}{28}$ (ii) $\frac{15}{90}$ (iii) $\frac{11}{33}$ (iv) $\frac{39}{13}$

7.7 समछेद आणि विषमछेद अपुर्णांक

एका गणिताच्या परीक्षेत रामुला 25 पैकी 5 गुण मिळाले.याला आपण $\frac{5}{25}$ असे लिहतो. राजुला $\frac{10}{25}$ आणि रवीला $\frac{21}{25}$ गुण मिळाले.

यावरुन असे स्पष्ट होते की तिघामध्ये रवीला जास्त गुण मिळाले.येथे अपुर्णांकांचा अंश वेगळा आणि छेद सारखे आहेत.

समान छेद असनाऱ्या अपुर्णांकास **समछेद अपुर्णांक** म्हणतात. याची तुलना आपण सहजरित्या करु शकतो. .समान छेद नसनाऱ्या अपुर्णांकास **विषम छेद अपुर्णांक** म्हणतात.उदा-- $\frac{1}{3}$ आणि $\frac{1}{7}$ हे विषम छेद अपुर्णांक आहेत. $\frac{2}{4}$ आणि $\frac{6}{12}$ सुद्धा विषमछेद अपुर्णांक आहेत.

इथे $\frac{2}{4}$ आणि $\frac{6}{12}$ हे सम अपुर्णांक असुन ते विषमछेद अपुर्णांक आहेत.

अभ्यासक्रम-7.2

1. खालील दिलेल्या अपुर्णांकापैकी कोणते समछेद अपुर्णांक आहेत ?

(i) $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}$ (ii) $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{4}{9}$ (iii) $\frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{7}{11}$

2. समछेद अपुर्णांकाचे पाच समुह लिहा.
3. प्रत्येक समुहामधुन समछेद अपुर्णांकांना ओळखा.

(i) $\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{6}$ (ii) $\frac{1}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{9}$ (iii) $\frac{7}{8}, \frac{8}{7}, \frac{2}{8}, \frac{7}{5}$

विचार करा,चर्चा करा आणि लिहा

रफी म्हणाला ,"समान अपुर्णांक नसलेले सुद्धा समछेद अपुर्णांक आहेत." रफीचे म्हणने सत्य आहे काय ? तुमचे उत्तर स्पष्ट आणि सिद्ध करा.

SCERT TELANGANA

7.8 अपुर्णांकाचा चढता आणि उतरता क्रमः

जेंव्हा आपल्या जवळ संख्यांचा संच असतो, त्याची तुलना करणे चालु करतो. काही संख्या दुसऱ्यापेक्षा मोठ्या तर काही लहान असतात. 7 हे 19 पेक्षा लहान आणि 3 पेक्षा मोठे आहे आपण पाहतो. आपल्याला हे देखील माहीत आहे की 3 हे -5 पेक्षा मोठे आहे. अशा प्रकारची तुलना आपण अपुर्णांकात खुप सोप्या पद्धतीने करु शकतो. चला काही उदाहरणाद्वारे माहीत करुन घेवु या.

एका शाळेच्या परीक्षेत सुरेशला $\frac{7}{10}$, सीताला $\frac{9}{10}$, राकेश ला $\frac{5}{10}$, गुण मिळाले. आपल्याला माहीत आहे की,सीताला सर्वात जास्त $\frac{9}{10}$ गुण मिळाले आहेत. $\frac{9}{10}$ हे $\frac{7}{10}$ पेक्षा मोठे आहे. $\frac{9}{10}$ दर्शविते की 10 समान भागातून 9 भाग घेतले आहेत. ते 10 समान भागातुन 7 भागापेक्षा जास्त आहे. समान छेद असल्याने पाहणे सोपे जाते. $\frac{3}{2}$ आणि $\frac{1}{2}$, मध्ये $\frac{3}{2}$ मोठे आहे. जर आपणास अपुर्णांक $\frac{7}{10}, \frac{9}{10}, \frac{5}{10}$ ला चढत्या क्रमात लिहायचे असेल तर आपण $\frac{5}{10}, \frac{7}{10}, \frac{9}{10}$. असे दाखवितो.त्यांना तुम्ही उतरत्या क्रमात लिहु शकता का ?

हे करा

अपुर्णांकातील समुहामधुन सर्वात मोठा आणि सर्वात लहान अपुर्णांक ओळखा.

(i) $\frac{1}{7}, \frac{3}{7}, \frac{2}{7}, \frac{5}{7}$ (ii) $\frac{1}{9}, \frac{13}{9}, \frac{11}{9}, \frac{5}{9}$

(iii) $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{17}{3}, \frac{9}{3}$

7.8.1 असमान अपुर्णांकाची तुलना

आता चला $\frac{2}{3}$ आणि $\frac{3}{5}$ ची तुलना करा ? यापैकी कोणती संख्या मोठी आहे ?

आपण हे फक्त त्या संख्यांना पाहुन सांगु शकत नाही. पहिल्या संख्येत 2 भाग आणि दुसऱ्या संख्येत 5 भागापैकी 3 भाग आहेत. आपण तीन भागापैकी 1 भाग मोठा आहे का सांगु शकतो का? त्यांचा छेदां बघुन आपण अपुर्णांकाची तुलना प्रत्यक्षपणे करु शकत नाही. यासाठी आपणास समरुप अपुर्णांकात खालील प्रमाणे बदलु

म्हणुन $\frac{2}{3}$ आणि $\frac{3}{5}$ ला आपण खालील प्रमाणे बदलू.

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{5} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{15}$$

म्हणुन $\frac{9}{15} < \frac{10}{15}$ आणि त्याचप्रकारे $\frac{3}{5} < \frac{2}{3}$

इतर उदाहरणांचा विचार करु या. $\frac{7}{9}$, $\frac{3}{11}$ यामध्ये कोणता अपुर्णांक मोठा आहे ?

यासाठी दोन्ही अपुर्णांकाला समछेद समान अपुर्णांकात बदलू.

SCERT TELANGANA

$\frac{7}{9} \times \frac{11}{11} = \frac{77}{99}$ आणि ; $\frac{3}{11} \times \frac{9}{9} = \frac{27}{99}$

$\frac{77}{99}$ हे मोठे आहे, म्हणुन $\frac{7}{9}$, $\frac{3}{11}$ पैकी $\frac{7}{9}$ हे मोठे आहे.

या सर्वांमध्ये आपण त्या दोन्ही अपुर्णांकाचे छेद सारखे केलो. छेदसारखे झाले असता त्याच्या भागाचा आकार सारखा होतो. नंतर आपण भागाच्या संख्याची तुलना करु शकतो. व कोणत्या अपुर्णांकामध्ये जास्त सारखे भाग आहे ते पाहुन कोणता अपुर्णांक मोठा आहे ते माहीत करु शकतो.

हे करा

खालील अपुर्णांकापैकी लहान अपुर्णांक कोणते आहे ?

(i) $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}$ (ii) $\frac{7}{8}$, $\frac{5}{4}$ (iii) $\frac{3}{11}$, $\frac{1}{2}$ (iv) $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$

7.8.2 चढता आणि उतरता क्रम

आपल्याला माहीत आहे की जेंव्हा संख्यांना डावी कडुन उजवीकडे मोठ्या संख्या लिहीत जाण्याला चढत्या क्रमात लिहिने असे म्हणतात.

उदा- 1, 3, 7, 8, 12 हे चढत्या क्रमात आहेत:

त्याच प्रकारे-

$\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{16}{5}$ हे सुद्धा चढत्या क्रमात आहेत. इथे $\frac{2}{5} < \frac{3}{5} < \frac{7}{5} < \frac{16}{5}$

आणि तसेच $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$ हे सुद्धा चढत्या क्रमात आहेत.

हे करा

खालील अपुर्णांकांना चढत्या क्रमात लिहा:

(i) $\frac{1}{7}$, $\frac{13}{7}$, $\frac{11}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{15}{7}$ (ii) $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{24}{18}$

(iii) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$ (iv) $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{12}$

जेंव्हा संख्यांना डावी कडुन उजवीकडे लहान संख्या लिहीत जाण्याला उतरत्या क्रमात लिहिने असे म्हणतात.

उदा. 100, 85, 83, 74, 61 हे उतरत्या क्रमात आहेत.

त्याच प्रमाणे $\frac{11}{2}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{2}$ हे उतरत्या क्रमात आहेत. $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$ देखील उतरत्या क्रमात आहेत. तुम्ही सांगु शकता का ? तुमच्या मित्रासोबत चर्चा करुन सांगा

SCERT TELANGANA

हे करा

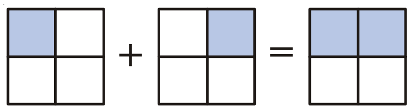
खालील अपुर्णांक उतरत्या क्रमात लिहा:

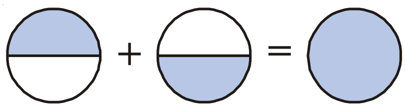
(i) $\frac{1}{9}, \frac{13}{9}, \frac{11}{9}, \frac{15}{9}, \frac{3}{9}$ (ii) $\frac{1}{6}, \frac{2}{3}, \frac{3}{9}, \frac{5}{6}$

(iii) $\frac{1}{5}, \frac{9}{5}, \frac{3}{5}, \frac{6}{5}$ (iv) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{3}{4}$

7.9 अपुर्णांकाची बेरीज:

खालीलची बेरीज करा.

1.  $= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

2.  $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

हे करा

खालील कडे पाहा.

i. $\frac{1}{4} + \frac{5}{4}$ ii. $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$ iii. $\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ iv. $\frac{13}{6} + \frac{5}{6}$

7.9.1 असमान अपुर्णांकाची बेरीज करणे:

खालीलकडे पाहा.

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ?$

येथे अंशाला मिळविता येत नाही कारण काय ? मग आपण काय करावे लागेल?

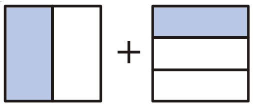
अशा प्रकारच्या अपुर्णांकाला समरुप अपुर्णांकात बदलण्यासाठी छेदाला समान केले पाहीजे.

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{6}$; $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{6}$

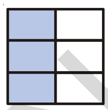
म्हणुन $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

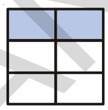
SCERT TELANGANA

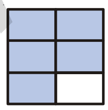
हे चित्र कशाप्रकारे कार्य करते चला पाहु या

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ 

दोन्ही चित्रातील भाग समान नाहीत. यांना मिळविण्यासाठी आपणास समान भागाची गरज आहे. आपण पहिल्या भागाला तीन आडव्या रेषा मारुन तीन भागात विभाजीत करु.

पहिल्या चित्राची विभागणी केल्यावर आपणास असे चित्र प्राप्त होते. $\frac{3}{6}$ 

दुसऱ्या चित्राची विभागणी केल्यावर आपणास असे चित्र प्राप्त होते $\frac{2}{6}$. 

आता दोन्ही चित्राला एकमेकावर आपणास असे चित्र प्राप्त होते $\frac{5}{6}$ 

समजा $\frac{1}{6}+\frac{5}{3}$

आपण लिहतो $\frac{5}{3}=\frac{10}{6}$

अशाप्रकारे $\frac{1}{6}+\frac{5}{3}=\frac{1}{6}+\frac{10}{6}=\frac{11}{6}$

हे करा

खालील अपुर्णांक संख्या मिळवा:

(i) $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+\frac{7}{2}$ (iii) $\frac{1}{3}+\frac{2}{6}+\frac{5}{6}$ (iv) $\frac{1}{3}+\frac{7}{5}$

7.9.2 मिश्र अपुर्णांकाची बेरीज

$2\frac{1}{3}$ आणि $1\frac{2}{3}$ ची आपण कशी बेरीज करतो ?

एका पद्धतीनुसार त्यांना विषम अपुर्णांकात बदलावे. जसे- $\frac{7}{3}$ आणि $\frac{5}{3}$ आणि बेरीज करायचीआहे

बेरीज खालील प्रकारे देखील करता येते. $2\frac{1}{3}+1\frac{2}{3} = 2+1+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$

वर पुर्णाक भाग आणि अपुर्णांक भागाची वेगवेगळी बेरीज केली आहे. नंतर त्या दोन्हीला असे मिळविती तेव्हा ` $3+\frac{3}{3}=3+1=4$ येते.

SCERT TELANGANA

आता आपण $2\frac{1}{8}$, $3\frac{1}{6}$ आपण ची बेरीज दोन्ही पद्धतीने करु या.

पहीली पद्धत : $2\frac{1}{8}+3\frac{1}{6}$ $= 2+3+\frac{1}{8}+\frac{1}{6}$

$$= 5+\frac{1\times 6}{8\times 6}+\frac{1\times 8}{6\times 8}$$

$$= 5+\frac{6}{48}+\frac{8}{48}$$

$$= 5+\frac{14}{48} = 5+\frac{7}{24} = 5\frac{7}{24}$$

दुसरी पद्धत : दोन्हीना विषम अपुर्णांकात बदलुन आपण $\frac{17}{8}+\frac{19}{6}$ असे लिहतो.

सम रुप अपुर्णांकात बदलुन $\frac{17}{8} = \frac{17}{8}\times\frac{6}{6} = \frac{102}{48}$

$$\frac{19}{6} = \frac{19}{6}\times\frac{8}{8} = \frac{152}{48}$$

$$\therefore \frac{102}{48}+\frac{152}{48} = \frac{254}{48} = \frac{127}{24} = 5\frac{7}{24}$$

7.10 वजाबाकी

$\frac{4}{7}$ मधुन $\frac{3}{7}$ ची वजाबाकी करा. येथे दोन्ही संख्यांमध्ये छेद समान आहेत. म्हणुन त्यांना सम अपुर्णांक म्हणतात. आपण 4 सप्तांश मधुन 3 सप्तांश काढुन टाकला तर 1 उरतो.

$$\therefore \frac{4}{7}-\frac{3}{7} = \frac{4-3}{7} = \frac{1}{7}$$

आता वेगवेगळी छेद असलेले अपुर्णाकांचे उदाहरण घ्या.

$\frac{3}{10}$ मधुन $\frac{2}{9}$ वजा करा.

$$\frac{3}{10}-\frac{2}{9}\ .$$

आपण वर केल्या प्रकारे वजाबाकी करु शकत नाही,

त्यांना समानरुप अपुर्णांकात बदलुन लिहावे लागते.

SCERT TELANGANA

$$\frac{3}{10}=\frac{3\times 9}{10\times 9}=\frac{27}{90};\qquad \frac{2}{9}=\frac{2\times 10}{9\times 10}=\frac{20}{90}$$

आपणास येते $\frac{27}{90}-\frac{20}{90}=\frac{27-20}{90}=\frac{7}{90}$

हे करा

1. खालील अपुर्णांकाची बेरीज करा.

   (i) $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{7}{10}+\frac{2}{10}$ (iii) $\frac{3}{4}+\frac{2}{6}$

2. खालील अपुर्णांकाची वजाबाकी करा.

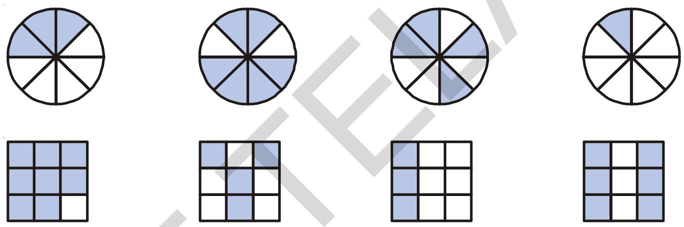
   (i) $\frac{3}{5}$ मधुन $\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{2}{5}$ मधुन $\frac{1}{9}$

अभ्यासक्रम - 7.3

1. रंग भरलेल्या चित्रास अपुर्णांकात लिहा. त्यांना चढत्या आणि उतरत्या क्रमात लिहा. आणि '<', '=', '>' चिन्हांचा वापर दोन अपुर्णांकामध्ये करा:

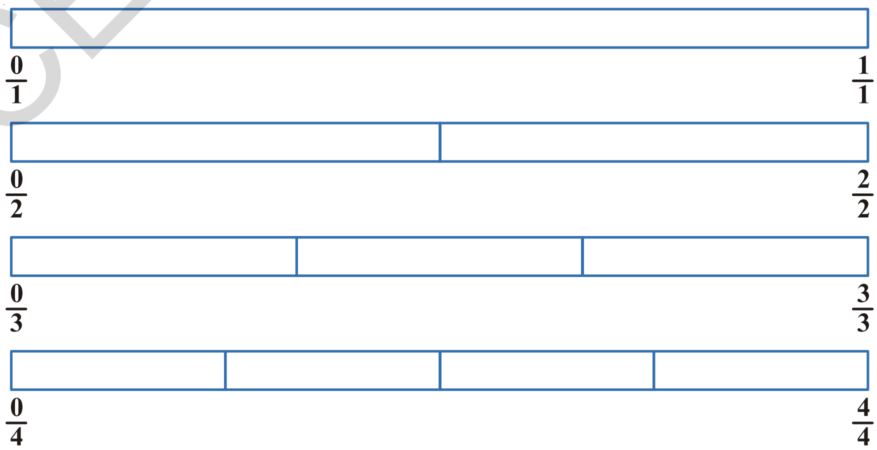
   (i)

   (ii)

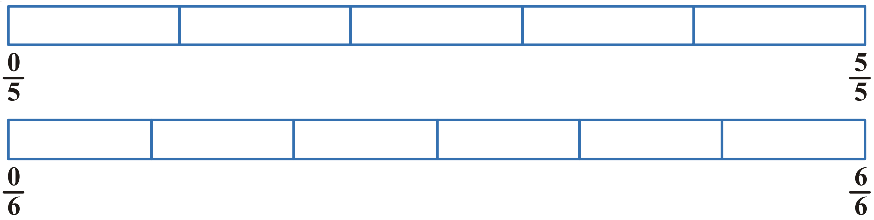


2. $\frac{2}{6}, \frac{4}{6}, \frac{8}{6}, \frac{5}{6}$ आणि $\frac{6}{6}$ ला संख्या रेषेवर दाखवुन चढत्या आणि उतरत्या क्रमात लिहा.

3. खालील चित्राकडे पाहुन दोन्ही अपुर्णांकांच्यामध्ये '<' किंवा '>', '=' चिन्हांचा वापर करुन लिहा.



SCERT TELANGANA



(i) $\frac{1}{6} \square \frac{1}{3}$ (ii) $\frac{3}{4} \square \frac{2}{6}$ (iii) $\frac{2}{3} \square \frac{2}{4}$

(iv) $\frac{6}{6} \square \frac{3}{3}$ (v) $\frac{5}{6} \square \frac{5}{5}$

4. अशाच प्रकारचे पाच प्रश्न तयार करुन तुमच्या मित्राला सोडवायला लावा.
('<', '=', '>') पैकी योग्य चिन्हांचा वापर करुन रिकाम्या जागा भरा.

(i) $\frac{1}{2} \square \frac{1}{5}$ (ii) $\frac{2}{4} \square \frac{3}{6}$ (iii) $\frac{3}{5} \square \frac{2}{3}$

(iv) $\frac{3}{4} \square \frac{2}{8}$ (v) $\frac{3}{5} \square \frac{6}{5}$ (vi) $\frac{7}{9} \square \frac{3}{9}$

5. खालीलचे उत्तर देवुन ते ,कसे सोडविल आहे ते देखील लिहा.

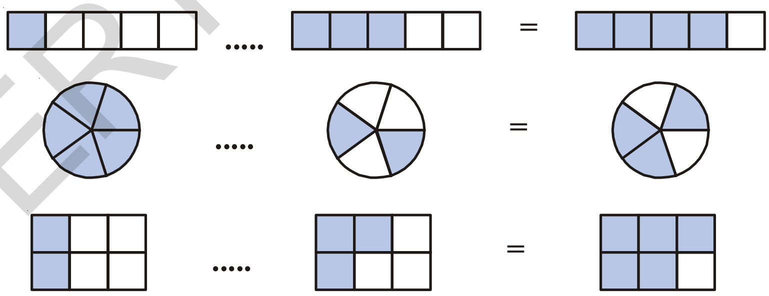
(i) $\frac{5}{9}$ हे $\frac{4}{5}$ च्या समरुप आहे का ? (ii) $\frac{9}{16}$ हे $\frac{5}{9}$ च्या समरुप आहे का ?

(iii). $\frac{4}{5}$ हे $\frac{16}{20}$ च्या समरुप आहे का ? (iv) $\frac{1}{15}$ हे $\frac{4}{30}$ च्या सम रुप आहे का ?

6. वर्शीत एका 100 पानं असलेल्या एका गोष्टीच्या पुस्तकाचे 25 पानं वाचतो त्याच पुस्तकाचे $\frac{2}{5}$ पानं ललीता वाचते. तर कोण कमी पानं वाचली ?

7. रिकाम्या जागी (+ आणि -) या योग्य चिन्हाचा उपयोग करा.

(i)
(ii)
(iii)



8. संक्षिप्त करा.

(i) $\frac{1}{18} + \frac{1}{18}$ (ii) $\frac{8}{15} + \frac{3}{15}$ (iii) $\frac{7}{7} - \frac{5}{7}$

(iv) $\frac{1}{22} + \frac{21}{22}$ (v) $\frac{12}{15} - \frac{7}{15}$ (vi) $\frac{5}{8} + \frac{3}{8}$

(vii) $1 - \frac{2}{3}$ (viii) $\frac{1}{4} + \frac{0}{4}$ (ix) $3 - \frac{12}{5}$

SCERT TELANGANA

9. सुटलेले अपुर्णांक लिहा:

(i) $\frac{7}{10} - \square = \frac{3}{10}$ (ii) $\square - \frac{3}{21} = \frac{5}{21}$

(iii) $\square - \frac{3}{3} = \frac{3}{6}$ (iv) $\square + \frac{5}{27} = \frac{12}{27}$

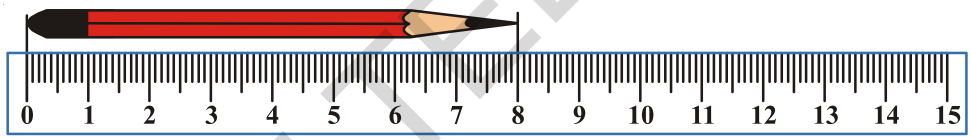
10. नरेंद्र त्याच्या खोलीच्या भींतीच्या $\frac{2}{3}$ व्या भागास रंगवितो. तसेच त्याचा भाऊ रितेश त्यास मदत करुन भिंतीच्या $\frac{1}{3}$ भागास रंगवितो. तर त्या दोघांनी एकुण किती भागाला रंगविले ?

11. नेहाने बास्केटमधील $\frac{5}{7}$ केळी दिल्या तर त्या बास्केटमध्ये केळीचा कितवा भाग शिल्लक आहे ?

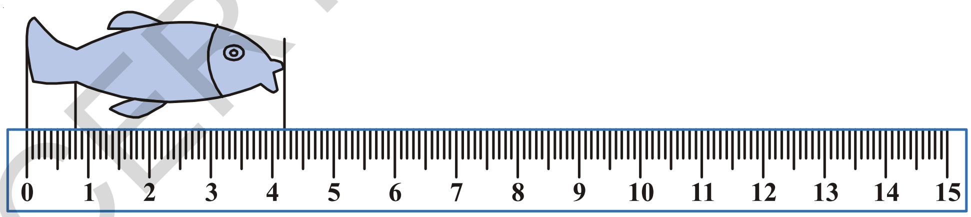
12. लोखंडी छडीच्या $\frac{7}{8}$ मीटर लांब तुकड्याचे दोन भाग केले. त्यापैकी एक भाग $\frac{1}{4}$ मीटर लांब आहे. तर दुसरा भाग किती मीटर लांबीचा आहे ?

13. रेनुला शाळेच्या मैदाना भोवती चालण्यासाठी $2\frac{1}{5}$ मिनीटे लागतात.स्नीग्धाला $\frac{7}{4}$ मिनीटे लागतात..तर कु णाला चालण्यासाठी जास्त वेळ लागतो.?

7.11 दशांश



या पेन्सीलची लांबी किती आहे ? .... सेंटीमीटर.



या मासोळीची लांबी 4 सेंटी मीटर पेक्षा जास्त आहे. परंतु थई 5 सेंटी मीटर पेक्षा कमी आहे. या मासोळीची लांबी कशी माहीत कराल ?

यासाठी आपणास 4 आणि 5 मधील जागेस 10 समान भागात विभाजीत करावे लागते.

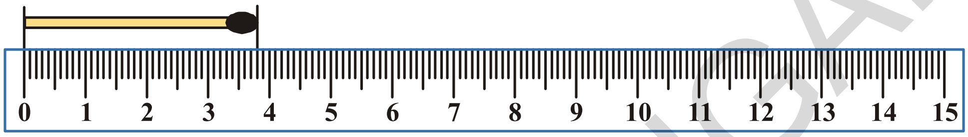
SCERT TELANGANA

आता तुम्ही या मासोळीची लांबी मोजु शकाल काय ? ती लांबी .... सें.मी.आणि .... लहान भाग आपण या लहान भागास मिलीमीटर म्हणतो. त्याचा अर्थ या माशीची लांबी 4 सें.मी. आणि 2 मी.मी. सें.मी.आहे. प्रत्येक 10 समान भाग हे एक मीलीमीटरचे आहेत. स्केल पट्टीचा वापर करतांना या समान भागाचा वापर लहान अंतर करतो

वरील उदाहरणात लांबी याप्रमाणे आहे.. 4 आणि $\frac{2}{10}$ भाग $= 4\frac{2}{10}$ सें.मी.

माशीच्या शेपटाची लांबी किती आहे? वरील चित्रांमध्ये माशीची शेपटी दिली आहे.तुम्हाला आढळेल की ती 1 सें.मी पेक्षा कमी आहे. ती 10 समान भागापैकी 8 लांब आहे.

अशाप्रकारे ते $\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{8}{10}$ सेंटी.मीटर आहे.



आग डब्बीच्या काडीकडे पहा. डब्बीच्या काडीची लांबीचे मापण करुन त्याला सें.मी मध्ये आणि त्याचे दहाव्या भागात लिहा.

प्रत्येकाचा 1 सें.मी.भाग $= 1$ मी.मी. $= \frac{1}{10}$ सें.मी. = 1 सें.मी. किंवा 0.1 सें.मी.

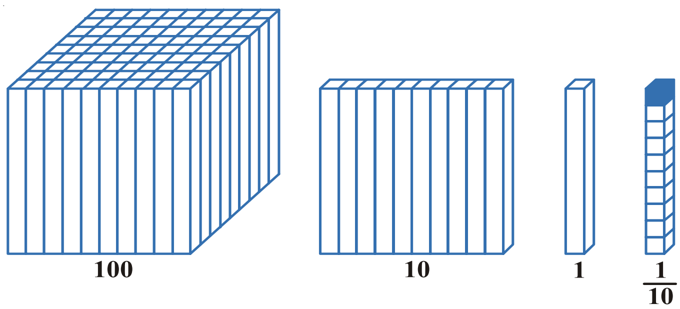
7.11.1 दशांश संख्यामधील स्थान किंमत

आपण तीन अंकी संख्या वाचतांना अंकाची स्थान किंमत निश्चीत करुन वाचतो.

समजा : 1, 2, 5. तीन अंक आहेत

512 संख्यामध्ये जर 5 शतक स्थानी आहे तेव्हा त्याची किंमत 500 होते. त्याकरीता 512 हे पाचशे बारा आहे. <u>152</u> संख्येमध्ये 5 दहम स्थानी आहे. म्हणुन त्याची स्थान किंमत 50 आहे.

12<u>5</u> मध्ये आपल्याला 5 हे एकम स्थानी आहे. म्हणुन ती संख्या एकशे पंचविस आहे.जर आपण शंभरच्या उजवीकडे वळलो तर आपणास दहम स्थान आहे. आणि जर आपण दहमाच्या उजवीकडे वळलो तर एकम स्थान आहे. दुसऱ्या शब्दात उजवीकडे बदलते वेळेस स्थानाची किंमत $\frac{1}{10}$ होते.



रील स्केलच्या चित्रानुसार आपण उजवीकडे वळलो तर त्याची $\frac{1}{10}$ किंमत डावीकडे बनते.पहीले चित्र

SCERT TELANGANA

आपण 100 पासुन सुरुवात करु या. 100 घन गजापासुन 100 घनाकृती बनवा.जर आपण 10 समान भागात विभाजले तर 10 गजाची घनाकृती बनते.

नंतर जेव्हा आपण दहाला 10 ने विभागले तर 1 घन गज गज बनतो.याचा अर्थ 100 चा 10 वा भाग आणि दहाचा 10 वा भाग एक एकक आहे.

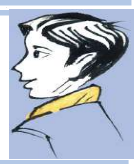
आता जर याला उजवीकडे जास्त चाललो तर काय होईल ?

वरील चित्रात माशीचे 1 सें.मी. पेक्षा कमी शेपुट मोजण्यासाठी आपण 1 सें.मी.ला 10 समान भागात विभाजीत केले आणि प्रत्येक भागास 1 मी.मी म्हणालो. तो प्रत्येक भाग $\frac{1}{10}$ सें.मी. होतो.जेंव्हा आपण सें.मी ला मी.मी.मध्ये दहा समान भागात विभागतो तेंव्हा प्रत्येक भाग $\frac{1}{10}$ सें.मी चा होतो.

$$100 \rightarrow \frac{10\not{0}}{1\not{0}} = 10 \rightarrow \frac{1\not{0}}{1\not{0}} = 1 \rightarrow \frac{1}{10}$$

जर आपल्या जवळ 10 वा भाग असेल तर $\frac{5}{10}$ आणि त्याला 0.5. असे लिहतो. याचा अर्थ 10 पैकी 5 भाग पुर्णपणे आहेत $\frac{5}{10} = 0.5$.

हे करा



(i) खालील दशांशाला अपुर्णांक रुपात लिहा आणि माहीत करा की,प्रत्येकात किती दहम भाग आहेत :

0.4 , 0.2 , .8 , 1.6 , 5.4 , 555.3 , 0.9

(ii) खालील तक्ता पुर्ण करा.

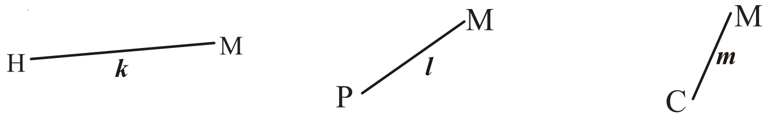
दहम (10)	**एकक** (1)	**एक-दहम** (1/10)	**दशांश संख्या**
3	5	7	
6	9	4	
7	6	3	

(iii) खालील तक्ता पुर्ण करा.

दशांश संख्या	**पुर्णसंख्या भाग**	**पुर्ण भाग**	**दशांश भागाची किंमत**	**अक्षरात लिहा**
8.5				
14.7				
23.0				
5.4				

(iv) या रेषाखंडाची लांबीचे मापन करा आणि समोरच्या पानावर दिलेल्या तक्तयात भरा..

SCERT TELANGANA



तुम्ही काय मोजले	सें.मी. आणि मी.मी.	लांबीचे मापन सें.मी.मध्ये	दशांशामध्ये लांबीचे मापन
$\overline{HM}$			
$\overline{PM}$			
$\overline{CM}$			
तुमचे खोड रब्बर			
खडुचा तुकडा			
तुमचे पहीले बोट			

जर 100 चा भाग दाखवायचा असेल तर आपल्याला दोन स्थानाच्या नंतर उजवीकडे संख्या लिहावी लागते. जसे $\frac{5}{100} = 0\cdot05$ ते म्हणजे दशांशाच्या $\frac{1}{10}$ पासुन एक स्थान आपण उजवीकडे चाललो तर त्याची किंमत $\frac{1}{100}$ होते.

1 मी.मध्ये 100 सें.मी. असते.जर आपणास 5 सें.मी.ला मीटर मध्ये लिहायचे असेल तर 0.05 असे लिहतो. जर आपणास 25 सें.मी.ला किंवा 100 वा भाग म्हणुन 0.25 लिहले जाते.

ते $\frac{20}{100} + \frac{5}{100} = \frac{25}{100} = 0.25$

खालीलना दशांश अपुर्णांकात लिहा.त्यात किती शंभर भाग आहेत लिहा:

0.35, 0.08, 6.70, 23.53, 756.01

त्याचप्रमाणे आपणास माहीत आहे की 100 पैसे = 1 रुपया जर 10 पैशाचे किती रुपये आणि 1 रुपयाचे किती पैसे होतात ?

475 चे किती पैसे ? ते 400 + 75 पैसे किंवा $4 + \frac{75}{100}$ रुपये किंवा 4.75 रुपये.याला 4 रुपये 75 पैसे देखील लिहले जाते (किंवा) ₹ 4.75.

त्याचप्रमाणे 5 रुपये 30 पैसेला देखील $5\frac{30}{100}$ रुपये असे लिहले जाते.जसे ₹ 5.30.

हे करा.

रिकाम्या जागा भरा:

(i) 325 पैसे = ... रुपये .... पैसे = ₹ ....

(ii) 570 पैसे = ... रुपये .... पैसे = ₹ ....

(iii) 2050 पैसे = ... रुपये .... पैसे = ₹ ....

SCERT TELANGANA

प्रश्नसंग्रह-7.4

1. रिकाम्या जागा भरा:

(i) 0.8 चे पुर्णांक रुप ______________________ आहे.

(ii) 15.9 चे पुर्ण संख्या भाग ______________________ आहे.

(iii) 171.9 मध्ये दहम स्थानावर असलेली अंक ______________________ आहे.

(iv) 9.8 मध्ये 8 ची स्थान किंमत ______________________ आहे.

(v) दशांश संख्याचा पुर्ण संख्या भाग आणि दशांश भाग मधील बिंदुस __________ म्हणतात.

2.. खालील प्रत्येकीसाठी दशांश रुप लिहा.

(i) एकशे पंचविस आणि चार दशम
(ii) विस आणि दोन दशम
(iii) आठ आणि सहा दशम

3. खालील अपुर्णांकाला दशांशाचा वापर करुन दशांश रुपात लिहा.

(i) 16/100 (ii) 278/1000 (iii) 6/100

(iv) 369/100 (v) 16/1000 (vi) 345/10

4. खालील प्रत्येक अंकाच्या खाली रेष ओढलेली आहे.त्याची स्थान किंमत आहे.

(i) 34.26 (ii) 8.88 (iii) 0.91

(iv) 0.50 (v) 3.03 (vi) 6.74

5. कोणते मोठे आहे ?

(i) 0.2 किंवा 0.4 (ii) 70.08 किंवा 70.7

(iii) 6.6 किंवा 6.58 (iv) 7.4 or 7.35 (v) 0.76 किंवा 0.8

6. पुन्हा चढत्या क्रमात लिहा.

(i) 0.04, 1.04, 0.14, 1.14 (ii). 9.09, 0.99, 1.1 , 7

7. पुन्हा उतरत्या क्रमात लिहा.

(i) 8.6, 8.59, 8.09, 8.8 (ii) 6.8, 8.66, 8.06, 8.68

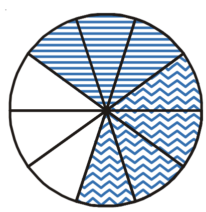
7.12 दशांश अपुर्णांकाची बेरीज आणि वजाबाकी

0.3 ला 0.4 मिळवा.

एक वर्तुळ घ्या. त्याला 10 समान भागात विभाजीत करा.

तत्यातील 3 भागांना 0.3 दर्शविण्यासाठी भरा.

0.4 दर्शविण्यासाठी 4 समान भागास वेगळ्या पद्धतीने भरा.



SCERT TELANGANA

आता वर्तुळाला भरलेले एकुण दशम मोजा

	एकम		दशम
	0	.	3
+	0	.	4
	0	.7	

म्हणुन 0.3 + 0.4 = 0.7

अशाप्रकारे, आपण दशांश संख्येच्या अशा रितीने बेरीज करतो की पहील्या संख्येची बेरीज दशम किंमत दुसऱ्या संख्येच्या दहम किंमतीत मिळविली.त्याचप्रमाणे शतम भाग देखील अशाच रितीने मिळविला जातो.

आता तुम्ही 0.63 आणि 0.54 यांची बेरीज करु शकता का ?

	एकम		दशम	शतम
	0	.	6	3
+	0	.	5	4
	1	.	1	7

अशाप्रकारे 0.63 + 0.54 = 1 . 1 7

हे करा

माहीत करा:

(i) 0.39 + 0.26 (ii) 0.8 + 0.07

(iii) 1.45 + 1.90 (iv) 3.44 + 1.58

उदाहरण-1. 3.64 + 5.4 ची बेरीज करा

पद्धत-(i): 3.64 + 5.4 पहिला अपुर्णांक दोन दशांशी आहे आणि दुसरा एक दशांशी आहे.

= 364/100 + 54/10 अपुर्णांक रुपात त्यांना दर्शवा.

= 364/100 + 540/100 दुसऱ्या संख्याचे छेद 100 बनवा.

= 904/100छेद समान झाल्यास अंशाला मिळवा.

= 9.04 दशांश बिंदुचा वापर करुन उत्तर लिहा.

पद्धत-(ii): 3.64 + 5.4

	एकक		दशम	शतम
	3	.	6	4
+	5	.	4	
	9	.	0	4

3.64 पहिल्या अपुर्णांकात दोन दशांश स्थान

+5.40 आहेत. 5.4 ला दोन दशांशामध्येबदला

9.04 आणि आलेल्या अपुर्णाकास मिळवा.

SCERT TELANGANA

उदाहरण-2. सलमा तिच्या शाळेच्या 'खेळ दिवसा'चा सराव करीत होती. ति सकाळी 3.27 किं.मी. आणि सायंकाळी 2.8 किं.मी. धावली. तर ती एकुण किती कि.मी. धावली ?

सोडवणुक-: 3.27 + 2.8 = ?

सकाळची धाव	=	3 . 27 कि.मी.
संध्याकाळची धाव=		2 . 80 कि.मी.
एकुण धाव	=	6 . 07 कि.मी.

अशाप्रकारे 2.85 मधुन 1.23 वजा करा.

हे खालील तक्त्यात दिले आहे.

	एकक		दशम	शतम
	2	.	8	5
-	1	.	2	3
	1	.	6	2

अशाप्रकारे 2.85 - 1.23 = 1.62

म्हणुन आपण म्हणु शकतो की दशांसाची वजाबाकी करण्यासाठी शतम मधुन शतम, दहम मधुन दहम,एकम मधुन एकम. अशाप्रकारे वजाबाकी करतो.जसे- आपण बेरजेमध्ये मिळवितो.

कधी-कधी दशांसाची वजाबाकी करतांना आपणास परत गट बनवावे लागतात.

चला 2.89 ला 4.5 मधुन वजा करु या.

	एकक		दशम	शतम
	4	.	5	0
-	2	.	8	9
	1	.	6	1
4.5 – 2.89 =	1	.	6	1

प्रश्नसंग्रह-7.5

1. सोनु दुकानात गेला,त्याला चीक्की आणि टॉफी घ्यायचे होते.एका चिक्कीची किंमत 0·75 रुपये आणि टॉफीची किंमत 0·50 रुपये आहे.त्याने प्रत्येकी एक-एक विकत घेतल्यास दुकानदारास किती रुपये द्यावे लागेल.सोनुच्या आईने त्याला ₹ 2. दिले.ते त्याने दुकानदारास देऊन ₹ 1.25. ची एक वस्तु आणली समजा त्याच्या आईने 5 रुपये दिले असता दुकानदार त्यास किती वापस करतील ?

2. खालील दशांस अपुर्णांकाची बेरीज करा:

(i) 25.11 - 3.80 (ii) 14.01 + 1.1 + 1.98

(iii) 9.85 - 0.61 (iv) 2.3 + 18.94 (v) 2.57 + 3.75

3. अभिषेकने 5 कि.मी. 28 मी.बसने, 2 कि.मी. 265 मी.कारने आणि उरलेला 1 कि.मी. 30 मी.प्रवास पायदळ केला तर त्याने एकुण किती प्रवास केला. ?

SCERT TELANGANA

4. मी.वैकुंठंने त्याच्या मोठ्या मुलासाठी 6.25 मी. कपड्यांचे साहीत्य आणले आणि 5.75 मी.लहान मुलासाठी आणले तर किती कपड्यांचे साहीत्य आणले.

आपण काय चर्चा केली ?

1. i. अपुर्णांक ही पुर्णसंख्येचा एक भाग दर्शविणारी संख्या आहे.पुर्णसंख्या ही एकच वस्तु किंवा वस्तुंचा समुह आहे.
   ii. अपुर्णांकास लिहतांना भागाच्या माजेणीच्या संदर्भास व्यक्त करतो.तेंव्हा सर्व भाग समान असल्याची खात्री केली पाहीजे.
2. $\frac{5}{7}$ मध्ये, 5 ला अंश आणि 7 ला छेद म्हणतात.
3. अपुर्णांकास संख्या रेषेवर दाखविता येते.प्रत्येक अपुर्णांकासाठी संख्या रेषेवर त्यासाठी एक बिंदु असतो.
4. सम अपुर्णांकात अंश हा छेदापेक्षा लहान असतो.ज्या अपुर्णांकात अंश छेदापेक्षा मोठा असतो,त्यास विषम अपुर्णांक म्हणतात.पुर्ण भाग आणि विषम भाग एकत्र लिहुन त्यास एकत्र लिहल्यास त्यास मिश्र अपुर्णांक म्हणतात.
5. प्रत्येक सम किंवा विषम अपुर्णांकास काही समान अपुर्णांक असतात.दिलेल्या अपुर्णाला समान असलेल्या अपुर्णांकाची माहीती घेण्यासाठी आपण दिलेल्या अपुर्णांकाच्या अंशाला आणि छेदास गुणाकार किंवा भागाकार करावा लागतो.
6. जर अंश आणि छेदाचा एक शिवाय दुसरा कोणताही सामान्य अवयव नसल्यास त्या अपुर्णांकास आपण सामान्य रुप (मुळ रुप) मध्ये आहे.असे म्हणतात.
7. संपुर्ण भागाच्या एका भागास आपण समजण्यासाठी (एकक) त्या एककास आपण घनाभाच्या स्तंभाने दर्शवितो.एका घनाभाच्या स्तंभास 10 समान भागात विभाजन केल्यास प्रत्येक भाग $\frac{1}{10}$ एकक होतो.त्यास आपण 0.1 दशांसाने दर्शवितो.एकम स्थानी आणि दशम स्थानाच्या मध्ये येणारे टिंब दशांस बिंदु दर्शविते.
8. प्रत्येक अपुर्णांकाला छेद हा 10 किंवा त्याचे गुणक असल्यास त्यास आपण दशांस चिन्हाने दर्शवितो.
9. एका ब्लॉकला 100 समान भागात विभाजन केल्यास प्रत्येक भाग $\frac{1}{100}$ एकक होते.त्यास 0.01 दशांस मध्ये दर्शवितात.
10. स्थान किंमतीच्या सारणीत,जेव्हा आपण डावीकडुन उजवीकडे जातो,तेंव्हागुणाकाराचा घटक $\frac{1}{10}$ शंभर ते शंभर म्हणजे हजार $\frac{1}{1000}$ त्यास 0.001 दशांस मध्ये दर्शवितात.
11. सर्व दशांसास संख्या रेषेवर दर्शविता येते.
12. कोणतेही दोन दशांस संख्यांची एकमेकाबरोबर तुलना करु शकतो.तुलना संपुर्ण भागापासुन सुरु होते,जर संपुर्ण भाग समान असेल तर दहाव्या भागाची तुलना करता येते.आणि अशा प्रकारे तुलना करता येते.
13. दशांसाचा वापर आपल्या जीवनात पुष्कळ रीतीने होतो.उदाहरणार्थ पैशाच्या एककास दर्शविणे,लांबी आणि रुंदी दर्शविणे..

SCERT TELANGANA

माहीती हाताळणे

8.1 **परिचय.**

सीरीच्या वडिलास एक मोबईल फोन विकत घ्यायचा होता.त्यानी त्यांच्या मित्राला बाजारात उपलब्ध असलेल्या निरनिराळया मॉडलच्या कीमती आणि सवलीत बद्दल वीचारले. त्यांनी खालील प्रमाणे तक्ता तयार केला

सवलती	**ब्रॅड-1 मोबाइल**	**ब्रॅड-2 मोबाइल**	**ब्रॅड-3 मोबाइल**
किंमत	1500	1200	2000
एम.पी. 3	✓	✓	✓
कॅमेरा	✓	✓	✓
ब्लु टुथ	×	×	✓
अलार्म	×	×	✓
एफ.एम	✓	✓	✓
ग्यांरटी	✓	×	✓
मुद्दत	1वर्ष	3महीने	6महीने

सीरीने वडिलांना विचारले. त्यानी तक्ता का तयार केला ? वडिलानी उत्तर दिले. मला एक मोबईल विकत घ्यायचा आहे. माझ्या गरजेयोग्य असलेल्या मॉडेलची माहीती घेण्यासाठी मला त्या निरनिराळया मॉडेलच्या सवलतीची तुलना करावी लागेल.

म्हणुन मी ही सर्व माहीती गोळा करुन त्यास तक्त्यांच्या रुपात लीहिली.

सीरीला हा उपाय आवडला. जो निर्णय आपण घेतो त्यासाठी नेहमी माहिती ही गोळा करुन त्याचा तक्ता तयार करावा. गोळा केलेली माहिती ही संख्या किंवा शब्दाच्या रुपात असते. ज्याची आपणास अचुक निर्णय घेण्यासाठी मदत मिळते, त्यास डाटा म्हणतात. वरिल उदाहरणात मोबईल फोनची किंमत कमी कि जास्त. सेलफोन मध्ये एफ एम आहे किंवा नाही इत्यादी माहिती आहे आपल्या दैनंदीन जिवनात आपण अशा परिस्थितीशी सामना करतो ज्यातुन आपणास निर्णय घेण्यासाठी माहिती मीळते. चला एक उदाहरण घेऊया.

बुटाच्या कंपनीने बुटाची विक्री वाढविण्याचा निर्णय घेतला. त्यानी निरनिराळ्या आकाराची बुटे बनविण्याचा निर्णय घेतला. यासाठी त्यानी 500 लोकांवर पाहणी करुन अशाप्रकरे माहिती गोळा केली.

बुटाचा आकार	7	8	9	10	11	**एकुण**
विकलेली संख्या	42	126	278	44	10	**500**

या माहीती वरुन बुटांचा आकाराची संख्या वाढविणे आणि बुटांच्या आकाराची संख्या कमी करण्याचा निर्णय घेऊ शकतो.

SCERT TELANGANA

8.2 माहितीची रिकार्डींग करणे.

लक्ष्मीने तिच्या मैत्रीणी सोबत सहलीला जाण्याची तयारी केली.तीने सर्वासाठी सहलीला फळे घेतली .लक्ष्मीच्या आईने तीला प्रत्येक मैत्रीणीची फळाची आवड विचारले. लक्ष्मीने त्याची खालील प्रमाणे यादी बनविली.

व्यक्ती	आवडणारी फळे
लक्ष्मी	संत्री
प्रिती	पपई
राधा	संत्री
उमा	सिताफळ
रेष्मा	पपई
मेरी	संत्री
लता	संत्री
गौरी	केळी
सलमा	सिताफळ
रिटा	जांब

हे करा

माहितीची (डाटा) दोन उदाहरणे संख्येच्या रुपात द्या.

माहितीची (डाटा) दोन उदाहरणे शब्दा द्या.

तीने ही यादी आईला दिली. तिच्या आईने यादी वाचली. आवश्यक फळांची संख्या माहित करण्यासाठी तीने वरील यादीतील एकुण संत्राची संख्या मोजली. अशा प्रकारे तीने परत पपई नंतर केळी आणि शेवटी सिताफळे मोजली शेवटी तिने खालील प्रमाणे लिहीले

संत्री - 4 पपई -3 केळी-1 सिताफळ-2 येथे संख्याची वारंवारता 4 आहे त्याचप्रकारे पपईची वारंवारता 3 आहे.

जर वर्गातील मुलाची संख्या 50 असती तर लक्ष्मीच्या आईला मोजने सोपे गेले असते का? नाही. तिला प्रत्येक फळासाठी एकदा यादी वाचावी लागली असती. यासाठी एका पद्धतीची गरज आहे.

8.3 माहीती जमविणे

2001 च्या जनगणनेत एका प्रगणकाने आवासातील 55 कुटुंबीची माहीती गोळा केली. त्याने काही विद्यार्थ्यास ही माहिती जमाविन्यासाठी सांगीतली.

सर्व विद्यार्थीनी ताळयाच्या खुणेनुसार माहीती जमविली. परंतु त्यांनी त्यास निरनिराळया प्रकारे वापरली

कुटुंबाचा आकार	ताळयाची खुण	एकुण कुटुंब
2	||||||	6
3	|||||||||||||||||||	19
4	|||||||||||||||||||||||	23
5	|||||	5
6	||	2

SCERT TELANGANA

रहीमने प्रत्येक दहा ताळ्याच्या खुणेस गट पाडुन त्यास गोलाकार केले

कुंटुबाचा आकार	ताळ्याची खुण	एकुन कुंटुब
2	IIIIII	6
3	[IIIIIIIIII] IIIIIIIII	19
4	[IIIIIIIIII] [IIIIIIIIII] III	23
5	IIIII	5
6	II	2

दिनेशने पाच ताळ्याची खुणेस पाडुन त्यास गोलाकार केले

कुंटुबाचा आकार	ताळ्याची खुण	एकुन कुंटुब
2	[IIIII] I	6
3	[IIIII] [IIIII] [IIIII] IIII	19
4	[IIIII] [IIIII] [IIIII] [IIIII] III	23
5	[IIIII]	5
6	II	2

चेतनने पाच ताळ्याच्या खुणेस वेगळ्या पद्दतीने गोलाकार केले. त्याने चार ताळ्याच्या खुणेस एक चौरस आणि 5 व्या ताळ्याची खुण दिले. म्हणुन एक आढवी रेष ओढली.

कुंटुबाचा आकार	ताळ्याची खुण	एकुन कुंटुब
2	⧅ I	6
3	⧅ ⧅ ⧅ □	19
4	⧅ ⧅ ⧅ ⧅ ⊔	23
5	⧅	5
6	∟	2

सरलाने प्रत्येक चार ताळ्याच्या खुणेस तिरकस रेषा काढुन पाचवी ताळ्याची खुण दाखविली

कुंटुबाचा आकार	ताळ्याची खुण	एकुन कुंटुब
2	卌 I	6
3	卌 卌 卌 IIII	19
4	卌 卌 卌 卌 III	23
5	卌	5
6	II	2

SCERT TELANGANA

सरलाने ज्या पद्दतीने ताळ्याची खुण बनविली. त्याचा उपयोग वारंवारता किंवा वस्तुंची माहीती मोजण्यासाठी होतो. वारंवारता किवा वेगवेगळ्या वस्तु बदद्ल माहीती दर्शविण्याच्या तक्त्यास वारंवारता पौन्य पौन्य विभागणी तक्ता असे म्हणतात.

उदाहरण -1 वर्गातील 25 विद्यार्थ्यांना नियोजीत चाचणीत मीळलेले गुण आहेत .
25 5, 6, 7, 5, 4, 2, 2, 9, 10, 2, 4, 7, 4, 6, 9, 5, 5, 4, 3, 7, 9, 5, 2, 4, 5, 7.

नियोजीत चाचणी 10 गुणांची आहे.

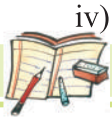
i) माहितीस जमवुन त्यास वारंवारत पौन्य पौन्य विभागणीत ताळ्याची खुण वापरुन दर्शवा
ii) जास्तीत जास्त विद्यार्थ्यांनी मीळविलेले गुण माहित करा
iii) कमी गुण मीळालेले विद्यार्थी माहित करा
iv) 8 गुण मीळविणारे विद्यार्थी किती ?

सोडवनुक

(i)

मीळालेल गुण	**ताळ्याची खुण**	**एकुण विद्यार्थी**
2		4
4		5
5		6
6		2
7		4
9		3
10		1

ii)जास्त गुण मीळविणारे विद्यार्थ्यांना (6) 5 गुण मिळाले
iii).सर्वात कमी गुण मीळविणारे विद्यार्थ्यांना 4 गुण मिळाले
iv).वर्गातील कोणत्या विद्यार्थ्यांना 8 गुण मिळाले नाही.



प्रश्नसंग्रह 8.1

लहान मुलाची बॅंक उघडली आणि त्यानी खालील नाणी गोळा केली.

नाण्याचे प्रकार

50पैसे

1 रुपया

2 रुपया

5 रुपया

ताळयाच्या खुणेचा वापर करुन वारंवारता पौन्य पौन्य विभागणी तक्ता बनवा

SCERT TELANGANA

2. वर्गातील 25 विद्यार्थ्यांच्या आवडीचे रंग खाली दिलेले आहेत.
निळा,लाल,हिरवा,पांढरा,निळा,हिरवा,पांढरा,लाल,संत्री,हिरवा,निळा,पांढरा,निळा.संत्री,निळा,निळा,पांढरा,लाल, पांढरा,पांढरा,लाल,हिरवा,निळा,निळा,पांढरा
ताळयाच्या खुणे वापर करुन पौन्य पौन्य विभागणी बनवा मुलाचा सर्वात आवडीचा कमी आवडीचा रंग कोणता आहे?

3. एका टिवी चॉनलने दारुबंदी या शिर्षकावर एसएमएस करा हा कार्यक्रम ठेवला त्यात खालील निवड दिले.
A -.सपुर्ण बंद B - थोडी बंद C - विक्री सतत चालु
त्यानी पहिल्या तासात खालील प्रमाणे संक्षीप्त संदेश मिळला

A	A	B	C	A	B	B	C	A	A
A	A	C	C	B	A	A	C	B	A
A	A	A	B	B	C	C	A	A	C
C	B	B	B	A	A	A	A	A	C

ताळयाच्या खुणेचा वापर करुन वारंवारंता पौन्य पौन्य विभागणी तक्ता बनवा.

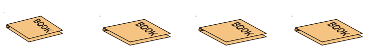
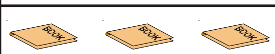
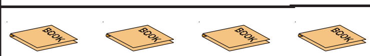
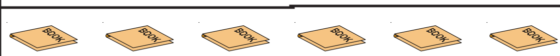
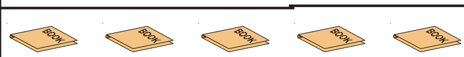
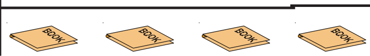
4. 10 वाजता ते 11वाजताच्या दरम्यान अनेक वाहनांनी नाका ओलांडला. ते खालील प्रमाणे आहेत.
कार,लारी,बस,आटो,लारी,लारी,बस,आटो,बाईक,बस,लारी,लारी,जीप,लारी,बस,जीप,कार,बाईक,बस,कार ,लारी, बस, लारी, बस, बाईक, कार, जीप, बस, लारी, लारी, लारी, बस, कार, कार, बाईक, ऑटो
ताळयाची खुण वापरुन वारंवारता पौन्य पौन्य विभागणी तक्ता बनवा

खेळ खेळणे :
एक डाईस घ्या. वर फेका आणि संख्या रेकार्ड करा. ही कृती 40 वेळा करुन संख्याची नोंद घ्या.

8.4 माहिती दर्शविणे :- वारंवारता पौन्य पौन्य विभागणी तक्ता जमलेला आणि दर्शविलेली माहीती (डाटा) चित्रालेख आणि स्तंभालेखात सुध्दा दर्शविता येते.

8.4.1 चित्रालेख

एका पुस्तकाच्या आलमारीत वेगवेगळ्या विषयाची पुस्तके आहेत प्रत्येक विषयाची एकुण पुस्तके चित्राद्वारे खालील प्रमाणे दिलेली आहे.

विषय	एकुन पुस्तके
तेलुगू	
इंग्रजी	
हिंदी	
गणित	
विज्ञान	
सा.अध्ययन	

SCERT TELANGANA

(i) कोणती पुस्तके जास्त आहेत?

(ii) कोणती पुस्तके कमी आहेत?

(iii) एकुण किती पुस्तके आहेत?

या प्रश्नाची उत्तरे आपण चित्रालेखाद्वारे देता येते. चित्रालेखात चित्र किवा चिन्हांचा वापर माहीतीचा वारवारता दर्शविन्यासाठी होतो.
आता आपण शाळेतील विद्यार्थाची संख्या चित्रालेखाने दर्शवु

वर्ग	VI	VII	VIII	IX	X
एकुण विद्यार्थी	28	30	35	25	22

35 विद्यार्थी 35 चिन्हाचा वापर करुन दर्शविणे सोईस्कर आहे का?
अशा स्थितीत व्यवस्थीत चित्रालेख काढण्यासठी आपणास एका चित्रास 5 विद्यार्थी असे दर्शवावे लागेल यालाच स्केलींग म्हणतात.
सामान्यता स्केल ही सर्व वारंवारतेचा म.सा.वि. असतो.
समजा वारंवारता ही स्केलच्या एककापेक्षा लहान असल्यास आपण त्यास व्यवस्थीतपणे कल्पणा केली पाहीजे.**वरील उदाहरणार्थ जरः**

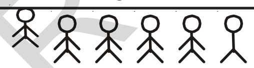
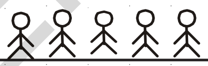
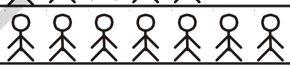
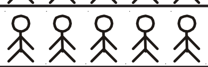
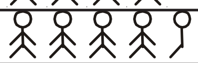
5 विद्यार्थी दर्शविते

4 विद्यार्थी दर्शविते

3 विद्यार्थी दर्शविते

2 विद्यार्थी दर्शविते

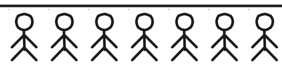
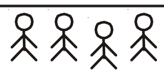
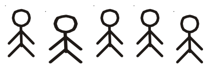
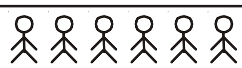
1 विद्यार्थी दर्शविते आता वरील माहितीचा स्तभालेख तयार करा

वर्ग	एकुण विद्यार्थी
VI	
VII	
VIII	
IX	
X	

उदाहरण 1.वर्गातील 25 विद्यार्थीना वेगवेगळे खळ आवडतात त्यास सविस्तर खालील चित्रालेखात दर्शविले आहे (कोणताही विद्यार्थी एका पेक्षा जास्त खेळ खेळु नये)

(i) बॅडमींटन खेळणारे विद्यार्थी किती ?

(ii) जास्त विद्यार्थी खेळणारा खेळ कोणता ?

खेळ	**एकुण विद्यार्थी**
कबड्डी	
रिंग	
बॅडमींटन	
क्रिकेट	

SCERT TELANGANA

सर्वात कमी अट असणारा खेळ कोणता ?

कोणताही खेळ न खेळणारे विद्यार्थी कीती ?

सोडवनुक :

i. 5 विद्यार्थी बॅडमींटन खेळतात.

ii. सर्वात जास्त विद्यार्थी खेळणारा खेळ कबडी ते 7.

iii. सर्वात कमी विद्यार्थी खेळणारा खेळ रिंग ते 4.

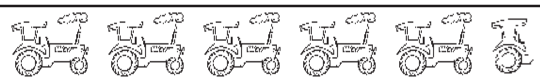
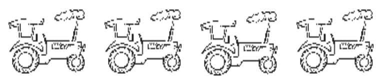
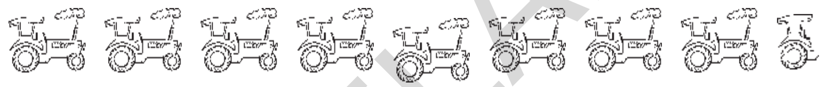
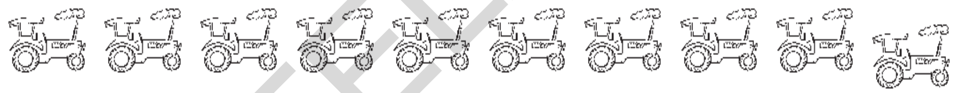
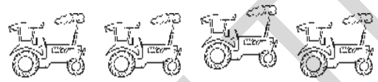
iv .एकुन खेळाडुची संख्या = 7 + 4 + 5 + 6 = 22

वर्गातील एकुण विद्यार्थी = 25

म्हणुन कोणताही खेळ न खेळणाऱ्या विद्यार्थीची संख्या = 25 - 22 = 3

उदाहरणात : २ पाच गावातील ट्रॅक्टरची संख्या खाली चित्रालेखात दिलेली आहे

माप : = 2ट्रॅक्टर

गाव	संख्या
A	
B	
C	
D	
E	

(i) कोणत्या गावात सर्वात कमी ट्रॅक्टर आहेत.

(ii) कोणत्या गावात सर्वात जास्त ट्रॅक्टर आहेत.?

(iii) B गावाच्या तुलनेत D गावात किती जास्त ट्रॅक्टर्स आहे

(iv) पाच गावातील एकु' ट्रॅक्टर्सची संख्या किती

सोडुवणुकः

(i) B आणि C गावात सर्वात कमी ट्रॅक्टर्स आहेत प्रत्येकी 8 ट्रॅक्टर्स

(ii) D गावात सर्वात जास्त ट्रॅक्टर्स -20 ट्रॅक्टर्स

(iii) C गावात 9 ट्रॅक्टस 11 गावा पेक्षा जास्त

(iv) येथे सर्व गावात मीळुन 66 ट्रॅक्टर्स आहेत

प्रश्न संग्रह 8.2

1. एका आठवड्यात एका फॅक्टरी द्वारा तयार केलेली घड्याळे खालील प्रमाणे आहेत

सोमवार	मंगळवार	बुधवार	गुरुवार	शुक्रवार	शनिवार
300	350	250	400	300	275

योग्य मापनाचा वापर करुन चित्रालेखाद्वारे दर्शवा

SCERT TELANGANA

-

2. अहमद या फळाचा व्यापाऱ्याने आठवड्यात विकलेली सफरचंद खाली दिलेली आहेत. या साठी चित्रालेख तयार करा. (माप : 5 फळाना चिन्हाद्वारे दर्शवा)

रविवार	सोमवार	मंगळवार	बुधवार	गुरुवार	शुक्रवार	शनिवार
100	85	90	80	60	95	70

खालील प्रश्नाची उत्तरे द्या

(i).मंगळवारी विकलेल्या फळास किती चिन्हाने दर्शवाल?

(i) शुक्रवारी विकलेल्या फळास किती चिन्हाने दर्शवाल?

3. सरपंच निवडनुकीत विवीध उमेदवाराना पडलेल्या मतास खाली दिले आहेत त्याच्या समोर त्यांचे चिन्ह खाली आहे

चिन्ह	सुर्य	भांड	झाड	घड्याळ
एकुण मते	400	550	350	200

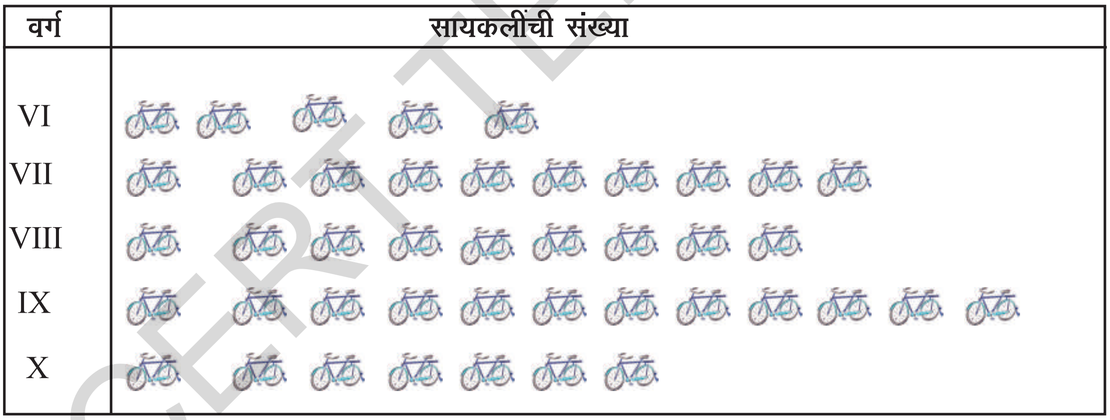
योग्य मापचा उपयोग करुन माहीतीस चित्रालेखाद्वारे दर्शवा

खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या

(i)कोणत्या चिन्हास कमी मते मिळाली?

(ii)कोणत्या चिन्हास उमेदवार जिंकला?

4. एका शाळेतील पाच वर्गाच्या विद्यार्थीच्या सायकली खालील चित्रालेखात दाखविले आहे.



वरील दिलेल्या चित्रलेखाच्या आधारावरुन खालील प्रश्नाची उत्तरे द्या

(i) कोणत्या वर्गाच्या विद्यार्थीच्या सायकली सर्वात जास्त आहेत ?

(ii) कोणत्या वर्गाच्या विद्यार्थींच्या सायकली सर्वात कमी आहेत ?

(iii) कोणत्या वर्गाच्या विद्यार्थींच्या 9 सायकली आहेत ?

(iv) पाचही वर्गातील एकुण सायकलीची संख्या किती ?

SCERT TELANGANA

5. विविध कपनिच्या टि.व्ही. संचाची एका दिवसाची विक्री खाली दाखविली आहे. माप = **5**

कंपनी	**एकुण टेलिवीजन संच**
A	
B	
C	
D	
E	

खालील प्रश्नाची उत्तरे द्या ?

(i) A कंपनीच्या टि.व्ही.. किती विकल्या ?

(ii) कोणत्या कंपनीचा टि.व्ही. लोकांना जास्त आवडतो?

(iii) कोणत्या कंपनीच्या टि.वि.ने 15 टि.व्ही. संच विकले .?

(iv) कोणत्या कंपनीची विक्री सर्वात कमी आहे.?

6. 5 मजुरांना महिन्याचा पगार खालिल चित्रलेखात दिला आहे माप: = 1000 रुपये

कामगार	**पगार**
रमेश	
विलास	
व्यंकट	
दिनेश	
सचिन	

खालील प्रश्नाची उत्तरे द्या ?

(i) चित्रलेखात वापरलेले माप काय आहे .?

(ii) सचिनचा पगार किती आहे **?**

(iii) कोण जास्त पगार कमवितो ?

(iv) रमेशचा पगार विलासच्या पगारापेक्षा किती जास्त आहे.?

प्रकल्प कार्य.

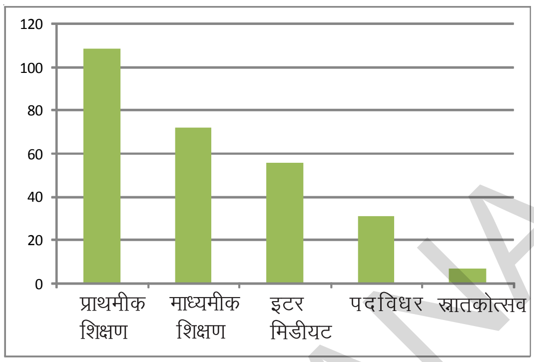
वार्ता पत्रिका आणि मासिक पत्रिकेतिल चित्रालेख गोळा करा आणि काळजीपुर्वक त्याचा अभ्यास करा ?

SCERT TELANGANA

8.4.2 स्तंभालेख

आकाशने 275 लोकाची शैक्षणीक माहीती गोळा केली त्यानी ती माहीती वारंवारता पौनपौन्य विभागणी तक्त्यात जमवली

शैक्षणीक पातळी	एकुण लोकसंख्या
प्राथमीक शिक्षण	109
माध्यमीक शिक्षण	72
इटर मिडीयट	56
पदविधर	31
स्थानकोत्सव	7



त्यानी माहीतीस चित्र लेखाच्या साहाय्याने दर्शविन्याचा प्रयत्न केला परतु त्यांना आढळुन आले की कठीन कार्य आहे.म्हणुन त्यांनी बाजुला दिलेल्या

स्तंभालेखाचा उपयोग करण्याचा निर्णय केला.

सामान्यता स्तभालेखचा उपयोग वारं वारतासोबत स्वतंत्र अवलोकनास दर्शविण्यासाठी होतो.स्तंभालेखात स्तंभ हे स्तंभाची लांबी वस्तुची वारंवारता दंर्शविते.

वरील स्तंभालेखावरुन आपणास आढळुन येते की जास्त जन हायस्कुलनंतर शीकलेले नाहीत आणि तसेच थोडेच जन पदविधर आहेत.हे सुध्दा दाखवत आहे.

विचार करा,चर्चा करा आणि लिहा.

कोणत्या रीतीने स्तंभालेख हा चित्रालेखापेक्षा चागला आहे.

स्तंभालेखाची रचना

कालोनीतील लोकांची वृत्ती खालील तक्त्यात दिली आहे.

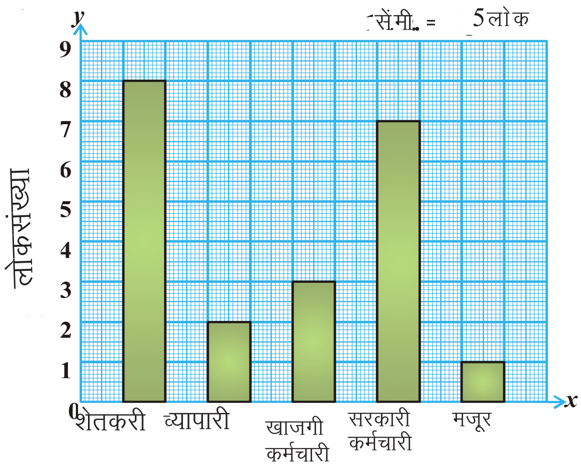
वृत्ती	शेतकरी	व्यापारी	खाजगी	सरकारी कर्मचारी	मजदुर
संख्या	40	10	15	35	5

वरिल माहिती ऊभ्या स्तंभात दर्शविन्यासाठी खालिल पाय-या दिल्या आहेत.?

1.दोन लंब रेषा एक आडवी (xअक्षावर) आणि दुसरी ऊभी (y अक्ष)रेषा काढा.?

2. y अक्षावर लोकांची संख्या आणि x अक्षावर वृती लिहा?

3. योग्य मापाचा वापर x अक्षावर समजा 1 से.मी. = 5 व्यक्ती



SCERT TELANGANA

व्यक्ती वारंवारतेला मापांनी भागुन स्तंभालेखाची ऊंची काढा?

शेतकरी	40 ÷ 5 = 8	व्यापारी	10 ÷ 5 = 2
खाजगी कर्मचारी	15 ÷ 5 = 3	सरकारी कर्मचारी	35 ÷ 5 = 7
मजुर	5 ÷ 5 = 1		

(5) x अक्षावर ऊंची माहित केलेले काही रुंदीचे आयातकार उभे स्तंभ काढा?अशा रितीने आपण वरील माहिती वरुन जेव्हा आडवे स्तंभाकृती काढतो ते खालील पायरी प्रमाने आहे.

(i) आलेखाच्या कागदावर एक आडवी (x-अक्षांस) आणि एक उभी (y-अक्षांस)दोन लंबरेषा काढा?

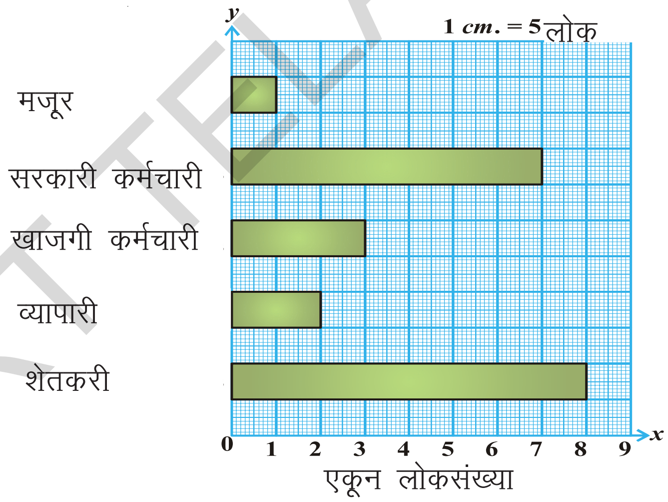
(ii) X अक्षांवर लोकांची संख्या आणि Yअक्षांवर वृती लीहा?

(iii) Y अक्षांवर योग्य माप 1 से.मी. = 5 व्यक्ती निवडा?

(iv) Y अक्षांवर योग्य माप 1 से.मी. = 5 व्यक्ती निवडा?

शेतकरी	40 ÷ 5 = 8	व्यापारी	10 ÷ 5= 2
खाजगी कर्मचारी	15 ÷ 5 = 3	सरकारी कर्मचारी	35 ÷ 5 = 7
मजुर	5 ÷ 5 = 1		

(v) वरील माहित केलेल्या ऊंचीनुसार Yअक्षांसावर सारख्या रुंदिचे आयातकार आडवे स्तंभ काढा?



प्रश्न संग्रह - 8.3

1. प्राण्याचा जिवणकाळ खाली दिलेला आहे

अस्वल - 40, वर्ष बैल- 28 वर्ष, उंठ- 50 वर्ष, कुत्रा- 22 वर्ष

मांजर- 25 वर्ष, गाढव - 45 वर्ष, बकरी - 15 वर्ष, घोडा- 10 वर्ष

गाय - 22 वर्ष, हत्ती- 70 वर्ष

2. या माहितीआडवा स्तंभालेख काढा?

वस्तु , घरभाडे , अन्न, शिक्षण , विधुत , परिवहण इतर

SCERT TELANGANA

वस्तु	घरभाडे	अन्न	शिक्षण	विद्युत	परीवहन	इतर
खर्च रूपये (रु)	3000	3400	800	400	600	1200

वरिल माहिती उभ्या स्तंभालेखात दर्शवा.

3. निरनिराळ्या वाहनाव्दारे हैदराबाद ते तिरुपतीचा प्रवासाचा वेळ खाली दिलेला आहे.

   कार-8 तास, बस -15तास, रेलवे - 12 तास, विमान - 1 तास. यास स्तंभालेखाच्या साहायाने दर्शवा?

4. 120शाळेच्या विद्यार्थावर केलेल्या पाहणी नुसार त्यांनी रिकाम्या वेळेत कोणते कार्य केले पाहिजे दिले आहेत.

निवडलेले कार्य	खेळणे	कथा वाचन	टि.व्ही. पाहणे	संगित ऐकणे	चित्रकला
एकुण विद्यार्थी	25	10	40	10	15

वरील सारणीचा स्तंभालेख काढा.?.

प्रकल्प कार्य

1. वर्तमानपत्र, मासिके इत्यादितुन निरनिराळी स्तंभालेख गोळा करुन त्याचा एक अल्बम बनवा प्रत्येक स्तंभालेखाचे विवरण देन्याचा प्रयत्न करा ?
2. तुमच्या कॉलनीत फिरा, किती प्रकारचे घरे आहेत. त्याची नोंद करा म्हणजे कच्चे घर,कवेलुचे घर, सिमेंट कॉंक्रीटचे घर, बहुमजली ईमारत आहे का पहा यास स्तंभालेखाच्या साहायाने दर्शवा.

आपण काय चर्चा केली ?

1. आपनास दिसुन आले की काही वस्तुबद्ल माहिती ही संख्याना एकत्रित गोळा केली असता माहिती मीळते?
2. माहितीस ताळयाच्या खुणेवरून तक्तयाकार पद्तिने मांडल्यास दिलेल्या माहितीची विशीष्ट माहिती मिळते.
3. चित्राच्या साह्याने माहितीस चित्रालेखात दर्शविने हे आपन शिकलो वस्तु किंवा वस्तुचाभाग, चित्रालेखाचे

   स्पष्टीकरणावरुन संबधित प्रश्न-उत्तरे देणे विशीष्ट वस्तुंच्या संख्येना चिन्हाच्या साहयाने लिहुन आपण चित्रालेख काढला. उदा-

= 100 पुस्तके.
4. चित्रालेखाच्या साहयाने माहिती दर्शविणे याबद्ल आपण चर्चा केली स्तंभालेखात समान रुंदीचे उभे किंवा आडवे स्तंभ संमान अंतरावर असतात.प्रत्येक स्तंभाची लांबी ही त्या स्तंभाची वारंवारता दर्शविते.

पि.सी.महालनोबीस (भारत)
1893 - 1972
हे यांना भारतीय संख्या शास्त्राचे जनक म्हणतात.
त्यानी भारतीय सांख्यीक अनुसंधानाची संस्था कलकत्ता यथे काढली त्यांच्या जातीय पाहणी 'यास जागतीक पातळीवर मान्यता मीळाली'

SCERT TELANGANA

बिजगणीताचा परीचय

9.1 परिचय

आतापर्यंत आपण संख्या आणि आकाराबद्दल शिकलो. त्याचा संबंध अंकगणीत आणि भुमितीशी होता. आता आपण गणिताच्या एका शाखेबद्दल शिकणार आहोत.यास बिजगणीत म्हणतात.

बिजगणीताची मुख्य वैशिष्टे -संख्यांना दर्शविण्यासाठी यात अक्षरे किंवा बाराखडीचा वापर होतो. अक्षराद्वारे विशिष्ट संख्या नसुन कोणतीही संख्या दर्शवु शकतो. माहीत नसणाऱ्या निर्णयाच्या पध्दतीला अनुसरुन आपण शक्तीमान अवजारे जे आपल्या जीवनातील प्रश्न सोडविते.

समजा दामिनी आणि कौशिक खेळत आहेत.

कौशिक : जर तु माझ्या सुचनेचे अनुसरुन करीत आहे तर मला अंतिम निकाल सांग तर मग मी तुला तुझे वय सांगीन.

दामिनी : परंतु तुला माझे वय ठाऊक आहे, यात काय नविन काय आहे ?

कौशिक : बरं, ठिक आहे. मला माहीत नसणाऱ्या एका व्यक्तीचे वय घे. मला सांगू नकोस. तरी पण मी तुला वय सांगेन.

दामिनी : बरं .तुझ्या सुचना काय आहेत ? ते तु कसे करतो ते मला पाहु दे.

कौशिक : प्रथम वयाला दुप्पट कर.

दामिनी : झाली.

कौशिक : आलेल्यामध्ये 5 मिळव. आता मला अंतिम निकाल सांगा.

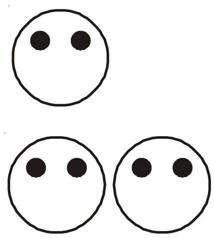
दामिनी : ठीक आहे, ती संख्या '27' आहे.

कौशिक : तुझ्या मित्राचे वय 11 वर्षे आहेत.

दामिनीला आश्चर्य वाटले. आणि थोड्या वेळाने ती म्हणाली 'मला माहीत आहे ते वय तुने कसे माहीत केले'.

तुम्हाला माहीत आहे ते कसे झाले ? तुम्ही सुद्धा प्रयत्न करा !!!

9.2 नमुना-नियम बनविने

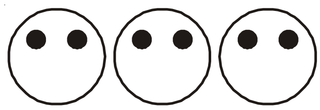


प्रविण आणि मौलीकाने खालील आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे माणसाचे चेहरे तयार केले. त्यांनी काळ्या स्टीकर्सचा डोळ्यासाठी वापर केला मौलीकाने आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे दोन काळे स्टीकर्स घेऊन माणसाचे चेहरे बनविले.

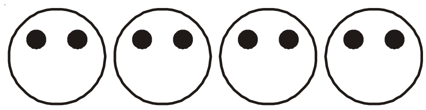
प्रविणने सुद्धा दोन काळे स्टीकर्स माणसाचे चेहरे तयार करण्यासाठी घेतले आणि मौलीकाने तयार केलेल्या चेहऱ्याच्या बाजुला ठेवले.

SCERT TELANGANA

परत मौलीकाने एक तयार केला



आणि प्रविणाने सुध्दा तयार केला.



काही वेळाने प्रविण सुध्दा शामील झाला, त्याने विचारले, " अशा प्रकारचे 8 आकार बनविण्यासाठी किती काळे स्टीकर्स लागतील"?, लगेच मौलीकाने चार आकृती काळ्या स्टीकर्स ची मोजणी केली. त्याच्या दुप्पट 16 लागतील असे सांगीतले.

"खुप" छान रहीम म्हणाला आणि त्यांना विचारला, "69 मानवी चेहरे बनविण्यासाठी किती काळे स्टीकर्स लागतील",आणि प्रविनाला वाटले की जेंव्हा चेहऱ्यांची संख्या जास्त असते तेंव्हा स्टीकर्स मोजण्याची ही पध्दत थोडी वेळ घालवणारी आहे. त्यांनी दुसरी पध्दत वापरण्याचा प्रयत्न केला. त्यानंतर त्यानी खालील सारणी बनविली.

तयार झालेले एकुण मानवी चेहरे	1	2	3	. . .
लागणाऱ्या एकुण काळ्या स्टीकर्सची संख्या	2	4	6	. .
असेही दर्शविता येते	2×1	2×2	2×3	. . .

तुम्ही तयार झालेले मानवी चेहरे आणि आवश्यक काळ्या स्टीकर्सची संख्या यामधील संबंधाची पाहणी केली का ?

मौलीका म्हणाली की तयार होणाऱ्या चेहऱ्यांची आणि आवश्यक काळ्या स्टीकर्समध्ये संबंध आहे .

उदा.एका चेहऱ्यासाठी 2 स्टीकर्स लागतील 2×1 किंवा $2 \times$ तयार होणारे चेहरे. चला जास्त चेहऱ्याबद्दल पाहु.

2 चेहऱ्यासाठी लागणारे स्टीकर्स 4 आहेत. $4 = 2 \times 2 = 2 \times$ तयार झालेले चेहरे

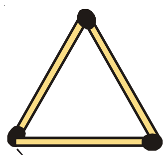
3 चेहऱ्यासाठी लागणारे स्टीकर्स $6 = 2 \times 3 = 2 \times$ तयार झालेले चेहरे

मौलीका म्हणाली की लागणाऱ्या काळ्या स्टीकर्सची संख्या ही तयार होणाऱ्या चेहऱ्यांच्या दुप्पट आहे. म्हणजे आवश्यक काळ्या स्टीकर्सची संख्या = मानवी चेहऱ्याची दुप्पट

आता 69 चेहऱ्यासाठी आपणास.

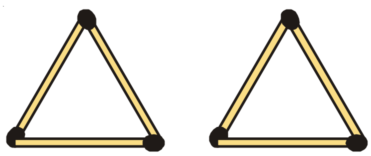
$2 \times 69 = 138$ काळे स्टीकर्स.

9.2.2 नमुना-2



त्रिकोणाची रचना करण्यासाठी 3 आगपेटीच्या काड्याची आवश्यकता आहे.

आपणास दोन त्रिकोण बनविण्यासाठी 6 आगपेटीच्या काड्याची आवश्यकता आहे.



SCERT TELANGANA

खालील तक्तयात आवश्यक आगपेटीच्या काड्याची संख्या आणि मापापासुन बनणारे त्रिकोण आहेत:

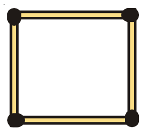
एकुण त्रिकोण तयार करणे	1	2	3	4	5	6	...
एकुण लागणाऱ्या काड्ंयाची संख्या	3	6	9	12	15	18	...
पाहणी (नमुना)	3×1	3×2	3×3	3×4	3×5	3×6	...

एकुण त्रिकोण तयार होण्यासाठी किती काड्याची आवश्यकता आहे. यासाठी नियम काय आहे ?

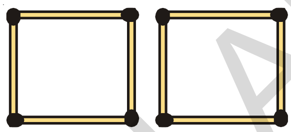
या नियमाप्रमाणे लागणाऱ्या एकुण काड्यांची संख्या = तयार होण्याऱ्या त्रिकोणाची तिप्पट.

9.2.3 नमुना-3

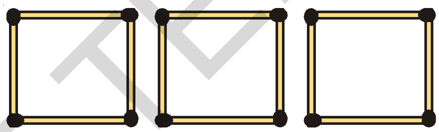
चौरस बनविण्यासाठी, 4 आगपेटीच्या काड्याची आवश्यकता आहे.



जर दोन चौरस बनवायचे असेल तर आपणास 8 काड्या पाहीजेत.



जर दोन चौरस बनवायचे असेल तर आपणास 12 आगपेटीच्या काड्याची आवश्यकता असते.



वरील माहीतीस आपण तक्त्यात दाखवु.

एकुण चौरस तयार करणे	1	2	3	....
एकुण लागणाऱ्या काड्ंयाची संख्या	4	8	12	....
पाहणी (नमुना)	4×1	4×2	4×3	....

म्हणजे आवश्यक काड्यांची संख्या = तयार होण्याऱ्या चौरसाची चौपट.

9.3 चलराशी

चला नमुना-1ची सारणी घेवु

तयार होणारे एकुण मानवी चेहरे	1	2	3	...
लागणाऱ्या स्टीकर्सची संख्या	2	4	6	...
नमुना	2×1	2×2	2×3	...

वरील तक्तयात तयार होणाऱ्या एकुण मानवी चेहराची संख्या वाढल्यास त्यासाठी लागणाऱ्या स्टीकर्सची संख्या वाढत आहे,असे आढळुन आले की प्रत्येकात आवश्यक काळ्या स्टीकर्सची संख्या हे तयार होणाऱ्या एकुण मानवी चेहराच्या दुप्पट आहे.

SCERT TELANGANA

आपल्या सोईसाठी तयार होणाऱ्या मानवी चेहऱ्यास 'm' ने दर्शवु.

म्हणुन लागणाऱ्या काळ्या स्टीकर्सची संख्या = $2 \times m$

" $2 \times m$" च्या ऐवजी आपण "2m". लिहु शकतो.लक्षात घ्या. "2m" हे "$2 \times m$" च्या समान आहे,परंतु $2 + m$.च्या नाही.

$\therefore$ लागणाऱ्या काळ्या स्टीकर्सची संख्या = 2m.

जर आपणास एक मानवी बनवायचा असल्यास,m ची किंमत = 1. म्हणुन नियमानुसार आवश्यक काळ्या स्टीकर्सची संख्या आहे $2 \times 1 = 2$.

जर आपणास दोन मानवी चेहरे तयार करायचे असल्यास 'm' ची किंमत 2.येते. म्हणुन नियमानुसार आवश्यक काळ्या स्टीकर्सची संख्या आहे $2 \times 2 = 4$.

आता तुम्ही तीन चेहऱ्यासाठी किती स्टीकर्स पाहीजे याचा अंदाज लावु शकता ? स्पष्टपणे 6. वरील उदाहरणावरुन आवश्यक लागणाऱ्या स्टीकर्सची संख्या आणि चेहऱ्यांच्या संख्या यातील संबंध आपणास माहीत होतो.

आवश्यक स्टीकर्सची संख्या = $2\ m$

येथे m चेहऱ्यांच्या संख्या आहे,आणि त्याची किंमत 1, 2, 3, 4, ... घेवु शकतो.

येथे 'm' हे चलराशीचे उदाहरण असुन 'm' ची किंमत स्थीर नसुन ती वेगवेगळ्या किंमती होते,त्यानुसार लागणाऱ्या स्टीकर्सची संख्यासुद्धा बदलते.

आता नमुना-2 चा तक्ता घेवु

तयार होणाऱ्या त्रिकोणाची संख्या	1	2	3	4	5	6	....
लागणाऱ्या आगपेटीच्या काड्यांची संख्या	3	6	9	12	15	18	....
पाहणी (नमुना)	3×1	3×2	3×3	3×4	3×5	3×6	......

तुम्ही आता तयार होणाऱ्या त्रिकोणाच्या संख्येसाठी किती आगपेटीच्या काड्यांची आवश्यकता आहे याचा नियम बनवा ?

आवश्यकता असलेल्या काड्यांची संख्या = 3 y, येथे 'y' ही त्रिकोणाची संख्या होय .

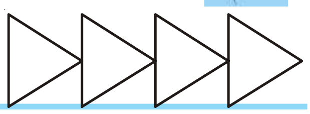
येथ सुद्धा 'y' ही निरनिराळ्या किंमती घेतो. $y = 1, 2, ...$

म्हणजे 'y' ची किंमत बदलते म्हणुन 'y' हे चलराशीचे उदाहरण आहे.

नमुना -3 परत जा आणि एकुण चौरसांना लागणाऱ्या काड्यांच्या संख्येचा नियम तयार करा.चौरसाला n ने आणि लागणाऱ्या काड्यांना m दर्शवा.

हे करा

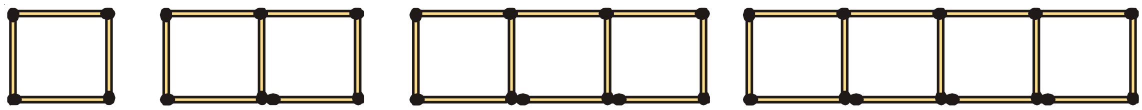
1. आता तुम्ही खाली नमुन्यासाठी लागणाऱ्या काड्यासाठी नियम लिहु शकता का ?
2. 'H' नमुन्यासाठी लागणाऱ्या काड्यासाठी नियम माहीत करा जो वारंवार येतो. 'L' वारंवार येणाऱ्यांसाठी तुम्ही नियम कसा बनवाल ?



SCERT TELANGANA

9.4 नमुना-4

आगपेटाच्या काड्याच्या सहाय्याने चौरसाचे नमुने तयार करा.



आकार -1 आकार -2 आकार -3 आकार - 4

चौरसाच्या एकुण संख्येला लागणाऱ्या आगपेटीच्या काड्यांची संख्या खाली दिलेली आहेत:

चौरसांची संख्या	1	2	3	4	5
आगपेटीच्या काड्यांची संख्या (m)	4	7	10	13	---
नमुना	(3×1)+1	(3×2)+1	(3×3)+1	(3×4)+1	---

नियमानुसार

आगपेटीच्या काड्यांची संख्या = 3 × (चौरसांची संख्या) + 1

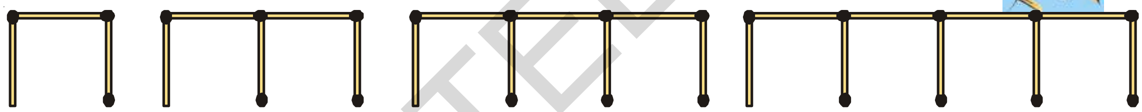
येथे s = चौरसांची संख्या

म्हणुन आगपेटीच्या काड्यांची संख्या = (3×S) + 1 = 3S + 1

येथे 's' हे अक्षर चलराशीचे उदाहरण आहे.

हे करा

आकाराच्या रेषेची मांडणी आगपेटीच्या काड्यांचा वापर करुन केलेली आहे .



आकार -1 आकार -2 आकार -3 आकार - 4

(i) अशा आकाराच्या विभागाला तयार करण्यासाठी किती काड्यांची गरज आहे,हे दाखविणारा नियम माहीत करा ?

(ii) आकार-12 च्या विभागाला तयार करण्यासाठी किती काड्यांची गरज आहे ?

आपण कोणतेही अक्षर उदा. m, n, p, s, x, y, z etc. इत्यादी.चलराशीसाठी वापरतो,चलराशीला स्थिर किंमत किंवा स्थिर अक्षर नसते.अक्षर कोणतेही राशी दर्शविते,वरिल उदाहरणात आपण m, y, s चा वापर आगपेटीच्या काड्यांच्या संख्येसाठी केला.

उदाहरण :-*1.* रामाजवळ असलेल्या पेन्सीलची संख्या रहीम जवळील पेन्सीलपेक्षा 3 ने अधिक (जास्त) आहेत,तर रहीमच्या तुलनेत रामाजवळ असलेल्या पेन्सीलची संख्या काढा ?

सोडवणुक: जर रहीम जवळ दोन पेन्सीली आहेत,तर रामाजवळ 2 + 3 = 5 पेन्सील.

जर रहीम जवळ 5 पेन्सीली आहेत,तर रामाजवळ 5 + 3 = 8 पेन्सील.

परंतु आपणास रहीम जवळील पेन्सीलची आपणास माहीत नाही.

परंतु आपणास माहीत आहे की रामा जवळील पेन्सीली = रहीम जवळील पेन्सील + 3

जर रहीम जवळील पेन्सीलला आपण 'n' ने दर्शविल्यास रामा जवळील पेन्सीलची संख्या n+3

येथे n = 1, 2, 3 ....म्हणुन 'n' ही चलराशी आहे.

SCERT TELANGANA

उदाहरण-2. हेमा आणि माधवी बहिणी आहेत.माधवी ही हेमापेक्षा 3 वर्षांनी लहान आहे,हेमा तुलनेत माधवीचे वय लिहा ?

सोडवणुक: दिल्याप्रमाणे माधवी ही हेमापेक्षा 3 वर्षांनी लहान आहे, जर हेमा ही 10 वर्षाची असेल तर माधवीचे वय 10-3 = 7 वर्ष.

जर हेमाचे वय 16 वर्ष असल्यास, माधवीचे वय 16-3= 13 वर्ष.

इथे आपणास हेमाचे खरे वय काय आहे,माहीत नाही.ते किती ही असु शकते.म्हणुन समजा हेमाचे वय 'p' वर्ष, असेल तर माधवाचे वय "p - 3" वर्ष.

इथे 'p' सुद्धा चलराशी होते,त्याची निरनिराळी किंमत जशी 1,2,3.........असु शकते.

जेंव्हा आपण 'p' ला 10 समजलो, 'p-3' म्हणजे 7 आणि 'p' ला 16 समजलो p-3 ही 13 होते.

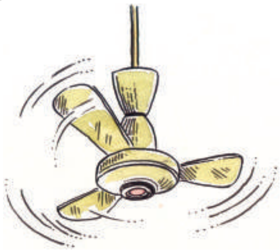
अभ्यास - 9.1

1. खालील आगपेटीच्या काड्याच्या नमुन्यासाठी किती आगपेटीच्या काड्याची आवश्यकता असते,याचा नियम माहीत करा.

   (i) 'T' अक्षराचा नमुना (ii) 'E' अक्षराचा नमुना

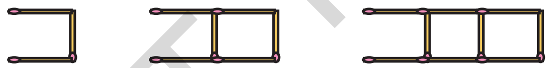
   (iii) 'Z' अक्षराचा नमुना

2. हॉलमधील एकुण पंख्याच्या संख्येला आवश्यक असणारी पाती (ब्लेड)ची संख्या (समजा n) मधील नियम माहीत करा ?



3. खाली दिलेल्या नमुन्याच्या आकारसाठी आवश्यक असलेल्या आगपेटीच्या काड्यांची संख्यासाठी नियम माहीत करा.

   (a) ....

   (b)  ....

4. एका पेनची किंमत ₹ 7 आहे,तर 'n' पेन्सची किंमत काढण्यासाठी कोणता नियम आहे.

5. एका बॅगची किंमत ₹ 90 आहे,तर 'm' बॅगची किंमत माहीत करण्यासाठी कोणता नियम आहे?

6. q पुस्तकाची किंमत ₹ 23 आहे,हे पुस्तक विकत घेण्यासाठी उपयोगात येणारा नियम आहे,तर एका पुस्तकाची किंमत काढा ?

7. जॉन म्हणाला माझ्याजवळ गायत्रीपेक्षा दोन पुस्तके कमी आहेत, x चा वापर करुन हा संबंध लिहा.

8. रेखा जवळ सुरेश जवळ असलेल्या पुस्तकाच्या दुप्पटीपेक्षा 3 ने अधिक पुस्तके आहेत.तर y. अक्षराचा वापर करुन हा संबंध लिहा.

9. शिक्षकाने प्रत्येक विद्यार्थ्यास 6 पेन्सीली वाटल्या,दिलेल्या मुलांच्या संख्येसाठी किती पेन्सीलची गरज आहे,हे माहीत करु शकता.(मुलांच्या संख्येसाठी 'z' वापरा).

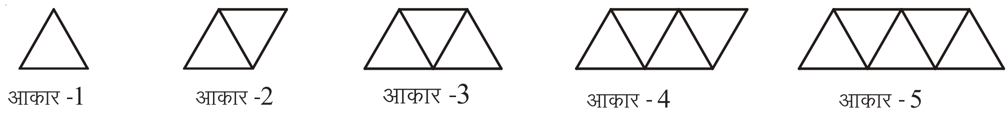
10. खालील प्रत्येक तक्ता दिलेले संबंध दर्शविणारा आहे,पुर्ण करा.

(i)	x	1	2	3	4	5	9	....
	$3x+2$	5	....	....	....	....	....	38

(ii)	a	1	3	6	7	9	8	....
	$5a-1$	4	....	....	....	....	....	49

SCERT TELANGANA

11. खालील नमुन्यांचे निरीक्षण करा.



प्रत्येक आकारातील रेषाखंडाची संख्या मोजा.

(i) या आकारातील किती रेषाखंड हा 9 होतो ?

(ii) वरिल नमुन्यासाठी नियम लिहा.

9.5 पदावली सोबत चलराशी

मागील अंकगणितात आपण पदावली 5 + 4, 11 - 9 इत्यादी पाहीलेत.यासर्व संख्यांनी बनलेल्या आहेत.

खालील निरीक्षण करा.

राम म्हणाला की मी टोनीपेक्षा पाच मार्क जास्त मिळवीले.रामने मिळवीलेले माहीत करु शकता काय इथे आपणास टोनीचे मार्क माहीत नाही.

समजा टोनीने 45 मार्क मिळवीले,तर रामनी मिळवीलेले मार्क 45+5= 50

समजा टोनीने 56 मार्क मिळवीले,तर रामनी मिळवीलेले मार्क 56+5= 61

आता समजा टोनीने 'x' मार्क मिळवीले,तर रामनी मिळवीलेले मार्क तुम्ही सांगु शकता का ?

रामनी मिळवीलेले मार्क x+5 होते.

या x+5 ला 'x' चलराशीची पदावली म्हणतात.

आपण पाहीलेली पदावली अशाप्रकारे 2m, 3y, 4z, 2s+1, 3s+1, 8p, n+3, p-3 ही अगोदरच्या चर्चेत आहे,ही पदावली बेरीज,वजाबाकी,गुणाकार आणि भागाकार या चिन्हांचा वापर करुन बनली.उदाहरणात, 'p-3' ही पदावली 'p' चलराशीतुन 3 वजा केल्याने तयार झाली,आणि **'8 p'** ही पदावली 'p' चलराशी '8' नी गुणाकार केल्याने आली.

आपणास माहीत आहे की,चलराशी या सर्व निरनिराळ्या किंमती घेते,त्या स्थिर किंमतीच्या नसतात,परंतु त्या संख्या आहेत.म्हणुन त्यासोबत बेरीज,वजाबाकी,गुणाकार आणि भागाकार ही क्रिया करु शकतो.

आपल्या दैनंदीन जीवनात पदावलीचा वापर होतो.त्याची आठवण करु या:

क्रम. संख्या	परिस्थीती	चलराशी	विधानावरुन पदावली
(i)	'n' ला 7 ने भागल्यास		
(ii)	गीता जवळ असलेल्यापेक्षा ₹ 5 नी जास्त	गीता जवळ ₹ y	$y + 5$
(iii)	परिस्थीती ही चौरसाच्या बाजुच्या 4 पट		
(iv)	पपईच्या किंमतीपेक्षा सफरचंदाची किंमत जास्त		
(v)	रेनुची उंची लीलाच्या उंचीपेक्षा 3 फीट कमी		
(vi)	माझे रन (धावा) तुझ्या धावाच्या $\frac{1}{3}$ पट आहे.		

SCERT TELANGANA

उदाहरण-3. खालील पदावलीचे विधान लिहा:

(i) $2p$ (ii) $7+x$

सोडवणुक: (i) राजु जवळ सिमाच्या दुप्पट पैसे आहेत.

(ii) माझ्याकडे 7 मार्बल दिलीपपेक्षा जास्त आहेत.

उदाहरण-4. मधुने वालाच्या बियानापेक्षा 5 ने जास्त भुईमुंगाचे बियाने लावली.तर त्याने किती भुईमुंगाचे बियाने लावली.
(वालाची एकुण बियाने 'm' घ्या)

सोडवणुक: समजा वालाच्या बियानाची संख्या = m

म्हणुन भुईमुंगाच्या बियानाची संख्या = 'm+ 5'

अभ्यास - 9.2

1. खालील विधानाची पदावली लिहा

(i) q ला 5 ने गुणल्यास
(ii) y ला 4 ने भागल्यास
(iii) p आणि q च्या गुणाकाराचा एक चतुर्थांश
(iv) z च्या तिप्पटीत 5 मिळविल्यास
(v) '10' मध्ये 'n' च्या 9 वेळा मिळविल्यास
(vi) 'y' च्या दुप्पटीतुन 16 वजा केल्यास.
(vii) 'y' ला 10 ने गुणुन नंतर त्या गुणाकारात '' मिळविल्यास

2. खालील पदावलीची दोन विधाने लिहा.

(i) y - 11 (ii) $10a$ (iii) $\frac{x}{5}$

(iv) 3m + 11 (v) $2y - 5$

3. पीटर जवळ 'p' कांउटर आहेत.डेविड जवळ पीटर पेक्षा तीन पट आहे,यास पदावलीत लिहा.

4. सिता जवळ गीतापेक्षा 3 वह्या जास्त आहेत.सिताजवळ असलेल्या वह्यांची संख्या काढा ? गीताच्या वह्यांसाठी कोणतेही अक्षर वापरा.

5. सैनिक परेड मैदानात चालत होते. प्रत्येक रांगेत 5 सैनिक आहेत, दिलेल्या प्रत्येक रांगेसाठी, सैनिकांच्या संख्यासाठी नियम कोणता ? रांगेच्या संख्येसाठी 'n' वापरा.

9.6 भुमितीतील नियम व महत्वमापन

चौरसाची परिमीती

आपणास माहीत आहे की,बहुबुजीची परिमीती ही त्याच्या बाजुच्या लांबीची बेरिज आहे.

चौरसाला 4 बाजु असतात आणि त्या समान लांबीच्या असतात.

म्हणुन चौरसाची परिमीती = चौरसाच्या लांबीची बेरिज.

= 4 × बाजुंची लांबी.

अशाप्रकारे चौरसाच्या परिमीतीचा नियम मिळाला.चौरसाच्या लांबीला कोणतीही किंमत असते.त्याची किंमत स्थिर नसते,ही सुद्धा चलराशी असते.चलराशीचा वापर सामान्य नियम बनविन्यासाठी होतो,जो आठवण ठेवण्यासाठी सोपा असतो.आपण चौरसाच्या परिमीतीचा नियम लिहतो.समभुज त्रिकोणाच्या परिमीतीचा नियम काय होईल ?

SCERT TELANGANA

हे प्रयत्न करा

1. आयताच्या परिमीतीचा सामान्य नियम माहीत करा.लांबी आणि रुंदीसाठी चलराशी 'l' आणि 'b' चा वापर करा.
2. चौरसासे क्षेत्रफळ माहीत करण्यासाठी 's' या चलास चौरसाची बाजु समजुन सामान्य नियम माहीत करा.
3. समद्वीभुज त्रिकोणाची परिमीती काढण्यासाठी नियम काय आहे ?

9.7 अंकगणितातील नियम

खालील संख्यांच्या नमुन्यांचे निरीक्षण करा.

2, 4 , 6 , 8 , 10 , ...

वरिल नमुन्याचे 'n' वे पद माहीत करण्यासाठी त्यास आपण तक्तयात क्रमवार लिहतो.

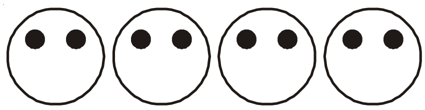
समसंख्या	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
नमुना	2×1	2×2	2×3	2×4	2×5	.....	2×7	.....	2×9	.....

तक्तयावरुन पहिली समसंख्या 2×1 आहे,दुसरी समसंख्या 2×2 आणि अशाप्रकारे वरिल तक्तयाता वापर करुन तक्तयातील रिकाम्या जागा भरु शकतो आणि 'n व्या' पदाचा नमुना माहीत करु शकतो.म्हणुन $2 \times n$, '$2n$'.

हे करा

1. खालील क्रमांचे 'n वे' पद काढा.
   (i) 3 , 6 , 9 , 12 , …………..
   (ii) 2 , 5 , 8 , 11 , …………...
   (iii) 1 , 8 , 27 , 64 , 125 …………...

9.8 साधी समीकरणे



मानवी चेहऱ्याचे स्मरण करा.

आपणास माहीत आहे की,आवश्यक असणाऱ्या काळ्या स्टीकर्सची संख्या नियमाने $2m$, आहे.जर m ला मानवी चेहऱ्यांची एकुण संख्या घेतली आहे.

आपण दिलेल्या चेहऱ्यांच्या संख्येसाठी लागणारी आवश्यक स्टीकर्सची संख्या माहीत करु शकतो.दुसरा उपाय काय आहे? स्टीकर्सची एकुण संख्या दिली असता किती चेहरे तयार होतात.हे कसे काढु?

याचा अर्थ स्टीकर्सची संख्या 10 असता आपणास चेहऱ्यांची एकुण संख्या (m) काढावी लागते.

आपणास माहीत आहे की 10 स्टीकर्ससाठी $2m = 10$

येथे m चलाद्वारे एक अट आपण पुर्ण केली पाहीजे.

SCERT TELANGANA

m ची अट 2 पट 10 झाली पाहीजे ही अट पुर्ण झाली,हे एका समीकरणाचे उदाहरण आहे.

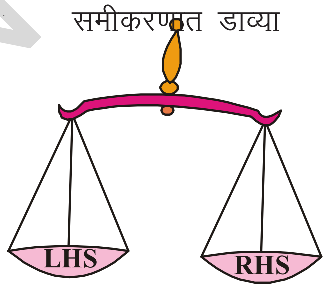
खालील तक्तयाचे निरीक्षण केल्यास आपल्या प्रश्नाचे उत्तर मिळेल.

m	**$2m$**	**अट मान्य ? होय/नाही**
2	4	नाही
3	6	नाही
4	8	नाही
5	10	**होय**
6	12	नाही
7	14	नाही

$2m = 10$ समीकरण फक्त जेंव्हा $m = 5$ मांडतो तेंव्हा अट पुर्ण मान्य होते.

9.8.1 समीकरणाची डावी हाताची (L.H.S) आणि उजवी हाताची (R.H.S) बाजु

जर आपण $2m = 10$ समीकरणाचे निरीक्षण केले असता आपणास माहीत होते की,समीकरणात बरोबर चिन्ह (=) दोन्ही बाजुमध्ये आहेत.समीकरणातील बरोबर चिन्हाच्या डाव्या पदावलीच्या किंमतीला डाव्या हाताची बाजु (LHS) आणि बरोबर चिन्हाच्या उजव्या पदावलीच्या किंमतीला उजव्या हाताची बाजु (RHS) असे म्हणतात. समीकरणात डाव्या हाताच्या बाजुची (LHS) किंमत ही उजव्या हाताच्या (RHS)च्या किंमतीच्या बरोबर असते.या अटीला तराजुच्या सहाय्याने तराजुच्या दोन्ही पारड्यात समान वजन ठेवुन तुलना केली जाते.



जर डाव्या हाताची बाजु (LHS) ही उजव्या हाताच्या बाजु (RHS) ला बरोबर नसेल तर आपणास समीकरण येत नाही.उदाहरणार्थ. $4 + 5$ एका बाजुला आणि 7 हे दुसऱ्या बाजुला लिहल्यास समीकरण होत नाही.त्याला आपण $4 + 5 \neq 7$ असे लिहतो. किंवा $4 + 5 > 7$ असे लिहतो. त्याचप्रमाणे $x + 5 > 6$, $y - 1 < 10$ ही समीकरणे नाहीत.

हे करा

1. खालील साध्या समीकरणाची डाव्या हाताची बाजु (LHS) आणि उजव्या हाताची बाजु (RHS) लिहा:

   (i) $2x + 1 = 10$ (ii) $9 = y - 2$ (iii) $3p + 5 = 2p + 10$

2. कोणतीही दोन साधी समीकरणे लिहुन त्याची डाव्या हाताची बाजु (LHS) आणि उजव्या हाताची बाजु (RHS) लिहा:.

9.8.1 प्रयत्न आणि चुक पद्धतीने समीकरण सोडविणे (समीकरणाचे मुळ काढणे)

धड्याच्या सुरुवातीचे एक उदाहरण घेऊ या.आपण दामिनी आणि कौशिक यांच्या संभाषणाचे निरीक्षण केले.त्या संभाषणात दामिनी म्हणाली की अंतीम संख्या 27 आहे,आणि कौशिकने तिच्या मैत्रिणीचे वय 11 वर्ष सांगीतले.

त्याने वय कसे माहीत केले चला पाहु या.

समजा दामिनीच्या मैत्रिणीचे वय 'x' वर्ष आहे. त्याची दुप्पट केल्यास आपणास '$2x$'. येते.त्यात 5 मिळविल्यास '$2x + 5$'.

होते.म्हणुन शेवटी निकाल '$2x + 5$'. येते.दामिनीने शेवटची संख्या 27 सांगीतली.

म्हणजे $2x + 5 = 27$

चला वरील समीकरण $2x + 5 = 27$ घेतल्यास 'x' ने ती अट पुर्ण केली पाहीजे.

SCERT TELANGANA

येथे 'x' कोणतीही किंमत घेऊ शकतो.जसे-- 1, 2, 3, ...

जर $x = 1$ तर $2x + 5 = 2 \times 1 + 5 = 7$

जर $x = 2$ तर $2x + 5 = 2 \times 2 + 5 = 9$

जर $x = 3$ तर $2x + 5 = 2 \times 3 + 5 = 11$ अशाप्रकारे

'x' च्या ऐवजी 1,2,3 .....त्यास "**प्रतिक्षेपण**". म्हणतात.

'x' चलाच्या प्रतिक्षेपणानंतर येणाऱ्या किंमतीच्या डाव्या हाताची बाजु (LHS) आणि उजव्या हाताच्या बाजुच्या **(RHS)** किंमतीचे निरीक्षण करुया.

प्रतिक्षेपीत किंमत (x)	डाव्या हाताची बाजुची (LHS) किंमत (2x+5)	उजव्या हाताची बाजुची (RHS) किंमत 27	**डाव्या हाताची आणि उजव्या हाताची बाजु समान आहे किंवा नाही**
1	$2 \times 1+5=7$	27	समान नाही
2	$2 \times 2+5=9$	27	समान नाही
3	$2 \times 3+5=11$	27	समान नाही
4	$2 \times 4+5=13$	27	समान नाही
5	$2 \times 5+5=15$	27	समान नाही
6	$2 \times 6+5=17$	27	समान नाही
7	$2 \times 7+5=19$	27	समान नाही
8	$2 \times 8+5=21$	27	समान नाही
9	$2 \times 9+5=23$	27	समान नाही
10	$2 \times 10+5=25$	27	समान नाही
11	$2 \times 11+5=27$	27	समान आहे
12	$2 \times 12+5=29$	27	समान नाही

वरील तक्तयावरुन जेव्हा '$x = 11$' तेंव्हा दोन्ही LHS आणि RHS समान येते. म्हणुन $x = 11$ ला $2x + 5 = 27$ या समीकरणाचा एकल म्हणतात.समीकरणाचा एकल ही चलाची किंमत आहे.ज्यासाठी डा.हा.बा आणि उ.हा.बा समान असते.

आपल्या जीवनातील प्रश्न ,कठिण प्रश्न आणि गंमतीदार प्रश्न सोडविण्यासाठी बिजगणित हे शक्तीमान औजार आहे. दुसरे $3m = 15$ समीकरण घेऊ

खालील सारणीत 'm', च्या वेगवेगळ्या किंमती दाखविल्याप्रमाणे आहेत. LHS आणि RHS च्या किंमतीची तुलना करा.

प्रतिक्षेपीत किंमत (m)	**डाव्या हाताची बाजुची** (LHS) **किंमत** (3m)	**उजव्या हाताची बाजुची** (RHS) **किंमत** **(15)**	**डाव्या हाताची आणि उजव्या हाताची बाजु समान आहे किंवा नाही**
1	$3 \times 1 = 2$	15	समान नाही
2	$3 \times 2 = 6$	15	समान नाही
3	$3 \times 3 = 9$	15	समान नाही
4	$3 \times 4 = 12$	15	समान नाही
5	$3 \times 5 = 15$	15	समान आहे
6	$3 \times 6 = 18$	15	समान नाही

वरील तक्तयावरुन m=5 साठी दोन्ही LHS आणि RHS समान होते. म्हणुन m = 5 ला समीकरणाचा एकल म्हणतात.वरिल

SCERT TELANGANA

हे करुन पहा

'x - 4 = 2' या समीकरणाची सोडवणुक चुक पद्धतीद्वारे काढा.

अभ्यास - 9.3

1. खालीलपैकी कोणती समीकरणे आहेत ते सांगा.

(i)	$x - 3 = 7$	(ii)	$l + 5 > 9$	(iii)	$p - 4 < 10$
(iv)	$5 + m = -6$	(v)	$2s - 2 = 12$	(vi)	$3x + 5 > 13$
(vii)	$3x < 15$	(viii)	$2x - 5 = 3$	(ix)	$7y + 1 < 22$
(x)	$-3z + 6 = 12$	(xi)	$2x - 3y = 3$	(xii)	$z^2 = 4$

2. खालील समीकरणाची LHS आणि RHS लिहा.

(i)	$x-5 = 6$	(ii)	$4y = 12$	(iii)	$2z + 3 = 7$
(iv)	$3p = 24$	(v)	$4 = x - 2$	(vi)	$2a - 3 = -5$

3. प्रयत्न आणि चुक पद्धतीचा वापर करुन खालील समीकरणे सोडवा.

(i)	$x + 3 = 5$	(ii)	$y - 2 = 7$	(iii)	$a - 2 = 6$
(iv)	$5 = 15$	(v)	$6n = 30$	(vi)	$3z = 27$

आपण का चर्चा केली ?

1. आगपेटीच्या काड्याच्या सहाय्याने तयार होणाऱ्या आकाराच्या किंवा काही अक्षराच्या नमुन्याकडे पहा.एकरुप आकारच्या संख्येसाठी आवश्यक लागणाऱ्या आगपेटीच्या काड्यांची संख्यामधील सामान्य संबंध लिहणे हे आपण शिकलो.प्रत्येक वेळेस चलाची संख्या आकाराच्या रुपात पुनरावृत्त होते,त्यास आपण नियम लिहण्यासाठी इंग्रजी अक्षरात दर्शवितो.
2. चलाची किंमत वेगवेगळी असते.त्याची किंमत एकच राहत नाही.
3. a, b, m, n, p, q, x, y, z इत्यादी.चलाराशीला दर्शविण्यासाठी होतो.
4. कोणत्याही अनुभवी परिस्थितीचा संबंध दाखविण्यासाठी चल आपणास मदत करते.
5. जरी त्याची किंमत एकच नसेल तरी चलराशी ही संख्या आहे.अशा स्थिर संख्येच्या मुद्दयात आपण त्यासोबत क्रिया करु शकतो.
6. वेगवेगळ्या क्रिया वापरुन चलराशीची पदावली बनवु शकतो. $2m$, $3s+1$, $8p$, $x/3$ इत्यादी.
7. भुमीतीय सामान्य नियम आणि अंक गणीत हे सामान्य रुपाने व्यक्त करण्याची परवानगी चलराशी आपणास देते.
8. समीकरण चलराशी वरील एक अट आहे.असी अट चलाच्या किंमतीची मर्यादा दाखविते .
9. समीकरणास L.H.S. आणि R.H.S.अश्या दोन बाजु असतात.दोन्ही बाजुच्यामध्ये बरोबर हे चिन्ह असते.
10. समीकरणात एका विशिष्ट किंमतीसाठी L.H.S. ही R.H.S. ला समान असते.
11. समीकरण सोडविण्यासाठी आपण प्रयत्न आणि चुक चा वापर करतो.

SCERT TELANGANA

परिमीती आणि क्षेत्रफळ

प्रकरण - 10

10.1 परिचय

आपण "प्राथमिक भुमितीय आकार", या धड्यात विविध आकाराबद्दल शिकलो.जेंव्हा आपण साध्या आकारा बद्दल बोलतो.तेंव्हा त्यांनी व्यापलेला प्रांत आणि मर्यादेचा विचार करतो.आपणास त्यांच्या आकाराची तुलना करण्यासाठी काही मापाची गरज आहे.चला ते पाहु या.

10.1 परिमीती

खालील परिस्थितीचा विचार करा:

1. एक मुलगा वृत्ताकार मार्गाने धावत आहे,त्याने A बिंदु पासुन धावायला सुरुवात केली,आणि A. बिंदु पाशी धावने संपविले.तर त्या मुलाने वृत्ताकरा मार्गाने पार केलेले अंतर त्या मार्गाची परिमीती होते.

2. एका माणसाने त्याच्या शेतास ताराने कुंपण करायेच ठरविले. त्यास आवश्यक असलेल्या तारेची लांबी माहीत करण्यासाठी त्या शेतांची बाजुंची मोजणी केली पाहीजे.यावरुन शेताची परिमीती येते.

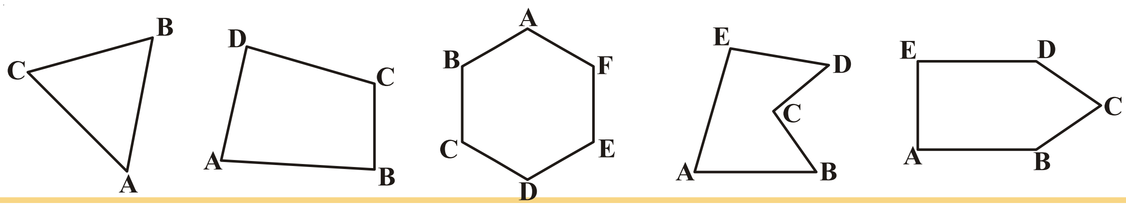
बंद आकृतीच्या सिमेच्या लांबीला त्याची परिमीती म्हणतात. आपल्या रोजच्या जीवनात विविध प्रसंगात आपण परिमीतीचा वापर करतो.

हे प्रयत्न करा

परिमीतीची आवश्यकता असणाऱ्या परिस्थितीची पाच उदाहरणे द्या.

आपण परिस्थिती दुसऱ्या रितीने पाहु.

खाली दिलेल्या आकृती कडे पाहा:



SCERT TELANGANA

तुम्ही तार किंवा दोरी घ्या.दोरीचे योग्य लांबीचे तुकडे करा. दोरीचे तुकडे बाजुवर ठेवा. जेंव्हा सर्व बाजु दोरीने झाकल्या जाईल. तेंव्हा दोरीला एकत्र करुन त्याची लांबी मोजा. दोरीची लांबी ही आकाराच्या भोवतालच्या अंतराला समान असते.

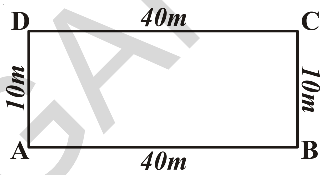
या लांबीला संवृत्त आकृतीची परिमीती म्हणतात.ही तारेची लांबी आकृती तयार करण्यासाठी वापरते.

आपण म्हणु शकतो की,परिमीती म्हणजे जेंव्हा तुम्ही आकृतीच्या भोवताली जाता तेव्हा संवृत्त आकृतीच्या सिमेवरील कापलेले अंतर होय.

हे करा

खालील आकाराची परिमीती काय होईल ?

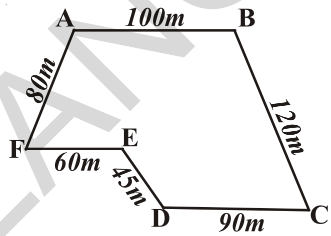
A बिंदुपासुन सुरु करा आणि प्रत्येक ठिकाणी जागा भरा.



(i) परिमीती = AB + ... + ... + ...

= .... + ... + ... + ...

= .... *m*



(ii) परिमीती = AB + ... + ...

+ .... + ... + ...

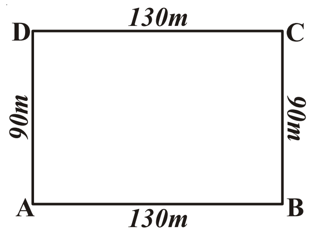
= .... + ... + ...

+ .... + ... + ...

= .... *m*

आपणास दिसुन येते की,संवृत्त आकृतीची परिमीती पुर्ण रेषा खंडांनी बनते.सर्व बाजुच्या लांबीची बेरीज काढा.

उदाहरण-1. रितु 130 मी.लांब आणि 90मी.असलेल्या बगीच्यात गेली.तिने त्याच्या भोवताली पुर्ण एक फेरी मारली.तिने किती अंतर कापले ?

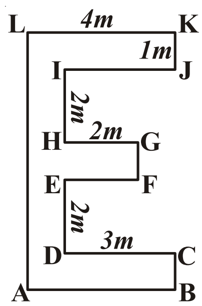


सोडवणुक : रितुने कापलेले एकुण अंतर:

ABCD बगीच्याची परिमीती = AB + BC + CD + DA

= 130 मी .+ 90 मी . + 130 मी . + 90 मी . = 440 मी ..

उदाहरण-2. दिलेल्या आकाराची परिमीती काढा.



सोडवणुक : IJ = DC = 3 मी . EF = HG = 2 मी .

AB = LK = 4 मी . FG = KJ = CB = 1 मी .

AL = BC + DE + FG + HI + JK

= 1 मी . + 2 मी . + 1 मी . + 2 मी . + 1 मी .

= 7 मी .

परिमीती = AB + BC + CD + DE + EF + FG + GH + HI + IJ + JK + KL + LA

= 4 मी . + 1 मी . + 3 मी . + 2 मी . + 2 मी . + 1 मी .

+ 2 मी . + 2 मी . + 3 मी . + 1 मी . + 4 मी . + 7 मी . = 32 मी .

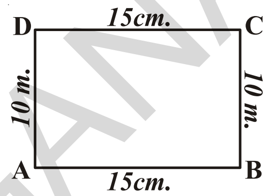
SCERT TELANGANA

हे प्रयत्न करा

खालील परिमीती माहीत करा:

1. टेबलाची परिमीती काढा त्याच्या बाजुची लांबी 30 सें.मी. 15 सें.मी. 30 सें.मी. आणि 15 सें.मी.अनुक्रमे आहेत.
2. तुमच्या पुस्तकाच्या कवरची लांबी मोजा परिमीती काय आहे ?
3. 100 मी.आणि 70 मी.असलेल्या एका आयताकार बागेचेला तार लावायचा आहे,तारेची किंमत ₹ 20 प्रती मीटर असल्यास एकुण तारेची किंमत माहीत करा ?

10.2.1 आयताची परिमीती



ABCD आयात घेऊ या ज्याची लांबी आणि रुंदी अनुक्रमे 15 सें.मी. आणि 10 सें.मी. आहे,तर त्याची परिमीती किती होईल ?

आयाताची परिमीती = चारही बाजुंच्या लांबीची बेरीज

= AB + BC + CD + DA

= AB + BC + AB + BC

= 2 × AB + 2 × BC

= 2 × (AB + BC)

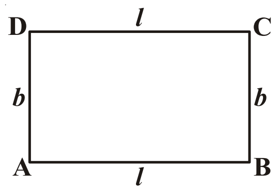
= 2 × (15 सें.मी. + 10 सें.मी.)

= 2 × 25 सें.मी.

= 50 सें.मी.

> आपणास माहीत आहे की,आयताच्या विरुध्द बाजु समान असतात.
>
> म्हणुन AB = CD, AD = BC

आपणास दिसुन येते की



आयाताची परिमीती = लांबी + रुंदी + लांबी + रुंदी

आयाताची परिमीती = 2 × (लांबी + रुंदी)

आयाताची परिमीती **P = 2 (l + b)**

जिथे l = लांबी, b = रुंदी आणि p = आयात.

हे प्रयत्न करा

खालील आयाताची परिमीती काढा.

आयाताची लांबी	आयाताची रुंदी	परिमीती सर्व बाजुंची बेरीज	सुत्रानुसार परिमीती 2 × (लांबी + रुंदी)
20 सें.मी.	15 सें.मी.	= 20 सें.मी. + 15 सें.मी. + 20 सें.मी. + 15 सें.मी. = 70 सें.मी.	= 2×(20 + 15) = 2 × (35) = 70 सें.मी.
0.7 *m.*	0.3 मी.		
22 *cm.*	18 मी.		
12.5 मी.	7.5 मी.		

SCERT TELANGANA

उदाहरण-3. 36 मी.लांब आणि 24 मी.रुंद असलेल्या आयताकार शेताची परिमीती काढा.

सोडवणूक : शेताची लांबी $l = 36$ मी.

शेताची रुंदी $b = 24$ मी.

शेताची परिमीती $= 2(l + b)$

$= 2(36 + 24)$ मी.

$= 2 \times 60$ मी.

$= 120$ मी.

उदाहरण-4. आयताची रुंदी काढा ज्याची परिमीती 76 सें.मी.आहे आणि लांबी 26 सें.मी. आहे.

सोडवणूक : आयताची परिमीती P = 76 सें.मी.

आयताची लांबी l = 26 सें.मी.

आयताची परिमीती = 2 (लांबी + रुंदी)

म्हणुन 76 = 2 (26 + रुंदी)

26 + रुंदी $= 76 \div 2 = 38$

रुंदी = 38 - 26 = 12 सें.मी.

आयताची रुंदी = 12 सें.मी.

उदाहरण-5. आयताकार शेताची लांबी आणि रुंदी अनुक्रमे 22.5 मी. आणि 14.5 मी. तर प्रति ₹ 6 मीटर प्रमाणे चारही बाजुंना कुंपण करण्याचा खर्च काढा.

सोडवणूक : शेताची लांबी $l = 22.5$ मी.

शेताची रुंदी $b = 14.5$ मी.

शेताची परिमीती (P) $= 2(l + b)$

$= 2(22.5 + 14.5)$ मी.

$= 2 \times 37$ मी.

$= 74$ मी.

कुंपणाचा खर्च प्रति ₹ 6 मीटर.

= ₹ (6×74)

= ₹ 444

उदाहरण-6. 32 सें.मी. परिमीती असलेल्या समान मापनाचे किती आयात काढता येईल.

सोडवणूक : अर्धी परिमीती $= \frac{32}{2}$ सें.मी. = 16 सें.मी.

आता आपणास लांबी आणि रुंदीची बेरीज 16 सें.मी.असणाऱ्या आयाताची संख्या काढावी लागते.लक्षात ठेवा,बाजु धनापुर्णांक सें.मी.मध्ये आहेत.

सर्व शक्या असलेल्या लांबी आणि रुंदीच्या जोड्या.

(15, 1) (14, 2) (13, 3) (12, 4) (11, 5) (10, 6) (9, 7) (8, 8)

आठ आयात काढता येतात.

SCERT TELANGANA

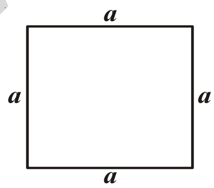
हे प्रयत्न करा

1. एका चौरसाकार चित्राच्या चौकटाची बाजु 0.75 मी.आहे,जर रंगाच्या कागदाची किंमत ₹ 20 प्रति मी.असल्यास चौकटीच्या भोवताली रंगीत कागद लावण्याचा खर्च काय येतो?
2. 44 सें.मी. लांबीची एक दोरी आहे.लांबी आणि रुंदी धनपुर्णांक असेल तर किती वेगवेगळी आयात दोरीच्या सहाय्याने बनविता येते ?
3. जर माझ्या जवळ 41 सें.मी. लांब दोरी आहे.त्या दोरीचा पुर्ण वापर करुन मी आयात तयार करु शकतो काय ? कारण द्या.

10.2.2 अनियमीत आकाराची परिमीती

बहुबाजु ही रेषाखंडांनी बनलेली एक साधी संवृत्त आकृती आहे. बहुबाजुला नियमीत बहुबाजु म्हणतात. जर त्याच्या सर्व बाजु आणि सर्व कोन समान असतात.

समभुज त्रिकोण हा नियमीत तिन बाजु असलेल्या बहुबाजू आहे.



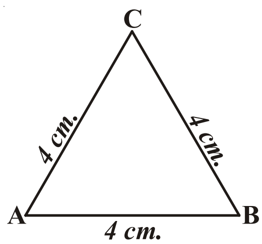
चौरस हा नियमीत चार बाजु असलेल्या बहुबाजु आहे.चला चौरसाची परिमीती माहीत करण्याचा प्रयत्न करु.

चौरसाच्या बाजु समान असतात.

म्हणुन परिमीती = a + a + a + a

$= 4 \times a = 4a$

चौरसाची परिमीती = 4 × बाजुंची लांबी (कोणत्याही)



आता 4 सें.मी. बाजु असलेल्या समभुज त्रिकोणाकडे पहा ?

समभुज त्रिकोणाची परिमीती = (4 + 4 + 4) सें.मी.

= 3 × 4 सें.मी. = 12 सें.मी.

सामान्यता जर समभुज त्रिकोणाच्या बाजुस 'a' ने दर्शविले तर परिमीती $3 \times a = 3a$.

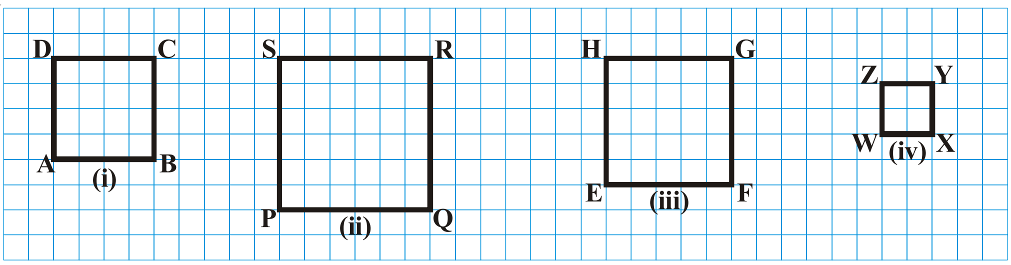
आपण माहीत करतो की,

समभुज त्रिकोणाची परिमीती = 3 × बाजुंची लांबी (कोणत्याही)

SCERT TELANGANA

हे प्रयत्न करा

1. खालील चौरसाची परिमीती काढा 1 सें.मी ग्रीडवरुन आकृत्या काढल्या.



2. नियमीत आकाराच्या तुमच्या सभोवती असलेल्या वस्तुंची परिमीती काढा.

नियमीत आकार

भुमितीय आकाराच्या सर्व बाजु आणि सर्व कोन समान असल्यास,त्यास नियमीत आकार म्हणतात. चौरस आणि समभुज त्रिकोण ही नियमीत आकाराची उदाहरणे आहेत. 5-बाजु, 6-बाजु,त्या पेक्षा जास्त बाजु असलेल्या नियमीत आकृत्या असतात.त्यांची परिमीती त्यांच्या बाजुंची बेरीज होय.

सामान्याता आपण बघत असतो,

5-बाजु असलेल्या बहुभुजी (पंचभुजी) ची परिमीती = 5 × कोणत्याही बाजुची लांबी

6-बाजु असलेल्या बहुभुजी (षठभुजी) ची परिमीती = 6 × कोणत्याही बाजुची लांबी

6-बाजु असलेल्या बहुभुजी (अष्ठभुजी) ची परिमीती = 8 × कोणत्याही बाजुची लांबी

हे करुन करा

8 सें.मी.बाजु असलेल्या नियमीत पंचभुजीची परिमीती काढा.

उदाहरण-7. 250 मी.बाजु असलेल्या चौरसाकार बगीच्याला ₹ 20 प्रति मीटरप्रमाणे कुंपण करण्याचा खर्च काढा

सोडवणुक: चौरसाकार बगीच्याची परिमीती = 4 × बाजुंची लांबी

= 4 × 250 मी. = 1000 मी.

बगीच्याच्या कुंपणाचा दर = ₹ 20 प्रती मीटर

बगीच्याच्या कुंपणाचा एकुण खर्च = ₹ 1000 × 20 = ₹ 20,000

उदाहरण-8. 54 सें.मी.परिमीती असलेल्या समभुज त्रिकोणाची बाजु माहीत करा.

सोडवणुक : समभुज त्रिकोणाची परिमीती = 3 × बाजुची लांबा

तर बाजुची लांबी $= \frac{\text{परिमीती}}{3} = \frac{54 \text{ सें.मी.}}{3} = 18$ सें.मी.

उदाहरण- 9. एक तारेचा तुकडा 24 सें.मी. लांबीचा आहे. प्रत्येक बाजुची लांबी किती.जर ताराचा उपयोग

(i) समभुज त्रिकोण ? (ii) चौरस ? (iii) अनियमीत षठभुजी?

सोडवणुक : (i) समभुज त्रिकोणास 3 समान बाजु असतात.म्हणुन एका बाजुची लांबी काढण्यासाठी तारेच्या लांबीस 3 ने भाग द्यावा लागतो. प्रत्येक बाजु $= \frac{24\ cm.}{3} = 8$ सें.मी.

(ii) चौरसाला 4 समान बाजु असतात,म्हणुन एका बाजुची लांबी काढण्यासाठी तारेच्या लांबीस 4 ने भाग द्यावा लागतो. प्रत्येक बाजु $= \frac{24\ cm.}{4} = 6$ सें.मी.

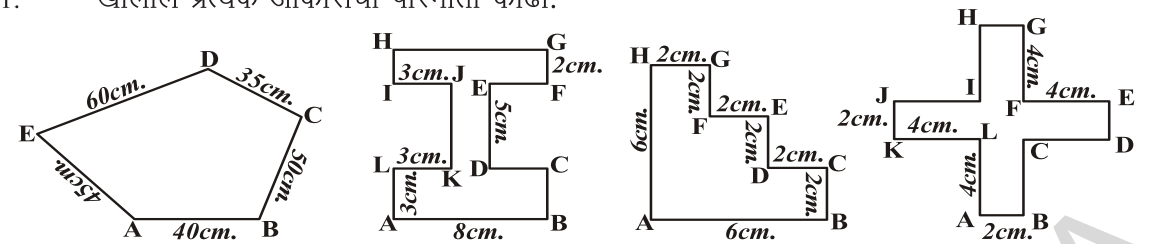
(iii) नियमीत षठभुजाला 6 बाजु असतात,म्हणुन एका बाजुची लांबी काढण्यासाठी तारेच्या लांबीस 6 ने भाग द्यावा लागतो.

षठभुजाची प्रत्येक बाजु $= \frac{24 cm.}{6} = 4$ सें.मी.

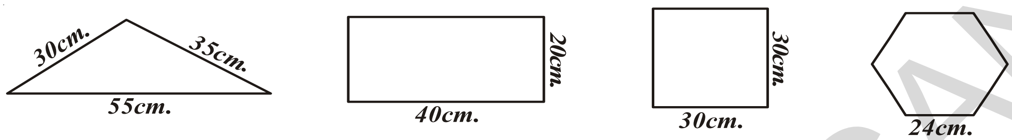
SCERT TELANGANA

अभ्यासक्रम 10.1

1. खालील प्रत्येक आकाराची परिमीती काढा:



2. खालील प्रत्येक आकाराची परिमीती काढा:



1सें.मी.तारेची किंमत ₹ 15 दिली असता वरील प्रत्येक आकृतीच्या भोवताली तार गुंडाळल्यास किती खर्च येईल.

3. 24 सें.मी.लांब दोरीचे तुम्ही किती वेगवेगळे आयात बनवु शकता ? आणि त्या आयाताच्या बाजुची लांबी सें.मी.मध्ये काय होईल ?

4. फुलांचा बगीचा चौरसाकार असुन त्याची बाजु 3.5 मी.आहे. प्रत्येक बाजुस 4 पदरी कुंपण आहे. ₹ 15 प्रती मीटर प्रमाणे किती दोरी लागेल.

5. तारेचा तुकडा 60 सें.मी लांबीचा आहे. प्रत्येक बाजुची लांबी किती जर दोरी बनविण्यासाठी होतो:

(i) समभुज त्रिकोण

(ii) चौरस

(iii) नियमीत षटभुजी

(iv) नियमीत पंचभुजी

6. बंटी आणि बबली रोज सकाळी धावायला जात असे. बंटी 80 मी.बाजु असलेल्या चौरसाकार बगीचे भोवती फिरायची. बबली 90 मी.लांबी आणि 60 मी. रुंदी असलेल्या आयाताकार बगीचे भोवती फिरायची.जर दोघीजनी 3 फेऱ्या मारत असेल तर कोण जास्त अंतर कापतो आणि कितीने ?

7. आयाताची लांबी रुंदी पेक्षा दुप्पट आहे.जर त्याची परिमीती 48 सें.मी.आहे,तर आयाताचा विस्तार माहीत करा ?

8. त्रिकोणाच्या दोन बाजु 12 सें.मी. आणि 14 सें.मी. त्रिकोणाची परिमीती 36 सें.मी.आहे.तर आयाताचा विस्तार माहीत करा ?

9. खालील प्रत्येक आकाराची परिमीती काढा:

(i) 3 सें.मी., 4 सें.मी.आणि 5 सें.मी.बाजु असणारा त्रिकोण

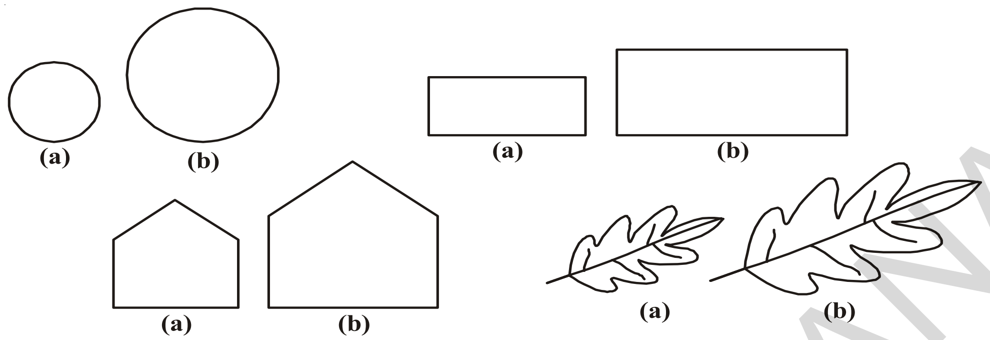
(ii) 9 सें.मी.बाजु असणारा समभुज त्रिकोण

(iii) 8 सें.मी.दोन्ही समान बाजु आणि तिसरी बाजु 6 सें.मी.असणारा समद्वाभुज त्रिकोण.

SCERT TELANGANA

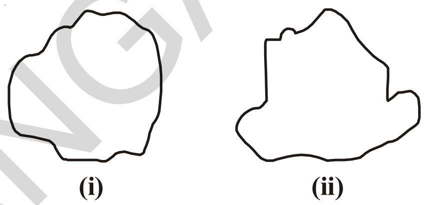
10.3 **क्षेत्रफळ**

खालील दिलेल्या संवृत्त आकृतीकडे पहा. त्या सर्वाचा काही सपाट पृष्ठभाग व्यापलेला आहे. कोणत्याने जास्त जागा व्यापली ते सांगु शकता काय ? त्यावर (✓) मारा:



संवृत्त आकृतीने व्यापलेल्या पृष्ठभागास क्षेत्रफळ असे म्हणतात.

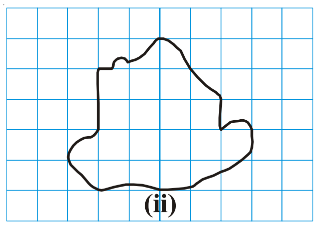
वरील जोडीच्या आकृतीत कोणत्या आकृतीचे क्षेत्रफळ जास्त आहे. हे सांगु शकतो पण हे नेहमी शक्य आहे का ?



आता बाजुच्या आकृतीकडे पहा.

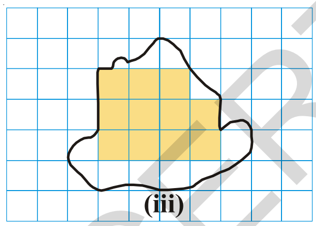
कोणत्या आकृतीचे क्षेत्रफळ जास्त आहे ? हे सांगणे सोपे नाही. चला आलेख कागदाचा वापर करु.

आकार (ii) घ्या आणि त्यास आलेखाच्या कागदावर ठेवा.जेथे प्रत्येक चौरस 1 सें.मी. × 1 सें.मी. असतो.



आकृतीची बाहेरील रेषा मारा.आम्ही तुमच्यासाठी एक तयार केली.

आकृतीने जागा व्यापलेले चौरस पहा. त्यापैकी काही पुर्ण झाकलेले आहेत. काही अर्धे,काही अर्ध्यापेक्षा कमी,काही अर्ध्यापेक्षा,जास्त पुर्णपणे झाकलेले चौरस आकृती (iii) मध्ये दाखविले आहे.



आपणास माहीत आहे की क्षेत्रफळ म्हणजे आकारानी झाकलेल्या सें.मी. चौरसाची एकुण संख्या.

परंतु येथे एक प्रश्न दिसत आहे. तुम्ही मोजलेल्या क्षेत्रफळात चौरस पुर्णपणे बसत नाही. काही पुर्णपणे बसतात तर काही कमी प्रमाणात तर काही जास्त प्रमाणात या प्रश्नाला सांप्रदाय स्विकारुन सोडविता येते.

- क्षेत्रफळाचा भाग हा चौरसाच्या अर्ध्यापेक्षा कमी असल्यास सोडुन द्या.
- जर चौरसाच्या अर्ध्यापेक्षा जास्त भाग असल्यास त्या एक चौरस मोजा.
- जर अर्ध्या चौरस नक्कीच असेल तर त्यास ½ चौरस एकक असे मोजा.
- पुर्ण चौरसाच्या क्षेत्रफळास 1 चौरस एकक घ्या.जर तो कागद सेंटीमीटरमध्ये असल्यास पुर्ण चौरसाचे क्षेत्रफळ हे चौरस सेंटीमीटर होते.

अशा रुढी (परंपरा) ने येणाऱ्या क्षेत्रफळाची माहीती पक्की मिळते.आणि अपुर्ण माहीतीस वगळता येते.

SCERT TELANGANA

आकृती (iii) मधील चौरस मोजुन खालील तक्ता भरा.

	झाकलेले क्षेत्रफळ	**चौरसांची संख्या**	**अंदाजे क्षेत्रफळ (चौ.एकक)**
(i)	पुर्ण भरलेले चौरस	11	11
(ii)	अर्धे भरलेले चौरस	2	$2 \times \frac{1}{2}$
(iii)	अर्ध्यापेक्षा जास्त भरलेले चौरस	8	8
(iv)	अर्ध्यापेक्षा कमी भरलेले चौरस	3	0

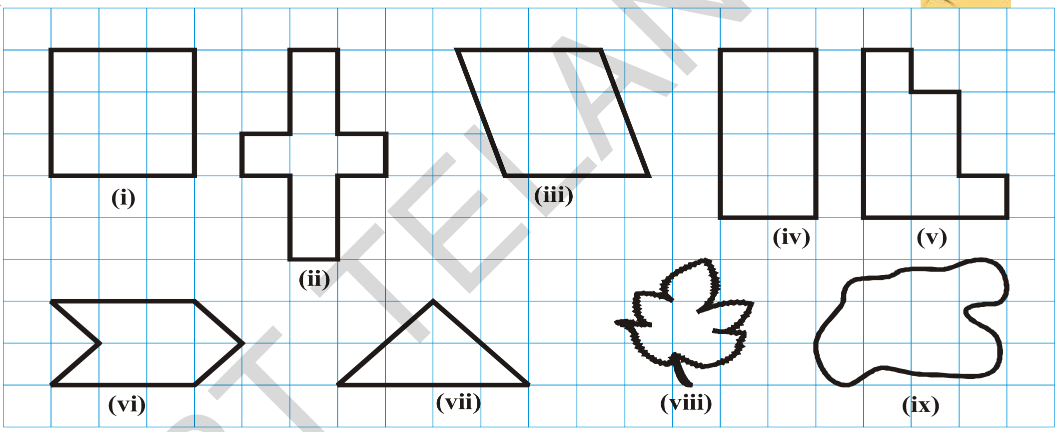
आपण कोणत्याही दोन आकाराची तुलना आलेख कागदावरील बाहेरील रेषेने चौरसाची व्यापलेली संख्या मोजुन करता येते.

एकुण जागा $= 11 + 2 \times \frac{1}{2} + 8$

$= 20$ चौ.एकक

हे प्रयत्न करा

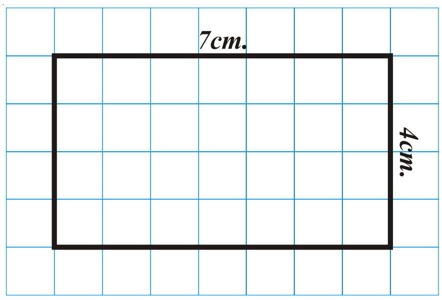
चौरसाची संख्या मोजुन खालील आकृतीचे क्षेत्रफळ काढा.



हे करा

1. आलेखाच्या कागदावर, पानाचा आकार, पुष्पदळ आणि अशाप्रकारचे दुसरे आकार काढुन त्यांचे क्षेत्रफळ काढा.
2. आलेख कागदावर रेखाचित्र काढा. चौरसाची संख्या मोजुन त्याचा उपयोग त्या प्रांताचा अंदाजे क्षेत्रफळ माहीत करण्यासाठी करा.

10.3.1 आयताचे क्षेत्रफळ



चौरस कागदावरुन 7 सें.मी.लांबी आणि 4 सें.मी.रुंदी असलेल्या आयताचे क्षेत्रफळ सांगु शकतो.

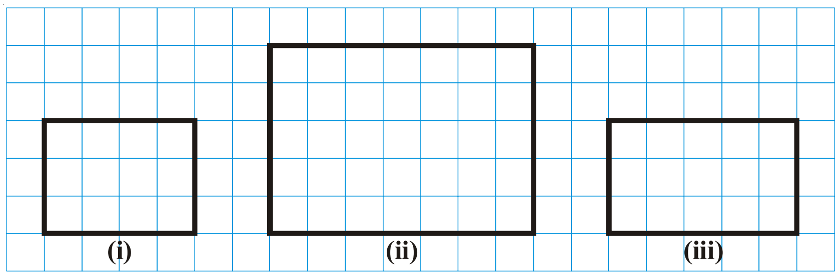
1 सें.मी. × 1 सें.मी.चौरस मापाचा आयात पुर्णपणे 28 चौरस व्यापतो.

∴ आयताचे क्षेत्रफळ = 28 चौ.सें.मी.

SCERT TELANGANA

आपणा, दिसुन येते की प्रत्येक रांगेत 7 चौरस आहेत.अशा 4 रांगा आहेत.

यास आपण 7 × 4 चौ.सें.मी.असे लिहतो. (लांबी × रुंदी) = 28 चौ.सें.मी.



क्र.सं.	लांबी	रुंदी	क्षेत्रफळ (एकुण चौरसांची संख्या)	लांबी × रुंदी
1.	3	4	12	12
2.				

3.वरील चर्चा करा आणि निकालारुन

आयताचे क्षेत्रफळ = लांबी × रुंदी

आलेखाच्या कागदाचा वापर न करता,आपण आपण आयताचे क्षेत्रफळ माहीत करु शकतो.उदा.जर आयताची लांबी 6 सें.मी.आणि रुंदी 4 सें.मी.आहे,तर

आयताचे क्षेत्रफळ = लांबी × रुंदी

= 6 सें.मी. × 4 सें.मी .= 24 चौ.सें.मी.

हे प्रयत्न करा

1.सारख्या परिमीतीचे दोन वेगवेगळे आयात काढा.त्याच्या क्षेत्रफळाची तुलना करा.

ते समान आहेत का ? सारख्या परिमीतीचे दोन वेगवेगळे चौरस काढु शकता काय ?

हे करा

1. क्षेत्रफळ काढा:

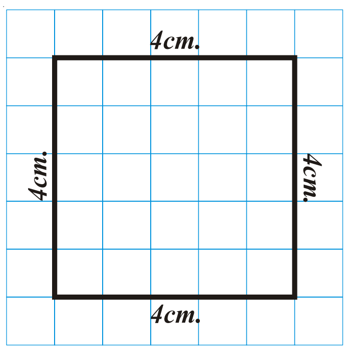
(i) तुमच्या वर्गातील फरशीचे. (ii) तुमच्या घरातील दरवाजाचे

(iii) तुमच्या वर्गातील फळ्याचे

10.3.2 चौरसाचे क्षेत्रफळ

4 सें.मी.बाजु असणारा चौरस घेऊ या.आपण त्यास सें.मी.च्या आलेख कागदावर ठेवले असता आपणास काय आढळुन येते ?

तो 16 चौरस कापतो



चौरसाचे क्षेत्रफळ = 4 × 4 चौ.सें.मी. = 16 चौ.सें.मी.

प्रत्येक रांगेत चार चौरस आहेत.चार रांगा आहेत.

SCERT TELANGANA

म्हणुन क्षेत्रफळ $= 4 \times 4$ चौ.सें.मी.

आपणास ठाऊक आहे की, चौरस हा आयाता सारखाच आहे.ज्यात एक विशेष अट आहे की,लांबी आणि रुंदी

हे प्रयत्न करा

चौरसाच्या एका बाजुची लांबी दिलेली आहे.आलेखाच्या कागदाचा वापर करुन त्याचे क्षेत्रफळ का

(i) 4 सें.मी. (ii) 6 सें.मी. (iii) 2 सें.मी. (iv)

नियमाचा वापर करुन क्षेत्रफळ काढा आणि त्याची तुलना करा.

चौरसाचे क्षेत्रफळ = लांबी × रुंदी

$=$ (बाजु)^2

उत्तर मिळतं-जुळतं आहे.

उदाहरण-10. 144 सें.मी.लांब आणि 100 सें.मी.रुंद जागेवर बसविण्यासाठी 12 सें.मी.आणि 5 सें.मी.मापाच्या किती टाईल्स (tile) ची आवश्यकता आहे.

सोडवणुक : जागेची लांबी $= 144$ सें.मी.

जागेची रुंदी $= 100$ सें.मी.

जागेचे क्षेत्रफळ $= 144$ सें.मी. $\times$ 100 सें.मी.

$= 14,400$ चौ.सें.मी.

1 टाईलची लांबी $= 12$ सें.मी.

1 टाईलची रुंदी $=$ सें.मी.

1 टाईलचे क्षेत्रफळ $= 12$ सें.मी. $\times$ 5 सें.मी.

$= 60$ चौ.सें.मी.

$\therefore$ आवश्यक टाईल्सची संख्या $= \dfrac{\text{जागेचे क्षेत्रफळ}}{\text{1 टाईलचे क्षेत्रफळ}} = \dfrac{14400}{60}$

$= 240$ टाईल

उदाहरण-11. आयाताची आणि चौरसाची परिमीती सारखी आहे जर आयाताची लांबी आणि रुंदी अनुक्रमे 35 सें.मी. आणि 25 सें.मी.असल्यास कोणत्या आकृतीचे क्षेत्रफळ जास्त आहे.आणि किती जास्त आहे.

सोडवणुक : आयाताची परिमीती $= 2$ (लांबी × रुंदी)

$= 2(35 + 25) = 2 \times 60 = 120$ सें.मी.

$\therefore$ चौरसाची परिमीती $= 120$ सें.मी.

आता चौरसाची बाजु $= \dfrac{120}{4} = 30$ सें.मी.

$\therefore$ चौरसाच क्षेत्रफळ $=$ (बाजु)$^2 = (30)^2 = 900$ चौ.सें.मी.

आयाताचे क्षेत्रफळ $=$ लांबी × रुंदी

$= 35 \times 25 = 875$ चौ.सें.मी.

अशा प्रकारे चौरसाचे क्षेत्रफळ जास्त आहे ते (900 - 875) चौ.सें.मी. $= 25$ चौ.सें.मी.

SCERT TELANGANA

उदाहरण-12. आयाताचे क्षेत्रफळ काढा त्याची लांबी 4 मी. आणि रुंदी 68 सें.मी. आहे. क्षेत्रफळ चौ.सें.मी मध्ये काढा.

सोडवणुक : आयाताची रुंदी = 68 सें.मी.

आयाताची लांबी = 4 मी. = 400 सें.मी.

आयाताचे क्षेत्रफळ = लांबी × रुंदी

= 400 × 68 चौ.सें.मी.

= 27, 200 चौ.सें.मी.

उदाहरण-13. आयाताकार बगीच्याचे क्षेत्रफळ 40 मीटर असुन लांबी 1120 चौ.सें.मी. आहे,तर बगीच्याची रुंदी काढा ?

सोडवणुक : आयाताचे क्षेत्रफळ = 1,120 चौ.सें.मी.

आयताची रुंदी = 40 मी.

आयाताचे क्षेत्रफळ = लांबी × रुंदी

म्हणुन रुंदी = $\frac{\text{क्षेत्रफळ}}{\text{लांबी}} = \frac{1120}{40}$ = 28 मी.

उदाहरण-14. 5 मी.लांब आणि 4 मी.रुंद जमिनीच्या तुकड्यात 1मी.बाजु असलेल्या पाच फ्लावर बेड्ससाठी जागा खोदली,तर उरलेल्या जमिनीच्या तुकड्याचे क्षेत्रफळ काय आहे ?

सोडवणुक : जमिनीच्या तुकड्याचे क्षेत्रफळ = लांबी × रुंदी

= 5 × 4 चौ.सें.मी.

= 20 चौ.सें.मी.

1 चौरसाकार फ्लावर बेडचे क्षेत्रफळ = 1 चौ.सें.मी.

म्हणुन 5 चौरसाकार फ्लावर बेडचे क्षेत्रफळ = 5 चौ.सें.मी.

उरलेली जागा = 20 - 5 = 15 चौ.सें.मी.

अभ्यासक्रम 10.2

1. खालील दिलेल्या बाजुवरुन आयाताचे क्षेत्रफळ काढा:

(i) 50 सें.मी.आणि 20 सें.मी.

(ii) 65 मी. आणि 45 मी.

(iii) 25 सें.मी. आणि 16 सें.मी.

(iv) 7 कि.मी. आणि 19 कि.मी.

2. खालील दिलेल्या बाजुवरुन चौरसाचे क्षेत्रफळ काढा:

(i) 26 मी. (ii) 17 कि.मी.

(iii) 52 सें.मी. (iv) 8 सें.मी.

3. आयाताकार चौकटीचे क्षेत्रफळ 1,125 चौ.सें.मी. आहे,जर रुंदी 25 सें.मी.तर त्याची लांबी किती ?

SCERT TELANGANA

4. आयताकार शेताची लांबी 60 मी.आहे.आणि रुंदी लांबीच्या अर्धी आहे. तरशेताचे क्षेत्रफळ काढा.

5. एका चौरसाच्या कागदावरील परिमीती 40 सें.मी.आहे त्याच्या बाजुची लांबी काय आहे ? चौरसाच्या कागदाचे क्षेत्रफळ सुद्धा माहीत करा ?

6. आयताकार प्लॉटचे क्षेत्रफळ 2400 चौरस मिटर आहे, आणि त्याची लांबी त्याच्या रुंदीच्या $1\frac{1}{2}$ पट आहे तर त्याची परिमीती किती ?

7. खोलीची लांबी आणि रुंदी अनुक्रमे 6 मी.आणि 4 मी. आहे. खोलीची पुर्ण फरशी झाकण्यासाठी किती चौरस मिटरची सतरंजी पाहीजे ? जर सतरंजीची किंमत ₹ 240 चौरस सेंटी मीटर आहे तर फरशीला झाकण्यासाठी लागणाऱ्या सतरंजीची एकुण किंमत काय होईल ?

8. दोन्ही शेताची परिमीती समान आहे,एक 72 मी.बाजुचा चौरस आहे,आणि दुसरा 80 मी. लांबीचा आणि 60 मी. रुंदी असलेला आयात आहे. कोणत्या प्लॉट (जागे) चे क्षेत्रफळ अधिक आहे आणि कितीने जास्त आहे ?

9. चौरसाचे क्षेत्रफळ 49 चौ.सें.मी.आहे,आयताची आणि चौरसाची परिमीती सारखी आहे.जर आयताची लांबी 9.3 सें.मी.असल्यास त्याची रुंदी काय आहे ? कोणाचे क्षेत्रफळ जास्त आहे हे सुध्दा माहीत करा ?

10. राहुलचे स्वताचे आयताकार शेत 400 मी.लांब 200 मी.रुंदी आहे,त्याचा मित्र रामुचे स्वताचे चौरसाकार शेत 300 मी.लांबीचे आहे. ₹150 प्रति मीटर प्रमाणे दोन्ही शेतांच्या कुंपणाचा खर्च काढा,जर10 चौ.सें.मी. क्षेत्रफळात एक झाड लावल्या. कोणत्याच्या शेतात जास्त झाड लावु शकतो ? किती जास्त झाड लावु शकतो ?

11. आयताकार फर्शीची लांबी 20 मी.आहे,ती रुंदीपेक्षा जास्त आहे,जर फर्शीची परिमीत 280 मी.असल्यास त्याची लांबी किती ?

12. एक आयताकार जमिनीचा तुकडा 240 मी.गुणीला 200 मी.आहे,कुंपणाचा खर्च ₹30. प्रती मीटर आहे.पुर्ण शेतास कुंपण घालण्यासाठी किती खर्च येईल ?

13. चौरसाकार शेताची बाजु 120 मी.आहे,गवताचे लॉन बनविण्याचा खर्च ₹35 प्रति चौ.मी. आहे.पुर्ण शेताचे लॉन बनविण्याचे असल्यास किती खर्च येतो ?

14. आयाताचे क्षेत्रफळ काय होते,जेव्हा

(i) त्याची लांबी आणि रुंदी दुप्पट असल्यास ?

(ii) त्याची लांबी दुप्पट आणि रुंदी तिप्पट असल्यास ?

15. चौरसाचे क्षेत्रफळ काय होईल,जेव्हा त्याची बाजु:

(i) दुप्पट (ii) अर्धे

SCERT TELANGANA

आपण काय चर्चा केली ?

1. परिमीती म्हणजे सिमेवरील वापरलेले अंतर ज्यामुळे संवृत्त आकृती बनते,जेव्हा तुम्ही सभोवताली जाता.

2. (i) आयताची परिमीती = 2 × (लांबी + रुंदी)
   (ii) चौरसाची परिमीती = 4 × बाजुची लांबी
   (iii) समभुज त्रिकोणाची परिमीती = 3 × कोणत्याही बाजुची लांबी

3. (i) ज्या आकृतीत पुर्ण बाजु आणि कोन समान असतात,त्यास नियमीत संवृत्त आकृती म्हणतात
   (ii) नियमीत आकृतीची परिमीती ही बाजुची,संख्येची त्याच्या प्रत्येक बाजुच्या आकाराच्या वेळा असते.

4. आकृतीचे क्षेत्रफळ माहीत करण्यासाठी खालील रुढी (रिती) असतात.

5. क्षेत्रफळाचा तो भाग जो अर्ध्या चौरसाने बनलेला आहे,तो सोडुन देणे:
   (i) जर अर्ध्यापेक्षा जास्त चौरस जलोन असल्यास त्यास एक चौरस मोजणे.
   (ii) जर क्वचित अर्धापेक्षा जास्त चौरस भरत असेल तर त्याचे क्षेत्रफळ एक चौरस एकक घेणे.
   (iii) जर क्वचित अर्धापेक्षा जास्त चौरस भरत असेल तर त्याचे क्षेत्रफळ $\frac{1}{2}$ चौरस एकक घेणे.

6. (i) आयाताचे क्षेत्रफळ = लांबी × रुंदी
   (ii) चौरसाचे क्षेत्रफळ = बाजु × बाजु
   (iii) चौरसाचे क्षेत्रफळ हे दुसऱ्या कोणत्याही मापनाच्या ज्याची परिमीती समान आहे.जास्त असते.

SCERT TELANGANA

गुणोत्तर आणि प्रमाण

11.1 परीचय

आपल्या दैनेदीन जिवनात आपण राशिची तुलना वेगवेगळ्या पद्धतीने करतो. कोणता भाजीपाला ताजा दिसतो.कोणता महाग आहे,कोणता योग्य दरात आहे.इत्यादची तुलना आपण करतो;चला काहि उदाहरण घेवु या ..

सत्या आणि मधुकर दररोज शाळेत जान्यापुर्वी दुध पित होते. सत्या एक कपात 2 चमचे साखर मिळवत होता.मधुकर त्याच दुधात 1 एक चमचा साखर मिळवत होता.कोणते दुध जास्त गोड आहे. दुधाची चव न घेता सांगु शकतो का ?

शारदाने 2 कप दुधात 3 चमचे साखर टाकली. या तिन्ही मध्ये दुधाच्या गोड पनाची तुलना कशी कराल.?खालील परिस्थीती पहा.

सिरिज जवळ 8 वह्या आहेत आणि रवि जवळ16 वह्या आहे वह्याची तुलना करण्यासाठी,रविला त्यातील फरक माहित करुन तुलना करतो आणि भागाकार करुन त्याची तुलना करतो. एक राशि दुसऱ्या राशीपेक्षा किती मोठी किंवा किती लहान याची तुलना वजाबाकीने आणि भागाकाराने करता येते. उदाहरणे द्या जेथे आपण राशिचि तुलना वजाबाकीने आणि भागाकाराने करतो.जर आपन मुंगी आणि नाकतोडा याची तुलना केली,लांबीतील फरक तुलना दर्शवत नाही.नाकतोड्याची लांबी जवळ जवळ 4 ते 5 सें.मि.ही खुप मोठी आहे. त्या तुलनेत मुंगीची लांबी खुप कमी आहे. फक्त मीली मीटर मधे असते. लांबीतील फरक फक्त 4 सेंटी मिटर असते. तो फरक स्वत खुप मोठा फरक दिसत नाही जर आपण प्रयत्न किती .मुंग्या एका मागे एक ठेवल्या आसता नाकतोड्याच्या लांबीला मिळते जुळते तेव्हा तुलना थोडी चांगली वाटते तेव्हा आपण सांगु शकतो कि 15

SCERT TELANGANA

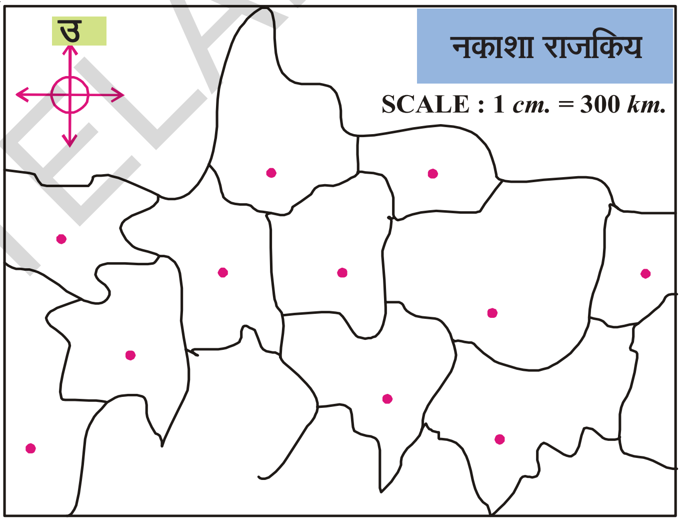
ते 20 मुंग्या एकत्र केल्या असता नाकतोड्याच्या लांबी एवढे होते.

दुसरे उदाहरण घ्या

एका कारची किमंत 2,50,000 रुपये आणि मोटार सायकलची किमंत 50,000 रुपये आहे. किमंती मधील फरकास घेवुन आपन किमंतीची तुलना केली असता फरक 2,00,000 रुपये आहे. फरकातील वाढ समजन्यासाठी याची आपणास मदत होत नाही. जर आपन भागाकाराने तुलना केल्यास $\frac{2,50,000}{50,000} = \frac{5}{1}$ रुपये म्हणजे प्रत्येक कारच्या किमंतीमध्ये 5 मोटार सायकली विकत घेवु शकतो. अशा प्रकारे तुलनाकरण्यापेक्षा चांगले आहे .

चला अजुन एक उदाहरण घेवु या.

लता 3 वर्षाची आहे आणि करीम 18 वर्षाचा आहे. आपन म्हणु शकतो कि करीम लता पेक्षा 15 वर्षाने मोठा आहे. रहिम 65 वर्षाचा आणि रेषमा 50 वर्षाची तुलना करा. दोन्ही घटनेत वयामधील फरक 15 वर्षाचा आहे स्पष्टपणे कितीही असु द्या. लता आणि करीम मधिल फरक वेगळया प्रकारचा आहे. हे आपन चांगल्या प्रकारे सांगु शकतो कि करीम हा लता पेक्षा सहा पट मोठा आहे. अशा प्रकारच्या तुलनेत आपण वस्तुची तुलना भागाकाराने करतो. त्याला गुणोत्तर असे म्हणतात. या धड्यात आपन गुणोत्तराबद्दल तपशिलपणे शिकणार आहोत. दुसरं उदाहरण जेथे अशा प्रकारची तुलना नकाशा तयार करण्यासाठी वापरतो. नकाशाकडे पहा.



नकाशात दाखविलेली ठिकाने त्यांच्या वास्तविक अंतरानी नकाशात दाखविलेले अंतर याची तुलना आपनास नकाशाच्या मापावरुन होते. उदा. जर गल्ली किंवा बाजारासाठी माप 1 से.मी. बरोबर शंभर मीटर घेतल्यास आपनास माहित होते कि नकाशातील अंतर वास्तविक आंतराचे दहा हजार आहे दुसऱ्या शब्दात वास्तविक अंतर नकाशातील अंतराच्या 10,000 पट आहे. जर आपण नकाशतील अंतराची वास्तविक अतराशी तुलना केल्यास आपन म्हणतो कि नकाशातिल अंतराची 5 सें मि.हे 500 मिटर दर्शविते. फरकाने तुलना केल्यास आपनास माहित होते कि वास्तविक अंतर 499 मिटर 95 से. मी.शब्दात जे नकाशा वरील अंतरापेक्षा जास्त आहे विधानाची तुलना केली असता वास्तविकअंतर हे नकाशाच्या 10,000 पट हे विधान जास्त कळवीत नाही.

पहिल्या उदाहरणात सिरीच्या पुस्तकाचे रविच्या पुस्तकाशी गुणोत्तर 16/8 = 2/1 = 2 : 1

आपन त्यास दोनास एक असे वाचता.

राशीच्या पुस्तकाचे गुणोत्तर विचारले असता उतर- 8/16 = 1/2 = 1 : 2 येते

SCERT TELANGANA

प्रयत्न करा

उदाहरणाचे निरीक्षण करा

रिकाम्या जागा भरा

क्रम संख्या	पहिली राशी	दुसरी राशी	तुलणा केलेले विधाण	गुणोत्तर टोपली	क्रम बदलुन तुलन	गुणोत्तर
1	2 सफरचंद	6 सफरचंद	पहिली टोपली दुसरी टोपलीतील सफरचंदाच्या एकतृतीअंश आहे. `	1 : 3	दुसरी टोपली पहिली टोपलीतील सफरचंदाच्या एकतृतीअंशआहे	3 : 1
2	500g तांबे	1000g लोखंड				
3	किमत T-शर्ट ₹200	किमत कोट ₹1000				

11.2 राशीची तुलना दुसऱ्या एककाने करने

झाडाची उंची 13 मी. आहे आणि त्याचे चीत्र पुस्तकात 26 से.मी.लांबीचे आहे. आपन म्हणु शकतो की चित्रातील झाडाची उंची तिच्या वास्तविक उंचीच्या दुप्पट आहे ?

स्पष्टपणे नाही आपनास माहित आहे की झाडाची वास्तविक चित्राच्या उंची पेक्षा जास्तमोठी आहे.

झाडाची उंची 13 मीटर आहे म्हणजे 1300 से.मी. आणि चित्रातील झाडाची उंची फक्त 26 से.मी..आहे.

आता उंची मधील गुणोत्तर 1300 / 26 = 50 : 1

म्हणुन आपन म्हणु शकतो की झाडाची वास्तवीक उंची ही 50 पट आहे.

आपण जेव्हा दोन राशीची तुलना करतो तेव्हा त्या एकाच एककात असल्या पाहिजे.

सामाण्यत a आणी b या दोन राशीचे रुणोत्तर **a : b** असे लिहितात. त्यास आपण **a** ला **b** आहे असे वाचतो. **a** आणी **b** यास दोन राशींच्या गुणोत्तराची पदे म्हणतात. पहिली राशी 'a' ला प्रथम पद किंवा 'b'द्वितीय पद किवा उत्तरपद राशी म्हणतात.

उदाहरण .रफी जवळ 16 लाल आणि रंगाच्या 4 नीळ्या काचेच्या गोळ्या आहेत. लाल आणी नीळ्या रंगाच्या गोळ्याचे गुणोत्तर काढा?

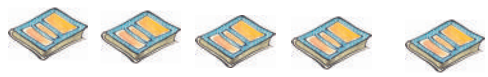
सोडवणुक:लाल गोळ्या **:** नीळ्या गोळ्या = 4 : 1

लाल गोळ्याची संख्या नीळ्या गोळ्याच्या 4 या पट आहे

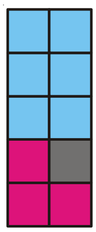
SCERT TELANGANA

प्रशन संग्रह - 11.1

1. खालिल तक्ता पुर्ण करा

क्रमसंख्या	पहिली राशी	दुसरी राशी	गुणोत्तर
(i)			3 : 5
(ii)			
(iii)			
(iv)			
(v)			

2. तुलना करा :



(i) निळ्या रंगाचे चौरसाची संख्या लाल रंगाच्या चौरसाच्या संख्याच्या ________ पट आहे.

(ii) लाल रंगाच्या चौरसाची संख्या निळ्या रंगाच्या चौरसाच्या संख्येचे गुणोत्तर________आहे.

(iii) निळ्या रंगाच्या चौरसाच्या संख्येचा लाल रंगाच्या चौरसाच्या संख्येशी गुणोत्तर काढा? 4 खालिल सोडवा

(i) एका दुधवाल्याने 1 एक लिटर दुधात 2 50 मि.ली. पाणी मिसळले तर पाण्याशी दुधाचे गुणोत्तर काढा?

(ii) सत्याच्या आईने 4 किलो दाळ आणि 50 ग्राम तीखट घेतली तर तीखट आणि दाळीच्या वज़नाचेगुणोत्तर काढा?

(iii) राणीला घरापासुन शाळेत जायला 30 मिनीटे लागतात. ईस्माईल तेच अंतर ½ तासात पार पाढते. राणी ने घेतलेला वेळेचे ईस्माईल ने घेतलेलावेळेशी गुणोत्तर काढा?.

11.3 वेगवेगळ्या संदर्भात गुणोत्तर

स्लोक 6 व्या वर्गात आहे. तिच्या जवळ 50 रुपये आहेत. महेश सुद्धा त्याच वर्गात आहे. त्याच्या जवळ100 रुपये आहे. गावातींल पैसे संचयीका मध्ये बचत करण्याचे ठरविले. त्याची शाळेमध्ये बचत योजना आहे. त्यांची रक्कम जमा केल्यानंतर त्याला कळूण आले कि त्यांच्या वर्गातील एकुन विद्यार्थीनी बचत केलेले रक्कम 2000 बचत रुपये आहे त्यांनी एकमेकाशी तुलना केली असता स्लोकचे बचत आणि

एकुन बचत महेशच्या बचतीशी गुणोत्तर = 50:100

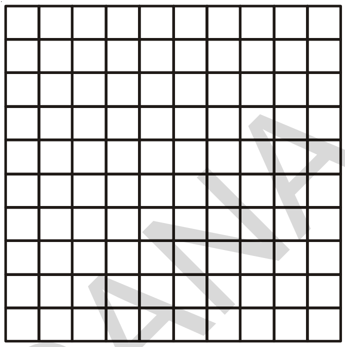
स्लोकाची बचत आणी एकुन बचतीशी गुणोत्तर = 50:2000,

महेश बचत आणि एकुण बचतीशी गुणोत्तर = 100: 2000

SCERT TELANGANA

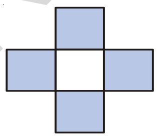
चौरसाकृती रेषेचा कागद घ्या. फासा (dice) फेका आणि फास्यावरिल संखेची नोद घ्या. नोंदलेल्या संख्येनुसार चौरसांना आवडत्या रंगाने भरा. तुमच्या मित्राला फासा फेकण्यास सांगा. आणि चौरसाला दुसऱ्या रंगाने भरा .

1. तुम्ही रंग भरलेल्या चौरसांना संख्येचे तुमच्या मित्रांनी भरलेल्या चौरसांच्या संख्येशी गुणोत्तर काढा.?______________
2. तुम्ही रंग भरलेल्या चौरसांचे तुम्ही रंग भरलेल्या एकुण चौरसांशी गुणोत्तर काढा.?_______________
3. तुमच्या मित्रांनी भरलेल्या चौरसांचे रंग भरलेल्या एकुण चौरसांशी गुणोत्तर काढा.? ____________________.
4. तुम्ही इतर दुसरे गुणोत्तर या कृतीत माहित करु शकता ? विचार करा आणि तुमच्या मित्राशी चर्चा करा. ? .आणि दिलेल्या आकृति वरुन गुणोत्तर काढा.?



प्रयत्न करा

(i) गडद केलेल्या भागाचे गडद न केलेल्या भागाशी
(ii) गडद केलेल्या भागाचे एकुण भागाशी
(iii) गडद केलेल्या भागाचे एकुण भागाशी



11.4 निरनिराळ्या स्थितीत सारखे गुणोत्तर

खालील घेवु या.

- खोलीचि लांबी 30 आणि त्याची रुंदी 20 मिटर आहे म्हणुन खोलीच्या लांबीचे खोलीच्या रुंदीशी गुणोत्तर $= \frac{30}{20} = \frac{3}{2}$ सारखे आहे 3 : 2
- विहार यात्रेला 24 मुली आणि 16 मुले जात आहेत. मुलींच्या संख्येचे मुलांच्या संख्येशी गुणोत्तर $= \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$ म्हणजे 3 : 2

दोन्ही उदा- गुणोत्तर 3 : 2.आहे.

- 30 : 20 आणि 24 : 16, गुणोत्तरास संक्षिप्त रुपात 3 : 2. येईल अशी नोंद करा. ही समान गुणोत्तर आहे.

3 : 2 गुणोत्तर असणाऱ्या दुसऱ्या उदाहरणाचा विचार करु शकता का.?

अशा परिस्थीतला लिहिने हास्यास्पद आहे. जे निश्चीत गुणोत्तर वाढवितात. उदाहरणात 2 : 3. येणारी अशी स्थीती लिहा. आम्ही दोन दिली तुम्ही अजुन 3 उदाहरणे लिहा.

- दोन टेबलाच्या रुंदी आणि लांबीचे गुणोत्तर 2 : 3.
- गुणोत्तराशीना जवळ 2 कंच्या आणि तिची मैत्रिन शबनम जवळ 3 आहेत.

SCERT TELANGANA

उदाहरण-2.गणिताच्या वर्गात 16 मुलं आणि 20 मुली आहेत. मुलांच्या संख्येचा मुलाच्या संख्येशी गुणोत्तरकाढुन त्यास संक्षिप्त रुपात लिहा.

सोडवणुक : मुलांच्या आणि मुलिंच्या संख्यचे गुणोत्तर = 16: 20

$$= \frac{16}{20} = \frac{2\times2\times2\times2}{2\times2\times5} = \frac{4}{5}$$

संक्षिप्त रुप 4 : 5 आहे.

गुणोत्तरास संक्षिप्त रुप किंवा सुक्ष्मरुप म्हणतात. जेव्हा त्यास आपण पुर्ण संख्येच्या रुपात लिहीतो. आणि त्याच्या शिवाय कोणताही सामान्य अवयव राहत नाही.

प्रयत्न करा.

1. खालील सारणी पुर्ण करा.

गुणोत्तर	1:2	2:3	5:7		
1 वेळा	1:2				
2 वेळा		4:6			
3 वेळा			15:21		
4 वेळा				12:16	
5 वेळा					20:25

2. खालिल सारणी पुर्ण करा.

हे पहिले भरा

1 रुपया = ... पैसे

1000ग्र. = ...कि.ग्र.

1 तास = ...मिनीटे

100सें.मी.. = ...मी.

1 ..मिनीट = ...सेकंद

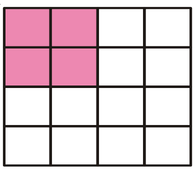
10 मि.मी.. = ...सें.मि.

क्रम सं	पहिलीराशि	दुसरिराशि	गुणोत्तर	संक्षिप्त गुणोत्तर
1.	20 पैसे	1 रुपया 1		
2.	800 ग्र.	1 .कि.ग्र.		
3	1 .तास.	30 मिनीटे		
4.	2 मी.	125 सें.मी..		
5.	3 .मिनीटे	45 सेकंद.		
6.	30 मि.मी...	1 .सें.मि.		

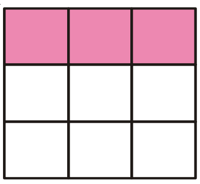
आठवण ठेवा.

गुणोत्तर हे दोन राशीची एकाच एककात केलेली तुलना आहे

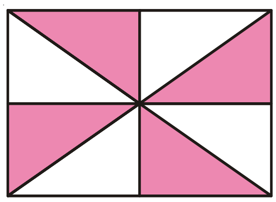
3.खालील आकृतीतील गडद केलेल्या भागाचे गडद न केलेल्या भागाशी गुणोत्तर संक्षिप्त रुपात व्यक्त करा.



(i)

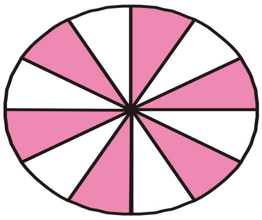


(ii)

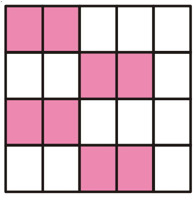


(iii)

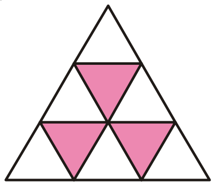
SCERT TELANGANA



(iv)



(v)



(vi)

प्रश्न संग्रह - 11.2

1. खालिल गुणोत्तरास त्याच्या संक्षिप्त रुपात लिहा.

   (i) 2:3 (ii) 16:20 (iii) 5:6

   (iv) 20:60 (v) 8:15 (vi) 19 : 2

2. एका पिशवीत 20 कि.ग्रा.तांदुळ आणि दुसऱ्या पिशवीत 60 कि.ग्रा.गहु आहेतं तर तांदळाचे गव्हाशी गुणोत्तर काढा. तांदळाचे एकुण वजनाशी गुणोत्तर काढा.?

3. समजा एका वर्गात 32 विद्यार्थी आहेत. त्या पैकी 12 मुली आहेत तर.

   (i) मुलांच्या संख्येचा मुलीच्या संख्येशी गुणोत्तर काढा

   (ii) मुलांच्या संख्येचा एकुण विद्यार्थ्याशी गुणोत्तर काढा.

   (iii) मुलीच्या संख्येचा एकुण विद्यार्थ्याशी गुणोत्तर काढा.

4. चार बाजु असलेली संवृत आकृती काढुन त्यास काही समान भागात विभाजन करा.आकृतीस कोणत्याही रंगाने असे गडद करा कि गडद केलेल्या भागाचे गडद न केलेल्या भागाशी गुणोत्तर 1:3 आले पाहिजे .अजुन दोन आकृत्या वेगवेगळ्या आकृत्या काढुण असे करुन पहा.

5 इमरानने 2 लीटर तेल आणि विजयने **500** मी.ली. तेल आणले. इमरानने आणलेल्या तेलाच्या राशीचेविजयने आणलेल्या तेलाशी गुणोत्तर काढा .

6 अब्राहमचे वजन 20 कि.ग्रा. आहे आणि त्याच्या वडिलाचे वजन कि.ग्र.आहे.तर अब्राहम आणि त्याच्या वडिलाच्या वजनाचे गुणोत्तर काढा संक्षिप्त रुपात व्यक्त करा.

7 रामु त्याच्या पैशाचा 2/5भाग कथेच्या पुस्तकावर खर्च करतो. खर्च केलेल्या पैशाच्या सुरवातीला त्याच्या जवळ असलेल्या पैशाच गुणोत्तर काढा.?

11.5 दिलेल्या गुणोत्तरात दिलेल्या राशिंचा भागाकार.

उदाहरण -3.श्रद्धाच्या दिलेल्या वाढदिवसाला तिच्या वडिलाने एक पुष्पगुच्छ आणला. त्यात सर्व 18 फुलं होती. जर लाल फुलांचे पिवळया फुलांशी गुणोत्तर 1 : 2 असेल तर त्यांची संख्या काढा ?.

सोडवणुक : लाल फुलांचे पिवळया फुलांशी गुणोत्तर = 1: 2

एकुण भाग = 1+2 = 3 भाग

एकुण फुलांची संख्या = 18 फुलें

3 भाग = 18 फुलें

प्रत्येक भाग = 18/3=6 फुलें

Rलाल फुलांचे = 1 भाग= 1 × 6 फुलें= 6 फुलें

पिवळी फुले = 2 भाग = 2 × 6 फुलें = 12 फुलें.

SCERT TELANGANA

उदाहरण - *4*.एका सोनाराने 7:2 या गुणोत्तरात सोने आणि तांबे दागिने बनविन्यासाठी मिसळले जर दागिन्याचे वजन 45 ग्राम भरल्यास त्याातील सोन्याचे आणि तांब्याचे वजन काढा

सोडवणुक :सोने आणि तांब्याचे गुणोत्तर = 7: 2

गुणोत्तराच्या पदांचि बेरिज = 7+2 = 9

9 भागाचे वजन = 45 ग्राम.

प्रत्येक भागांचे वजन = 45 ÷ 9 = 5 ग्राम

सोन्याचे वजन ग्राम = 7 भाग × 5 ग्राम.. = 35 ग्राम.

तांब्याचे वजन = 2 भाग × 5 ग्राम. = 10ग्राम.

उदाहरण -*5*. AB रेषा खंडाला पाच समान भागात विभागले आहे.

(i) रेषाखंड AB ला X कोणत्या गुणोत्तरात विभागतो .?

(ii.) जर AB रेषाखंडाची लांबी 15 असल्यास रेषाखंड AX आणि XB.चि लांबी काढा.?

सोडवणुक:

(i) X हा AB ला 3:2 गुणोत्तरात विभागतो .

(ii) एकुन भाग = 3 + 2 = 5 भाग

AB रेषाखंडाचि लांबी = 15 सें.मी.

5 भागाचि लांबी = 15 सें.मी.

प्रत्येक भागाची लांबी = $\frac{15}{5}$ = 3 सें.मी.

रेषाखंड AX चि लांबी = 3 भाग = 3 x 3 सें.मी.. = 9 सें.मी.

रेषाखंड XB चि लांबी = 2 भाग = 2 x 3 सें.मी.. = 6 सें.मी.

प्रयत्नकरा

काळया आणि पांढऱ्या टाईल्सचा उपयोग 2:5 या गुणोत्तरात करुन चौरसाकार टाईल्सचा नमुना तयार करा. इथे पुष्कळ शक्य पद्धती आहे.

उदाहरण -*6*.हरी आणि तेजाने लॉटरी जिंकली त्यांने ते 5:3.गुणोत्तरात वाटणी करण्यासाठी तयार झाले. जर तेजाला 150, रुपये मिळाल्यास हरीला किती रुपये मिळतीले ? आणि एकुण रक्कम माहित करा.

सोडवणुक: तेजाच्या रक्कमेचा हरीच्या रक्कमेशी गुणोत्तर = 5 : 3

तेजाचे भाग 3 आहेत जर 3 भाग = 150

1 भाग = $\frac{150}{3}$ = 50

आणि 5 भाग = 50 × 5 = 250

हरिला 250 रुपये मिळतील आणि एकुण रक्कम = 250 + 150 = 400 रुपये

प्रशन सग्रह - 11.3

1. 25 कंच्या असलेली पिशवी राहुल आणि किरणने 2: 3 गुणोत्तरात वाटल्या तर -

(i) किरनला किती कंच्या मिळतील. (ii) राहुलला किती कंच्या मिळतील.

2 X बिंदु AB ला 3 : 4 गुणोत्तरात विभागतो AX आणि XB चि लांबी काढा .

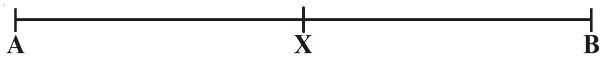
3. गिता आणि लक्ष्मीने खेळात 1050 रुपये जिंकले त्याने ति रक्कम 3:4. गुणोत्तरात वाटन्यास तयारझाले प्रत्येक व्यक्तीला किती मिळतील ?

SCERT TELANGANA

4. सत्या आणि विष्णु मध्ये 3600 रुपये 3:5.गुणोत्तरात विभागणी करा

5. दोन संख्या 5:6. गुणोत्तरात आहे जर दोन संख्याचि बेरिज 132आहे तर त्या दोन संख्या माहित करा

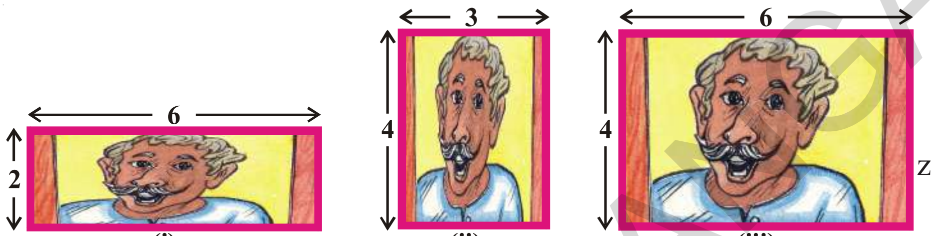
6 अंदाजे गुणोत्तर काढा ज्यात X हा AB ला विभागतो आणि तुमच्या अंदाजाच्या मापनाव्दारे तपासनी करुन घ्या.



7. एका कर्मचाऱ्यांचे उत्पन्न आणि बचत 11:2. गुणोत्तरात आहे .जर त्याचा खर्च 5346 रुपये असेल तर त्याचे उत्पन आणि बचत माहित करा .

11.6 प्रमाण

खालील आकृत्या बघा. तुम्हाला त्याच्या आकारात काही बदल दिसतो का?



(i) (ii) (iii)

तुम्हाला आकृतीत काय फरक दिसला? (i) आणि (ii) वेगवेगळया असुन त्याचा आकार बदललेला आहे. आकृती (iii) (i) दोन्हीही मोठ्या आहेत परंतु वेगळ्या नाहीत त्याचे कारण कि त्याचे परिमान बदललेले आहे परंतु आकार नाही .

चला या तिन्ही घटनेतील लांबी आणि रुंदीचे गुणोत्तर पाहु या .

खऱ्या आकृतीच्या लांबी आणि रुंदीचे गुणोत्तर = 3:2

आकृती (i)च्या लांबी आणि रुंदीचे गुणोत्तर = 6 : 2 चे संक्षिप्त रुप 3 : 1 आहे.

आकृती (ii) च्या लांबी आणि रुंदीचे गुणोत्तर = 4 : 3 चे संक्षिप्त रुप 4 : 3 आहे.

आकृती (iii) लांबि आणि रुंदिचे गुणोत्तर = 6 : 4 संक्षिप्त रुप 3:2 आहे.

(iii) जे खऱ्या आकृतिच्या गुणोत्तरास समान आहे आपन सांगु शकतो कि आकृती

(iii) हि खऱ्या आकृतीच्या प्रमानात आहे म्हणुन त्याचे गुणोत्तर समान आहे. या गुणोत्तराच्या समानतेस प्रमान म्हणतात.

सामान्यता जर **'a'** आणि **'b'** गुणोत्तरासमान असल्यास आपन त्यास प्रमान आहे असे म्हणतो. यास आपन **'c'** आणि **'d'**, चे गुणोत्तर असे म्हणतो. यास आपण **a : b : : c : d**.गुणअसे दर्शवितो.

दुसरे उदाहरण घेवु

भाविका जवळ 28 कंच्या आणि विमलाजवळ180 फुले आहेत त्या दोघीने परस्पर कंच्या व फुले समान वाटुन घेतले असता भाविकाला 14 कंच्या आणि विमलाला 90 फुले मिळाली.. परंतु विमला खुष नाही. तिला वाटते कि तिने भाविकाला जास्त फुले दिली आणि भाविकाने दिलेल्या कंच्या कमी आहेत .

तुम्हाला काय वाटते ?

हा प्रश्न सोडविन्यासाठी विमलाची आई पुजा कडे गेल्या. पुजाने स्पष्ट केले कि 28 कंच्या पैकी भाविकाने 14 विमलाला दिल्या .

SCERT TELANGANA

म्हणुन गुणोत्तरात 14 : 28 = 1 : 2 आहे.

तसेच 180 फुलापैकी विमलाने 90 फुले भाविकाला दिली

म्हणुन गुणोत्तर 90 : 180 = 1 : 2.

दोन्ही गुणोत्तर समान असल्यामुळे वाटणी बरोबर आहे .तुम्ही पुजाशी सहमत आहात का ?

उदाहरण -7.राजु आणि भारतने त्याचे मिळुन 20 पेनसिल आनल्या राजुने 12 रुपये आणि भारतने 18. रुपये दिले. त्या पेनसिल दोघात वाटल्या आहेत .

सोडवनुक: (i) भारत म्हणाला प्रत्येकी 10 पेनसिल (ii) राजु म्हणाला भारतला 12 पेनसिल आणि त्याला 8 पेनसिल कोणाचे बरोबर आहे ? तुमचे उत्तर सांगा .

राजु आणि भारतने दिलेली रक्कम = 12:18

= 12 ÷ 6 : 18 ÷ 6

= 2 : 3

भारत नुसार पेन्सीलचे गुणोत्तर = 10 : 10

= 10 ÷ 10 : 10 ÷ 10

= 1 : 1

त्यानी काढलेल्या रक्कमेच्या प्रमाणात पेन्सीलची वाटणी समान नाही.

राजु नुसार पेन्सीलचे गुणोत्तर = 8 : 12

= 8 ÷ 4 : 12 ÷ 4 [म.सा.वि. = 4]

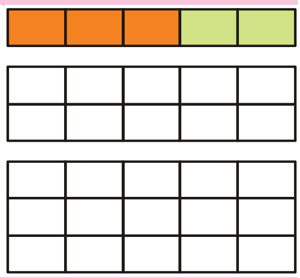
= 2 : 3

सोप्या वाटणीसाठी एकुन पेन्सीलच्या संखेचें गुणोत्तर आणि त्यानी काढलेल्या रक्कमेचे गुणोत्तर समान असले पाहिजे. म्हणुन राजुचे बरोबर आहे आणि राजुला. 8 पेन्सील मिळाल्या पाहिजे. भारतला 12 पेन्सील मिळाल्या पाहिजे.

प्रयत्न करा

दिलेल्या चौरसाकार रेषेच्या कागदावर 5 चौरसा पैकी 3 लाल रंगाच्या आणि 2 चौरस हिरव्या रंगाचे दिले आहे .

जर 10 चौरस दिले असता त्यापैकी किती लाल रंगाचे आणि किती हिरव्या रंगाचे आणि ते आकृतिच्या प्रमानात असले पाहिजे.



एक-मान पद्धत

खालिल घेवु

रवि 3.कि.ग्राम टंमाटे विकत घेण्यासाठी गेला. एक दुकानदाराने त्यास. 5 कि.ग्राम्र. टंमाट्याची किमंत 40 रुपये सांगितली दुसऱ्या दुकानदाराने 6 कि.ग्राम. टंमाट्याची किमंत 42 रुपये सांगितली. रवि काय करिल?

त्याला पहिल्या दुकानदाराकडुन घ्यायला पाहिजे का दुसऱ्या दुकानदाराकडुन. प्रत्येक घटनेत तो 3 कि.ग्र.साठी किती पैसे देतो?

SCERT TELANGANA

श्रीदेवीने मदत केली. ती म्हणाली प्रत्येक दुकानाच्या एक कि.ग्र.टंमाटयाची किमंत माहित करा आणी त्याची तुलना कर.

पहिल्या दुकानातिल 1 कि.ग्राम टंमाटयाचि किमंत रु . 40/5 = रु .8 प्रति कि.ग्राम

दुसऱ्या दुकानात 1 कि.ग्राम टंमाट्याची किमंत 42/6 = रु 7 प्रति कि.ग्राम

तिने रविला दुसऱ्या दुकानदाराकुन टंमाटे विकत घयायचा सल्ला दिला जर दुसऱ्या दुकानापेक्षा टंमाटेखराबनसेल तर तुम्ही तिच्याशी सहमत आहे का ?

1 कि.ग्राम टंमाट्याची किमंत 7. रु आहे

तर 3 कि.ग्राम टंमाटयाचि किमंत = 7×3 रु

= 21.रु

ज्या पद्धतीत आपण पहिल्यांदा एका एककाची किंमत माहीत करतो. नंतर आवश्यक एककाच्या संख्येची किंमत माहित करतो. यास एकसंख्या पद्धत किंवा एकमाण पद्धती असेही म्हणतात

उदाहरण -8. जर 12 पेनसिलची किंमत 24रु. आहे. तर 10 पेनसिलची किंमत माहित करा ?

सोडवनुक: प्रथम आपनास एका पेनसिलची किंमत काढण्यासाठी 24 रु.ला 12.रु ने भाग दयावा लागतो .

12 पेन्सीलची किंमत = रु 24

एका पेन्सीलची किंमत = $24 \div 12$ = रु 2

10 पेन्सीलची किंमत = 2×10 = रु 20

10 पेनसिलची किंमत रु 20.आहे.

उदाहरण -9. 6 बॉटल रसाची किंमत 210 रु. आहे तर 4 बॉटल रसाची किंमत काय होइल?

सोडवनुक: 6 बॉटल रसाची किंमत 210 रु. आहे.

1बॉटल रसाची किंमत = $210 \div 6$ = रु 35

1बॉटल रसाची किंमत रु. 35 आहे.

4 बॉटल रसाची किंमत काढन्यासाठि 1 बॉटल रसाच्या किंमतिला 4 नि गुणाकार करावा लागते

1बॉटल रसाची किंमत 35 रु.

4 बॉटल रसाची किंमत = 4×35 = रु. 140

4 बॉटल रसाची किंमत 140 रु. आहे

प्रश्न संग्रह - 11.4

1. जर तीन सफरचंदाची किमंत 45 रु. आहे. तर पाच सफरचंदाची किंमत किती होइल ?
2. लक्ष्मीने 56 रुपयात 7 पुस्तके आणली. तर तिला फक्त 3 पुस्तकाची किती किंमत द्यावी लागेल ?
3. 4 जनांना भाजी -पुलावचे जेवन बनवायला तिला 300 ग्राम तांदुळ पाहिजे. तर सारखा पुलाव 7 जनासाठी बनवायचा असल्यास किती तांदुळ लागतील ?
4. 16 खुर्च्याची किंमत 3600 रुपये आहे. 4500 रुपयात किती खुर्च्या खरेदी करता येतील?

SCERT TELANGANA

5. स्थिर गतिने धावणारी रेल्वे 2 तासात.90 किमी अंतर पार करते त्याच गतिने 540 किमी. अंतर कापण्यासाठी रेल्वेला किती वेळ लागेल.?

6. कुमारचे 3महिन्याचे उत्पन्न 15000रुपये आहे जर त्याने तेवढीच रक्कम एका महिन्यात कमविली तर -

(i) 5 महिन्यात तो किती कमावेल.

(ii) किती महिन्यात तो 95000 रुपये कमावेल ?

7. 7 मीटर कापडाची किंमत 294 रुपये आहे तर 5 मीटर कापडाची किंमत काढा ?

8. एका शेतकऱ्याजवळ मेंढ्या आणि गायी 8 : 3 गुणोत्तरात आहेत.

(i) शेतकऱ्याजवळ किती मेंढ्या असलीत जर त्याच्या जवळ 180 गायी आहेत ?

(ii) शेतकऱ्याजवळ असलेल्या एकुन प्राण्याचे त्याच्या जवळ असलेल्या एकुन गायीशी गुणोत्तर

9. 3, 5, 15, 9 प्रमाणात आहे का? आपण त्याचा क्रम बदलल्यास आपण प्रमाणित जोड्याचा? विचार करु शकते का ? शक्य तेवढ्या प्रमाणात असलेली विधाने वरिल उदाहारनासाठी लिहा ?

10. मागील 30 दिवसात तापमान 15 डिग्री सेल्सीयसने खाली आले. तापमान खाली येण्याचा दर सारखा असतांना समोरील 10 दिवसात किती तापमान खाली येइल ?

11. खालील रिकाम्या जागा भरा.:

$$\frac{15}{18} = \frac{\square}{6} = \frac{10}{\square} = \frac{\square}{30}$$

12. (i) हॉलची रुंदी आणि लांबीचे गुणोत्तर 2: 5.आहे. खालील तक्ता पुर्ण करा, ज्यामध्ये हॉलची काही शक्य तेवढ्या रुंदी आणि लांबी दिलेली आहे .

हॉलची रुंदी (मीटरमध्ये)	10	?	40
हॉलची लांबी (मिटरमध्ये)	25	50	?

(ii) हॉल तुमच्या वर्गाच्या खोलीच्या लांबी आणि रुंदीचे गुणोत्तर काढा .

13. गीता एका महिन्यात 12000 रुपये कमावते. व त्या पैकी ती 3000 रुपये बचत करते. तर गुणोत्तर काढा ?

(i) खर्चाचे बचतशी (ii) बचतचे उत्पनाशी (iii) खर्चाचे उत्पनाशी.

14. एका कार्यालयात 45 व्यक्ती काम करीत आहेत. स्त्रीयांची संख्या 25 आहेत आणि उरलेले पुरुष आहेत तर त्याचे गुणोत्तर काढा .

(i) स्त्रीयांच्या संख्येचे पुरुषांच्या संख्येशी

(ii) पुरुषांच्या संख्येचे स्त्रीयांच्या संख्येशी .

15. एका मिठाईच्या पिशवीत पिवळी आणि हिरवी मिठाई आहे. प्रत्येक 2 पिवळ्या मिठाईसाठी तेथे 6 हिरवी मिठाई आहे. वरिल माहितीवरुन ही सारणी पुर्ण करा .

पिवळी मिठाई		4	6		
हिरवी मिठाई	6	12		24	
एकुन मिठाई	8		24		40

SCERT TELANGANA

आता खालील प्रश्नाची उत्तरे द्या.

(i) हिरव्या आणि पिवळ्या मिठाईचे गुणोत्तर काढा ?

(ii) जर तुझ्याजवळ 8 मिठाई आहे. तर तुझ्याकडे किती हिरवी मिठाई असेल ?

(iii) जर मध्यम आकाराच्या पिशवीत 32 मिठाई असेल तर पिवळी मिठाई होईल ?

(iv) मोठ्या आकाराच्या पिशवीत 40 मिठाई आहेत तर हिरवी मिठाई किती होईल.?

(v) मिठाईच्या वाटीत 16 पिवळया मिठाई आहेत त्या वाटीत एकुन किती मिठाई आहेत ?

16. एका शाळेच्या पाहनी वरुन असे आढळुन आले कि प्रत्येक 4 मुलीसाठी तेथे 5 मुले आहेत. खालिल तक्ता भरा.

मुली	4	8			
मुले			15	20	
एकुन					45

आता खालील प्रश्नाची उत्तरे द्या.

(i) मुलीचे आणि मुलांचे गुणोत्तर काय आहे ?

(ii) 27 मुलांच्या वर्गात किती मुली असेल ?

(iii) वर्गात 54 मुलं आहेत तर किती मुली आहेत ?

(iv) जर एका वर्षात 20 मुली भरती झाल्या तर किती मुले भरती होणार ?

आपण काय चर्चा केली ?

1. गुणोत्तर समान एककाच्या राशीची क्रंमवार तुलना होय

2. **a'** आणि **'b'** या दोन राशीचे गुणोत्तर खालील पैकी कोणत्याही रुपात दर्शविता येते

   (i) संज्ञेच्या रुपात a : b (ii) आपुर्णांकाच्या रुपात $\frac{a}{b}$ (iii) शब्दाच्या रुपात a' शि b ला

3 'a' आणि 'b' दोन राशिंना गुणोत्तराची पदे म्हणतात पहिली राशी **'a'**ला पहिले पद किंवा पुर्वपद आणि दुसरी राशी **'b'**ला दुसरे पद किंवा उत्तरपद म्हणतात **.**

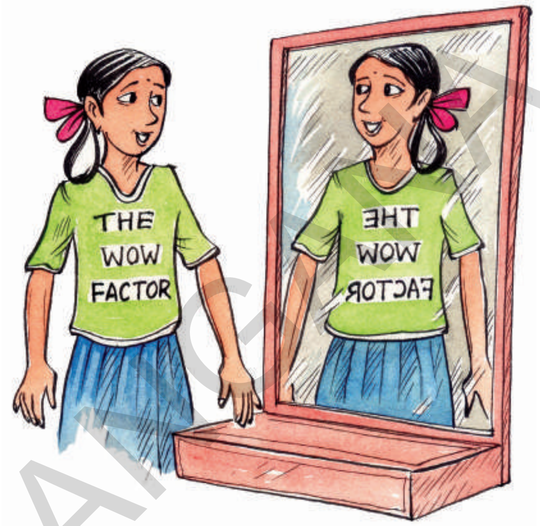
4. गुणोत्तर हे संक्षिप्त रुपात किंवा लहान पदात असते. जेव्हा आपण त्यास पुर्ण संख्येच्या रुपात लिहतो ज्याला 1शिवाय कोणताही सामान्य अवयव नसतो.

5. गुणोत्तराच्या समानतेस प्रमाण म्हणतात.

6. ज्या पध्दतीत आपण पहिल्यांदा एका एककाची किंमत काढतो आणि नंतर आवश्यक एककाच्या संख्येची किंमत माहित करतो त्यास एकमान संख्या पध्दत म्हणतात .

सममिती

12.1 परिचय



शिरीषा कपडे घालत होती.तिच्या लक्षात आले की T-शर्ट वर काही मनोहर अक्षरात लिहीलेल आहे. T-शर्टवर लिहीलेल्या "THE WOW FACTOR", या तिन शब्दापैकी फक्त "WOW" हा शब्द आरशात सारखा दिसत होता. नतंर तिने काही सारखे जुने अक्षरमालाचे कार्ड घेतले आणि तिने कोणते अक्षर आरश्यात सारखे दिसते का याची तपासणी केली.

सिरीषाने आरश्याशी खेळणे सुरु केले तिने आरश्यात समोर काही निरनिराळी अक्षरे समोर ठेवुन त्याचे परावर्तन पाहीले.

हे करुन पहा

प्रत्येक अक्षराचे आरशातील प्रतिबिंबात जोड्या लावा.

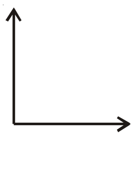
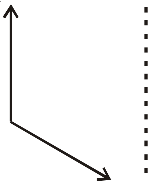
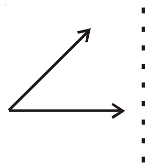
	अक्षरमाला	प्रतिबिंब
(i)	B	ь
(ii)	L	8
(iii)	N	M
(iv)	M	И
(v)	P	T
(vi)	T	⅃

अशा प्रकारच्या अजुन अक्षरमालेची आणि शब्दांची ज्याचे आरशातील प्रतिबिंब सारखे आहे या बददल विचार कराल का ?

SCERT TELANGANA

प्रयत्न करा

1. टिंबानी काढलेल्या रेषेसमोर आरसा ठेवुन त्यांचे प्रतिबिंब काढा

(i)  (ii)  (iii) 

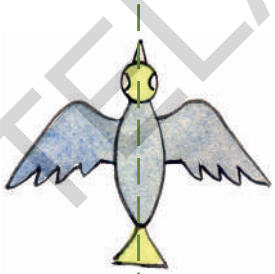
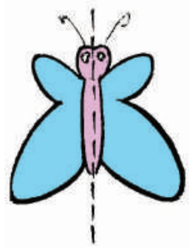
तुम्हाला काही बदल दिसतो का ?

प्रतिबिंब कोन आणि दिलेल्या आकृतीतील कोन समान आहेत का ?

परावर्तन होत असताना तुम्ही पाहीले असाल कि परावर्तन सम्मीतीच्या उभ्या अक्षावर, डाव्या हाताकडील कोन हा उजव्या हाताकडे व उजव्या हाताकडील कोन हा डाव्या हाताकडील प्रतिमेत दिसतो. त्याचप्रमाणे परावर्तन सम्मीतीच्या आडव्या अक्षावर वरचे खाली आणि खालचे वर दिसते.

12.2 रेषा सममिती

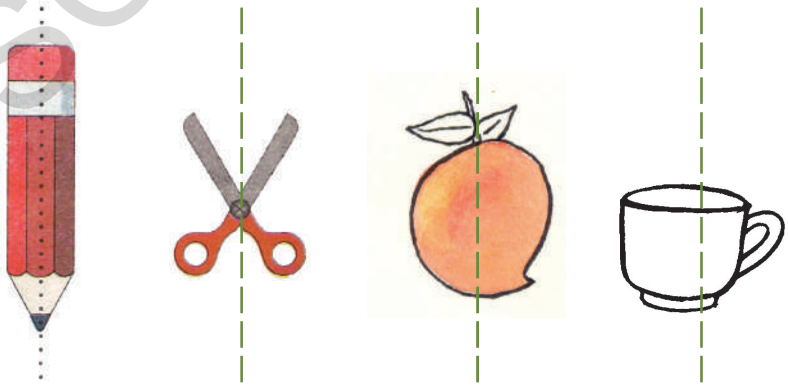
खालील आकृत्या पहा .तुम्हास काय दिसुन येते.

वरिल आकृती सुंदर आणि सम्मीती आहेत. जर दिलेल्या टिंबाच्या रेषेवरुन आकृतीत दिलेल्या एक भाग अचुक पणे एकमेकावर येतो. यालाच रेषा सम्मीती म्हणतात

हे करा

खाली दिलेल्या आकृत्यावरुन कोणती सम्मीत आकृती आहे ती



मोहीतने टिंबाच्या रेषेवर आरसा ठेवला आकृती ही प्रतिमेने पूर्ण होते कीवा नाही हे त्याने माहित केले मोहीत ने केलेले बरोबरे आहे का तुम्हाला काय वाटते

SCERT TELANGANA

आपण प्रत्येक आकृतीची सम्मीती रेषा काढु शकतो का ?

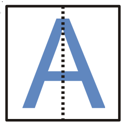
खालील आकृतीचे निरीक्षण करा

(i) **M** (ii) **G** (iii)

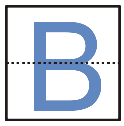
आपणास दिसुन येते की पहिली आणि तिसरी आकृती सम्मीती आहे. पहिल्या आकृती मध्ये सम्मीतीची रेषा उभी व मधात आहे. आणि तिसऱ्या पक्षाच्या आकृतीत सम्मीत रेषा आडवी आहे

ज्या रेषेवर आपण आकृतीची घडी केल्यास त्या आकृतीचे दोन भाग पडुन एकमेकास तंतोतंत मीळतात त्यास सम्मीत रेषा असे म्हणतात.जी उभी किंवा आडवी किवा तिरकस असते

बाराखडी सोबत खेळ



इंग्रजी अक्षर A हे आकृतीच्या कागदावर लिहा.त्यावर उभी टींबाची रेषा मधातुन काढा त्यास त्या टिंबाच्या रेषेपासुन घडी करा. दोन्ही भाग एकमेकास तंतोतंत जुळतात. टिंबाची रेषा आहे आणि बाराखडीला उभी सम्मीती असते



याच प्रमाणे B च्या संदर्भात सम्मीत रेषेची तपासणी करा इथे आपण बघतो की बाराखडीला आडवी सम्मीत रेषा असते.

प्रयत्न करा

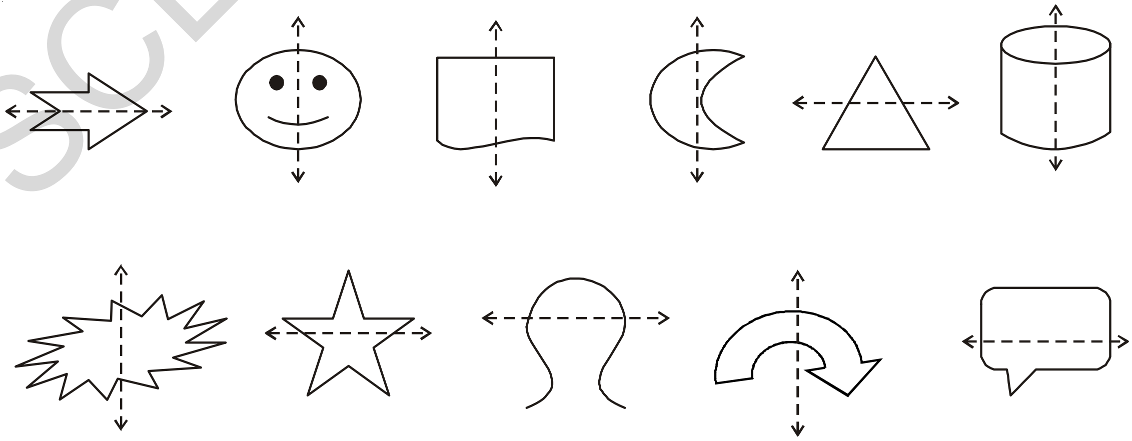
इंग्रजी बाराखडी A पासुन Z पर्यंत लिहा आणि माहीत करा की त्या पैकी कोणत्या अक्षरात

(i) उभी सममित रेषा

(ii) आडवी सममित रेषा

(iii) सममित रेषा नाही

हे करुन पहा



SCERT TELANGANA

प्रयत्न करा

सम्मीत रेषा असणाऱ्या कोणत्याही पाच वस्तुची आकृती काढा .

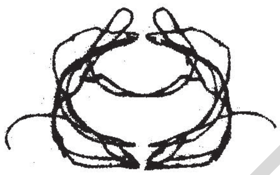
सम्मीत नसणाऱ्या कोणत्याही पाच वस्तुची आकृती काढा

कृती

एका कागदाचा तुकडा घ्या. त्यास अर्ध्यातुन घडी करुन उघडा. त्यावर शाईचे काही थेंब टाकुन घडी करा. दोन्ही अर्धेभाग एकत्र दाबा आणि घडी उघडा. तुम्हाला सम्मीत आकार दिसेल. त्या आकृतीसाठी सम्मीत रेषा काढा. अशा प्रकारे वेगवेगळी सम्मीत आकृती वेगवेगळ्या रंगात काढा.

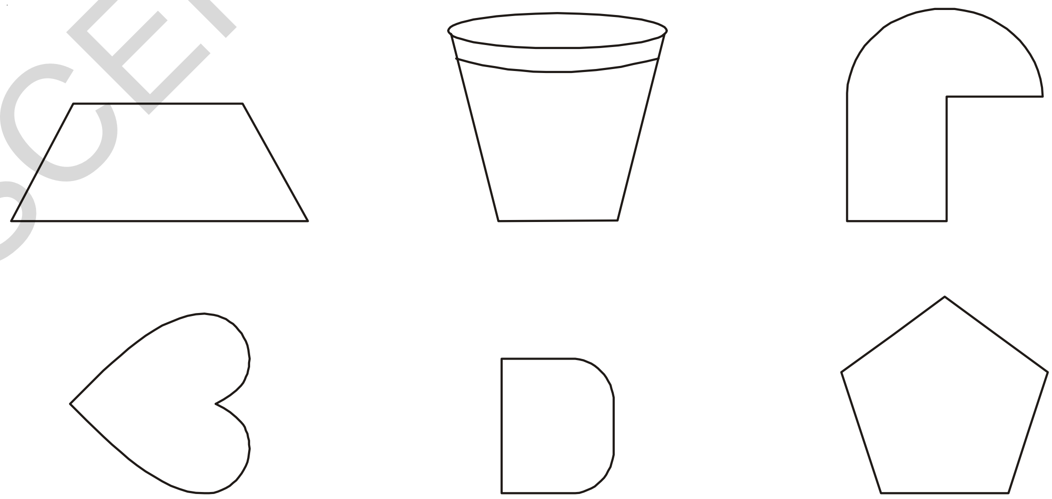
शाई -दोरीचा नमुना

कागदास अर्ध्यातुन घडी करुन उघडा. लहाण आकाराची वेगवेगळ्या रंगात किवा पेंट मध्ये बुडवीलेले दोरी अर्ध्या भागत ठेवा. आता दोन्ही भाग एकत्र दाबुन उघडा. तुम्हास आलेल्या आकृतीचा अभ्यास करा ती सम्मीत आहे का सम्मीती रेषा ओळखा.



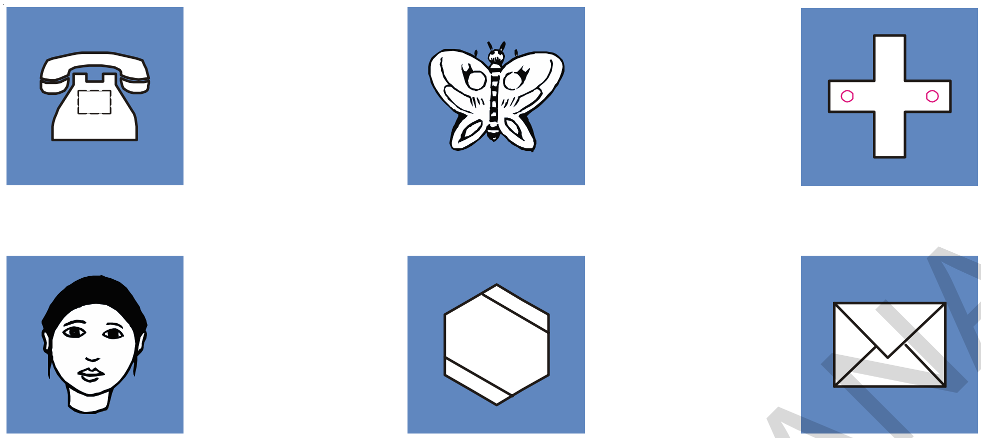
प्रश्न सग्रह - 12.1

1. खालील आकृत्या सम्मीत आहे किंवा नाही तपासुन पहा. सम्मीत रेषा काढा.

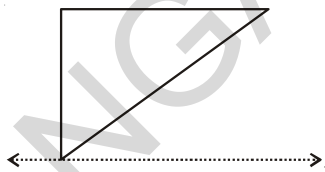


SCERT TELANGANA

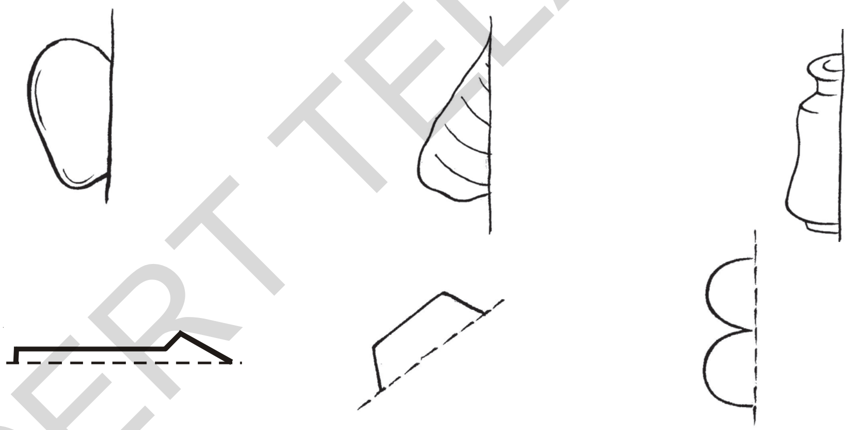
2. प्रत्येक आकृती साठी शक्य तेवढ्या सम्मीती रेषा काढा



3. आकृती ℓ ही सम्मीत रेषा आहे.
समिती करण्या साठी आकृती पुर्ण करा.



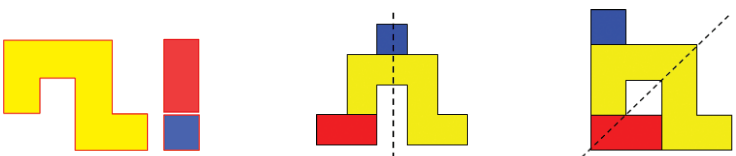
4. टिंबाच्या सम्मीत रेषेवरुन आकृत्या पुर्ण करा .



खेळ

खाली तिन वेगवेगळे आकार दिले आहेत.

या तीन आकृतीवर मीनाक्षी आणि राहुल ने वेगवेगळ्या सम्मीत आकृत्या तयार करण्यासाठी प्रत्यन केला.



आकार   सम्मीत आकार   सम्मीत आकार

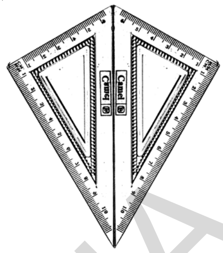
बाजुच्या तीन आकारावर गिरवून सम्मीती आकार बनवा. तुमच्या जोड्या करुन तपासणी करा. कोण जास्त सम्मीत आकार तयार करते बघा?

SCERT TELANGANA

12.3 पतंग

पतंग

तुमच्या गणितीय पेटीत दोन गुण्या असतात. त्या पैकी कोनाची मांपे 30º, 60º, 90º असतात



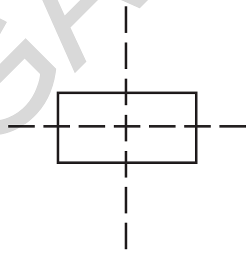
आशाप्रकारची दोन गुण्या घ्या त्यास बाजु बाजुला ठेवाल्यास पतंगाचा आकार तयार होतो.

या आकारस किती सममित रेषा आहे.?

काही आकारस एकापेक्षा जास्त सम मीत रोषा असतात याचा तुम्ही विचार केला का ?

चौरस

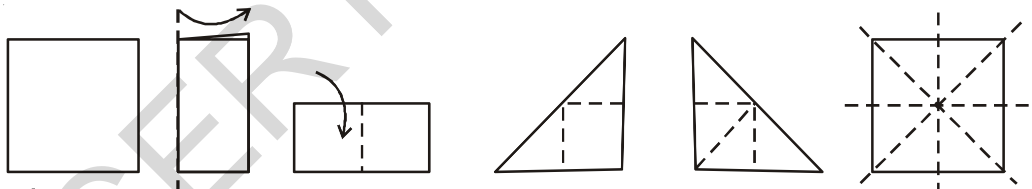
आयताकार कागद (पोस्ट कार्ड सारखा) घ्या त्यास लांबीनुसार अशी घडी करुरा कि एक भाग बरोबर दुसऱ्या भागावर अला पाहीजे अशी घडी सम्मीत रेषा होते का? त्यास उघडा आणि पंरतु रुंदीनुसार त्याची घडी करा या दुसऱ्या घडीला सुद्धा सम मीत रेषा असते का ? कारण?



या दोन्ही घड्यात सम मीत रेषा आहेत हे तुम्ही माहीत करु शकता का ? चौरसाचा कागदाचा तुकडा घ्या .त्यास असी उभी घडी करा की त्यांचे कडा एकमेकावर आले पाहीजे घडी उगडा आणि तुम्हाला दिसुन येते की घडीमुळे तयार झालेली दोम्ही भाग एकरुप असतात त्या कागदाच्या मधातील घडी वरुन सम्मीतरेषातयार होईल अशा वेगवेगळया कोनावरुन कागदाच्या घड्या कारायचा प्रत्यन करा

शक्य तो किती घड्या बनतात?

चौरसाला चार सममीत रेषा असतात



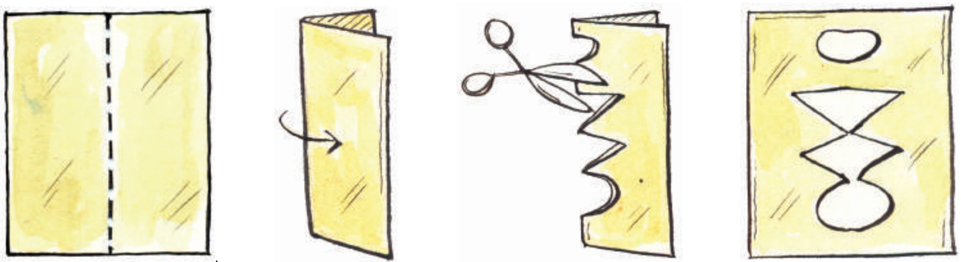
चौरसाकार कागद | उभी घडी | आडवी घडी | तिरकस घडी | दुसरी तिरकस घडी | खुल्या आशा दिसणाऱ्या घड्या

समभुज आणि समद्वीभुज त्रिकोण घ्या या प्रत्येक आकृतीला किती सम मीत रेषा आसतात?

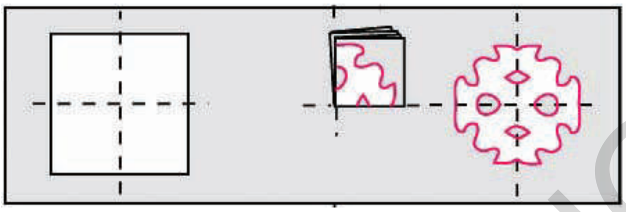
सममित्तीच्या साहाय्याने कागद कापणे.

तुम्ही गणतंत्र दिन आणि प्रजासत्ताक दिवसी तुमचा वर्ग रंगीत कागदाने विविध आकारात कसा सजविता हा आकार कसा कापतात तुम्हास माहीत आहे का ?चौरस पेपर घ्या आणि त्याची मधातुन उभी घडी करा आकृतीत दाखविल्या प्रमाणे आकार तयार करुन कागदास त्याच्या कडेवरुन कापा. आणि त्यास उघडुन पहा त्यात एक सममीत रेषा असते

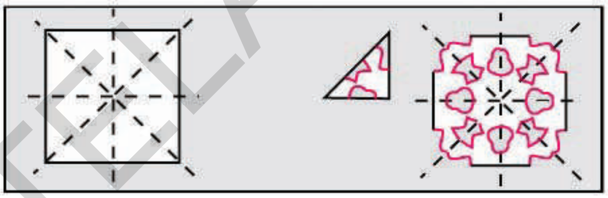
SCERT TELANGANA



चौरसाकार कागद घेवून त्यास मधोमध उभी आणि आडवी घडी करा. त्या घडीवर चांगला आकार (designs) काढा. आणि आकृतीत दाखविल्या प्रमाणे त्यांच्या कडेवरुन कागद कापा. नंतर उघडा आणि सम्मीतीच्या आकार पहा. यास दोन सम्मीत रेषा असतात.



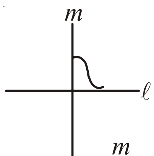
एक चौरस कागद घेऊन त्यास उभ्या-आडव्या आणि तीरकस रितीने घडी करा. आकृतीत दाखविल्या प्रमाणे त्या घडीवर चांगले नमुने काढून त्याच्या कडे पासुन त्यास कापा त्यावरुन चार रेषांची सम्मीती दिसते. अशा प्रकारचे अजुन नमुने तयार करा.



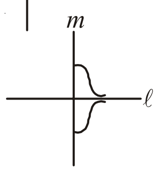
विचार करा आणि चर्चा करा आणि लिहा

1. जर कागदाची चार वेळा घडी केली असता कागद कापल्या नंतर किती सम्मीती रेषा बनतात.
2. कागदाची घडी कुपुन चार सारख्या आकृती बाजु-बाजुला कापा किती घड्याची आवश्यकता असते.

सममित आकृती कशी काढाल.

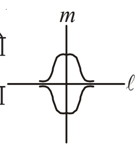


(i) चला बाजुला दिलेल्या आकृतीला दाखविल्या प्रमाणे आकृती काढणे सुरु करु या.



(ii) आपणास ती पुर्ण करायला पाहीजे कारण आपणास दोन रेषा सम्मीतीची आकृती येते

(iii) ℓ.रेषेत वक्ररेषा अशारीतीने काढा कि ती आगोदरच्या रेषेची प्रतिममा असली पाहीजे

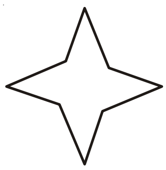


(iv) सम मीती रेषेमध्ये वक्ररेषा अशाप्रकारे काढा कि ती अगोदरच्या रेंषेचे प्रतिमा असली पाहीजे. दोन सम्मीती रेषा असणाऱ्या काही आकृत्या काढण्याचा प्रयत्न करा. सहा सम्मीत रेषा असणाऱ्या आकृतीचा विचार करा.

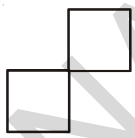
SCERT TELANGANA

प्रश्न संग्रह - 12.2

1. दोन सम्मीत रेषा असलेल्या कोणत्याही पाच मानव निर्मित वस्तु लिहा.
2. दोन कीवा त्या पेक्षा जास्त सम्मीत रेषा असणारी कोणत्याही पाच नैसर्गीक वस्तु लिहा.
3. खालील आकारातील सम्मीत रेषांची संख्या काढा.

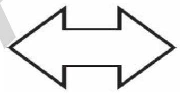
(i) 

(ii)

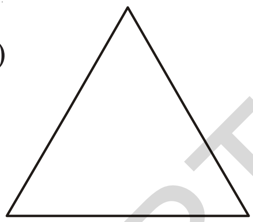
(iii) 

(iv)

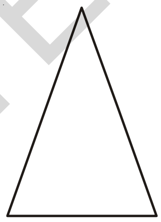
(v)

(vi) 

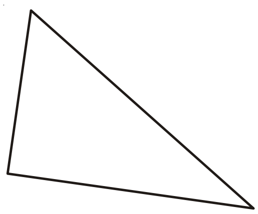
4. शक्य असलेल्या सम्मीत रेषा काढा.

(i) 

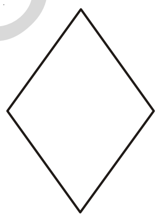
समभुज त्रिकोण

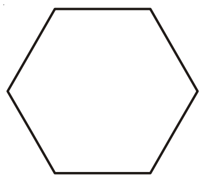
(ii) 

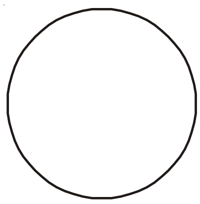
समद्विभुज त्रिकोण

(iii) 

विषमभुज त्रिकोण

(iv) समचर्तुभुज 

(v) षटकोण 

(vi) वर्तुळ 

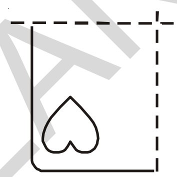
SCERT TELANGANA

5. वरिल प्रश्नावरुन खालील तक्ता पुर्ण करा.

आकार	एकुन सम मीती रेषा
समभुज त्रिकोण	
समद्वीभुज त्रिकोण	
विषमभुज त्रिकोण	
समलंब त्रिकोण	
षटभुज त्रिकोण	
वर्तुळ	

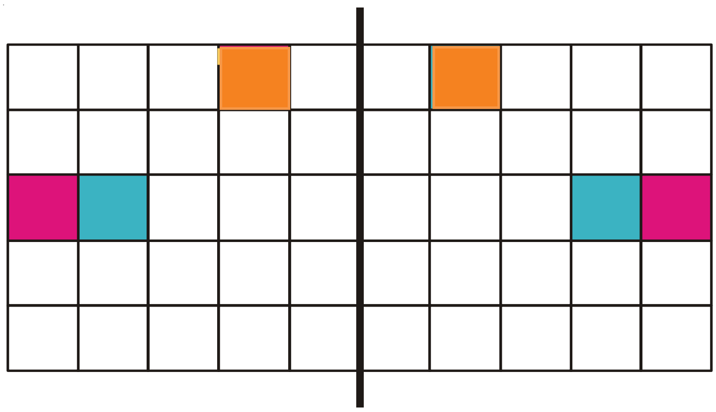
6. काही केलेले कागद आणि नमुने काढलेले आहेत. प्रत्येक संदर्भात रफ आकृत्या त्या नमुने कापल्या नंतर दिसतात.

कागदाची उभी घडी केलेली आहे


कागदाची उभी आणि आडवी केलेली आहे

वर्गाचे प्रकल्प कार्य (8 जनांचा गट पाहुन तुम्ही करु शकता)

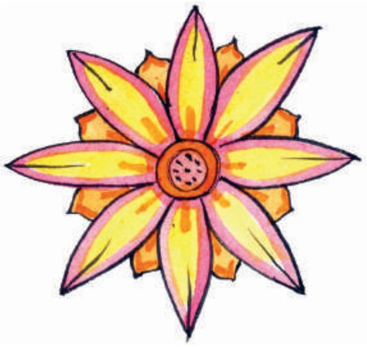
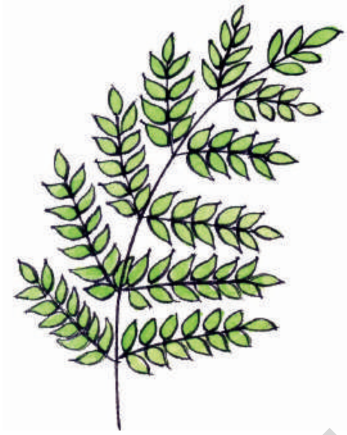
आलेखाचा कागदावर उभी रेषा काढा. (आकृतीत दाखविल्या प्रमाणे) उभ्या सम्मीती अक्षाची एका बाजुच्या एका चौरसात रंग भरा नंतर विध्यार्थ्यांना सम्मीत पहिला चौरस कोणता हे माहित करण्यास सांगुन त्यात रंग भरा. असे केल्या नंतर ति दुसरा कोणताही चौरस निवडुन त्यात रंग भरन्यास नंतरच्या विद्यार्थ्यांना असे करावयास सांगा



SCERT TELANGANA

घरचे प्रकल्प

वातावरणातील सम्मीती आकृत्या गोळा करुन त्याचे एक पुस्तक बनवा. रांगोळीचे नमुने सुध्दा गोळा करा आणि तुमच्या पुस्तकात ठेवा. नमुन्यातील सम्मीत भाग आणि सम्मीत रेषेची जागा दाखवण्याचा प्रयत्न करा. इथे काही उदाहरणे आहेत.

आपण काय चर्चा केली ?

1. जी रेषा काढल्याने आकृतीचे दोन समान भाग पडतात अशा आकृतीस सम्मीत रेषा आहे असे म्हणतात. या रेषेला सम्मीती रेषा म्हणतात.
2. काही आकृतीस सम्मीती रेषा नसते. एकच सम्मीत रेषा, दोन सम्मीत रेषा, अनेक सम्मीती रेषा असतात. इथे काही उदाहरने आहेत.

सम्मीती रेषेची संख्या	उदाहरण
सम्मीती रेषा नसते.	विषमभज त्रिकोण
फक्त एकच सम्मीती रेषा असते	समद्विभुज त्रिकोण
दोन सम्मीती रेषा असतात	आयत
तिन सम्मीती रेषा असतात	समभुज त्रिकोन
अनंत सम मीती रेषा असतात	वर्तुळ

3. सम मीती रेषेचे आरशाच्या परावर्तनाशी जवळचा संबंध आहे जेव्हा आरशाच्या परावर्तनाचा विचार करतो तेव्हा आपणास लक्षात घेतले पाहिजे. डावी ↔उजवीत बदलते.
4. सम मीती चे आपल्या रोजच्या जिवनात पुष्कळदा वापर होतो जसा कला,कोरीव काम,कापड,नमुने बनवीने,भूमीतीय रचना,रागोळी इत्यादी होते .

प्रत्यक्ष भूमिती

धडा - 13

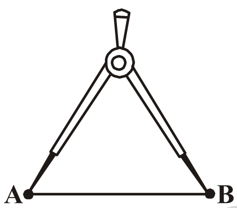
13,1 परिचय

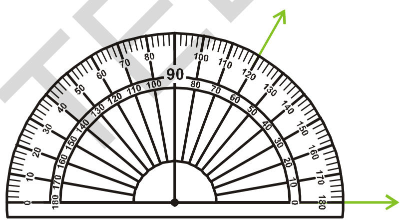
खालील आकारांची पेन्सीलच्या साहाय्याने तुमच्या वहीत आकृती काढा

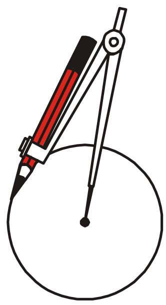
ते सारखेच दिसतात का? त्यांच्या बाजु आणि कोनाची मापे कोनमापकाच्या साहयाने काढा.

खाली तुम्ही काढलेली त्यांची मापे अचुक नाहीत त्यांची अचुक माहीती काढण्यासठी आपल्यास त्यांची अचुक मापे काढावी लागेल ? त्या साठी आपणास उपकरणाची गरज आहे. आपण अशा आकृतीची रचना करणे शिकणार आहोत या धड्यात कर्कटक,कंपास कोनमापक ई. चा वापर इथे करणार आहेत. ही आपली उपकरने (औजार) आहेत. हे सर्व कंपास बॉक्सचे भाग आहेत. चला आपण कंपास बॉक्स पाहु या.

कंपास बॉक्समध्ये काय असतात ? मोजमाप पट्टी(स्केल),कंपास आणि कोनमापक,र्ककटक,गुण्या.ईत्याद मोजमाप पट्टीचा वापर रेषेंची लांबी मोजन्यासाठी,आणि डिवायडरचा वापर समान रेषाखंड किवा रेषेवर बिंदू काढण्या साठी होतो.







Divider (दुभाजक) **Protractror** (कोनमापक) **Compass**

13,1 रेषाखंड

एका कागदावर A आणि B हे दोन बिंदु घ्या.सरळ रस्ता

A पासुन B ला रेषा AB म्हणतात. $\overline{AB}$ ने दर्शवतात.

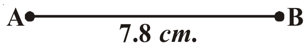
A आणि B बिंदुमधील अंतरात AB. ची लांबी असते जी आपण मोजु शकतो.

13.2.1 दिलेल्या लांबीचा रेषाखंड काढणे

दिलेल्या लांबीचा रेषाखंड आपण दोन प्रकारे काढु शकतो.

SCERT TELANGANA

1. मोजमाप पट्टीचा वापर करुन :समजा आपणास 7.8 से.मी. लांबीचा रेशाखंड काढायचा आहे.



आपन अशा प्रकरे काढु शकतो

7 से. मी. च्या चिन्हा नतंर 8 भागच्या समोर दुसरा बिंदु काढा त्यास B नाव द्या मोजमाप पट्टीच्या साहाय्याने A आणि B ला जोडा B हा 7.8 से.मी चा येणारा रेषाखंड आहे

2. **कंपासचा वापर करुन :**

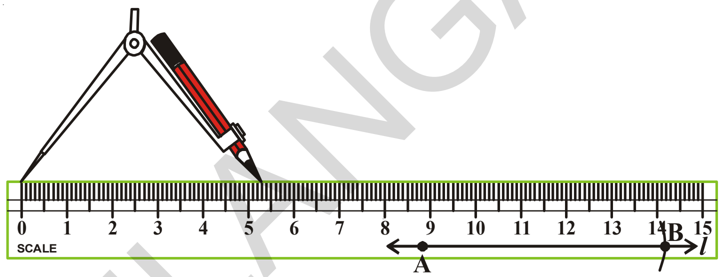
समजा आपणास 5.3 सेमी चा रेषाखंड काढायचा आहे

रचनेच्या पायऱ्या :

पायरी -1: रेषा काढा रेषेवर A बिंदु दर्शवा

पायरी -2: कपासाचे एक टोक मोजमाप पट्टीच्या शुन्य चिन्हावर ठेवा कंपासाला अशारीतीने उघडा की तो मोजमाप पट्टी ला 5.3 से. मी. वर स्पर्श केला पाहिजे

पायरी -3 रेषे बिंदु वर टोक ठेवुन *l* रेषेला कापणारा एक चाप काढा रेषा जेथे कापते त्या ठिकाणी एक बिंदु B हे नाव द्या



पायरी -4 : l, रेषेवर आपणास आवश्यक लांबीचा AB रेषाखंड मिळतो.

प्रश्न संग्रह 13.1

1. मोजमापपट्टी आणि कंपासच्या सहाय्याने 6.9 लांबीचा रेषाखंड काढा
2. मोजमाप पट्टी (स्केल) वापर करुन 4.3 से.मी. रेषाखंड काढा
3. 6 से.मी. MN रेषाखंड काढा त्यावर कोणता ही बिंदु 0 काढा MO ,NO आणि MN मोजा तुम्हाला काय काढळले
4. 12 से,मी लांबीचा $\overline{AB}$ रेषाखंड काढा $\overline{AB}$ रेषाखंडावर C बिंदु असा दर्शवा कि $\overline{AC}$ = 5.6 से,मी. $\overline{CB}$ लांबी काय होईल $\overline{CB}$ ची लांबी मोजा
5. AB = 12 से मी दिले असता

(i) वरिल आकृतीवरुन खालील रेषाखडाची लांबी मोजा

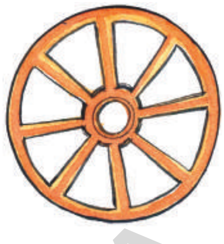
(a) $\overline{CD}$ (b) $\overline{DB}$ (c) $\overline{EA}$ (d) $\overline{AD}$

6. $\overline{AB}$ = 3.8 -से मी $\overline{MN}$ $\overline{MN}$ ची रचना कंपासाने आशी करा कि ही रेषा तिप्पट असला पाहिजे मोजमाप पट्टीचा वापर तपासुन पहा. $\overline{AB}$.

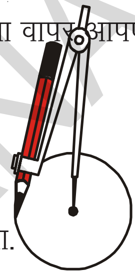
SCERT TELANGANA

13.3 वर्तुळाची रचना

इथे दाखविलेल्या चक्राकडे पहा. त्याच्या सिमेवरील प्रत्येक बिंदु हा केद्रबिंदु पासुन समान अंतरावर आहे. अशा प्रकारच्या इतर वस्तु विषयी विचार करा. त्यांची 5 उदाहरने द्या. अशा आकाराची वस्तु आणि आकृती कशी काढाल?



आपण या साठी बांगड्या, वाटीचा वरचा भाग, ताट आणि ईतर वस्तुचा वापर करतो. या एका विशीष्ठ प्रकारच्या मापानी बनलल्या आहेत. दिलेल्या त्रिजेवरुन कर्कटाच्या साहयाने आपण वर्तुळ काढू शकतो. वर्तुळाची रचना करण्यासाठी खालील पायऱ्याचा वापर आपण करतो.



रचनेच्या पायऱ्या

पायरी -1 आवशाक त्रिजेवरुन कर्कटक उघडा समजा उदाहरणात 3.7

पायरी -2 पेन्सीलीच्या साहाय्याने बिंदुची खूण करा. दोन केद्रबिंदु आहेत त्यास O ने दर्शवा.

पायरी -3 कर्कटकाचे टोक O बिंदुवर ठेवा.

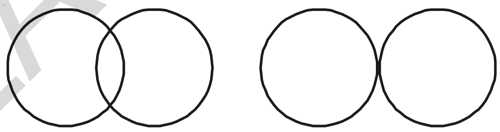
पायरी -4 तिचा धातुचा बिंदु न फीरविता, पेन्सीलीला हळु-हळु तिच्या सुरुवातीच्या बिदुवर येई पर्यंत फीरवा.

प्रयत्न करा

एकाच त्रिजेची दोन वर्तुळे अशी काढा की

(i) वर्तुळ दोन बिंदुवर छेदतील

(i) एकमेकास एकाच बिंदुवर स्पर्श करतील



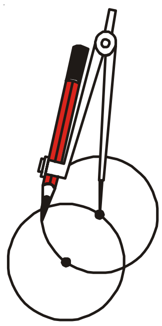
(i) (ii)

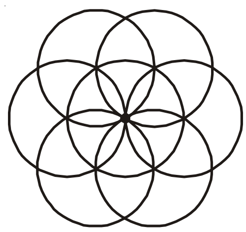
प्रश्न संग्रह 13.2

1. 4 से.मी. त्रिजेचे एक केद्रबिंदु असणाऱ्या वर्तुळाची रचना करा.
2. 10 से.मी व्यास आणि M केद्रबिंदु असणाऱ्या वर्तुळाची रचना करा.
3. 2 से.मी. 3 से.मी. आणि 4 से.मी. त्रिज्या असणारे आणि P एकच केंद्र बिंदु असणाऱ्या चार वर्तुळांची रचना करा
4. कोणतेही एक वर्तुळ काढुन त्यावर तिन बिंदु A, B आणि C असे अंकीत करा की.
   (i) A वर्तुळावर असला पाहीजे.
   (ii) B वर्तुळावर असला पाहीजे.
   (iii) C वर्तुळावर बाहेर असला पाहीजे.

कृती

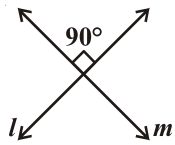
तुमच्या ईच्छेनुसार त्रिज्या असणारे वर्तुळ तुमच्या वहीत काढा त्यावर एक बिंदु काढा. त्या बिंदुवर कंपास (कर्कटक) ठेवुन एक वर्तुळ त्रिज्याने बदलतात. ते दोन बिंदुवर परिघास कापतो. दोन्ही बाजुस हीच क्रिया पुन्हा करा. तुम्हाला आकृतीत दाखवील्या प्रमाणे एक सुंदर आकृती तयार होते. तुम्हाला आवडेल तो रंग त्यात भरा.





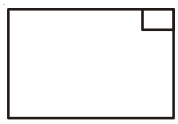
SCERT TELANGANA

13.4 लंबरेषा



आपणास माहित आहे कि दोन रेषा (किरण किवा रेषाखंड) लंब रेषे होतात) जेव्हा त्या अशा रीतीने छेदतात कि त्यामुळे त्याच्यातील काट कोन तयार होतो.

l आणि *m* रेषा लंब आहेत.



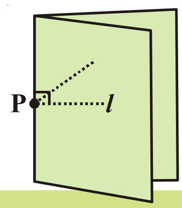
तुमच्या वहीच्या कागदा मध्ये दोन रेषा एकत्र मिळतात आणि काटकोन तयार होतो अशा प्रकारचे दुसऱ्या वस्तु मध्ये रेषा लंबाहून रेषेत मीळतात

1. दिलेल्या रेषेच्या बिंदुवर लंब

कृती

एक कागद घेवुन त्यावर *l* रेषा काढा त्या रेषेवर P बिंदु काढा आता आपण P बिंदपासुन रेषेवर लंब काढु आपण P बिंदुवरुन साधी घडी केली असता घडीच्या दोन्ही बाजु एकमेकावर येतात.

जेव्हा आपण घडी उघडतो तेव्हा क्रिज *l* ला लंब होते



हे करा

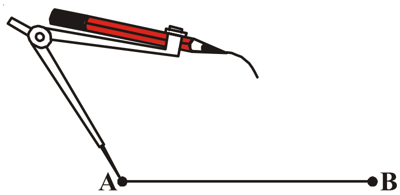
ती लंब आहे किवा नाही हे तुम्ही कसे तपासुन बघाल ? नोंद घ्या कि ती P बिंदुतुन गेली पाहीजे

13.4.1 दिलेल्या रेशाखंडाचे लंबदुभाजक तयार करणे

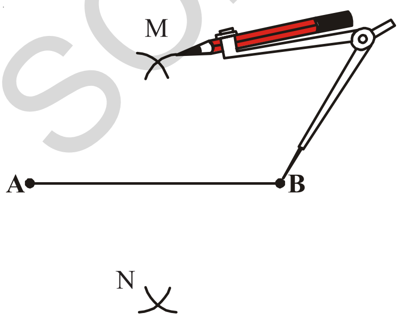
रचनेच्या पायऱ्या

पायरी -1: रेषाखंड काढा

पायरी -2: $\overline{AB}$ रेषाखंडाच्या अर्ध्यापेक्षा जास्त अंतर त्रिज्या घेउन कंपासाला तयार ठेवा

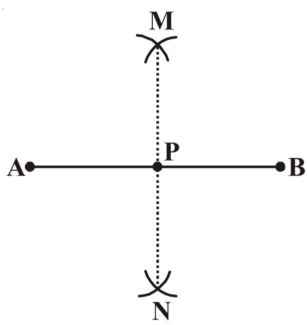


पायरी -3: केंद्रबिंदु समजुन रेशाखंडाच्या खाली आणि वर चाप काढा



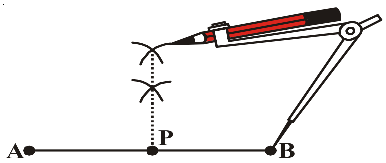
पायरी -4: सारख्या त्रिजेच्या B ला केंद्रबिंदु घेउन रेषाखंडाच्या खाली आणि वर दोन चाप काढा चचे अगोदरच्या चापास कापतील त्या चापाच्या छेदन बिंदुला M आणि N नावे द्या

पायरी -5: Mआणि N बिंदुला जोडा तेव्हा *l* ही रेषा ABची आवशक लंब दुभाजक होते *l* रेषा AB रेषेला येथे छेदते



SCERT TELANGANA

दुसऱ्या पध्दतिचे निरीक्षण करा:



हे करुन पहा

दोन्ही रचनेत $\overline{AP}$ आणि $\overline{BP}$ ची लांबी मोजा ते समान आहेत का ?

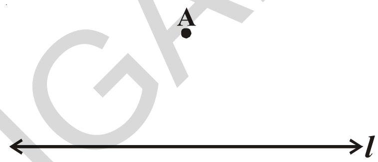
विचार आणि चर्चा करुन लिहा

पायरी -1: मधील लंब दुभाजक जर त्रिजेची लांबी ही - $\overline{AB}$ च्या लांबी रेषा कमी घतली असता काय होते

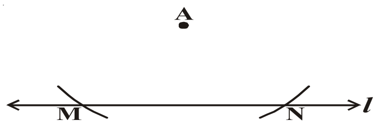
2. बिंदुवर त्याच्या वर नसणारा त्या रेषेचा लंब

रचने मधील पायऱ्या

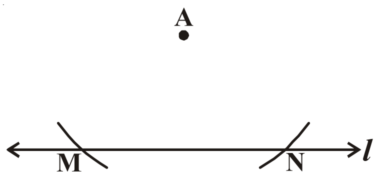
पायरी -2: रेशा काढा आणि *l* बिंदु A जो त्याच्यावर नाही

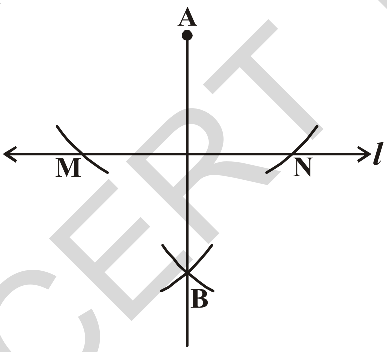


पायरी -3: A केद्रबिंदु वरुन दिलेल्या रेषेवरुन **M** आणि N बिंदुवर छेदणारा एक चापकर्ण काढा



पायरी -4: त्याच त्रिजेच्या ***M*** आणि ***N*** केद्रंबिंदुशी दोन चापकर्ण जे **B** बिंदुवर रेषेच्या दोन्ही बाजुला काढा

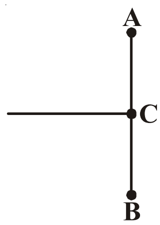




पायरी -5: A आणि B बिंदु जोडा AB हा दिलेल्या रेषेचा लंब होतो

SCERT TELANGANA

1. PQ = 5.8 से.मी. चा रेषाखंड काढा आणि लंब दुभाजक कंपास आणि (ruler) चा वापर करुन काढा.
2. रविने 8.6 से.मी, चा एक रेषाखंड काढला. त्याने AB चा दुभाजक C वर काढला तर AC आणि - BC ची लांबी काढा.
3. (ruler) आणि कंपासच्या साहायाने AB = 6.4काढा त्यांच्या मध्यबिंदु काढा.

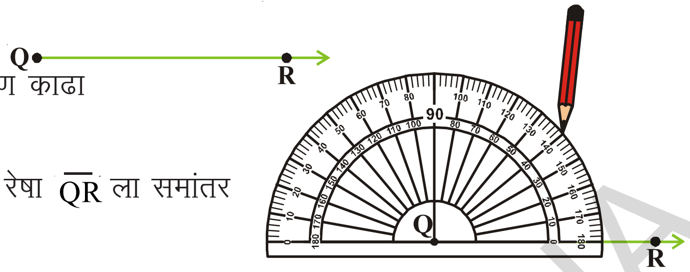


13.5 कोनमापकाच्या साहयाने कोनांची रचना करणे.

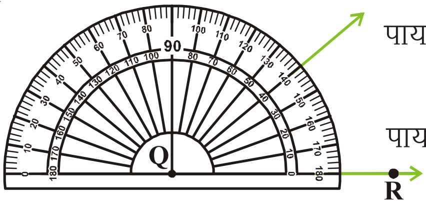
चला $\angle PQR = 40°$.ची रचना करु

रचनेच्या पायऱ्या

पायरी -1 कोणत्यातही लांबीचे QR किरण काढा

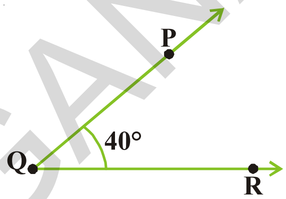


पायरी -२ कोणमापकाचा केंद्रबिंदु Q ठेवुन रेषा $\overline{QR}$ ला समांतर ठेवा



पायरी 3 40°. बिंदुवर खुण करा

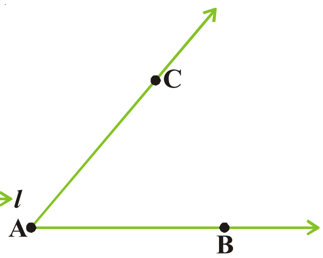
पायरी 4 QP.ला जोडा $\angle RPQ$ हा येणारा कोन आहे.



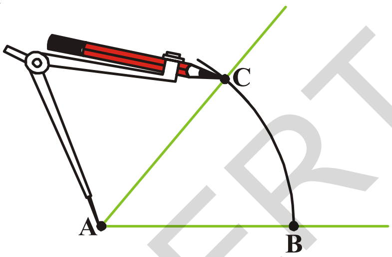
13.6 माहित नसलेल्या आकाराच्या कोनाच्या नकलेची रचना

समजा एककोन (ज्याची माप आपणास माहीत नाही) दिला आहे तो कोन आपणास रचना करायचा आहे.

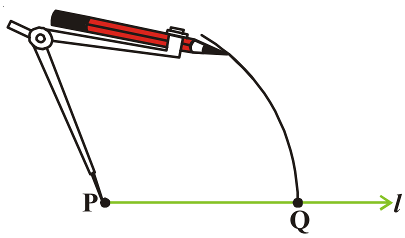
समजा मापे माहीत नसणारा $\angle A$दिला आहे



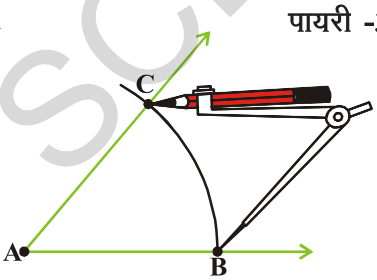
पायरी -1: *l* रेषा काढुन त्यावर P बिंदु निवडा



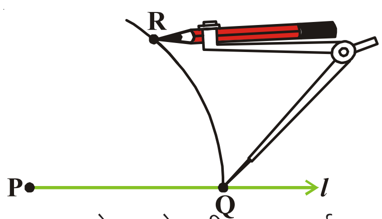
पायरी -2: आता कपासाचे डोक A वर ठेवुन AC आणि AB ला कापणारे एक चापकर्ण काढा



पायरी -3:अशा प्रकारची P बिंदुवरुन *l* ला Q. वर कापणारी दुसरे चापकर्ण काढा.

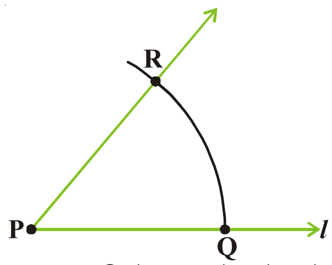


पायरी -4: $\overline{BC}$ ला त्रिच्या समजुम तुमचा कंपास ठेवा.



पायरी -5:कंपासचे ठोक Q वर ठेवुन येणारी चापकर्णास R. वर कापणारे दुसरे चापकर्ण काढा

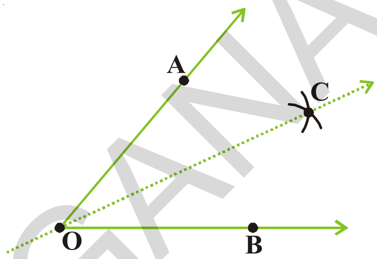
SCERT TELANGANA



पायरी -6: PR ला जोडा या वरुन ∠RPQ.येते त्याची मापणे ∠CAB. ला समान असते म्हणजे

13.7 दिलेल्या कोनाचे कोनदुभाजकाची रचना

I कागद घ्या आणि त्यावर O बिंदुचे चिन्ह लिहा O बिंदु पासुम $\overline{OA}$ आणि $\overline{OB}$ अशी दोम किरम काढा तुम्हाल - ∠AOB मीळस O बिंदुवर कागदाची आशी घडीकार कि किरण -$\overline{OA}$ आणि $\overline{OB}$ तंतोतंत मीळले पाहीजे समजा $\overline{OB}$ ला कागदाची क्रिज समजल्यास ती आपणास घडी उघडल्यानंतर मिळते



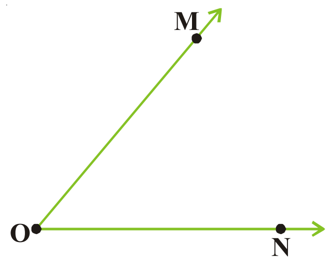
ही साठी सम्मीत रेषा होते

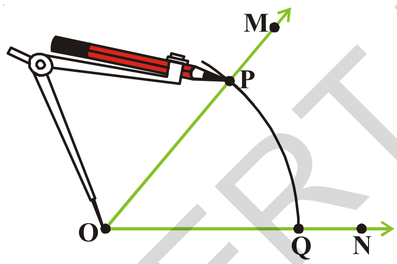
$\overline{OC}$ आणि ∠AOB.मोजा ते समान आहेत का $\overline{OC}$ सम्मीत रेषेला ∠AOBचे कोन दुभाजक म्हणतात

समजा ∠MON.दिलेल्या आहे

रचनेच्या पायऱ्या :

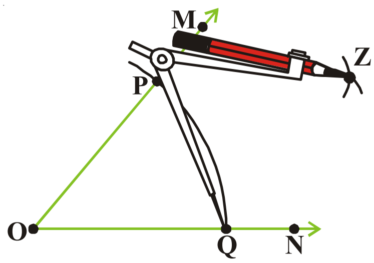
पायरी -1 आणि MONला ON ला P आणि Q बिंदुवर कापणारी O बिंदुवरुन एक योग्य त्रिजेच्या चापकर्ण कढा

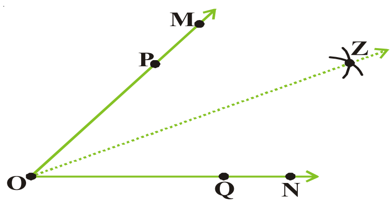




पायरी-2 PQ,बिंदुच्या अंतराच्या अध्यापेक्षा थोडी जास्त त्रिज्या घेउन P केंद्रबिंदु वरुन दिलेल्या कोनाच्या आतुन एक चापकर्ण काढा

पायरी -3 Q केंद्रबिंदुच्या आणि त्रिजा न बदलता (पायरी -2 प्रमाणे)∠MON च्या आतील भागात दुसरा चापकर्ण काढा





पायरी- 4: $\overline{OZ}$ किरण काढा तर $\overline{OZ}$ हे ∠MON.चे येणारे कोन दुभाजक आहे.

निरिक्षण करा ∠MOZ = ∠ZON.

समजा दोन्ही चापकर्ण Z वर छेदत आहे.

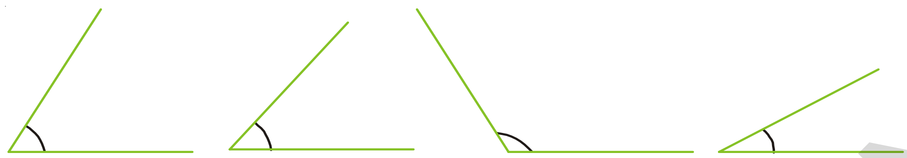
प्रश्न संग्रह 13.4

1. .कोनमापकाच्या साहाय्याने खालील कोनाची रचना करा.

(i) ∠ABC = 65° (ii) ∠PQR = 136°

(iii) ∠Y= 45° (iv) ∠O = 172°

2. खालिल कोन तुमच्या वहीत लिहुन त्याचे कोन दुभाजक काढा

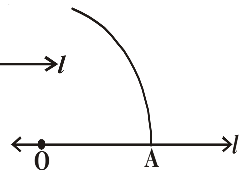


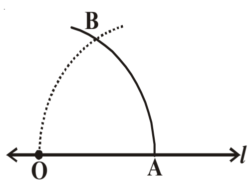
13.8 विशेष मापाच्या कोनांची तयारी

एका विशीष्ट आकाराच्या (मापाच्या) कोनांची रचना करण्यासाठी काही चुक पध्दती आहेत. ज्या मध्ये कोनमापकाचा वापर होत नाही कोनत्याही कोनाची रचना कोनमापकाच्या साहाय्याने करणे तुम्ही शिकलात. कोनांची तयारी आपण फक्त कंपासाचा वापर करुन कोनाची रचना करणे शिकणार आहोत.

13.8.1 कोन 60° रचने

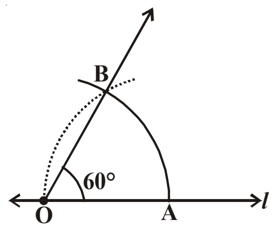
पायरी -1: *l* रेषा काढुन त्या वर O बिंदुची खुण करा





पायरी -2 : *l* रेषा A बिदुंवर कापतील अशा रितीने योग्य त्रिकोन O बिंदुवर कंपासाचे एक टोक ठेवुन चापकर्ण काढा.

पायरी -3 : सारखी त्रिज्या पायरी 2 प्रमणे घेऊन A बिंदुवर कपंसाचे एक ठोक ठेवुन O. बिंदुतुन जाणारा एक चापकर्ण काढा



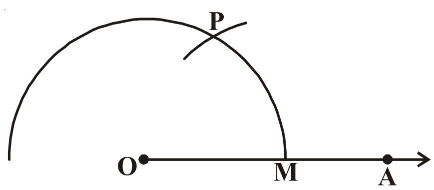
पायरी- 4 : दोन्ही टापकर्णास B बिंदुवर घेऊ या. OB ला जोडा. आपणास ∠BOA ज्याचा माप 60° आहे तो कोन मीळतो.

13.8.2 120° कोनाची रचना

120° चा कोन हा 60°.ची दुप्पट आहे म्हणुन त्याची रचना खालील प्रमाने केली जाते.

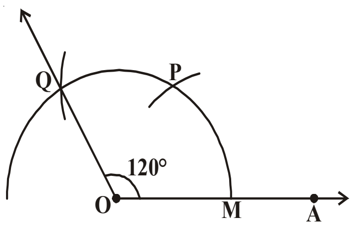
पायरी -1: किरण OA काढा

पायरी -2: O. बिंदुवर कंपासाचे एक टोक ठेवा O. बिंदुला केंद्रबिंदु समजुन योग्य त्रिज्या घेऊन OA ला M. छेदणारा एक चापकर्ण काढा

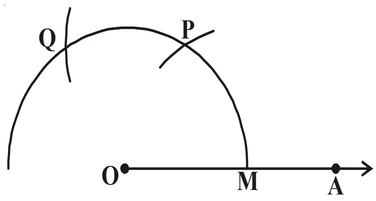


SCERT TELANGANA

पायरी 3: M ला केंद्रबिंदु समजुन त्रिज्या न बदलता (पायरी प्रमाणे) चापकाढा जी पहिल्या चापास P येथे कापतो



पायरी - 4: P ला केंद्रबिंदु घेवुन त्रिज्या न बदलता (पायरी 2 प्रमाणे) चाप छेदतो काढा जो पहिल्या चापेला Q. छेदतो.



पायरी - 5: OQ.जोडा ∠AOQ होणारा कोन आहे.

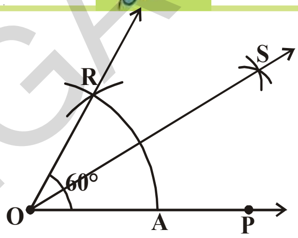
हे करुन पहा

13.8.3 30°180°, 240°, 300° कोनाची रचना करा.

रचनेच्या पायऱ्या

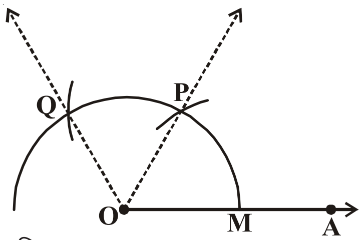
वरिल प्रमाणे 60° चा कोन काढा. ज्यास ∠AOR. नाव द्या.

आकृतीती दाखविल्या प्रमाणे प्रत्येकी 30° कोनाचे दुभाजक काढा.



13.8.4 90° कोनाची रचना

खालील आकृतीकडे पहा.



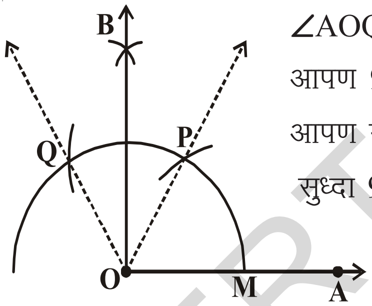
∠AOP = 60°, ∠POQ = 60°आणि

∠AOQ = 120°

आपण 90°.चा कोन काढला पाहिजे.

आपण माहित आहे की 90° = 60° + 30° आणि

सुध्दा 90° = 120° - 30°



म्हणुन आपणास ∠POQ चे कोन दुभाजक काढायला पाहीजे.

प्रत्येकी 30°.

∠BOP = 30° आणि ∠AOB = 90°

दुसऱ्या पध्दतिने 90° चा कोन काढण्याचा विचार करा.

हे करुन पहा

कंपासाच्या साहयाने 45° चा कोन काढा

प्रश्न संग्रह 13.5

1. ∠ABC = 60°. ची रचना कोनमापका न वापरता करा.

2.कोनमापक आणि कंपासाच्या मदतीन 120° चा कोन काढा

SCERT TELANGANA

3. मोजमाप पट्टी आणि कंपासच्या साह्याने खालील कोनांची रचना करा व रचनेच्या पायऱ्या लिहा.

(i) 75° (ii) 15° (iii.) 1

4. कोनमापकाच्या साहय्याने प्रश्न 1 मध्ये दिलेले कोन काढा.

5. ∠ABC = 50° काढा आणि कोनमापकाचा वापर न करता ∠XYZ समान ∠ABC ला काढा.

6. ∠DEF = 60°. ची रचना कर कोनमापकाच्या साहय्याने प्रत्येक कोन अर्धा मापचा कोन दुभाजक काढा.

आपण काय चर्चा केली

या धड्यात भुमीतीस आकृती काढण्याच्या पध्दती दिल्या आहेत

1. आपन खालील भुमीतीय अवजाराचा वापर आकाराची रचना करण्यासाठी करतो

(i) मोजमाप पट्टी (ii) कंपास

(iii) डिवाईडर (iv) गुण्या (v) कोनमापक

2. मोजमापपट्टी आणि कपांसाच्या मदतीने खालील रचना करु शकतो:

(i) वर्तळ,जेव्हा त्याच्या त्रिजेची लांबी माहीत असते.

(ii) रेषाखंडावर त्याची लांबी दिली तर-

(iii) रेषाखंडाची नक्कल (प्रत)

(iv) जो रेषेचा बिंदुपासुन लंब जातो.

(a) रेषेवर असतो (b) रेषेवर नसतो

(v) दिलेल्या लांबीच्या रेषेचे लंबदूभाजक काढा.

(vi) दिलेल्या मापाचा कोन

(vii) कोनाची नक्कल (प्रत)

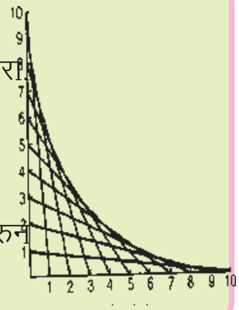
(viii) दिलेल्या कोनाचे दूभाजक

(ix) काही विशीष्ठ मापाचे कोन जसे-

(a) 90° (b) 45° (c) 60° (d0 30° (e) 120° (f) 135°

वक्ररेषेचा खेळ (गंमत)

काटकोणावर दोन्ही बाजुला 1 से. मी. अंतरावर 10 बिंदु चिन्हांकीत करा त्याना 1 ते 10 असे संख्या द्या. 1 ते 10 जोड्या, 2 ते 9, 3 ते 8 ...... अशा प्रकारे मिळवा.कि त्याची बेरीज आकृतीत दाखविल्या प्रमाणे 11 आली पाहिजे शेवटी वक्र रेषा येते.या उपकरणाचा वापर करुन काही चित्रे बनवा.

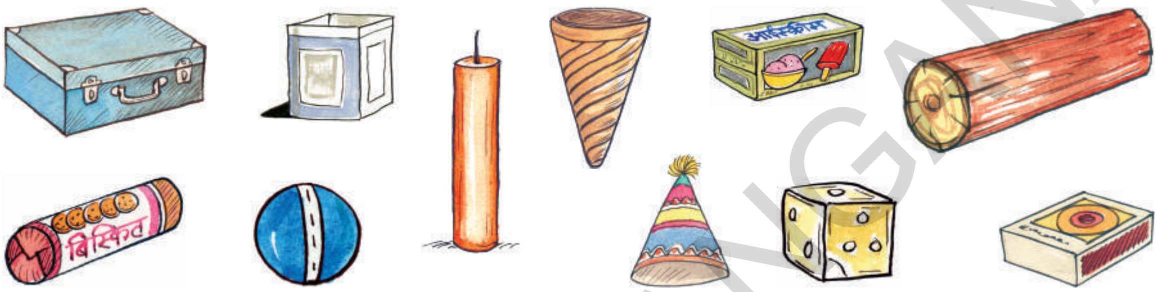


SCERT TELANGANA

2D आणि 3D आकारास समजणे

14.1 प्रस्तावना

खाली काही वस्तुंचे चित्र दिलेले आहे.



ह्या वस्तुंच्या आकाराचे काळजीपुर्वक अभ्यास करा.खालील तक्त्या मध्ये त्याच्या आकारानुसार त्याचे वर्गीकरण करा.

तक्ता - 14.1

आकार	**वस्तु**
आगपेटी सारखे	
चेंडु सारखे	
लाकडाच्या ओंढ्या सारखे	
फासा सारखे	
शंकु सारखे	

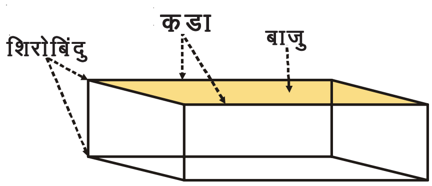
14.2 3D-आकार

आपण त्रिकोण,चौरस,आयात इत्यादी.बाबत पुर्वीच्या वर्गात शिकलेले आहेत.हे सर्व आकार लांबी आणि रुंदी असे दोन मापनाचे आहेत.म्हणुन त्यांना 2D आकाराचे किंवा दोन-मोजमाप आकाराचे म्हणतात.

वरील सर्व भरीव वस्तु सारखे,ज्यामध्ये लांबी,रुंदी आणि उंची किंवा खोली आहे.अश्या सर्वांना तीन-मोजमाप आकाराचे किंवा 3D आकाराचे म्हणतात.

SCERT TELANGANA

14.2.1 **घनाभ**



बंद आगपेटीचे आकार हे घनाचे एक उदाहरण आहे.आगपेटीच्या वरच्या बाजुला तुमच्या हाताने स्पर्श करा. हा पृष्ठभाग म्हणजे आगपेटीच्या बाजु होय. आगपेटीला किती बाजु आहेत ?

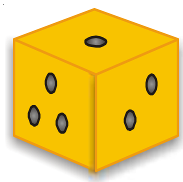
बाजुचे (पृष्ठभागा)चे बाजु हे कडा आहेत. आगपेटीला किती कडा आहेत ? कडेचे कोपरे हे आगपेटीचे शिरोबिंदु आहेत. आगपेटीला किती शिरोबिंदु आहेत ?

आता एक खोड रब्बर घ्या. ज्याचे आकार आगपेटीच्या आकारासारखे असते. त्याच्या बाजुला,कडेला आणि शिरोबिंदुला तुमच्या हाताने स्पर्श करा.

आगपेटीला जेवढे बाजु,कडा आणि शिरोबिंदु आहेत,तेवढ्याच खोड रब्बर आहेत का ? सारखीच संख्या आहे, असे लक्षात येईल.

आगपेटी,खोड रब्बर इत्यादी,घनाभच्या आकारात असलेल्या वस्तुंना 6 बाजु, 12 कडा, 8 शिरोबिंदु असतात.

14.2.2 **घन**

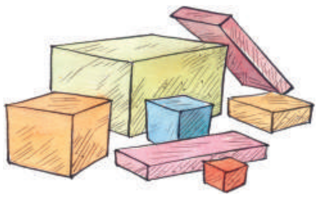


फासा हे घनाचे एक उदा.आहे.एक फासा घ्या,त्याच्या बाजु,कडा शिरोबिंदु माहीत करा आणि त्यांना मोजा.फासामध्ये किती बाजु,कडा आणि शिरोबिंदु आहेत ?

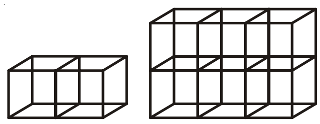
तुम्हाला असे समजते की,घनाभासारखे फासामध्ये 6 बाजु, 12 कडा, 8 शिरोबिंदु आहेत. तर घन आणि घनाभामध्ये काय फरक आहे ? तुम्हाला असे माहीत होते की,घनामधीन लांबी,रुंदी आणि उंची सारखी असते. पण ते घनाभामध्ये वेगवेगळे असतात.तर तुम्ही खोड रब्बर आणि फासामधील लांबी,रुंदी आणि उंचीचे मापण करुन पडताळा करा.

हे प्रयत्न करा

1. (i) घनाच्या बाजुचे आकार कसे असते ?
   (ii) घनाभाच्या बाजुचे आकार कसे असते ?
2. रमेश काही पेट्या गोळा करुन त्याच्या खोलीत ठेवल्या.त्याचे चित्र बाजुला दाखविलेले आहे.तर त्यामध्ये किती घन आहेत.

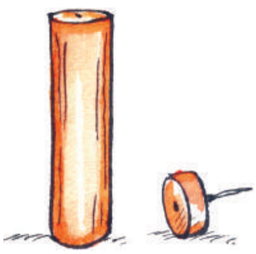


3. प्रत्येकी 2 सें.मी.च्या घनाने अजीत एक घनाभा बनविले.जे घनाभा बनलेले आहे त्याची लांबी,रुंदी आणि उंची किती आहे ?

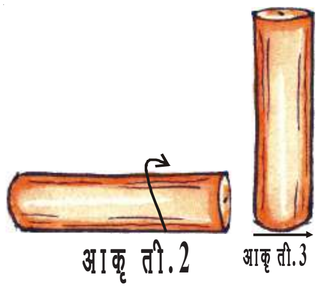


14.2.3 **दंडगोल**

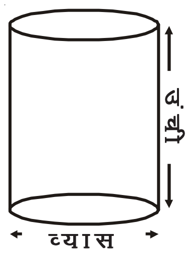
वस्तु जसे- लाकडाचा ओंढा,पाईपचा तुकडा, ट्युब-लाईट हे सर्व दंडगोलाच्या आकारात आहेत. एक मोनबत्ती घ्या. आकृती 1 मध्ये दाखविल्याप्रमाणे वरुन त्याचा एक काप घ्या. आकृती.2 मध्ये दाखविल्याप्रमाणे त्याला तुम्ही लोटु शकता का ?


आकृती.1

SCERT TELANGANA



आता मेणबत्तीला उभे करा. आता लोटु शकता का ?



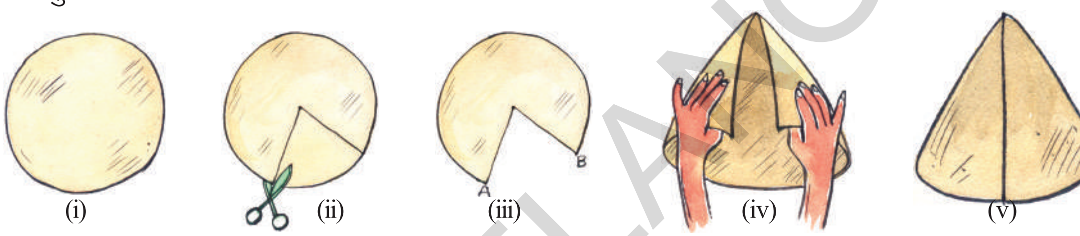
ज्या पृष्ठभागाने मेणबत्ती लोटल्या गेली. त्याला वक्र पृष्ठभाग म्हणतात. असा पृष्ठभाग ज्याच्याने मेणबत्ती लोटल्या जात नाही पण त्याच्या वर्तुळाकार पायावर उभे ठेवु शकतो.आता मेणबत्तीची उंची आणि जाडी किती आहे ? आकृतीत दाखविलेल्या दंडगोलाची उंची आणि आणि जाडी पाहा.

14.2.4 **शंकु**

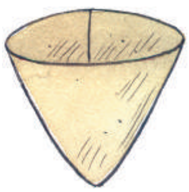
राजु त्याच्या वाढदिवसाला खास टोपी विकत घ्यायचे ठरविले.तो लिलाला सोबत नेन्यासाठी विचारला तर लिला म्हणाली की,बाजारात जायची काही आवश्यकता नाही.जर स्वतः टोपी बनवु शकलो तर.

तुम्हाला टोपी बनविने आवडते का ? प्रयत्न करा.

एका जाड कागदावर गुण्याचा वापर करुन वर्तुळाची रचना करा.आकृती (ii) मध्ये दाखविल्याप्रमाणे केंद्रापासुन परिघापर्यंत दोन रेषा काढा ?

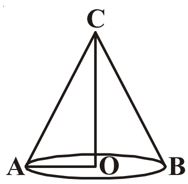


आकृती (iii) मध्ये दाखविल्याप्रमाणे कात्रीने त्या भागाला कापा. आता चिकटणाऱ्या टेपने $\overline{OA}$ आणि $\overline{OB}$ जोडा. तुमची टोपी आता तयार झाली. तुमच्या मनाने त्याला सजवा.



राजुने टोपीला उलटे केले आणि म्हणाला "ओह ! हे आईस-क्रिम कोन सारखे दिसत आहे."

येथे शंकुचे चित्र आहे. $\overline{OA}$ हा वर्तुळाकार भागाची त्रिज्या आहे आणि OC ही त्या शंकुची उंची आहे.



विचार करा,चर्चा करा आणि लिहा

बाजु,शिरोबिंदु आणि कडाच्या संख्ये वरुन शंकु आणि दंडगोलामध्ये काय फरक आहे ? तुमच्या मित्रासोबत चर्चा करा.

14.2.5 **गोल**

चेंडु,लड्डु,गोट्या इत्यादी गोल आकारामध्ये असतात. त्यानां सर्व बाजुने सहजपणे लोटल्या जावु शकते.

नाण्याला तुम्ही गोल म्हणु शकता काय ? त्याला सर्व बाजुने लोटता येते काय ? तसेच बांगडीला लोटता येते काय ?

तुम्ही दैनंदीन जीवनात लिंबु पाहता.जेव्हा त्याला आपण आडवे कापतो तेव्हा त्याचा आकार बाजुच्या चित्रात दाखविल्याप्रमाणे दिसतो. अश्या आकाराच्या वस्तुला अर्धगोल म्हणतात.

SCERT TELANGANA

हे करा

दिल्याप्रमाणे तक्ता भरा:

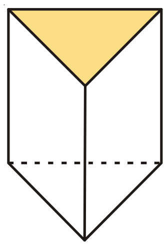
क्र.सं	वस्तु	आकार	फक्त घसरत जाते	फक्त लोटत जाते	फक्त घसरत वोटतजाते
1.	सेल (बॅटरी)	दंडगोल	×	×	✓
2.	चेंडु				
3.	तेलाचा पिपा				
4.	बिस्कीटचा पुडा				
5.	नाणे				
6.	गोट्या				
7.	संत्रा				

दंडगोल,शंकु आणि गोलाला सरळ कडा नाहीत.शंकुचा पाया कोणता आहे ? ते वर्तुळ आहे का? दंडगोलाला दोन पाया आहेत. पायाचा आकार कसा आहे ? गोलला बाजु नाही. याचा विचार करा !

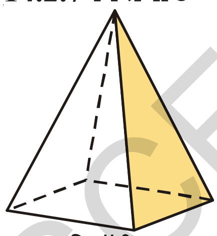
14.2.6 चिती

येथे **चिती** ची आकृती आहे.

तुम्ही हे केंव्हा तरी प्रयोग शाळेत पाहीलेत काय ? याच्या दोन बाजु त्रिकोणाच्या आकारात असतात.त्याच्या इतर बाजु आयताकृती किंवा समांतरभुज चौकोणाच्या आकारात असतात.हे त्रिकोणाकृती चिती आहे.जर चितीचा पाया आयताकार असेल तर त्याला आयताकृती चितीला तुम्ही दुसऱ्या नावाने म्हणु शकता काय ?


Prism

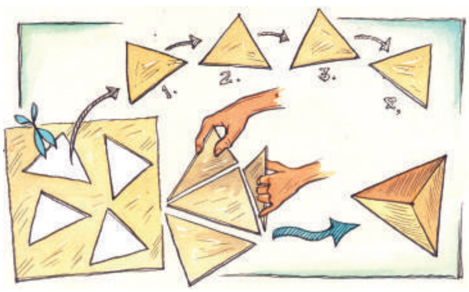
14.2.7 पिरॉमीड


पिरॉमीड

पिरॉमीड ही भरीव आकृती आहे. जिचे एक टोक पाया असुन दुसरे टोक शिरोबिंदु आहे. इतर बाजु त्रिकोणाकृती असतात.सर्व त्रिकोणाकृती बाजु चितीच्या शिरोबिंदुमध्ये छेदतात. येथे चौरस पिरॉमीड आहे. याचा पाया चौरसाकृती आहे. तुम्ही त्रिकोणाकृती पिरॉमीडची कल्पना करु शकता का ? एक कच्ची आकृती काढुन पाहा.

क्रि या:-

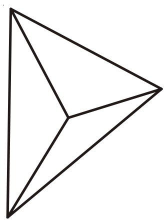
एक कागदी ठाव घ्या. त्यावर एक समभुज त्रिकोण काढा. त्याला कापा. कापलेल्या त्रिकोणाचा वापर करुन त्याच आकाराचे अजुन तीन त्रिकोण ताव मधुन कापा. त्या चार त्रिकोणाच्या कडा एकमेकाला मिळवा तर तुम्हाला एक बंदीस्त वस्तु मिळेल.ही वस्तु टेट्राहेड्रान किंवा त्रिकोणाकृती पिरॉमीड च्या आकाराची असते.



SCERT TELANGANA

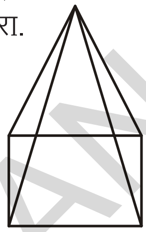
अभ्यासक्रम 14.1

1. त्रिकोणाकृती पिरॅमीडचा पाया त्रिकोणी असतो. याला टेट्राहेड्रान सुद्धा म्हणतात..तर खालीलची संख्या माहीत करा.



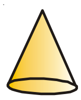
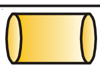
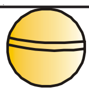
बाजु : ___________
कडा : ___________
शिरोबिंदु : ___________

2. चौरस पिरॅमीडचा पाया चौरस असतो. तर खालीलची संख्या माहीत करा.

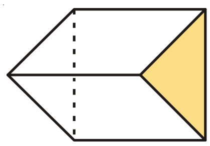


बाजु : ___________
कडा : ___________
शिरोबिंदु : ___________

3 **तक्ता भरा**

आकार	वक्रपृष्ठभागाची संख्या	सपाट पृष्ठभागाची संख्या	शिरोबिंदुची संख्या
			
			
			

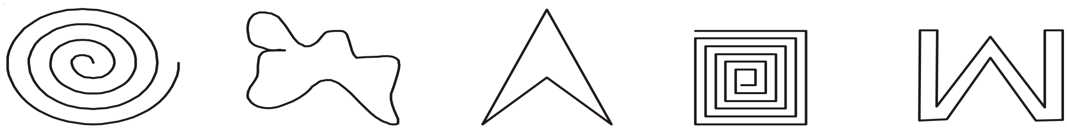
4. त्रिकोणाकृती चिती ही अनेक वेळा चारुदर्शक यंत्राच्या आकारात असते.याचे बाजु त्रिकोणाकृती असतात.



त्रिकोणाकृती बाजुंची संख्या: ___________
आयताकृती बाजुंची संख्या : ___________
कडांची संख्या : ___________
शिरोबिंदुंची संख्या : ___________

14.3 चिती

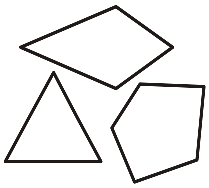
'भुमितीय मुलभूत संकल्पना' या धड्यात आपण बंदीस्त आणि उघडलेल्या आकृत्यांचा अभ्यास केलेला आहोत. खाली दिलेल्या आकृत्या पाहा. यामध्ये कोणती आकृती बंदीस्त आहे.आणि कोणती आकृती उघडलेली आहे ?



(i) (ii) (iii) (iv) (v)

SCERT TELANGANA

जर एखादी बंदीस्त आकृती निश्चीत संख्येच्या सरळ रेषांनी तयार झालेली असेल तर त्याला बहुजाकृती म्हणतात.काही उदाहरण येथे दाखवलेले आहेत.



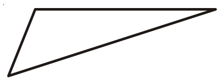
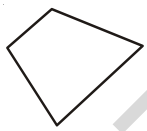
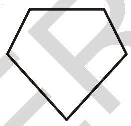
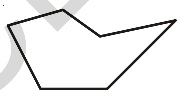
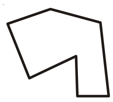
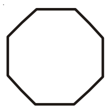
हे करा

1. तुमच्या वहीवर वेगवेगळ्या आकाराचे दहा बहुजाकृती काढा.
2. आगपेटीच्या काड्या किंवा झाडुंच्या काड्यांचा वापर करुन बंदीस्त आकृत्या तयार करा:

(i) सहा काड्या (ii) पाच काड्या (iii) चार काड्या
(iv) तीन काड्या (v) दोन काड्या

कोणत्या संदर्भात बहुभुजाकृती बनु शकत नाही ? का ?

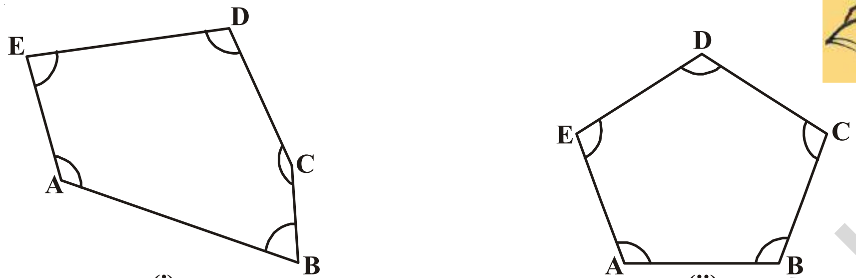
तुम्हाला असे माहीत होते की,तुम्ही दोन काड्यांचा वापर करुन बहुभुजाकृती बनवु शकता नाही.बहुभुजाकृतीला कमीत कमी तीन बाजु असतात.तीन बाजु असणाऱ्या बहुभुजाकृतीला त्रिकोण म्हणतात.खाली दिलेल्या तक्तयाचा अभ्यास करा आणि वेगवेगळ्या प्रकारच्या बहुभुजाकृतीच्या नावाचा अभ्यास करा.

आकृती	बाजुंची संख्या	नाव
	3	त्रिकोण
	4	चौकोण
	-	पंचकोण
	-	षटकोण
	7	सप्तकोण
	-	अष्टकोण

SCERT TELANGANA

हे प्रयत्न करा

फरक माहीत करा:



(i) (ii)

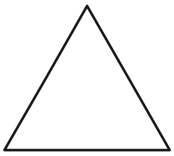
आकृती (i) आणि (ii) मधील बाजुंती लांबी आणि कोणाचे मापण घ्या.तुम्हाला काय मिळते.

आकती (i) कोन वेगवेगळया मापनाचे आहे. आकृती (ii) मधील बिंदु

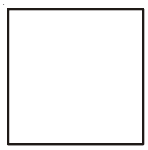
आकती (i) कोन वेगवेगळया मापनाचे आहे. आकृती (ii) मधील बाजु सुद्धा सारखे आहेत.

14.3.1 नियमीत बहुभुजाकृती

ज्या बहुजाकृतीमध्ये सर्व बाजु आणि सर्व दोन कोन सारख्या मापनाचे असतात.त्यांना नियमीत बहुभुजाकृती म्हणतात. समभुज त्रिकोण, चौरस हे सर्व नियमीत बहुभुजाकृतीची उदाहरणे आहेत.



समभुज त्रिकोण : सर्व बाजु आणि सर्व कोन सारख्या मापनाचा असलेला त्रिकोण

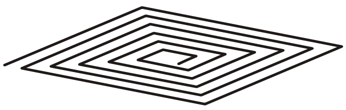


चौरस: सर्व बाजु आणि सर्व कोन सारखे असलेला त्रिकोण

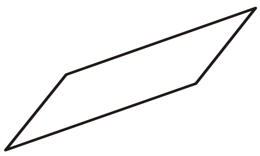
त्याच प्रकारे जर पंचकोन, षटकोन, सप्तकोन आणि अष्टकोनाचे सर्व बाजु आणि सर्व कोन सारख्या मापाचे असेल तर त्यांना अनुक्रमे नियमित पंचकोन, नियमीत षटकोन, नियमीत सप्तकोन आणि नियमीत अष्टकोन असे म्हणतात.

अभ्यासक्रम 14.2

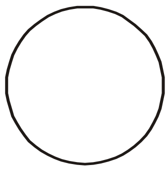
1. खालील नियमित आहेत की नाही याची तपासणी करा नसेल तर का नाहीत सांगा ?



(i)



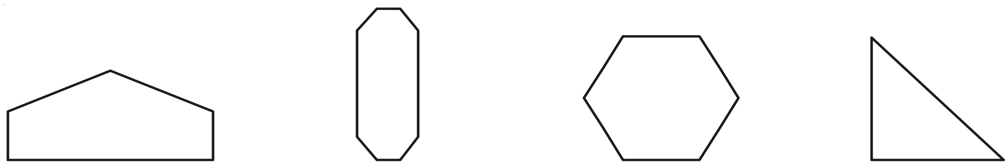
(ii)



(iii)

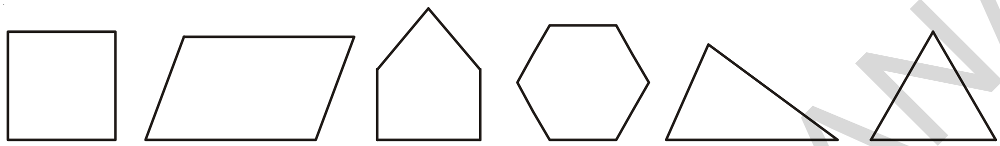
SCERT TELANGANA

2. खालील दिलेल्या बहुभुजाकृतीच्या संख्या मोजा आणि त्याना नावे द्या:



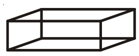
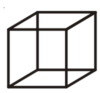
(i) (ii) (iii) (iv)

3. खालील दिलेल्या आकृत्यामधुन नियमीत बहुभुजाकृतींना ओळखा ?



आपण काय चर्चा केली ?

1. वेगवेगळया पेट्या हे सर्वसाधारणपणे घन आणि घनाच्या आकारात असतात:

आकार	बाजु	कडा	शिरोबिंदु
	6	12	8
	6	12	8

2. आइस-क्रिमचे कोन,जोकरची टोपी इत्यादी शंकुच्या आकारात असतात.
3. कथीळाचा डब्बा, तेलाचा पिपा, लाकडाचा ओंडा हे सर्व दंडगोलाच्या आकारात असतात.
4. चेंडु,लड्डु इत्यादी गोलच्या आकारात असतात.
5. बहुजाकृती ही रेषाखंडांनी बनलेली बंदीस्त आकृती आहे.
6. जर बहुजाकृती चे सर्व बाजु आणि सर्व कोन सारखे असेल तर त्याला नियमीत बहुजाकृती म्हणतात.

SCERT TELANGANA

उत्तरे

अभ्यासक्रम 1.1

1.

	सर्वात मोठी संख्या	सर्वात लहान संख्या
i	15892	15370
ii	25800	25073
iii	44687	44602
iv	75671	75610
v	34899	34891

2. i 375, 1475, 4713, 15951 ii 9347, 12300, 19035, 22570

3. i 89715, 89254, 45321, 1876 ii 18500, 8700, 3900, 3000

4. i < ii > iii > iv >

5. i बहात्तर हजार सहाशे बेचाळीस
   ii पंचावन्न हजार तीनशे पंचेचाळीस
   iii सहासष्ट हजार सहाशे
   iv तीस हजार तीनशे एक

6. i 40207 ii 14064 iii 9700 iv 60000

7. मोठी संख्या = 7430, लहान संख्या = 3047

8. i 1000 ii 9999 iii 10000 iv 99999

अभ्यासक्रम 1.2

1.	i	90	ii	420	iii	3950	iv	4410
2.	i	700	ii	39200	iii	13600	iv	93600
3.	i	3000	ii	70000	iii	9000	iv	4000
4.	i	3407	ii	12351	iii	30525	iv	99999

5. i $4000+300+40+8$ ii $30000+200+10+4$
   iii $20000+2000+200+20+2$ iv $70000+5000+20+5$

अभ्यासक्रम 1.3

1. i 1,12,45,670 ii 2,24,02,151
   iii 3,06,08,712 iv 19,03,08,020

2. i चौंतीस हजार पंचवीस

SCERT TELANGANA

ii. सात लक्ष नऊ हजार एकशे पंधरा

iii. सत्तेचाळीस कोटी साठ लक्ष तीनशे सतरा

iv. सहा कोटी अठरा लक्ष सात हजार

3. i. 4,57,400 ii. 60,02,775

iii. 2,50,40,303 iv. 60,60,60,600

4. i. 600000 + 40000 + 100 + 50 + 6

ii. 6000000, 300000, 20000, 500

iii. 10000000 + 2000000 + 500000 + 30000 + 200 + 70 + 5

iv. 700000000 + 50000000 + 8000000 + 10000 + 9000 + 200 + 2

5. i. 54, 28, 524 ii. 6, 43, 20, 501

iii. 3, 03, 07, 881 iv. 7, 70, 07, 070

6. i. 4, 67, 612 < 18, 71, 964 ii. 14, 35, 10, 300 > 14, 25, 10, 300

7. i. 2, 00, 015 > 99, 999 ii. 13, 50, 050 > 13, 49, 785

अभ्यासक्रम 1.4

1. i. 97, 645, 315 ii. 20, 048, 421

iii. 476, 356 iv. 9, 490, 026, 834

3. भारतिय पद्धत

i. बारा कोटी एकतीस लक्ष पंधरा हजार सत्तावीस

ii. आठ कोटी शहान्नव लक्ष त्रेचाळीस हजार ब्यानव

आंतर-राष्ट्रीय पद्धत

i. एकशे तेवीस मिलीयन एकशे पंधरा हजार सत्तावीस

ii. एकोणव्वद मिलीयन सहाशे त्रेचाळीस हजार ब्यान्नव

4. i. 2 ii. 4

iii. 0 iv. तीनशे दोन

अभ्यासक्रम 1.3

1. 54,284 2. 2,44,732

3. सर्वात मोठी संख्या = 75430

सर्वात लहान संख्या = 03457

फरक = 71975

4. 96875 साईकीली 5. 2400 कि.मी. 24,00,000 कि.मी.

6. 1680 ग्राम 7. 22 कि.मी. 500 मी.

8. 22 शर्ट ; 40 सें.मी.कपडा उरते.

9. ₹ 45000

SCERT TELANGANA

अभ्यासक्रम 2.1

11. i T ii T

iii F [सर्व नैसर्गीक संख्या हे पुर्ण संख्या आहेत] iv T

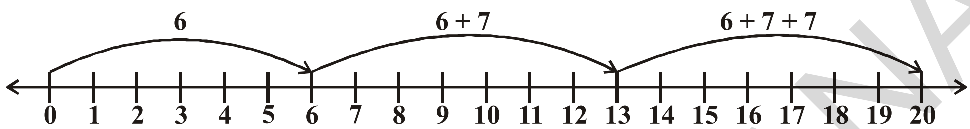
v F [संख्या रेषेवर एखाद्या पुर्ण संख्येच्या डाव्या बाजुला असलेली संख्या लहान असते]

vi F [संख्या रेषेवर आपण सर्वात लहान पुर्ण संख्या दाखवु शकतो]

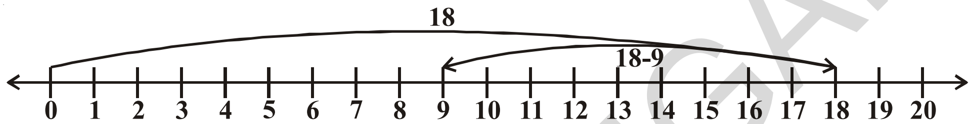
vii F [संख्या रेषेवर आपण सर्वात मोठी संख्या पाहु शकता नाही]

2. 18

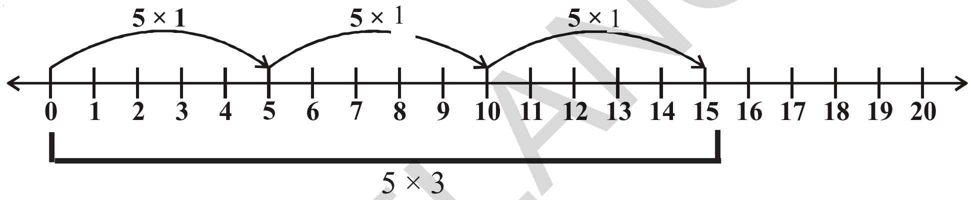
3. i.



ii.



iii.



4. i 239 च्या उजव्या बाजुला 895 आहे. ii. 1001 च्या उजव्या बाजुला 10001 आहे.

iii 284013 च्या उजव्या बाजुला 10015678 आहे.

6. i > ii > iii < iv >

अभ्यासक्रम 2.2

1. i 532 ii 47 iii c iv 100 v 85 vi d
2. i 1095 ii 600
3. i 196300 ii 1530000
4. i 11040 ii 388710
5. i 407745 ii 2000955
6. 1680
7. 9000
8. i c ii e iii b iv a v d

अभ्यासक्रम 2.3

1. $123456 \times 8 + 6 = 987654$

$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$

$12345678 \times 8 + 8 = 98765432$

$123456789 \times 8 + 9 = 987654321$

SCERT TELANGANA

2. $91 \times 11 \times 4 = 4004$

$91 \times 11 \times 5 = 5005$

$91 \times 11 \times 6 = 6006$

$91 \times 11 \times 7 = 7007$

$91 \times 11 \times 8 = 8008$

$91 \times 11 \times 9 = 9009$

$91 \times 11 \times 10 = 10010$

अभ्यासक्रम 3.1

1. 2 ने पुर्ण भाग जाणारे -- ii, iii, iv, v vi, viii

   3 ने पुर्ण भाग जाणारे -- i, ii, iii, iv, v, vii

   6 ने पुर्ण भाग जाणारे -- ii, iii, iv, v

2. 5 ने पुण भाग जाणारे -- 25, 125, 250, 1250, 10205, 70985, 45880

   10 ने पुर्ण भाग जाणारे -- 250, 1250, 45880

5. 12345 ला 3 ने पुर्ण भाग जाते.

   54321 ला 3, 5 ने पुर्ण भाग जाते.

7. i. 2, 8   ii. 0, 9   iii. 1, 7

8. 2   9. 6

अभ्यासक्रम 3.2

1. i 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36   ii 1, 23

   iii 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96   iv 1, 5, 23, 115

2. i, ii, iv   3. 19

4. मुळ संख्या - 11, 13, 17, 19, 23, 29

   संयुक्त संख्या - 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28

5. 13-31, 79-97   6. (3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19)

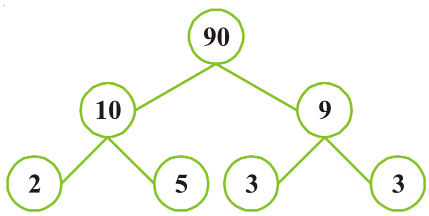
7. 5 आणि 7   8. 13, 23

9. 90 to 96   10. 31, 11, 11

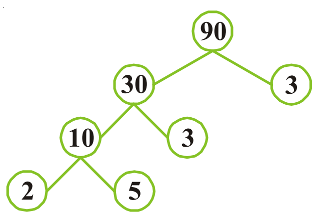
12 3, 57

अभ्यासक्रम 3.3

1. i



ii



SCERT TELANGANA

2. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84

3. सर्वात मोठी 4 अंकी संख्या - 9999

मुळ अवयव - 101 × 11 × 3 × 3

4. ते 210 आहे कारण 210 = 2 × 3 × 5 × 7

अभ्यासक्रम 3.4

1. i. 9 ii. 53 iii. 5 iv. 32

2. 72 3. 3 4. नाही; 1

अभ्यासक्रम 3.5

1. i. 60 ii. 75 iii. 42 iv. 54 v. 1008 vi. 182
2. i. 4704 ii. 2142 iii. 1980
3. 247
4. i. 900 ii. 904
5. 13 व्या दिवशी

अभ्यासक्रम 3.6

1. i. ल.सा.वी = 120
   म.सा.वी = 3

   ii. ल.सा.वी = 200
   म.सा.वी = 1

   iii. ल.सा.वी = 84
   म.सा.वी = 4

2. 25 3. 546 4. 18

अभ्यासक्रम 3.7

1. i, ii, iii, iv
2. ii, iv, v
3. i. नाही ii. होय iii. होय
4. 4 ने पुर्ण भाग जाणारे - i, ii, iii

   8 ने पुर्ण भाग जाणारे - i, ii, iii
5. 1
6. 1
7. 1001, 1012, 1023, 1034, 1045, 1056, 1067, 1078, 1089
8. 1243
9. 104

SCERT TELANGANA

अभ्यासक्रम 4.1

1. i. $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ ii. $\overline{PQ}$, $\overline{QR}$, $\overline{RS}$, $\overline{ST}$, $\overline{PT}$
2. तुम्ही स्वत: करा.
3. i. न मोजता येणाऱ्या/अनंत ii. एक
4. iii. रेषाखंड
5. i. दोन ii. एक iii. एक ही नाही
6. i. T ii. T iii. F iv. F v. T
7. तुम्ही स्वत: करा.

अभ्यासक्रम 4.2

1. i., iii., v.
2. उघडलेले (i. v) बंद (iii., ii. iv)
3. आतील भागात (A, B, E, G, I), हद्दीवर (K, F, C), बाहेरील भागात (J, D)
4. तुम्ही स्वत: करा.

अभ्यासक्रम 4.3

1. ii. $\angle BOC$, O, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ iii. $\angle COD$, O, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$

   iv. $\angle DOA$, O, $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OD}$
2. $\angle BAD$, $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle ADC$
3. तुम्ही स्वत: करा.
4. i., iii.

अभ्यासक्रम 4.4

1. तुम्ही स्वत: करा.
2. i. PS ii. $\angle R$ iii. PS आणि QR iv. $\angle P$ and $\angle R$
3. i. S, R ii. A, B, C, D, E iii. T, P, Q

अभ्यासक्रम 4.5

1. तुम्ही स्वत: करा.
2. तुम्ही स्वत: करा.
3. i. T ii. T iii. T iv. F v. F
4. तुम्ही स्वत: करा.

SCERT TELANGANA

अभ्यासक्रम 5.1

3. AE मधील मोठा रेषाखंड

4. रेषमा बरोबर शोधली.

अभ्यासक्रम 5.2

1. i सत्य

   ii असत्य काटकोणाचे मापण 90° असते.

   iii असत्य काटकोणाचे मापण 180° असते.

   iv सत्य

   v सत्य

2. लघु कोन $\angle 1, \angle 3$

   विशालकोन $\angle 2, \angle 4$

3. $\angle ABC = 60^{\circ}$

   $\angle FED = 120^{\circ}$

   $\angle RQB = 90^{\circ}$

   $\angle FED$ हा मोठा कोन आहे.

4. i काटकोन ii सरळ कोन

   iii लघुकोन iv विशाल कोन

   v परावर्तीत कोन

5. लघुकोन, 45°

   काटकोन, 90°

   विशाल कोन, 150°

   परावर्तीत कोन, 270°

   सरळ कोन, 180°

अभ्यासक्रम 5.3

1. i समांतर रेषा ii समांतर रेषा iii लंब

   iv त्यापैकी कोणतेही नाही v समांतर

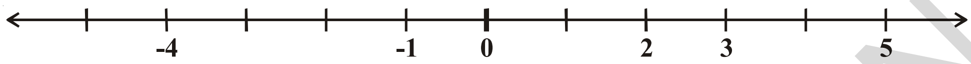
3. समांतर रेषा $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$

   लंब $AD \perp AB$, $AB \perp BC$, $BC \perp CD$, $CD \perp DA$

   छेदणाऱ्या रेषांची जोडी AC, BD

SCERT TELANGANA

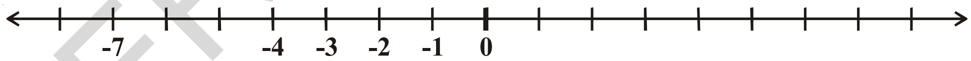
अभ्यासक्रम 6.1

1. i. + 3000 मीटर ii. -10 मीटर
   iii. + 35°C iv. 0°C
   v. -36°C vi. -500 मीटर
   vii. -19°C viii. +18°C
2. (-1, -2, -3, -4, -5 .... इत्यादी.)
3. (1, 2, 3, 4, 5 .... इत्यादी)
4. 

5. i. [असत्य, डावी बाजु] ii. [असत्य]
   iii. [सत्य] iv. [सत्य]

अभ्यासक्रम 6.2

1. i. < ii. > iii. < iv. > v. < vi. <
2. i. (-7, -3, 5) ii. (-1, 0, 3)
   (5, -3, -7) (3, 0, -1)
   iii. (-6, 1, 3) iv. (-5, -3, -1)
   (3, 1, -6) (-1, -3, -5)
3. i. (सत्य) ii.(असत्य, -12 ऋणात्मक पुर्णांक आहे आणि + 12 घणात्मक पुर्णांक आह)
   iii. (सत्य) iv. (असत्य, 3 > -5 < 8)
   v. (असत्य, -100 < + 100) vi. (असत्य, -5 < -1 > -8)
4. i. 0 ii. -4, -3, -2, -1
   iii. -7 iv. -1, -2



5. खुर्फी

अभ्यासक्रम 6.3

1. i. 1 ii. -10 iii. -9
   iv. 0 v. -16 vi. 3
2. i. 7 ii. 6 iii. 0
   iv. -115 v. -132 vi. 6
3. i. -154 ii. -40 iii. 199 iv. 140
4. i. 6 ii. -78 iii. -64 iv. 25

SCERT TELANGANA

अभ्यासक्रम 6.4

1.	i.	18	ii.	-14	iii.	-33		
	iv.	-33	v.	44	vi.	19		
2.	i.	<	ii.	>	iii.	>	iv.	=
3.	i.	13	ii.	0	iii.	-9	iv.	-6
4.	i.	-13	ii.	14	iii.	-33	iv	88

अभ्यासक्रम 7.1

1. ii, iii
2. iv, v

[6 आणि 7 च्या मधात $\frac{13}{2}$
2 आणि 3 च्या मधात $\frac{7}{3}$]

3. ii, iv
4. i $2\frac{1}{3}$ ii $\frac{26}{8} = \frac{13}{4}$ iii $\frac{92}{9}$ iv $\frac{79}{9}$

अभ्यासक्रम 7.2

1. i, ii

3. i $\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{6} = \frac{2}{3}\right)$ ii $\left(\frac{3}{5} \text{ आणि } \frac{2}{5}\right)$ iii $\left(\frac{7}{8}, \frac{2}{8}\right)$

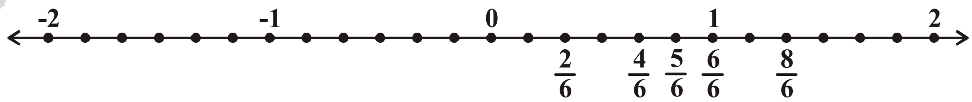
अभ्यासक्रम 7.3

1. चढत्या उतरत्या

i $\frac{1}{8} < \frac{3}{8} < \frac{4}{8} < \frac{6}{8}$ किंवा $\frac{6}{8} > \frac{4}{8} > \frac{3}{8} > \frac{1}{8}$

ii $\frac{3}{9} < \frac{4}{9} < \frac{6}{9} < \frac{8}{9}$ तुम्ही स्वतः उतरत्या क्रमात लिहा.

2.



$\frac{2}{6} < \frac{4}{6} < \frac{5}{6} < \frac{6}{6} < \frac{8}{6}$

SCERT TELANGANA

3. i $\frac{1}{6} \boxed{<} \frac{1}{3}$ ii $\frac{3}{4} \boxed{>} \frac{2}{6}$ iii $\frac{2}{3} \boxed{>} \frac{2}{4}$

iv $\frac{6}{6} \boxed{=} \frac{3}{3}$ v $\frac{5}{6} \boxed{<} \frac{5}{5}$

4. i $\frac{1}{2} \boxed{>} \frac{1}{5}$ ii $\frac{2}{4} \boxed{=} \frac{3}{6}$ iii $\frac{3}{5} \boxed{<} \frac{2}{3}$

iv $\frac{3}{4} \boxed{>} \frac{2}{8}$ v $\frac{3}{5} \boxed{<} \frac{6}{5}$ vi $\frac{7}{9} \boxed{>} \frac{3}{9}$

5. i नाही ; कारण $\frac{4}{5}$ हे $\frac{5}{9}$ पेक्षा मोठे आहे

ii नाही ; $\frac{9}{16}$ हे $\frac{5}{9}$ पेक्षा मोठे आहे

iii होय $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$; $\frac{\cancel{16}^{4}}{\cancel{20}_{5}} = \frac{4}{5}$

iv नाही ; कारण $\frac{4}{30}$ हे $\frac{1}{15}$; पेक्षा मोठे आहे $\frac{\cancel{4}}{\cancel{30}} = \frac{2}{15} > \frac{1}{15}$

6. नताशा,कारण ललीता 100 च्या $\frac{2}{5}$ व्या भागापर्यंत पोहचेल,म्हणजेच 40 पाने

7. i + ii – iii +

8. i $\frac{2}{18} = \frac{1}{9}$ ii $\frac{11}{15}$ iii $\frac{2}{7}$ iv $\frac{22}{22} = 1$

v $\frac{5}{15}$ vi $\frac{8}{8} = 1$ vii $\frac{1}{3}$ viii $\frac{1}{4}$ ix $\frac{3}{5}$

9. i $\frac{4}{10}$ ii $\frac{8}{21}$ iii $\frac{9}{6}$ iv $\frac{7}{27}$

10. पुर्ण भींत 11. $\frac{2}{7}$ 12. $\frac{5}{8}$

13. स्निग्धाला कमी वेळ लागतो.तीला शाळेचे अर्धे मैदान पार करायला जीतका वेळ लागतो त्याचा $\frac{9}{20}$ मीनीट कमी वेळ लागतो.

SCERT TELANGANA

अभ्यासक्रम 7.4

1. i $\frac{8}{10}$ ii 15 iii 7 iv दहावे किंवा $\frac{8}{10}$ v दशांश बिंदु

2. i 125.4 ii 20.2 iii 8.6

3. i .16 ii .278 iii .06 iv 3.69
v .016 vi 34.5

4. i 4 ii $\frac{8}{100}$ iii $\frac{9}{10}$ iv $\frac{5}{10}$
v $\frac{3}{100}$ vi $\frac{7}{10}$

5. i 0.4 ii 70.7 iii 6.6 iv 7.4

6. i $0.04 < 0.14 < 1.04 < 1.14$ ii $.99 < 1.1 < 7 < 9.09$

7. i $88 > 8.6 > 8.59 > 8.09$ ii $8.68 > 8.66 > 8.06 > 6.8$

अभ्यासक्रम 7.5

1. 1·25 रुपये

2. i ·75 ii 3·75 रुपये

3. i 21·31 ii 17·09 iii 9·24 iv 21·24 v 6·32

4. 8 कि.मी. 845 मीटर

5. ·50 मी.

अभ्यासक्रम 9.1

1. i 3 मी. ii 4 मी. iii 3 मी.

2. 3 n

3. i 2s ii 3s

4. 7 मी. 5. 90 मी. 6. ₹ 23

7. (x – 2) 8. 2y + 3 9. 6 z 10) (i) 8,11,14,17,29,12
(ii)14,29,34,44,39,10

11. i 19 ii 3 + 2 (n – 1) = 2 + 1

अभ्यासक्रम 9.2

1. i 5 q ii $\frac{4}{y}$ iii $\frac{pq}{4}$ iv 3z+5
v 9n + 10 vi 2y – 16 vii 10y + x

3. 3P 4. X+3 5. 5n

SCERT TELANGANA

अभ्यासक्रम 9.3

1. i, iv, v, viii, x, xi, xii

2.

i	LHS = $x-5$	RHS = 6
ii	LHS = $4y$	RHS = 12
iii	LHS = $2z+3$	RHS = 7
iv	LHS = 3p	RHS = 24
v	LHS = 4	RHS = $x-2$
vi	LHS = 3	RHS = –5

3.

i	x = 2	ii	y = 5	iii	a = 8
iv	y = 3	v	h = 5	vi	z = 9

अभ्यासक्रम 10.1

1. 230 सें.मी, 48 सें.मी, 24 सें.मी, 40 सें.मी

2. 120, 120 सें.मी, 120 सें.मी, 144 सें.मी.परिमीती आहे.आणि तारेची किंमत अनुक्रमे ₹ 1800, ₹1800, ₹2160 आहेत.

3. 6 आयाताचे बाजु (11,1)(10,2)(9,3)(8,4)(7,5)(6,6) 4. ₹ 840

5. i 20 सें.मी ii 15 सें.मी iii 10 सें.मी iv 12 सें.मी

6. बंटी ; 13000मी. 7. लांबी - 16 रुंदी - 32 8. 10 सें.मी

9. i 12 सें.मी ii 27 सें.मी iii 22 सें.मी

अभ्यासक्रम 10.2

1. i. 1000 सें.मी ^{2} ii. 2925 मी..^{2} iii. 400 सें.मी ^{2} 133 कि.मी ^{2}

2. i 676 मी.^{2} ii. 289 कि.मी ^{2} iii. 2704 सें.मी ^{2} iv. 64 सें.मी ^{2}

3. 45 सें.मी 4. 1800 मी.^{2}

5. बाजुची लांबी = 10 सें.मी ; क्षेत्रफळ = 100 सें.मी ^{2}

6. 60 मी., 40 मी. 7. 24 मी.^{2} ; ₹ 5760

8. चौरसाकृती जमिनीचा भाग ; 384 मी.^{2} 9. 18.7 सें.मी, आयात

10. राहुलच्या शेताला कुंपण घालण्यासाठीची किंमत = ₹ 1,20,00,000
    रामुच्या शेताला कुंपण घालण्यासाठीची किंमत = ₹ 1,35,00,000
    रामु जास्त झाडे लावु शकतो ; 1000 जास्त झाडे.

11. 150 मी. 12. ₹ 14,40,000

13. ₹ 432000

14. i. क्षेत्रफळ 4 पटीने वाढते ii. क्षेत्रफळ 6 पटीने वाढते

15. i. क्षेत्रफळ 4 पटीने वाढते ii. खऱ्या क्षेत्रफळाच्या $\frac{1}{4}$ क्षेत्रफळ होते.

SCERT TELANGANA

अभ्यासक्रम 11.1

1. i 7 : 11   ii 7 : 11   iii 2 : 3   iv 5 : 8   v 3 : 5

2. i 2   ii $\frac{1}{2}$ iii 2 : 11

3. i. 1 : 4   ii मिरची पावडर : दाळ, 1 : 80   दाळ : मिरची पावडर 80 : 1

अभ्यासक्रम 11.2

1. साधे रुप द्या - i, iii, v, vi
   ii 16 : 20 → 4 : 5
   iv 20 : 60 → 1 : 3

2. तांदुळ : गहु 1 : 3   तांदुळ : एकुण 1 : 4

3. i. 5 : 3   ii. 5 : 8   iii. 3 : 8

5. 4 : 1

6. 20 : 60, साधे रुप 1 : 3 आहे.   7. 2 : 5

अभ्यासक्रम 11.3

1. i 15   ii 10
2. A X = 6 सें.मी.   XB = 8 सें.मी.
3. गीता = ₹ 450,   लक्ष्मी = ₹ 600
4. सत्या = ₹ 1350,   श्री = ₹ 2250
5 60 आणि 72 हे संख्या आहेत.
6 उत्पन्न = 6318,   बचत = 972

अभ्यासक्रम 11.4

1. ₹ 75   2. ₹ 24   3. 525 ग्राम
4. 20 खुर्च्या   5. 12 कि.मी.
6. i ₹ 25000   ii 1 वर्ष 7 महीने किंवा 19 महिने
7. ₹ 210
8. i. 480 मेंढ्या   ii. 8 : 11   iii. 11 : 3
9. नाही, 3, 5, 9, 15 असा क्रम बदलुन   10. 5^0c
11. $\frac{15}{18} = \frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{25}{30}$

SCERT TELANGANA

12.

लांबी	10	20	40
रुंदी	25	50	100

13. i. 3 : 1 ii. 1 : 4 iii. 3 : 4

14. i. 5 : 4 ii. 4 : 5

iii. 8 iv. 30 v. 64

i 4 : 5 ii. 12 iii. 30 iv. 25

15

पिवळा	2	4	6	8	10
हिरवा	6	12	18	24	30
एकुण मिठाया	8	16	24	32	40

16

मुल	4	8	12	16	20
मुली	5	10	15	20	25
एकुण	9	18	27	36	45

अभ्यासक्रम 12.2

3. i 4 ii 1 iii 2 iv 0

v 4 vi 2

5. i 3 ii 1 iii 0 iv 2

v 6 vi वर्तुळाच्या केंद्रातुन अनंत रेषा जातात.

अभ्यासक्रम 14.1

1. बाजु कडा शिरोबिंदु

4 6 4

2. बाजु (पृष्ठ) कडा शिरोबिंदु

5 8 5

3. कोन 1 1 1

दंडगोल 1 2

गोल 1 Nill Nil

4. बाजु 5

कडा 9

शिरोबिंदु 6

अभ्यासक्रम 14.2

1. i नाही, कारण,बहुभुजाकृती ही सरळ रेषांनी बनलेली बंदीस्त आकृती असते.

iii नाही, वरील उत्तर पाहा आणि माहीत करा.

2. i पंचकोन ii अष्टकोन iii षटकोन iv त्रिकोण

SCERT TELANGANA

शिक्षकांसाठी सुचना

प्रिय शिक्षक वर्ग ....

इयत्ता सहावीच्या गणित या सुधारीत आवृत्ती प्रस्तुत करण्याबद्दल हार्दिक अभिनंदन.

- संपुर्णतः वार्षिक अभ्यासक्रमासाठी व गणिताचा दर्जा सुधारण्यासाठी ह्या गणिताच्या पुस्तकाचे आंध्रप्रदेश सरकारने APSCF – 2011 आणि RTE – 2009 च्या धोरणानुसार उच्च प्राथमिक पातळीसाठी सादर केले आहे.

- या पुस्तकात गणिताच्या मुख्य शाखांवर आधारीत 14 प्रकरणे सादर केले आहेत.ज्यात संख्याप्रणाली, बीजगणीत, भूमीती, बीजगणीत, भूमीती, महत्वमापन आणि आकडे श ा स्त्र या गणिताच्या शाखांचा समावेष आहे.

- या स्तरावरची कल्पना अंतर्ज्ञानाचा सामान्य अनुमान आणि तर्क पृथ:करणात्मक विचार आणि तार्कीक कारण मिमांसा मुलांच्या मनावर प्रतीबिंबावी हे आपण ध्यानात ठेवले पाहीजे. दैनंदीन जीवनात याचा उपयोग होण्यासाठी शिक्षकांनी प्रयोगाद्वारे, उपक्रमाद्वारे व तर्काद्वारे विद्यार्थ्यात समस्या निवारणाचे कौशल्य उपजले जावे.

- या पुस्तकातील उदाहरणे कृती, स्थिती संपुर्णतः प्राथमिक पातळीच्या अभ्यासक्रमात मिळालेल्या कौशल्यावर अवलंबुन आहे. ज्यामुळे विद्यार्थी प्रत्यक्ष सहभागी होऊन आनंदाने गणित शिकतो.

- शिक्षकाचा प्राथीमक उद्देश पुर्ण करण्यासाठी (गाठण्यासाठी) शिक्षकाने विद्यार्थ्यांना चर्चा आणि कृतीद्वारे गणिताचे ज्ञान आणि कल्पनावर या पुस्तकात भर दिला आहे.

- फक्त पाठ्य पुर्ती केल्याने विद्यार्थ्यांना ज्ञान मिळत नाही. तर या पुस्तकात दर्शविलेली कौशल्य आणि शैक्षणिक पातळीवर दिलेल्या कल्पनाचा सखोल अभ्यास करुन विद्यार्थी स्वयं प्रदर्शनाची खात्री धारण करने म्हणजे पाठ्य पुर्ती होय.

- या पुस्तकात विचारलेल्या प्रश्नावर उत्तरे देण्यासाठी विद्यार्थ्यांना प्रोत्साहीत केले पाहीजे. हे प्रश्न मुलांना त्याचे अनुमान, तर्क, पृथकरणात्मक विचार आणि तार्कीक, मिमांसा यात प्रगती करण्यात मदत करते.

- आकलन आणि समस्या निकारण (सामान्याकरण) हे गुणधर्म आवश्यक असतात. विद्यार्थ्यी सर्व प्रथम गणिताची गरज जाणुन घेऊन अर्थ समाजावुन घेण्यासाठी त्याच प्रकारची उदाहरणे स्वतः होऊन सोडवावी आणि वास्तविकता आकलन करावी.

SCERT TELANGANA

ही पुस्तक सादर करण्याची मुख्य कल्पना होय.

- ज्या वेळेस चुका, सुधारणा, दुरुस्ती आढळतात. ठळक निराकरण आणि योग्य आकृत्या याचा उपयोग करणे आवश्यक असते.

- प्रत्येक पाठाच्या शेवटी आणि उदाहरणाच्या शेवटी **हे करुन पहा** आणि **प्रयत्न करा** असे करण्यासाठी विद्यार्थ्यांना प्रोत्साहीत केले आहे.

- आकलन झाल्यानंतर दोन किंवा तीन उदाहरणे पुर्ण झाल्यानंतर **हे प्रयत्न करुन पहा** करण्याचा उद्देश मुलांच्या आकलन, सामीकरण, वास्तवता, तार्कीकता, वाक्य सुधारणेची जाणीव तयार करणे याचे ज्ञान मिळाले पाहीजे. तसेच **हे करुन पहा** देण्याचा उद्देश मुलांनी स्वतः होऊन कसे सोडवावे हे दर्शविले आहे.या पद्धतीमुळे विद्यार्थ्यांची अभ्यासाची प्रगती शिक्षकांना माहीत होण्यास मदत होते. **हे प्रयत्न करा** साठी शिक्षकाने विद्यार्थ्याला वारंवार मदत केली पाहीजे.

- **मागे वळुन पहा** देण्याचा उद्देश विद्यार्थ्याने कल्पना शक्ती आत्मसात केली पाहीजे. शिक्षकाने (दुसरा धडा) दुसऱ्या प्रकरणाची सुरुवात विद्यार्थ्यांना पहिल्या प्रकरणाचे पुर्ण आकलन झाल्यानंतर करावे.तसेच विद्यार्थ्यांची प्रगती पाठ्यक्रमावर आधारीत असली पाहीजे.

- शिक्षकाने पुस्तकात दिलेल्या उदाहरणावर आधारीत असे उदाहरणे स्वतःहून तयार करावीत व त्या सोबत विद्यार्थ्यांना सोडविण्यात द्यावीत. यासोबतच दैनंदीन जीवनाशी निगडीत असलेली उदाहरणे स्वतः ओळखायला लावावीत.

- यावर सर्व गणिताच्या शिक्षकांनी गणिताच्या पुस्तकाचा संपुर्णतः सखोल टिकात्मक अभ्यास केला पाहीजे. सर्व उदाहरणे शिक्षकाने प्रत्यक्ष वर्गात जाण्यापुर्वी सोडविले पाहीजे.

SCERT TELANGANA

अभ्यासक्रम

क्षेत्र आणि धडे — **अभ्यासक्रमाचे वर्णन**

संख्या प्रणाली
(60 तास)

1. आपल्या सख्याची ओळख
2. पुर्ण संख्या
3. सख्याशि खेळ
6. पुर्णांक
7. अपुर्णांक आणि दशांश

(i) • **आपल्या सख्याची ओळख :**
99,999; पर्यंतच्या सख्याची समज द्रुड करणे सख्याचा अंदाज लावणे सख्याची तुलना करणे, स्थान किमंत (संक्षिप्त आणि विस्तार) सबंध जोडणे =, <, > ; ह्या चिन्हांचा वापर करणे, कंसाचा वापर करणे.

- मोठया संख्याचा समावेश करुन क्रियांचे शाब्दीक गणित ज्यांचे उत्तर ज्यास्तीत ज्यास्त 6 अंकी असायला पाहिजे (हे लांबि आणि वजनाच्या मोठ्या मोठ्या एककातुन लहान एकका मध्ये रुपांतर करणे.)
- संख्या वरील क्रियांच्या परिणामाचे अंदाज काढणे.
- मोठया संख्याचा परिचय (a) लक्ष आणि दहा लक्ष पर्यंत (b) कोटी आणि दहा कोटी पर्यत, संख्या वाचनाची आंतरराष्ट्रीय पध्दत (मिलीयन)

(ii) **पुर्ण संख्या :**

- नैसर्गिक संख्या पुर्ण संख्या
- संख्याचे गुणधर्म (संवृता, क्रमनिरक्षेता, साहचर्य, वितरन, बेरजेचा गुणाकाराचा अविकारक)
- संख्या रेषा, नमुना पाहाने, मुळ नियमाला ओळखने आणि त्याची व्यवस्थीत रचना करने .

(iii) **संख्याशी खेळ :**

- मुलभुत क्रियांमध्ये गुणधर्माची उपयुक्तता .
- 2,3,5,6,9,10. चे विभाज्यता नियम दृढ करणे .
- नमुन्याचे निरीक्षण करुन 4,8,11 च्या विभाज्यता नियमाचा शोध लावणे.
- अवयव आणि विभाज्य, सम / विषम संख्या, मुळ / संयुक्त संख्या, सहमुळ संख्या,.
- मुळ अवयव पाडणे, प्रत्येक संख्येला त्याच्या मुळ अवयवाच्या गुणाकाराच्या रुपात लिहु शकतात .
- ल.सा.वि आणि म.सा.वि, मुळ अवयव पध्दतीने आणि भागाकार पध्दतीने काढणे.
- गुणधर्म ल.सा.वि: × म.सा.वि, = दोन संख्याचा गुणाकार
- सहमुळची ल.सा.वि आणि म.सा.वि. काढणे.
- शुन्याचे महत्व आणि त्याचे गुणधर्म

(iv) **ऋणात्मक संख्या, पुर्ण संख्या :**

- ऋणात्मक संख्या कशा मिळतात, ऋणात्मक संख्याचा नमुना, दैनंदिन जीवनाशी त्याचे सबंध, ऋणात्मक संख्याचा क्रम संख्या रेषेवर दर्शविने.
- मुळ नमुना पाहता, ओळखता आणि नियमाचे सुत्रिकरन करता येणे.
- पुर्णांकाची व्याख्या समजने, संख्यारेषेवर पुर्णांकाला ओळखने.
- पुर्णांकाची बेरिज आणि वजाबाकी क्रिया, संख्या रेषेवर ह्या क्रिया दाखवणे (ऋणात्मक पुर्णांक मिळविणे म्हणजे त्या संख्येच्या किंमतीतुन त्याला कमी करणे हे समजने).
- पुर्णांकाची तुलना करणे आणि त्यांना चढत्या-उतरत्या क्रमात लावणे .

SCERT TELANGANA

	(v) **अपुर्णांक आणि दशांश** : • अपुर्णांक म्हणजे काय याची उजळणी,संपुर्णां मध्ये एक भाग म्हणजे अपुर्णांक होय • अपुर्णांकांना दर्शविने (संख्या रेषेवर आणि चित्राने.) • अपुर्णांकाची प्रकार- सम, विषम छेद आणि मिश्र अपुर्णांकं • अपुर्णांकाची समानता,समछेद विषमछेद अपुर्णांक, अपुर्णांकाची तुलना • अपुर्णांकाची बेरिज आणि वजाबाकी . • शाब्दीक गणित (मोठ्या आणि अवघड गणना टाळने) अपुर्णांकाच्या डिग्रीचे अंदाज (1/2, ¼, ¾ इत्यादि,). • दशांश अपुर्णांकाच्या कल्पनेची समिक्षा करणे. • दशांश अपुर्णांकाच्या संदर्भात स्थान किंमत ओळखणे. • अपुर्णांक आणि दशांश अपुर्णांकाचे एकमेकात रुपांतर (ह्या स्थितीत पुनरावर्ती दशांशाला टाळा). • दशांश अपुर्णांकाते बेरिज आणि वजाबाकी मध्ये शाब्दीक गणित (शाब्दीक गणिता मध्ये क्रियांचा समावेश असायला पाहिजे) संदर्भ, पैसे, वजन, लांबि तुलना .
9.**बिजगणिताचा** परीचय **बिजगणित** (15**तास**)	**बिजगणताचा परिचय** • योग्य शाब्दीक गणित आणि नमुन्या व्दारे चल राशिंचा परिचय आणि सामान्यीकरन (उदा $5 \times 1 = 5$ इत्यादी) • अशा पध्दतिचे नमुने अजुन काही उदा.लागु करणे. • साध्या संदर्भाच्या उदा.व्दारे माहित नसेलेल्याचा परिचय(एकचक्रिया) • संम आणि विषम संख्येला सामान्य रुपात (2n, 2n+1).
अंक गणित (15तास) 11. गुणोत्तर आणि **आणि प्रमाण**	• गुणोत्तराची कल्पना • दोन समान गुणोत्तर म्हणजे प्रमाण होय . • एकमान पध्दत. • शाब्दीक गणित. • अंक गणितामध्ये गुणोत्तर आणि प्रमाण समजणे .
	भुमीतीय मुलभूत संकल्पना (2-D): • भुमीतीची प्रस्तावना, दैनंदिन अनुभवाशी त्याचा सबंध आणि प्रतिबिंब • रेषा रेषाखंड किरण, • उघडलेल्या आणि बंदोस्त भाग . • सरळ रेषीय आणि वक्ररेषीय हद्द . • कोण— शिरोबिंदु , भुजा, आतील आणि बाहेरील भाग . • त्रिकोण---, शिरोबिदु,बाजु कोन आतील आणि बाहेरील भाग उंची आणि मध्यगा. • चौकोण--- बाजु शिरोबिदु कोण,कर्ण, लगतच्या बाजु आणि विरुध्द बाजु (फक्त बर्हीगोल चौकोणाच्या संदर्भात) चौकोणाच्या आतील आणि बाहेरील भाग . • वर्तुळ — केंद्र, त्रिज्या, व्यास, आतील आणि बाहेरील भाग, कंस, जीवा, व्दैत्रिज्याखंड वर्तुळखंड, अर्धवर्तुळखंड,परीघ.

SCERT TELANGANA

5.रेषा आणि कोणांचे मापण 12. सम्मीती	**रेषा आणि कोणांचे मापण :** • रेषाखंड मोजणे. • कोण मोजणे . • कोणाचे प्रकार -लघुकोण, विशालकोण, काटकोन सरळ कोण परावर्तीत कोण, शुन्य कोण.. •रेषाची जोडी, छेदणाऱ्या आणि लंब रेषा, समांतर रेषा
13. प्रत्यक्ष भुमिती 14.3D आणि 2D आकारात	***सम्मीती*** • सम्मीतीच्या आकाराचे परावर्तन सम्मीतीसाठी निरीक्षम आणि ओळख.(आरशातील प्रतिमा घेवुन) साध्या 2-D आकाराच्या परावर्तनाची क्रिया. • परावर्तन सम्मीतीला ओळखणे,अक्षाला ओळखणे.
	प्रत्यक्ष भुमिती (रचना) • रेषाखंड काढणे (सरळ कडा, स्केलपट्टी, कोन मापक, कंपासच्या साह्याने.) • वर्तुळाची रचना. • लंब दुभाजक . • कोनाची रचना (कोन मापकाच्या साह्याने) • 60° आणि 12° कोन (कंपासच्या साह्याने.) • कोन दुभाजक - 30°, 45°, 90° इत्यादि. (कंपासच्या साह्याने.) • कोन दिलेल्या कोणाच्या समान (कंपासच्या साह्याने.) • दिलेल्या रेषेशी लंब रेषा बिंदु काढणे. a) रेंषेवरील b) रेषे बाहेरील.
	2-D आणि 3-D आकारास समजणे • 3-D आकारास ओळखणे. जसे- घन, घनास दंडगोल,गोल, शंकु पिरॅमीड (त्रिकोणाकार आणि चौकोनाकार) सभोवताली असलेल्याची जागा शोधणे आणि ओळखणे. • 3-D आकृतीचे घटक. (बाजु, कडा आणि, शिराबिंदु) • घनाची जाळी, घन, दंडगोल, शंकु आणि टेट्राहायड्रान,.
महत्वमापन (15तास) **10.परिमिती आणि क्षेत्रफळ**	***परिमिती आणि क्षेत्रफळ*** • काही आकारावरुन परीमितीचा परिचय आणि सामान्यता समजने. • सारखी परीमिती असलेले विविध प्रकाचे आकार . • क्षेत्रफळाची संकल्पना आयाताचे आणि चौरसाचे क्षेत्रफळ, परीमीती आणि क्षेत्रफळास असनाऱ्या संबधाची उदाहरणे.. • आयाताची परीमीति – आणि त्याचा विशेष संदर्भ – चौरस • नमुना आणि सामान्यकरणाव्दारे आयाताच्या परीमीतीचे सुत्र तयार करणे.नंतर चौरसाचे सुत्र तयार करण.
8. माहिती हाताळणे (10तास)	***माहिती हाताळणे*** • माहिती म्हणजे काय? • गोळा केलेली माहिती उदाहरणे. ताळयाची खुन आणि सारणीत दाखविने. • चित्रालेख, चित्रालेखाचे स्पष्टीकरण आणि रचना . • दिलेल्या माहितीचे स्तंभालेख काढने,स्तंभालेखाचे स्पष्टीकरण करने .

SCERT TELANGANA

शैक्षणिक प्रमाण

अनुक्रमनिका	शैक्षणिक प्रमाण	
1.संख्याप्रणाली आपल्या संख्याची ओळख	1.समस्या निराकरन	•मोठ्यासंख्याचा समावेश करुन संख्या क्रियांचे शाब्दीक गणित ज्याचे उत्तर जास्तीत जास्त 5 अंका पर्यंत असायला पाहिजे.
	तार्किक सिध्दता	• लांबी आणि वजनाच्या एककाचे रुपांतर. • संख्य वरील क्रियांच्या परीणामचे अंदाज करणे. • स्थान किंमतीच्या कल्पने(Concept)नुसार मोठ्या संख्याची तुलना
	माहीती :	• दिलेल्या संख्याचा वापर करुन वेगवेगळेया मोठ्या संख्या तयार करु शकणे आणि त्या मधुन सर्वत लहान निवडणे . • कोणत्याही पाच अंकी संख्येला शब्दामध्ये आणि नंतर अंका मध्ये लिहणे. .
	अनुसधान	• <,>,= चिन्हाचा वापर करुन पाच अंकी संख्येची तुलना करणे. • दैनंदिन जीवनात मोठ्या संख्याचा वापर करायला शिकणे (गावातील लोकसंख्या, शेतीवरचे उत्पन्न इत्यादी.)
2. पुर्ण संख्यां	प्रदर्शन :	• संख्याना विस्तृत आणि संक्षिप्त रुपात दाखविने. (संख्यामधिल एकक दशक, शतक, हजार संख्याच्या संमुदायाचा वापर करुन.)
	समस्या निराकरण	• ______________
	तार्किक सिध्दता	• पुर्ण संख्येचे गुणधर्म जसे- संवृतता, सहचर्य, व्यस्त, अविकारक वितरण, क्रमनिरपेक्षता (+. - . x) ची सिध्दता.
	अनुसधान :	• दैनंदिन जीवनात पुर्ण संख्यांच्या वापराचा शोध . • N, आणि W. पुर्ण मधील सबंध समजणे
3.संख्याशी खेळ	प्रदर्शन	• संख्या रेषेवर पुर्ण संख्या दर्शविणे .
	समस्या निराकरण	• दोन किंवा दोन पेक्षा ज्यास्त कंस असलेल्या अंक गणितीय विधानाची सुलभता • विभाज्यता परिक्षणाच्या नियमांची तपासणी करणे. • वेगवेगळया संदर्भात ल.सा.वी.चा वापर समजने आणि त्यांना भागाकार, मुळ अवयव पध्दतीने माहीत करणे.

SCERT TELANGANA

	तार्किक सिध्दता	• विभाज्यता नियमांच्या मागील तर्क माहीत करणे . • पडताळनीव्दारे दोन संख्याचा ल.सा.वी. आणि म.सा.वी.मधील सबंध समजने. हे संबंध फक्त दोन संख्यामध्येच का आहे दोन पेक्षा ज्यास्त संख्या घेऊन, नमुने पाहुण निष्कर्षावर येने.
	माहिती :	• मुलभूत क्रिया मध्ये कंसाचा वापर .
	अनुसंधान :	• अवयवामधील संबंध स्थापीत करणे . • वास्तविक जिवातील परीस्थीत ल.सा.वी आणि म.सा.वी.चा वापर समजने . • भागाकारातील नमुना गुणाकाराचा तक्ता माहीत करणे .
	प्रदर्शन :–	
6. **पुर्णांक**	**समस्या निराकरण**	• पुर्णांकाचा समावेश असलेल्या बेरीज वजाबाकी गुणाकाराचे गणित सोडविने.
	तार्किक सिध्दता	• पुर्णांकाची तुलना आणि पुर्णांकांना क्रमात लावणे. • N, आणि Z मध्ये +,_ चे फरक
	माहिती :	• पुर्णांकाच्या संचाची आश्यकता समजने.
	अनुसंधान :	• N,W आणि Z मधिल अनुसंधान माहीत करणे. • संख्या रेषेवर पुर्णांक दर्शविने .
	प्रदर्शन :	• संख्यारेषेवर बेरिज, वजाबाकी, गुणाकार दाखविने .
7. **पुर्णांक आणि दशांश**	**समस्या निराकरण**	• सम आणि विषम छेद पुर्णांकाची बेरीज आणि वजाबाकी (अवघड आणि मोठया समस्या टाळा.) • पुर्णांक आणि दशांश अपुर्णांकाचे एकमेकात रुपांतर करणे. • दशांश अपुर्णांकाच्या + ,- च्यासमावेश असलेले शाब्दीक गणित (पैशे, वजन, लांब आणि वजनावर दोन क्रिया एकत्र)
	तार्किक सिध्दता	• ________________
	माहिती	• ________________

SCERT TELANGANA

	अनुसंधान	• पुर्णांक, दशांश पुर्णांक, दशांश संख्याचे अनुसंधान .
	प्रदर्शन :	• ________________
बिजगणित 9. **बिजगणिताचा परीचय**	**समस्या**	• पदावलीची किमंत काढा जेव्हा चल राशिच्या जागी त्याची किमंत प्रतिक्षेपीत करतो (साधी पदावलिला एका क्रियेने घेतो)
	तार्किक सिध्दता	• दिलेल्या नमुन्याने साधारीकरण त्यास बिजगणितीय पदावली व्यक्त करणे.
	माहिती :	•वास्तविक जिवनातील साध्या संदर्भाचा बिजगणितीय पदावलित बदल करणे.
	अनुसंधान	• माहित नसनाऱ्या किमंती येत असतांना गणितीय पदावलीचे उपयोग लिहीने. • संख्या पध्दती आणि बिजगणितीय पध्दतीला जाणुन साध्या संदर्भाचा उपयोग करुन जोडा.
	प्रदर्शन :	• सम आणि विषम संख्येला 2n, 2n+1.या सामान्य रुपात दर्शवा
अंकगणित 11. गुणोत्तर आणि प्रमान	**समस्या निराकरण**	• दोन गुणोत्तराचे मिश्र व्यस्त गुणोत्तराची किमंत काढा . • शाब्दीक प्रश्न एकमान पध्दतीव्दारे सोडवा .
	तार्किक , सिध्दता	• दिलेल्या गुणोत्तराची तुलना करा . • गुणोत्तरातील गुणोत्तराचे नियम पडताळुन पहा . • गुणोत्तरास व्यक्त करन्यासाठी सारख्या एककाचा वापर का करतात, याचे करणे सांगा .
	माहिती : :	• गुणोत्तरास चिन्हाच्या आणि समान अपुर्णांकाच्या रुपात लिहा ..
	अनुसंधान :	• रेषा आणि कार्य, वेळ आणि अंतर लिहने, वाचने, या प्रमानातील सबंधाचे निरीक्षन करा .
	प्रदर्शन	• ________________

SCERT TELANGANA

भुमीती 4. भुमीतीय मुलभुत संकल्पना	**समस्या निराकरण**	• ____________________
	तार्किक , सिध्दता	• भुमितीय मुलभुत आकाराचे फरक जाणणे (त्रिकोण, वर्तुळ,चौकोण) • त्रिकोण आणि चौकोण मधिल फरक जाणणे आणि त्याची तुलना करने
	माहिती :	•भुमितीय मुलभुत आकाराचे उदाहरण देने (आजुबाजुला असलेल्या त्याच्या पुष्ठभागावरुन)
	अनुसंधान:	• सभोवतालच्या भुमितीय मुलभुत आकाराची कल्पना करने . •वर्तुळाचे वेगवेगळे भाग व त्या मधील संबध समजने (वर्तुळ, अर्धवर्तुळ, व्दित्रिज्या खंड, व्यास, त्रिज्या, जीवा इत्यादी)
	प्रदर्शन:	• भुमितीच्या मुलभुत आकारांना चित्र रुपात दर्शविने .
5. रेषा आणि कोणाचे मापन	**समस्या निराकरण**	• दिलेल्या रेषा खंडाचे मापन
	तार्किक विचार	• अंदाज आणि पडताळनी व्दारे रेषा खंडाच्या लांबिची तुलना • दिलेल्या कोणांचे वर्गीकरन . • छेदनाऱ्या रेषांच्या जोडतील फरक जाणने, लंब रेषा . • दिलेल्या कोनाच्या प्रकाराचा अंदाज करने. • दिलेल्या कोणांची तुलना करणे. • अंदाजाने कोन जवळच्या मापनात संपुर्ण करने(Rounds off)
		:• ____________________
	अनुसंधान :	• सिभोवताली असलेल्या प्राथमिक आकाराचा वापर आणि त्यांच्या मापनांची माहिती करने .
	प्रदर्शन:	• दिलेल्या मापनाचे रेषाखंड काढणे . •साहित्याचा वापर करुन दिलेला कोन काढणे .

SCERT TELANGANA

12. **संम्मीती**	**समस्या निराकरण**	• दिलेल्या 2D भुआकाराचे सम्मीत अक्ष माहित करा..
	तार्किक सिध्दता	• सम्मीतीय आणि असम्मीत आकारातील फरक. • दिलेल्या 2Dआक्रुती मधील परावर्तण सम्मीतीला स्पष्ट करा.
	माहिती	• 2Dसम्मीत वस्तुच्या परावर्तण सम्मीतीला त्याच्या अक्षाशी स्पष्ट करा
	अनुसंधान :	• सभोवतालच्या परावर्तन सम्मीतीचे निरीण करा आणि ओळखा • निसर्गातील परावर्तन सम्मीतीची प्रशंशा करा.
	प्रदर्शन :	• दिलेल्या 2D आकृतीचे सम्मीती अक्ष काढा.
13. **प्रत्यक्ष भुमिती**	**समस्या निराकरण**	• ________________
	तार्किक	• दिलेल्या रेषेची जोडी लंब आहे किवा नाही याचा आंदाज लावा.
	माहिती :	• अक्षरेशाखंड वर्तुळ लंब दुभाजक,कोन,कोन दुभाजक मधील रचनेची माहीती द्या.
	अनुसंधान :	• ________________
	सिध्दता	• दिलेल्या रेष कोण दुभाजक आहे किंवा नाही अंदाज लावा
	प्रदर्शन:	• रेशाखंड वर्तुळ ,लंब दुभाजक ,कोन ,कोन प्रदर्शण दुभाजक काढा.
14. **3D,आणि 2D आकारास समजने**	**समस्या निराकरण**	• ________________
	तार्किक सिध्दता	• 3Dआकाराचा बाजु,कडा,शीरोबिंदु वरुन फरक(घन घनाभ ईष्टीकाचिती,गोल शंकु, चिती पिरॉमीड)
	प्रदर्शन :	• ________________

SCERT TELANGANA

	अनुसंधान:	• सभोवतालच्या 3D आकारास त्याच्या नावावरुन ओळखा. • घन,घनाभ,ईष्टीकाचिती,आणि त्याची जाळी यातील संबंध समझुन घ्या
	प्रदर्शन :	• 3Dआकारास कागदावर 2Dमध्ये दर्शविणे.
महत्व मापन 10.**परिमीती आणि क्षेत्रफळ**	**समस्या : निराकरण:**	• आयत आणि चोरसाची परीमीती आणि क्षेत्रफळाचे प्रश्न सोडवा. • शाब्दीक समस्या (प्रश्न) सोडविने
	तार्किक: सिध्दता:	• आकृतीच्या परीमीती आणी क्षेत्रफळातील फरक काढा. • आकारापेक्षा जास्त असलेल्या दिलेल्या आक्रृतीची परीमीती कढा. • सारखे क्षेत्रफळ आणी वेगवेगळी परिमीती असणाऱ्या आयत/चौरसाची माप द्या • असदिलेल्या आकाराची सारखी परिमीतीअसलेल्या आकारास ओळखा. • परीमीती क्षेत्रफळ काढतांना चुका माहित करुन घ्या त्यास दुरुस्त करुन घ्या.
	माहिती:	• आयत/चौरसाची परिमीती /क्षेत्रफळ सुत्रात आणि शब्दात व्यक्त करता येते.
	अनुसंधान :	• क्षेत्रफळ आणि परिमीती चेसंबंध स्तापीत करतात.
	प्रदर्शन:	• बहुभुजीचे क्षेत्रफळ त्या जागेत गडद करुन लिहा
8. माहिती हाताळणे	**समस्या: निराकरण:**	• कच्या माहितीस वर्गीकृत करुन जमविने.
	तार्किक: सिध्दता:	• सारनीतील माहितीस शब्दाच्या रुपात विवरन देणे.
	माहिती:	• स्तंभालेख आणि चित्रलेखाचे फायदे,नुकसान
	अनुसंधान:	• स्तंभालेख आणि चित्रलेखाचा उपयोग आपल्या रोजच्या जिवनाताकरण्यासाठी होतो.(वर्षवारी जनसंख्या, वार्षीक बजट, पिकाचे उत्पादन ईत्यादी.)
	प्रदर्शन :	• माहीती ताळयाच्या खुनेत दर्शविने • माहीती सारनीच्या रुपात दर्शविने. • माहीती स्तंभालेख आणि चित्रलेखात दर्शविने.

SCERT TELANGANA

लोकसंख्या वितरण आणि लिंग प्रमाण: जनगणना 2011

राज्य / कें.प्र कोड	भारत/राज्य /केंद्र शाषित प्रदेश	एकुन लोकसंख्या			लिंग प्रमाण(स्त्रिया प्रती 1000 पुरुष)
		लोकसंख्या	पुरुष	स्त्रिया	
1	2	3	4	5	6
	भारत	1,210,193,422	623,724,248	586,469,174	940
1	जम्मु कश्मीर	12,548,926	6,665,561	5,883,365	883
2	हिमाचल प्रदेश	6,856,509	3,473,892	3,382,617	974
3	पंजाब	27,704,236	14,634,819	13,069,417	893
4	चंदीगड	1,054,686	580,282	474,404	818
5	ऊत्तराखंड	10,116,752	5,154,178	4,962,574	963
6	हरियाना	25,353,081	13,505,130	11,847,951	877
7	दिल्ली NCT	16,753,235	8,976,410	7,776,825	866
8	राजस्थान	68,621,012	35,620,086	33,000,926	926
9	उत्तर प्रदेश	199,581,477	104,596,415	94,985,062	908
10	बिहार	103,804,637	54,185,347	49,619,290	916
11	सिक्कीम	607,688	321,661	286,027	889
12	अरुणाचल प्रदेश	1,382,611	720,232	662,379	920
13	नागालॅंड	1,980,602	1,025,707	954,895	931
14	मणीपुर	2,721,756	1,369,764	1,351,992	987
15	मेझोरम	1,091,014	552,339	538,675	975
16	त्रिपुरा	3,671,032	1,871,867	1,799,165	961
17	मेघालय	2,964,007	1,492,668	1,471,339	986
18	अस्साम	31,169,272	15,954,927	15,214,345	954
19	पश्चीम बंगाल	91,347,736	46,927,389	44,420,347	947
20	झारखंड	32,966,238	16,931,688	16,034,550	947
21	ओरिसा	41,947,358	21,201,678	20,745,680	978
22	छत्तीसगड	25,540,196	12,827,915	12,712,281	991
23	मध्य प्रदेश	72,597,565	37,612,920	34,984,645	930
24	गुजरात	60,383,628	31,482,282	28,901,346	918
25	दमन आणी दीव	242,911	150,100	92,811	618
26	दादरा, नगर हवेली	342,853	193,178	149,675	775
27	महाराष्ट्र	112,372,972	58,361,397	54,011,575	925
28	आंध्र प्रदेश	84,665,533	42,509,881	42,155,652	992
29	कर्नाटक	61,130,704	31,057,742	30,072,962	968
30	गोवा	1,457,723	740,711	717,012	968
31	लक्ष द्विप	64,429	33,106	31,323	946
32	केरळ	33,387,677	16,021,290	17,366,387	1,084
33	तमिळनाडू	72,138,958	36,158,871	35,980,087	995
34	पॉंडेचरी	1,244,464	610,485	633,979	1,038
35	अंदमान आणि निकोबार बेट	3,79,944	202,330	177,614	878

SCERT TELANGANA