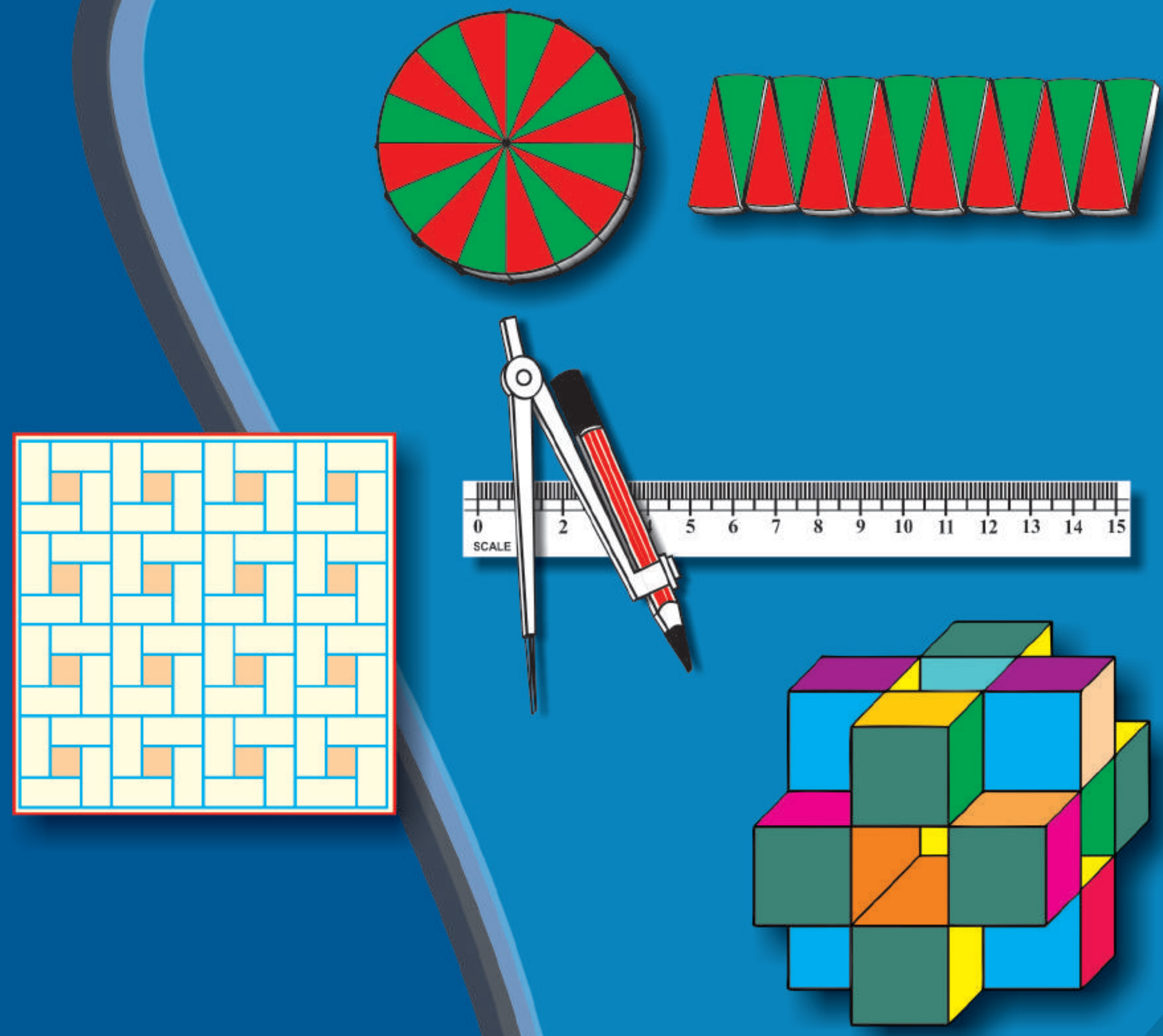


State Council of Educational Reasearch and Training
Telangana, Hyderabad

கணிதம் வகுப்பு 8

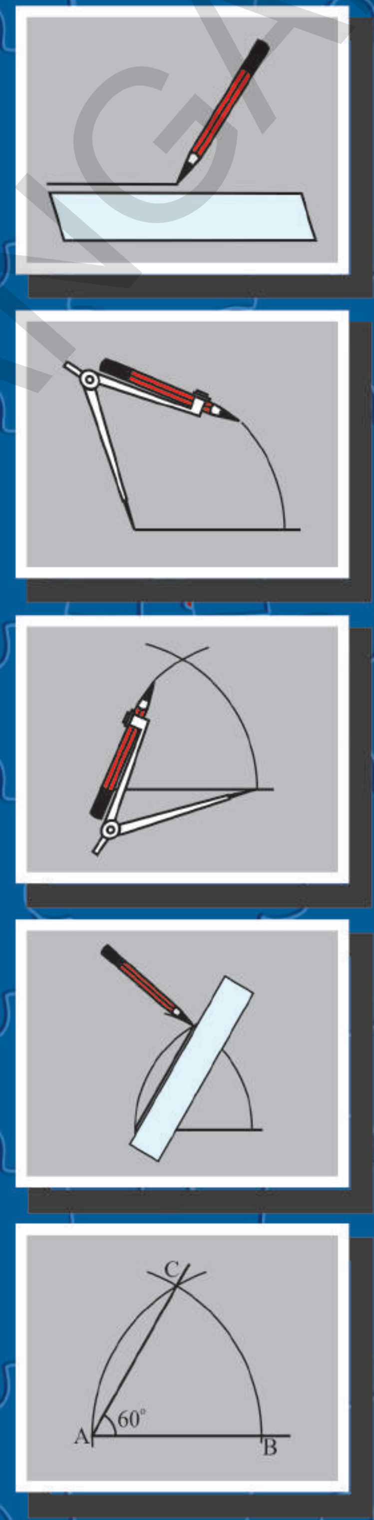
கணிதம்

FREE

வகுப்பு 8 (TAMIL MEDIUM)

MATHEMATICS

Class VIII



வெளியீடு
தெலங்கானா மாநில அரசு
ஐதராபாத்

தெலங்கானா மாநில அரசின் இலவச வெளியீடு

CHILDREN! THESE INSTRUCTIONS FOR YOU...

- For each and every conceptual understanding, a real life context with appropriate illustrations are given in the textbook. Try to understand the concept through keen reading of context along with observation of illustration.
- While understanding the concepts through activities, some doubts may arise. Clarify those doubts by through discussion with your friends and teachers, understand the mathematical concepts without any doubts.
- "Do this/Do these" exercises are given to test yourself, how far the concept has been understood. If you are facing any difficulty in solving problems in these exercises, you can clarify them by discussing with your teacher.
- The problems given in "Try this/try these", can be solved by reasoning, thinking creatively and extensively. When you face difficulty in solving these problems, you can take the help of your friends and teachers.
- The activities or discussion points given "Think & disicuss" have been given for extensive understanding of the concept by thinking critically. These activities should be solved by discussions with your fellow students and teachers.
- Different typs of problems with different concepts discussed in the chapter are given in an "Exercise" given at the end of the concept/chapter. Try to solve these problems by yourself at home or leisure time in school.
- The purpose of "Do this"/do these", and "Try this/try these" exercises is to solve problems in the presence of teacher only in the class itself.
- Where ever the "project works" are given in the textbook, you should conduct them in groups. But the reports of project works should be submitted individually.
- Try to solve the problems given as homework on the day itself. Clarify your doubts and make corrections also on the day itself by discussions with your teachers.
- Try to collect more problems or make new problems on the concepts learnt and show them to your teachers and fellow students.
- Try to collect more puzzles, games and interesting things related to mathematical concepts and share with your friends and teachers.
- Do not confine mathematical conceptual understanding to only classroom. But, try to relate them with your suroundings outside the classroom.
- Student must solve problems, give reasons and make proofs, be able to communicate mathematically, connect concepts to understand more concepts & solve problems and able to represent in mathematics learning.
- Whenever you face difficulty in achieving above competencies/skills/standards, you may take the help of your teachers.

Graph

கணிதம்

எட்டாம் வகுப்பு

MATHEMATICS

CLASS - VIII

(TAMIL MEDIUM)

பாடப்புத்தக மேம்பாடு & வெளியீட்டுக் குழு

முதன்மை செயல் அதிகாரி : **திரு. A. சத்திய நாராயண ரெட்டி**
இயக்குநர், SCERT, ஐதரபாத்.

முதன்மை செயல் நிர்வாகி : **திரு. B. சுதாகர்**
இயக்குநர், அரசுநூல் அச்சுக்கூடம், ஐதராபாத்.

அமைப்பு பொறுப்பாளர் : **டாக்டர். B. உபேந்திர ரெட்டி**
பேராசியர் & தலைவர், பாடத்திட்ட & நூல் உருவாக்கும் துறை SCERT, ஐதராபாத்.

வெளியிடுவோர்

தெலங்கானா மாநில அரசு, ஐதராபாத்

சட்டத்தை மதிப்போம் **கல்வியால் உயர்வோம்**
உரிமைகளைப் பெறுவோம் **பணிவாய் நடந்துகொள்வோம்**

தெலங்கானா அரசின் இலவச வெளியீடு 2019-20

New Edition

New Impressions 2019-20

This Book has been printed on 70 G.S.M. SS Maplitho
Title Page 200 G.S.M. White Art Card

தெலங்கானா மாநில அரசின் இலவச வெளியீடு 2019-20

Printed in India
at the Telangana Govt. Text Book Press,
Mint Compound, Hyderabad,
Telangana.

— o —

பாடநூல் மேம்பாட்டுக்குழு

ஆய்வுத்தாள் மற்றும் பாடத்திட்டம் மற்றும பாடநூல் மேம்பாட்டு அமர்வாளர்

பேராசிரியர். V.கண்ணன்
கணிதம் மற்றும் புள்ளியல் துறை HCU, Hyderabad

தலைமை அறிவுரையாளர்கள்

சுக்கா இராமையா
கணிதத்தின் சிறந்த பண்டிதர்,ஆந்திரப் பிரதேசம், ஐதராபாத்

டாக்டர். H.K.தேவன்
கல்வி அறிவுரையாளர், வித்யா பவன் கழகம்,உதயப்பூர்

எழுத்தாளர்கள்

திரு.டாட்டா வெங்கடராமகுமார்
H.M., ZPPHS, முலுமுடி, நெல்லூர் மாவட்டம்

திரு.சோம பிராசாத்பாபு
PGT. APTWRS, சந்திரசேகரபுரம், நெல்லூர்.

திரு.கோமண்டூரி முரளி ஸ்ரீநிவாஸ்
PGT.APTWR சிறப்புப்பள்ளி ஸ்ரீசைலம்.

திரு.பாதாள சுரேஷ்குமார்
SA,GHS, ஜமிஸ்தான்பூர், மணிகேஸ்வர்நகர், ஐதராபாத்.

திரு. துக்கராஜ் வேனு
SA,GHS, அல்லாவாடா,செவல்லா மணடலம், ர.ரெ.மாவட்டம்.

திரு.அந்தோணி ரெட்டி
H.M.புனித பீட்டர் உயர்நிலைப்பள்ளி, R.N.பேட்டை, நெல்லூர்.

திரு.D. மனோகர்
SA, ZPHS,பிராமணபள்ளி, தத்வாய்மண்டலம், நிஜாமாபாத்(மா).

திரு.கொட்டுமுக்கல V.B.S.N. இராஜு
SA, முனிசிபல் உயர்நிலைப்பள்ளி, கஸ்பா, விஜயநகரம்.

திரு. K.வரதசுந்தர்ரெட்டி
SA, ZPHS,தக்கசீலா, ஆலம்பூர் மண்டலம் மக்பூப்நகர்.

திரு.அப்புராஜு கிஷோர்
SGT, MPUPS,சீமல்லமுடி, குண்டூர் மாவட்டம்.

திரு.G.ஆனந்தரெட்டி
ஓய்வுபெற்ற தலைமையாசிரியர்,ரங்காரெட்டி,மாவாட்டம்

திரு. M. இராஞ்சநேயலு
விரிவுரையாளர், அரசு D.I.E.T., விகாராபாத், ர.ரெ.(மா)

திரு. M. இமார்ச்சாரி
விரிவுரையாளர், அரசு D.I.E.T., விகாராபாத், ர.ரெ.(மா)

திரு. A. ராம்பாபு
விரிவுரையாளர், அரசு CTE, வரங்கல்

தொகுப்பாளர்கள்

பேராசியர் V. சிவராமப்பிரசாத்
கணிதத்துறை (ஓய்வு)
உஸ்மானியா பல்கலைக்கழகம், ஐதராபாத்.

டாக்டர் S. சுரேஷ்பாபு
பேராசிரியர், புள்ளியியல் துறை,SCERT ஆ,பி.ஐதராபாத்.

பேராசியர் N.C. பட்டாபி ராமாச்சார்யுலு
ஓய்வுபெற்றவர், தேசிய தொழில்நுட்ப நிறுவனம்
வரங்கல்.

திரு. K. பிரம்மய்யா
ஓய்வுபெற்ற பேராசிரியர்,SCERT ஆ,பி.ஐதராபாத்.

ஒருங்கிணைப்பாளர்கள்

திரு. காதலவரம் ராஜேந்திரரெட்டி
SA, UPS, திம்மாபூர், சம்தம் பேட்டை, நல்கொண்டா (மா)

திரு. டாட்டா வெங்கடராம் குமார்
HM, ZPPHS, முலுமுடி, நெல்லூர் மாவட்டம்.

தமிழாக்கம்

ஒருங்கிணைப்பாளர் : திரு. **J.சந்திரய்யா,** Principal,DIET,கார்வேட்நகர், சித்தூர் மாவட்டம்.

மேற்பார்வையாளர்கள்:திரு. **P.S.தங்கமணி,** Faculty in Maths,DIET,கார்வேட்நகர், சித்தூர் மாவட்டம்.

திரு. **T.ஜான்டல்லஸ்,**SA (சமூக அறிவியல்) ZPHS, புதுப்பேட்டை, நகரி மண்டலம்,

மொழிப்பெயர்ப்பாளர்கள் :

திருமதி. **C.நாகலட்சுமி,** SA (கணிதம்) ZPHS, புத்தூர், புத்தூர் மண்டலம், சித்தூர் மாவட்டம்.

திருமதி. **V.கிரிஜாவதி,** SA, (கணிதம்), GHS, நகரி, நகரி மண்டலம், சித்தூர் மாவட்டம்

திருமதி. **G.தனசேகரி,** SA (கணிதம்) ZPHS, புதுப்பேட்டை, நகரி மண்டலம், சித்தூர் மாவட்டம்.

திரு. **S.K.மணி,** SA (கணிதம்), ZPHS, பிச்சாட்டூர், பிச்சாட்டூர் மண்டலம், சித்தூர் மாவட்டம்.

திரு. **P.இராமமூர்த்தி,** SA (கணிதம்), ZPHS. புத்தூர், புத்தூர் மண்டலம், சித்தூர் மாவட்டம்.

திரு. **M.M.நடராஜன்,** SA (கணிதம்), ZPHS. சிந்தலப்பட்டடை, நகரி மண்டலம், சித்தூர் மாவட்டம்.

திரு. **S.குமார்,** SA (கணிதம்), ZPHS. புதுப்பேட்டை, நகரி மண்டலம், சித்தூர் மாவட்டம்.

திரு. **S.குமரவேலு,** SA (கணிதம்), ZPHS. சத்திரவாடா, நகரி மண்டலம், சித்தூர் மாவட்டம்.

திருமதி. **C.S வளர்மதி,** SA (கணிதம்) ZPHS, ஏகாம்பரகுப்பம், நகரி மண்டலம், சித்தூர் மாவட்டம்.

திரு. **V.S.ஜெகந்நாதன்,** SA (கணிதம்), ZPHS. சத்திரவாடா, நகரி மண்டலம், சித்தூர் மாவட்டம்.

முகவுரை

கல்வி என்பது அறிவொளியையும் ஆற்றலையும் வழங்கும் வழிமுறையாகும். கல்வியின் சிறப்புத் தன்மையை உணர்ந்து அனைவருக்கும் தரமான கல்வி வழங்கவேண்டும் என்றும் வெளிப்படையான நோக்கத்தோடு அனைத்து முன்னேற்றக் கழகங்களும் ஆரம்பக் கல்வியின் பொதுமைப்படுத்துதலுக்குத் தங்களை அர்ப்பணித்துக் கொண்டன. அடுத்தபடியாக இடைநிலைக் கல்வியைக் கல்வியைப் பொதுமைபடுத்துதல் முக்கியத்துவம் பெற்றுள்ளது.

இடைநிலைக் கல்வியானது உயர் ஆரம்ப நிலையில், பயின்ற சார்புக் கணிதத்திலிருந்து ஒரு நற்பயிற்சியாக கணிதத்தைப் பயிலும் நிலைக்கு மாற்றமடைவதைக் குறிக்கிறது. இந்நிலையில் கூற்றுகளின் தர்க்க நிருபணங்கள், தேற்றங்கள் போன்றவை அறிமுகம் செய்யப்படுகிறது.

கணிதம் ஒரு சிறப்புப் பாடமாக இருப்பதோடு பகுத்தறிவுடன் பகுப்பாய்வில் ஈடுபடும் எந்த ஒரு பாடத்திற்கும் இணைபிரியாது தொடர்ந்து வரக்கூடிய ஒன்றாய் கருதப்படுகிறது என்னும் நம்பிக்கை எனக்கு உள்ளது. இந்த நூலைப் பயில்வதால் கணிதத்தை தங்களுடைய வாழ்க்கை அனுபவத்தின் கணிதத்தின் அடிப்படை அமைப்பைப் புரிந்துக்கொள்வர் என்றும் நம்புகின்றேன்.

ஆசிரியர்களுக்கு பாடத்திட்ட மற்றும் கற்பித்தல் பகுத்தறிவுத்திறன்களை புரிந்துகொள்ளவும், சிக்கலான பிரச்சினைகளை கிரகிக்கவும், மதிப்பெண்களுக்குப் பதிலாக கற்றல் மீது கவனத்தை செலுத்துவதும் தற்போது அவசியமாக உள்ளது. கற்றல் கற்பித்தல் செயல்முறையில் பாடத்திட்டத்தைச் சிறந்த முறையில் பரிமாற்றம் செய்ய ஒரு கலப்படமான வகுப்பறைச் சூழலுடன் தன்னை சரிசெய்துகொள்வது மிகவும் தேவையான ஒன்று. வாழ்க்கை முறையில் வேறுபட்ட கருத்துகளையும் எண்ணங்களையும் கொண்ட குழந்தைகளிடையே தன்னம்பிக்கையை வளர்க்க வகுப்பறைக் கலாச்சாரத்தை ஏற்படுத்த வேண்டும். கற்பித்தல் பணியில் வாழ்க்கையை அறிவுடன் இணைப்பது கட்டாயமாக உள்ளது.

ஆந்திரப்பிரதேச மாநில கலைத்திட்ட வடிவமைப்புப்பணி (APSCF-2011) யில் மேற்கூறிய கணிதக் கற்பித்தல் கண்ணோட்டமானது கணித ஆய்வுத்தாளில் விரிவாக கூறப்பட்டுள்ளது. அதில் நம்மாநிலத்தில் கணிதத்தைக் கற்பிக்கும் பள்ளியாண்டு திட்டங்கள் தெளிவாக விளக்கப்பட்டுள்ளன. இந்த பாடநூல் அனைத்து விதமான கருத்துகளையும் வழங்கும் முயற்சியை மேற்கொண்டுள்ளது.

ஆந்திரப்பிரதேச மாநில கல்வி ஆராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சிக்குழு இந்த பாடநூலை உருவாக்குவதில் துணைபுரிந்த மாநிலத்தின் பல் ஆசிரியர்களையும் மற்றும் பாடநூல் மேம்பாட்டுக்குழுவின் கடின உழைப்பையும் பாராட்டுகிறது. இதை சாத்தியமாக்கிய மாவட்டக் கல்வி அலுவலர்களுக்கும் மண்டலக்கல்வி அதிகாரிகளுக்கும் தலைமைப்பொறுப்பு வகித்த ஆசிரியர்களுக்கும் நன்றி கூற கடமைப்பட்டுள்ளேன். இப்பாட நூல் உருவாக்குவதில் ஒத்துழைப்பு நல்கிய பள்ளிக்கல்வி குழு மற்றும் இயக்குநகரத்திற்கும் நன்றி கூற கடமைப்பட்டுள்ளேன். தங்களுடைய விமர்சனங்களையும் அறிவுரைகளையும் வரவேற்கிறோம்.

இடம் : ஐதராபாத் — இயக்குநர்

தேதி : 03.12.2012 — SCERT, TS, .ஐதராபாத்

முன்னுரை

மாணவர்களின் பள்ளி வாழ்க்கையானது சுற்றுபுற வாழ்க்கையுடன் கண்டிப்பாக தொடர்புபடுத்தப்படவேண்டும். என ஆந்திர பிரதேச கலைத்திட்ட வடிவமைப்பு (APSCF - 2011) பரிந்துரை செய்தது. இப்பரிந்துரையின்படி ஆந்திர மாநில அனைத்து பாடங்களின் கலைத்திட்டத்தை புனரமைக்க முடிவு செய்தது. கல்வி உரிமைச் சட்டம் (RTE - 2009) ன் படி 14 வயது வரை பள்ளியில் சேரும் ஒவ்வொரு மாணவனும் ஒவ்வொரு நிலைகளிலும் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள திறன்களை கட்டாயம் பெற வேண்டும். தேசிய கலைத்திட்ட நிர்மாணக் குழு-2005 ஐ அடிப்படையாகக் கொண்டு உருவாக்கப்பட்ட இப்பாடத்திட்டமானது குறிப்பாக உயர்நிலையில் கணிதம் மற்றும் அறிவியல் பாடங்களின் மூலம் நாட்டின் எதிர்காலத்தை கருத்தில்கொண்டு மாணவர்களிடையே வலிமையான அடித்தளத்தை அமைக்கும்.

ஒரு நாட்டின் **வலி**மையானது, அது தன் மக்களின் தேவைகள், எண்ணங்கள் மற்றும் தொழில்நுட்ப வளர்ச்சியை மேம்படுத்த மேற்கொள்ளும் ஈடுபாடு மற்றும் திறனை பொருத்துள்ளது.

ஆரம்பநிலை, இடைநிலை, உயர்நிலை போன்ற மூன்று நிலைகளிலும் கணித பாடத்திட்டமானது அமைப்பு மற்றும் சுருள் அணுகுமுறைகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. உயர்நிலையிலுள்ள கணித ஆசிரியர்கள் 8லிருந்து 10 வகுப்புவரையுள்ள பாடத்திட்டத்தை நன்கு படித்து மாணவர்கள் ஆரம்பநிலை மற்றும் இடைநிலையில் பெற்ற புரிந்துகொள்ளுதல் மற்றும் பயன்படுத்துதல் திறனை விரிவுபடுத்த வேண்டும்.

கணித கண்டுபிடிப்புகள் மற்றும் கணிதத்திலுள்ள பொதுமைக் கருத்துகள் மற்றும் கருத்துகளை புரிந்துகொள்ளுதல் போன்றவற்றிற்கு முக்கியத்துவம் அளிக்க இப்பாடத்திட்டம் அமைப்பு அணுகுமுறையில் அமைக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்வணுகுமுறை மாணவர்களை வகுப்பறை செயல்களில் கலந்து கொள்ள மற்றும் விவாதம் செய்ய ஊக்குவிக்கிறது.

தற்போதுள்ள பாடப்புத்தகமானது APSCERT கலைத்திட்டத்தை புனராய்வு செய்த பிறகு கலைத்திட்டம் மற்றும் கல்வித்தரங்கள் (Academic Standards) ஐ அடிப்படையாகக் கொண்டு உருவாவக்கப்பட்டது.

இப்பாடத்திட்டம் நான்கு விரிவான பகுதிகளாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. அவை 1..எண்முறை 2.இயற்கணிதம் 3.எண்ணியில் 4.வடிவியல் 5.அளவியல் 6.விவரங்களை கையாளுதல் இவற்றை கற்பிப்பதினால் கல்வித்தரங்களில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள பிரச்சனை தீர்த்தல், தர்க்கவியல் சிந்தனை, கணித தகவலறிதல், விவரங்களை பல்வேறு முறைகளில் வெளிப்படுத்துதல், கணிதத்தை அன்றாட வாழ்வில் வெளிப்படுத்துதல், கணிதத்தை அன்றாட வாழ்வில் பயன்படுத்துதல் மற்றும் ஒரு ஒழுக்க நெறியாக படித்தல் போன்ற தரங்கள் மேம்படுத்தப்படும்.

சிந்திப்பதற்கு அதிக முக்கியத்துவமும் மற்றும் வாய்ப்புகளுகம் வழங்க இப்பாடத்திட்டத்தை மேம்படுத்துவதற்காக மேற்கண்ட முயற்சிகள் எடுக்கப்பட்டது. இதைசெய் மற்றும் முயன்றுபார் போன்றவற்றின் மூலம் சிறு குழுக்களாக விவாதம் செய்ய மற்றும் செயல்முறைகளை செய்ய வாய்ப்புகள் அளிக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே தகுந்த சூழலை உருவாக்க ஆசிரியர்களின் துணை தேவைப்படுகிறது.

இப்பாடப்புத்தகத்தின் சில சிறப்பம்சங்கள் :

- மாணவர்கள் அனைத்து கல்வி சார்ந்த செயல்களிலும் முழுமையாக ஆர்வம் காட்ட அத்தியாயங்கள் பல்வேறு முறைகளில் அமைக்கப்பட்டுள்ளது.
- இடைநிலையில் வடிவியல் கற்பித்தல், அதன் பண்புகளை அளவிடுதல் மற்றும் காகித மடித்தலின் மூலம் கண்டறியும் முறையில் அமைந்திருந்தது. தற்போது நாம் மெய்கூற்று அணுகுமுறைக்கு (Axiomatic approach) செல்ல உள்ளோம். எடுத்துக்காட்டுகளின் மூலம் வருவிக்கப்பட்ட மற்றும் வருவிக்கப்படாத உறுப்புகள் மற்றும் உண்மைகளை அறிய, ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்ட உண்மையான தேற்றங்களுக்கு தொடர்புடைய தர்க்கவியல் அமைப்புகள் அறிய பல்வேறு முயற்சிகள் மேற்கொள்ளப்பட்டன.

  தேற்றங்களை நிருபணம் செய்ய தேவையான செயல்முறைகளை ஒவ்வொரு தேற்றத்தின் தொடக்கத்திலும் அளிக்க தகுந்த எச்சரிக்கைகளை அமைக்க வேண்டும்.
- முயன்று பார் மற்றும் சிந்தித்து கலந்துரையாடி எழுது போன்ற சிறு தலைப்புகளின் மூலம் தொடர்ச்சியான மற்றும் முழுமையான மதிப்பீட்டு செயல்களை மேற்கொள்ளலாம். ஒரு அத்தியாயத்தில் முழுமையாக மாணவர்களின் முன்னேற்றத்தை ஆசிரியர்கள் மதிப்பீடு செய்ய ஒவ்வொரு அத்தியாயத்திலும் அதன் ஒவ்வொரு துணைப்பிரிவுகளின் முடிவில் பயிற்சிகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
- மாணவர்கள் பாடப்பொருளை புரிந்துகொண்டு, கணித கற்றலின் மூலம் மகிழச்சியடைய மொத்த பாடத்திட்டம் 15 அத்தியாயங்களாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.
- மாணவர்கள் இப்புத்தகத்தை தங்களின் புத்தகம் என நினைக்க மற்றும் பாடப்பொருளை அமைக்க இப்புதகத்திலுள்ள வண்ணப்படங்கள், வரைபடங்கள், படிக்கத் தகுந்த எழுத்தின் அளவு போன்றவை உதவிபுரிகின்றன.

அத்தியாயம் (1) : எண்முறையிலுள்ள விகிதமுறு எண்கள் என்ற தலைப்பு விகிதமுறு எண்கள் எவ்வாறு பின்னத்திலிருந்து வேறுபட்டுள்ளது என்பதை தெரிவிக்கிறது. விகிதமுறு எண்களின் பண்புகள் தகுந்த உதாரணங்களுடன் விரிவாக விவரிக்கப்பட்டுள்ளது. மாணவர்களுக்கு விகிதமுறு எண்களை எண்கோட்டில் பார்த்தல், விகிதமுறு எண்களை எண்கோட்டில், தசமங்களில் காண்பித்தல் போன்ற செயலுக்கான வாய்ப்புகள் அளிக்கப்பட்டுள்ளன. 6வது அத்தியாயம் வர்க்கம் மற்றும் வர்க்கமூலம் பாடத்தில் முழுவர்க்கங்கள், வர்க்க எண்களின் பண்புகள், காரணியாக்கல் மற்றும் நீள் வகுத்தல் முறைகளின் மூலம் ஒரு எண்ணின் வர்க்கமூலம் கண்டறிதல் போன்றக் கருத்துகளை மாணவர்கள் புரிந்து கொள்ளும்படி செய்தல் வேண்டும். கனங்கள் மற்றும் கனமூலங்கள் போன்றவையும் பல்வேறு உதாரணங்களுடன் விவாதிக்கப்பட்டுள்ளது.

அத்தியாயம் (2) (4) (11) மற்றும் (12) போன்றவை இயற்கணிதம் தொடர்புடையதாகும். ஒருபடிச்சமன்பாடுகள் (ஒரு மாறியுடையவை) அத்தியாயத்தில் மாணவர்கள் வாய்மொழிக் கணக்கிலுள்ள மாறியை அடையாளங் கண்டு அதன் மதிப்பை மாற்று பொருந்துதல் முறையில் கண்டறிய வாய்ப்பளிக்கப்பட்டுள்ளது. அடுக்குறிகள் மற்றும் அடுக்குகள் அத்தியாயத்தில் மிகப்பெரிய எண்களை அடுக்குக்குறி வடிவில் எழுத சில விதிமுறைகள் (Algorithms) கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அடுக்குக்குறிகளின் விதிகள் பல்வேறு உதாரணங்களுடன் விரிவாக விவாதிக்கப்பட்டுள்ளது. இயற்கணித கோவைகள் மற்றும் காரணியாக்கல் அத்தியாயத்தில் ஒருறுப்பு மற்றும் ஈறுருப்பு கோவைகள் தொடர்புடைய கருத்துகள் கூறப்பட்டுள்ளது. இயற்கணித முற்றொருமைகளான

$(a+b)^2 \equiv a^2 + 2ab + b^2$, $(a+b)(a-b) \equiv a^2 - b^2$ மற்றும் $(x \pm a)(x \pm b) = x^2 \pm (a + b)x + ab$ போன்றவை பல்வேறு மதிப்புகளை கொண்டு வடிவியல் சரிபார்த்தல் முறையில் விவாதிக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்வமைப்பிலுள்ள இயற்கணித கோவைகளை காரணிப்படுத்த, மாணவர்களுக்கு பல்வேறு கணக்குகள் பயிற்சி செய்ய அளிக்கப்பட்டுள்ளது.

அத்தியாயம் (5) எண்களுடன் விளையாட்டில், விதிமுறைகள் மற்றும் சில எண் அமைப்புகளை கொண்டு விதிகளை கண்டறியும் வாய்ப்பு மாணவர்களுக்கு அளிக்கப்பட்டுள்ளது. வகுத்தல் விதிகளில் சில புதிய முறைகளை கண்டுபிடிக்க விவாதிக்கப்பட்டுள்ளது. மாணவர்களிடையே ஆர்வத்தை உண்டாக்க போதுமானளவு உதாரணங்கள் மற்றும் புதிர்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

மாணவர்கள் தாங்கள் பார்த்த, வரைந்த மற்றும் உருவாக்கிய வடிவங்களை பாராட்ட வேண்டும் என்ற நோக்கத்துடன் வடிவியல் அத்தியாயம் விவாதிக்கப்பட்டுள்ளது. அத்தியாயம் (3) நாற்கரங்களை அமைத்தலில், நாற்கரங்களின் பண்புகளை கொண்டு தனிப்பட்ட நாற்கரங்களை உருவாக்க முக்கியத்துவமளிக்கப்பட்டுள்ளது. அனைத்து மாதிரிகளின் அமைப்புகள் பல்வேறு உதாரணங்களுடன் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அத்தியாயம் (8) வடிவியல் படங்களை பரிசோதித்தல் மற்றும் அத்தியாயம் (13) முப்பரிமாணங்களை இருபரிமானங்களில் காட்சிப்படுத்தலில் பல்வேறு தளவரைபடங்களை கண்டறிய மாணவர்களுக்கு தேவையான அளவு வாய்ப்புகள் வழங்கப்பட்டுள்ளது.

மாணவர்கள் தங்கள் சுற்றுபுறம் தொடர்புடைய அறிவை படங்கள், அட்டவணைகள் மற்றும் வரைபடங்கள் மூலம் பெற விவரங்களை கையாளுதல் என்பது ஒரு திறவு கோலாகும்.

அத்தியாயம் (7) நிகழ்வெண் அட்டவணைகள் மூலம் வகைப்படுத்துதல் மற்றும் விவரங்களில் நிகழ்வெண் வரைபடங்களான செவ்வக வரைபடம், பலகோணம் மற்றும் குவி மற்றும் குழி பலகோணம் போன்றவற்றின் மூலம் வெளிப்படுத்துதல் போன்றவற்றை தெரிவிக்கிறது. வகைப்படுத்தப்படாத விவரங்களின் சராசரி, இடைநிலை, முகடு போன்றவற்றை மீள்பார்வை செய்ய சில எடுத்துக்காட்டுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மற்றும் சிக்கலான கணக்குகளின் மதிப்புகளை கண்டறிய மாற்றுமுறை விரிவாக விவாதிக்கப்பட்டுள்ளது.

இறுதியாக அத்தியாயம் (9) சமதளப்படங்களின் புறப்பரப்பளவில் சரிவகத்தின் பரப்பளவு, நாற்கரம், வட்டம், வட்டவலயம் மற்றும் வட்டகோணப் பகுதிகளை பற்றி நாம் விவாதித்துள்ளோம். மேலும் அத்தியாயம் (14)ல் கனச்சதுரம் மற்றும் கனச்செவ்வகத்தின் புறப்பரப்பளவு மற்றும் கனஅளவைப்பற்றி விவாதிக்கப்பட்டுள்ளது.

ஆசிரியர் இப்பாடப்புத்தகத்தில் விவாதிக்கப்பட்ட முறையில் கலைத்திட்டத்தை மாணவர்களுக்கு பரிமாற்றம் (அளித்தல்) செய்தாலொழிய வெறும் பாடப்புத்தகம் தயாரித்தல் மட்டும் தரமான கல்வியை தராது. கற்போர் செயல்முறைகளை செய்வதில் ஈடுபாடு மற்றும் பங்களிப்பு தர வேண்டும். மேலும் பிரச்சனைகளை புரிந்துகொள்ள வேண்டும். இதற்கான உறுதியை ஆசிரியர் அளிக்க வேண்டும்.

ஆசிரியர் வகுப்பறை செயலில் கற்பித்தலை சாதாரணமாக பயிற்சிகள் மூலம் பிரச்சனை தீர்த்தல் என்ற செயலில் இருந்து கருத்துகளை புரிந்துகொண்டு பிரச்சனைகளை அறிவுக்கூர்மையுடன் தீர்த்தல் என்ற செயலுக்கு மாற்றுவார் என்று எதிர்பார்க்கப்படுகிறது.

வரலாற்றில் ஒரு சிறப்பு

ஜார்ஜ் போல்யா(George POlya) (1887-1985)

ஜார்ஜ் போல்யா
(1887-1985)

பல ஆண்டுகாலமாக பிரச்சனை தீர்த்தல் என்ற கலையை சிலர் மட்டுமே இயற்கையாக பெற்றுள்ளனரா? அல்லது அது தனியாக கற்பிக்கப்பட வேண்டுமா? என்ற கருத்து இருந்து வந்தது. இதன் கேள்விகளுக்கான சரியான மற்றும் சிறந்த விடையை அமரர் ஜார்ஜ் போல்யோ அளித்தார். இவர் பிரச்சனை தீர்த்தலை கற்பிக்கலாம் எனக் கூறினர்.

போல்யா 1887 ஆம் ஆண்டு ஹங்கேரியில் பிறந்தார். இவர் கணிதத்தில் பி.எச்.டி. பட்டத்தை புடாபஸ்ட் பல்கலைகழகத்தில் பெற்றார். இவர் பல ஆண்டு ஜுரிச்சிலுள்ள சுவிஸ் பெடரல் தொழில்நுட்ப நிறுவனத்தில் கற்பித்தலை மேற்கொண்டார்.

இவர் எழுதிய புத்தகங்களில் ஒன்றான ஹவ் டு சால்வ் ஐ(How To Solve I) என்ற புத்தகம் தோராயமாக ஒரு மில்லியன் பிரதிகள் வரை விற்க்கப்பட்டது. மேலும் 17 மொழிகளில் மொழிபெயர்க்கப்பட்டு இவருக்கு பெருமை சேர்த்துள்ளது.

I. பிரச்சனையை புரிந்துகொள்ளுதல் :

இவ்விதியை தனியாக குறிப்பிட வேண்டிய அவசியமில்லை ஏனெனில் இது தெளிவான விளக்கத்தை கொண்டுள்ளது ஆயினும் மாணவர்கள் அடிக்கடி பிரச்சனை தீர்த்தலில் இடர்களை எதிர்கொள்கின்றனர் இதற்கு காரணம் அவர்கள் பிரச்சனையை முழுமையாகவோ அல்லது பகுதிகளாகவோ புரிந்துகொள்வதில்லை எனவே ஆசிரியர்கள் மாணவர்களை கீழ்க்கண்ட வினாக்களை கேட்க வேண்டும்.

• பிரச்சனையிலுள்ள வார்த்தைகளை நீங்கள் சரியாக புரிந்துகொண்டீர்களா? இல்லையெனில் வார்த்தைகளுக்கான பொருளை அகராதியை பார்த்து தெரிந்துகொள்க.

• பிரச்சனையில் எதை கண்டுபிடிக்க வேண்டும்? பிரச்சனையை உன் சொந்த நடையில் தெரிவி? • பிரச்சனையை வேறொரு முறையில் வெளிப்படுத்த முடியுமா?

• பிரச்சனை தெளிவுபடுத்த உதவும் சில எண்ணியல் உதாரணங்களை உன்னால் செய்து பார்க்க முடியுமா? • பிரச்சனையை புரிந்துகொள்ள உதவும் சில படங்கள் மற்றும் வரைபடங்களை சிந்தித்துப் பார். • தீர்விற்கு தேவையான விவரங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளதா?

• பிரச்சனையில் ஏதேனும் தேவையற்ற விவரங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளதா?

• பிரச்சனையை தீர்க்க நமக்கு உண்மையில் தேவையானவை எவை?

II. திட்டம் தீட்டுதல்

பிரச்சனையை முழுமையாக புரிந்துகொண்ட பிறகு ஒரு திடமான திட்டத்தை தீட்டுதல் அவசியமாகிறது. பிரச்சனையை தீர்க்க நீங்கள் சரியான பாதையில் செல்லும்போது அதை தொடங்க பயப்படக்கூடாது. பிரச்சனைகளை தீர்க்க நடைமுறையில் பல்வேறு வழிகள் இருந்தபோதிலும் வெற்றிகரமான தீர்வு என்பது பல்வேறு தோல்விகள் கொண்ட முயற்சிகளிலிருந்து கிடைக்கும். இதற்கான சில படிநிலைகள்.

• கணித்தல் மற்றும் சரிபார்த்தல் • அமைப்புகளை உற்றுநோக்கல் • வரிசைக்கிரமமான பட்டியலை தயாரித்தல் • படம் வரைதல் • தீர்க்கப்பட வேண்டிய பிரச்சனையை ஆலோசித்தல் • ஒரே மாதிரியான பிரச்சனைகள் வரும்போது ஏற்கனவே அதுபோன்று தீர்க்கப்பட்ட பிரச்சனைகளை சிந்தித்தல் • எளிய பிரச்சனைகளை தீர்த்தல் • ஒரு பிரச்சனைக்கு நிகரான பிரச்சனையை தீர்த்தல் • பிரச்சனைகளுக்கு இணையான பிரச்சனைகளை தீர்த்தல் • சமச்சீர்மையை பயன்படுத்துதல் • மாதிரிகளை பயன்படுத்துதல் • சிறப்பு நிகழ்வுகளை ஆலோசித்தல் • வார்த்தை பின்னோக்கல் • நேரடி அறிவுத்திறனை பயன்படுத்துதல் • சூத்திரங்களை பயன்படுத்துதல் • சமன்பாடுகளை தீர்த்தல் • அறிவுக்கூர்மையுடன் செயல்படுதல்.

III. திட்டத்தை செயல்படுத்துதல் (மேற்கொள்ளுதல்)

திட்டத்தை செயல்படுத்துதல் என்பது திட்டம் தீட்டுவதை விட எளிதான செயலாகும். பொதுவாக கவனம் மற்றும் பொறுமை போன்ற திறன்களை நீங்கள் பெற்றிருக்க வேண்டும். ஒரு திட்டம் சரிவர செயல்படவில்லை எனில் உடனடியாக நீங்கள் உறுதியான மனப்பான்மையை பெற வேண்டும். மீண்டும் மீண்டும் அத்திட்டம் செயல்படவில்லை எனில் அத்திட்டத்தை கைவிட்டு மற்றொரு புதிய படிநிலைகளை செய்து முயற்சிக்க வேண்டும். இதை தவறாக பயன்படுத்தக்கூடாது. ஏனெனில் இதுவே கணிதத்தை சரியான முறையில் செய்யக்கூடிய வழியாகும்.

IV. திரும்ப பார்த்தல்

ஒரு பிரச்சனைக்கான தீர்வினை பகுத்தாய்ந்து திரும்ப பார்த்தல் மற்றும பிரச்சனையை தீர்க்க தேவையான வழியை கண்டறிதல் மூலம் நாம் அதிக பயனை பெறலாம். இதன் மூலம் நாம் கணிதத்திறனை பெறலாம். கணிதத்திறன், இதுவரை நாம் பிரச்சனை தீர்ப்பதற்காக பெற்றிராத சில சிறந்த அறிவினை பெறும் சக்தியை அளிக்கும்.

கணிதம்
எட்டாம் வகுப்பு

பொருளடக்கம்

தேசிய கீதம்

ஜன கண மன அதிநாயக ஜய ஹே
பாரத பாக்ய விதாதா
பஞ்சாப ஸிந்த் குஜராத மராட்டா
திராவிட உத்கல பங்கா
விந்திய ஹிமாசல யமுனா கங்கா
உச்சல ஜலதி தரங்கா
தவ சுப நாமே ஜாகே
தவ சுப ஆசிஸ மாகே
காஹே தவ ஜய காதா
ஜன கண மங்கள தாயக ஜய ஹே
பாரத பாக்ய விதாதா
ஜய ஹே ஜய ஹே ஜய ஹே
ஜய ஜய ஜய ஜய ஹே!

– இரவீந்திரநாத் தாகூர்

உறுதிமொழி

'இந்தியா எனது நாடு. இந்தியர் அனைவரும் எனது உடன்பிறப்புகள்.

என் நாட்டை நான் பெரிதும் நேசிக்கிறேன். இந்நாட்டின் பழம்பெருமைக்காகவும் பன்முக மரபுச் சிறப்பிற்காகவும் நான் பெருமிதம் அடைகிறேன். இந்நாட்டின் பெருமைக்குத் தகுந்து விளங்கிட என்றும் பாடுபடுவேன்.

என்னுடைய பெற்றோர், ஆசிரியர்கள், எனக்கு வயதில் மூத்தோர் அனைவரையும் மதிப்பேன். எல்லோரிடமும் அன்பும் மரியாதையும் காட்டுவேன். விலங்குகளிடத்தில் கருணை காட்டுவேன்.

என் நாட்டிற்கும் என் மக்களுக்கும் உழைத்திட முனைந்து நிற்பேன். அவர்கள் நலமும் வளமும் பெறுவதிலே நான் என்றும் மகிழ்ச்சி காண்பேன்.'

அத்தியாயம் 1

விகிதமுறு எண்கள்

1.0 அறிமுகம்

ஐந்து ரூபாய் மதிப்புள்ள பேனாக்கள் மூன்றை வாங்க சல்மா எண்ணினாள். அவளுடைய நண்பன் சதீஷ் அதே போன்ற 2 பேனாக்களை வாங்க விரும்பினான். ஆகவே இருவரும் மொத்தவிலை கடைக்கு சென்றார்கள். ஐந்து பேனாக்கள் கொண்ட ஒரு பாக்கெட்டின் விலை ₹22. ஒவ்வொரு பேனாவின் விலை என்ன? ஒவ்வொரு பேனாவின் விலை ₹$\frac{22}{5}$ என்று சுலபமாக கணக்கிடலாம். இந்த விலையை குறிக்க ஏதேனும் இயல்எண் இருக்கிறதா? இதை குறிக்க ஏதேனும் முழு எண் (அ) முழுக்கள் இருக்கிறதா?

மேலும் ஒரு எடுத்துக்காட்டை எடுத்துக்கொள்வோம். சிம்லாவில் ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் பதிவு செய்யப்பட்ட தட்பவெப்பநிலையை கவனிப்போம்.

நேரம்	10.00 a.m.	நண்பகல் 12.00	3.00 p.m.	7.00 p.m.	10.00 p.m.
தட்பவெப்பநிலை	11 °C	14 °C	17 °C	10 °C	5 °C

ஒவ்வொரு வகையிலும் ஒரு மணியில் ஏற்படும் தட்பவெப்பநிலை மாற்றம் என்ன?

வகை 1 : காலை நேரங்கள் :ஒரு மணியில் தட்பவெப்பநிலையில் ஏற்படும் மாற்றம்

(10.00 a.m.- நண்பகல் 12.00) $= \frac{14\,^{\circ}C - 11\,^{\circ}C}{2} = \frac{3}{2}\,^{\circ}C$/மணி

வகை 2 : மதிய நேரங்கள் : ஒரு மணியில் தட்பவெப்பநிலையில் ஏற்படும் மாற்றம்

(நண்பகல் 12.00-3.00 p.m.) $= \frac{17\,^{\circ}C - 14\,^{\circ}C}{3} = 1^{\circ}C$/மணி.

வகை 3 : மாலை நேரங்கள் : ஒரு மணியில் தட்பவெப்பநிலையில் ஏற்படும் மாற்றம்

(3.00 p.m.-7.00 p.m.) $= \frac{10\,^{\circ}C - 17\,^{\circ}C}{3 \quad 4} = \frac{-7}{4}\,^{\circ}C$/மணி

வகை 4 : இரவு நேரங்கள் : ஒரு மணியில் தட்பவெப்பநிலையில் ஏற்படும் மாற்றம்

(7.00 p.m.-10.00 p.m.) $= \frac{5\,^{\circ}C - 10\,^{\circ}C}{3} = \frac{-5}{3}\,^{\circ}C$/மணி

மேற்கண்ட வகையில் உள்ள எண்கள் $\frac{3}{2}\,^{\circ}C$, $1^{\circ}C$, $\frac{-7}{4}\,^{\circ}C$, $\frac{-5}{3}\,^{\circ}C$ அதாவது வெப்ப நிலையை தெரிவிக்க இது போன்ற எண்கள் பயன்படுத்தப்பட்டது.இந்த எண்களை என்னவென்று கூறுவாய்?

இந்த மதிப்புகளை குறிப்பிடுவதற்கு வேறு வகையான எண்களை காணவேண்டி உள்ளது. இந்த வகையான எண்களை விவாதிப்போம்.

$\frac{3}{4}, \quad \frac{7}{9}, \quad \frac{-10}{17}, \quad \frac{3}{-2}, \quad \frac{2013}{2014}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots$

p,q ஆகியவை முழுக்கள் மேலும் $q \neq o$ எனில் $\frac{p}{q}$ வடிவத்தில் எழுதப்படும் எண்கள் விகிதமுறு எண்கள் எனப்படுகின்றன. இவை 'Q'எனும் எழுத்தால் குறிக்கப்படும். இவற்றை ஈவு எண்கள் (quotient number) என்றும் கூறலாம்.

கீழ்க்கண்டவற்றை கவனி :

எந்த ஒரு இயல் எண்ணையும், எ.கா.: 5 ஐ $\frac{5}{1}$ (அ) $\frac{10}{2}$ ....என எழுதலாம்

இவ்வாறே எந்த ஒரு முழு எண்ணையும், எ.கா.: 0 ஐ $\frac{0}{1}$ (அ) $\frac{0}{2}$, ...என எழுதலாம்

எந்த ஒரு முழுக்களையும், எ.கா.: -3 ஐ $\frac{-3}{1}$ (அ) $\frac{-6}{2}$, ... என எழுதலாம்

மேற்கண்டவற்றில் இருந்து நாம் அறிவது எல்லா இயல்எண்களும், எல்லா முழுஎண்களும், எல்லா முழுக்களும் விகிதமுறு எண்களே.

இதை செய்

கீழ்கண்ட எண்களை கவனிப்போம். 1, $\frac{1}{2}$, -2, 0.5, $4\frac{1}{2}$, $\frac{-33}{7}$, 0, $\frac{4}{7}$, $0.\overline{3}$, 22, -5, $\frac{2}{19}$, 0.125. இந்த எண்களை கீழ்கண்ட தகுந்த வகைகளில் எழுது. (ஓர் எண்ணை ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட குழுவில் எழுதலாம்)

(i) இயல் எண்கள் _ , ___ ___ ___ ___

(ii) முழு எண்கள் __, ___ ___ ___ ___

(iii) முழுக்கள் ___, ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

(iv) விகிதமுறு எண்கள்___ ___ ___ ___ ___ ___ ___ ___

கொடுக்கப்பட்ட எண்களில் ஏதேனும் எண்களை விகிதமுறு எண்களில் இருந்து விட்டுவிட்டீர்களா? ஒவ்வொரு இயல் எண்ணும், முழு எண்ணும், முழுக்களும் விகிதமுறு எண்களா?

முயன்று பார்

1. $\frac{5}{3}$ ஐ விகிதமுறு எண் என்றும் 5ஐ இயல்எண் என்றும் ஹமீது சொல்கிறான். இரண்டும் விகிதமுறு எண்களே என்று சீதா கூறுகிறாள். யாருடையது சரி என்று நீ கூறுகிறாய்?
2. கீழ்கண்ட வாக்கியத்தை திருப்திபடுத்தும் ஓர் எடுத்துக்காட்டு தருக.

   (i) எல்லா இயல்எண்களும் முழு எண்களே. ஆனால் எல்லா முழுஎண்களும் இயல் எண்களாக இருக்க வேண்டிய அவசியம் இல்லை.

   (ii) எல்லா முழு எண்களும் முழுக்களே ஆனால் எல்லா முழுக்களும் முழுஎண்கள் இல்லை.

   (iii) எல்லா முழுக்களும் விகிதமுறு எண்கள். ஆனால் எல்லா விகிதமுறு எண்களும் முழுக்களாக இருக்க வேண்டிய அவசியம் இல்லை.

கீழ்வகுப்புகளில் விகிதமுறு எண்களின் மேல் அடிப்படைச் செயல்களை கற்றிருக்கிறோம். விகிதமுறு எண்களின் மீது மேலும் சில பண்புகளை பரிசோதிக்கலாம்.

1.2 விகிதமுறு எண்களின் பண்புகள்

1.2.1 அடைவுப்பண்பு

(i) **முழுஎண்கள் மற்றும் முழுக்கள்**

முழுஎண்களும், முழுக்களும் அடைவு பெற்றுள்ளதை நினைவு கூர்வோம்.

இரண்டு முழுஎண்களின் கூடுதலும் ஒரு முழு எண் எனவே, முழுஎண்களின் கணம் கூட்டலை பொறுத்து அடைவுப் பண்பை பெற்றுள்ளது என கூறலாம்.

கீழ்கண்ட அட்டவணையை தேவையான விவாதம் மேலும் சரியான எடுத்துக்காட்டுகள் கொடுத்து நிரப்புக.

எண்கள்	செயல்கள்			
	கூட்டல்	கழித்தல்	பெருக்கல்	வகுத்தல்
முழுஎண்கள்	அடைவுப் பண்பை பெற்றுள்ளது. ஏனெனில் a,b எனும் இரண்டு முழு எண்கள் எனில் a+bம் முழு எண்ணே. எ.கா_______	அடைவுப் பண்பை பெறவில்லை ஏனெனில் 5−7 = −2இது முழு எண் இல்லை	அடைவுப் பண்பை பெற்றுள்ளது. ஏனெனில் --------- --------	அடைவுப் பண்பை பெறவில்லை ஏனெனில் $5\div8 = \frac{5}{8}$ ஒரு முழுஎண் இல்லை
முழுக்கள்	---------	அடைவுப் பண்பை பெற்றுள்ளது. ஏனெனில் a,b முழுக்கள் எனில் a-b ம் முழு எண் ஆகும்.	--------- --------	அடைவுப் பண்பை பெறவில்லை ஏனெனில்

(ii) விகிதமுறு எண்கள் - அடைவுவிதி

(a) கூட்டல்

$\frac{2}{7}, \frac{5}{8}$ என்ற இரண்டு விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக்கொள்க.

$$\frac{2}{7}+\frac{5}{8} = \frac{16+35}{56} = \frac{51}{56}$$

$\frac{51}{56}$ ஒரு விகிதமுறு எண்

$8+\left(\frac{-19}{2}\right)$ = ______ இது ஒரு விகிதமுறு எண்ணா?

$\frac{2}{7}+\frac{-2}{7}$ = ______ உனக்கு விகிதமுறு எண் கிடைக்கிறதா?

கீழ்கண்ட சில ஜோடிகளை சரிபார்.

$$3+\frac{5}{7}, \quad 0+\frac{1}{2}, \quad \frac{7}{2}+\frac{2}{7}$$

இரண்டு விகிதமுறு எண்களின் கூடுதல் மீண்டும் ஒரு விகிதமுறு எண் என்பதை அறியலாம். எனவே விகிதமுறு எண்கள் கூட்டலைப்பொறுத்து அடைவு பெற்றுள்ளது. ஏதேனும் இரண்டு விகிதமுறு எண்கள், a, bக்கு (a + b) ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகும். அதாவது $\forall\, a, b \in Q$; $(a+b) \in Q$.

> $\in$ **உறுப்பு ,**
>
> $\forall$ **எல்லாவற்றிக்கும்.**
>
> $A = \{1, 2, 3\}$ என்க.
>
> 3 எனும் உறுப்பு Aல் உள்ளது என்பதை $3 \in A$ என்று குறிக்கலாம். இதை 3, Aன் உறுப்பு என்று படிக்கிறோம்.
>
> நாம் $\forall\, a,b \in Q$ என எழுதும் போது எல்லாம் $a,b,$ க்கு என படிக்கிறோம்.

(b) கழித்தல் :

$\frac{5}{9}$ மற்றும் $\frac{3}{4}$ என்ற இரண்டு விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக்கொள்க.

இவற்றை கழித்தால் $\frac{5}{9}-\frac{3}{4} = \frac{5\times4-3\times9}{36} = \frac{20-27}{36} = \frac{-7}{36}$

மீண்டும் $\frac{-7}{36}$ எனும் விகிதமுறு எண் கிடைத்தது. (இங்கு -7, 36கள் முழுக்கள் மற்றும் 36 பூஜ்ஜியம் அல்ல. எனவே $\frac{-7}{36}$ ஒரு விகிதமுறு எண்).

விகிதமுறு எண்களில் இதை சரிபார்.

(i) $\frac{2}{3}-\frac{3}{7} = \frac{14-9}{21}$ = ____________ இது விகிதமுறு எண்ணா?

(ii) $\left(\frac{48}{9}\right)-\frac{11}{18}$ = ____________ இது ஒரு விகிதமுறு எண்ணா? ஏதேனும் இரண்டு விகிதமுறு எண்களின் வித்தியாசமும் ஒருவிகிதமுறு எண் என அறிகிறோம். எனவே விகிதமுறு எண்கள் கழித்தலைப்பொறுத்து அடைவு பெற்றுள்ளது. ஏதேனும் a மற்றும் b என்ற இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கு a-b ம் ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும்.அதாவது, $\forall\, a, b \in Q, (a-b) \in Q$

(c) பெருக்கல்

கீழ்கண்டவற்றை கவனி.

$$3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{6}{5} \times \frac{-11}{2} = \frac{-66}{10} = \frac{-33}{5}$$

$$\frac{3}{7} \times \frac{5}{2} = \_\_\_\_\_\_\_\_ \; ; \quad \frac{2}{1} \times \frac{19}{13} = \_\_\_\_\_\_\_\_$$

மேற்கண்டவற்றிலிருந்து இரண்டு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல்பலனும் ஒருவிகிதமுறு எண் என்பதை கவனிக்கலாம். மேலும் இரண்டு வெவ்வேறு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல்பலனும் ஒருவிகிதமுறு எண்ணா? இல்லையா? என்று சரிபார். இரண்டு விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல்பலன் விகிதமுறு எண்களாக இல்லை என்று உன்னால் கூறமுடியுமா?

எனவே விகிதமுறு எண்கள் பெருக்கலைப்பொறுத்து அடைவு பெற்றுள்ளது என்று நாம் கூறலாம். a, b என்ற ஏதேனும் இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கு axb ம் ஒரு விகிதமுறு எண் ஆகும். $\forall$ a, b $\in$ Q, a $\times$ b $\in$Q

(d) வகுத்தல்

$\frac{2}{3}$, $\frac{7}{8}$ என்ற விகிதமுறு எண்களை கவனி.

பிறகு இவற்றை வகு. $\frac{2}{3} \div \frac{7}{8} = \frac{2}{3} \times \frac{8}{7} = \frac{16}{21}$ இது ஒரு விகிதமுறுஎண்.

இதை மேலும் இரண்டு எடுத்துக்காட்டுகளில் சரிபார்.

$$\frac{5}{7} \div 2 = \frac{5}{7} \div \frac{2}{1} = \frac{5}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{14}$$

$$-\frac{2}{3} \div \frac{6}{11} = \_\_\_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_\_\_$$

$$3 \div \frac{17}{13} = \frac{3}{1} \div \frac{17}{13} = \_\_\_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_\_\_$$

மேற்கண்டவற்றில் இருந்து இரண்டு விகிதமுறு எண்களை வகுக்கும் போது நமக்கு ஒரு விகிதமுறு எண் கிடைப்பதை அறியலாம். இப்பொழுது அடைவுப்பண்பு, விகிதமுறுஎண்களில் உள்ளது என்று நாம் கூறமுடியுமா? கீழ்கண்டவற்றை சரிபார்ப்போம். 0,5 விகிதமுறு எண்கள்.

மேலும் $\frac{5}{0}$ வரையறுக்கப்படவில்லை. எனவே விகிதமுறு எண்கள் வகுத்தலைப் பொறுத்து அடைவு பெறவில்லை. எனவே Q-ருந்து 0வை நீக்கினால், வகுத்தலைப் பொறுத்து அடைவு பெற்றுள்ளது என கூறலாம்.

> $\frac{5}{0}$ ஏன் வரையறுக்கப்படவில்லை?
> $5 \div 0$ வகுத்தலை செய் 0) 5 (?
> உன்னால் வகுத்தலை நிறைவுசெய்ய முடியுமா? ஈவு என்ன? ஓர் எண்ணை 0ஆல் பெருக்கும் போது பெருக்கல்பலன் 0 என்பதை கவனி. எனவே வகுத்தல் முடியாதது.

முயன்று பார்

முழுக்களில் இருந்து 0வை நீக்கினால், முழுக்கள் வகுத்தலைப்பொறுத்து அடைவு பெறுமா? இதையே இயல்எண்களுக்கு சரிபார்.

இதை செய்

அட்டவணையில் உள்ள காலியிடங்களை நிரப்புக

எண்கள்	அடைவுப்பண்பு			
	கூட்டல்	கழித்தல்	பெருக்கல்	வகுத்தல்
இயல்எண்கள்	ஆம்	—	—	—
முழுஎண்கள்	—	—	—	இல்லை
முழுக்கள்	—	ஆம்	—	—
விகிதமுறுஎண்கள்	—	—	ஆம்	—

1.2.2. மாற்றுப் பண்பு

முழு எண்கள் மற்றும் முழுக்களுக்கு வெவ்வேறான செயல்களை பொறுத்து மாற்றுப்பண்பு உள்ளதை நினைவுகூறுவோம்.

ஈருறுப்புச் செயலைப் பொறுத்து இரண்டு எண்களின் வரிசையை மாற்றினால் முடிவு மாறாது என்பது மாற்றுப்பண்பு எனப்படும்.

$$a + b = b + a$$

$$a \times b = b \times a$$

இங்கு ஈருறுப்புச்செயல் என்பது அடிப்படைச் செயல்களான $+, -, \times, \div$ களில் ஏதேனும் ஒன்றாகும்.

கீழ்கண்ட அட்டவணையை நிரப்புக.

(i) **முழு எண்கள்**

செயல்	எடுத்துக்காட்டு	குறிப்பு
கூட்டல்	2, 3 முழுஎண்கள் 2+3 = 5 மேலும்3+2=5 2 + 3 = 3 + 2	W கூட்டலைப் பொறுத்து மாற்று பண்பு பெற்றுள்ளது.
கழித்தல்	3-2 என்பது 2-3க்கு? சமமாகுமா?	கழித்தலைப் பொறுத்து மாற்றுப்பண்பு பெறவில்லை
பெருக்கல்	------	------
வகுத்தல்	4÷2=? 2÷4=? 4÷2=2÷4 என்பது சரியா?	-------

(ii) **முழுக்கள்**

செயல்	எடுத்துக்காட்டு	குறிப்பு
கூட்டல்	---	முழுக்கள் கூட்டலைப் பொறுத்து மாற்றுப்பண்பு பெற்றுள்ளது
கழித்தல்	2, 3 முழுக்கள் 2 - (3) = ? (3) -2=? 2-(3) = (3)-2 என்பது சரியா?	....
பெருக்கல்	... ...	... ...
வகுத்தல்	... ...	வகுத்தலை பொறுத்து முழுக்களில் மாற்றுப்பண்பு இல்லை

(iii) **விகிதமுறு எண்கள்**

(a) **கூட்டல்**

$\frac{5}{2}, \frac{-3}{4}$ என்ற இரு விகிதமுறு எண்களை கூட்டு

$$\frac{5}{2} + \frac{(-3)}{4} = \frac{2\times5+1\times(-3)}{4} = \frac{10-3}{4} = \frac{7}{4}$$

மேலும் $\frac{(-3)}{4} + \frac{5}{2} = \frac{1\times(-3)+2\times5}{4} = \frac{-3+10}{4} = \frac{7}{4}$

ஆகவே $\frac{5}{2} + \left(\frac{-3}{4}\right) = \frac{-3}{4} + \frac{5}{2}$

மேலும் சில விகிதமுறு எண் ஜோடிகளுக்கு இந்த விதியை சரிபார்.

$\frac{1}{2} + \frac{5}{7}$ மற்றும் $\frac{5}{7} + \frac{1}{2}$.ஐ கவனிப்போம். $\frac{1}{2} + \frac{5}{7} = \frac{5}{7} + \frac{1}{2}$ சரியா?

$\frac{-2}{3} + \left(\frac{-4}{5}\right) = \frac{(-4)}{5} + \left(\frac{-2}{3}\right)$?

எந்த ஜோடி விகிதமுறு எண்களுக்காவது, வரிசையை மாற்றும் போது கூடுதல் மாறுவதை கண்டாயா? ஏதேனும் இரண்டு விகிதமுறு எண்கள் a, b களுக்கு $a + b = b + a$ என்று கூறலாம்.

எனவே விகிதமுறு எண்களின் கணம் கூட்டலைப்பொறுத்து மாற்றுப்பண்பை பெற்றுள்ளது.

$\therefore \ \forall\ a, b \in Q, a + b = b + a$

(b) **கழித்தல்:** $\frac{2}{3}$ மற்றும் $\frac{7}{8}$ என்ற இரண்டு விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக்கொள்.

$\frac{2}{3} - \frac{7}{8} = \frac{16-21}{24} = \frac{-5}{24}$ மேலும் $\frac{7}{8} - \frac{2}{3} = \frac{21-16}{24} = \frac{5}{24}$

எனவே $\frac{2}{3} - \frac{7}{8} \neq \frac{7}{8} - \frac{2}{3}$

கீழ்கண்டவற்றை சரிபார்.

$2 - \frac{5}{4} = \frac{5}{4} - 2$ சரியா?

$\frac{1}{2} - \frac{3}{5} = \frac{3}{5} - \frac{1}{2}$ சரியா?

ஏதேனும் இரண்டு விகிதமுறு எண்கள் a, b களுக்கு $a - b \neq b - a$
எனவே விகிதமுறு எண்களின் கணம் கழித்தலைப் பொறுத்து மாற்றுப்பண்பை பெறவில்லை என்று கூறலாம்.

(c) **பெருக்கல்:** ஏதேனும் இரண்டு விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக்கொள்.

2, $-\frac{5}{7}$

$2 \times \frac{-5}{7} = \frac{-10}{7}$; $\frac{-5}{7} \times 2 = \frac{-10}{7}$ ∴ $2 \times \frac{-5}{7} = \frac{-5}{7} \times 2$

$\frac{-1}{2} \times \left(\frac{-3}{4}\right) = \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{-1}{2}\right)$ என்பது சரியா?

மேலும் சில விகிதமுறு எண்களுக்கு சரிபார்.
விகிதமுறு எண்களின் கணம் பெருக்கலைப் பொறுத்து மாற்றுப்பண்பைப் பெற்றுள்ளது எனக் கூறலாம்.
ஏதேனும் இரண்டு விகிதமுறு எண்கள் a, b களுக்கு $a \times b = b \times a$
அதாவது $\forall a, b \in Q,\ a \times b = b \times a$

(d) **வகுத்தல்:**

$\frac{7}{3} \div \frac{14}{9} = \frac{14}{9} \div \frac{7}{3}$ சரியா?

$\frac{7}{3} \div \frac{14}{9} = \frac{\cancel{7}^{1}}{\cancel{3}_{1}} \times \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{14}_{2}} = \frac{3}{2}$ மேலும் $\frac{14}{9} \div \frac{7}{3} = \frac{\cancel{14}^{2}}{\cancel{9}_{3}} \times \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{7}_{1}} = \frac{2}{3}$

$\frac{7}{3} \div \frac{14}{9} \neq \frac{14}{9} \div \frac{7}{3}$

எனவே விகிதமுறு எண்களின் கணம் வகுத்தலை பொறுத்து மாற்றுப்பண்பு பெறவில்லை என்று கூறலாம்.

இதை செய்

கீழே உள்ள அட்டவணையை நிரப்புக.

எண்கள்	மாற்றுப்பண்பு			
	கூட்டல்	கழித்தல்	பெருக்கல்	வகுத்தல்
இயல்எண்கள்	ஆம்	இல்லை	ஆம்	———
முழுஎண்கள்	———	———	———	இல்லை
முழுக்கள்	———	———	———	———
விகிதமுறுஎண்கள்	———	———	———	இல்லை

1.2.3. சேர்ப்புப்பண்பு

கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல், வகுத்தலை பொறுத்து முழுஎண்களில் சேர்ப்புப்பண்பைப் நினைவு கூறுவோம்.

மூன்று எண்களை கூட்ட வேண்டும் என்றால் முதல் இரண்டு எண்ணை கூட்டி பின் மூன்றாவது எண்ணை கூட்டுவது (அ) இரண்டாவது மூன்றாவது எண்களை கூட்டிபின் முதல் எண்ணைக் கூட்டுவது என்பது சேர்ப்புவிதியாகும். விடை மாறாது.(3+2)+5(அ)3+(2+5)

(i) முழுஎண்கள்

கீழே உள்ள அட்டவணையை தேவையான எடுத்துக்காட்டுகள் மற்றும் குறிப்புகளோடு நிரப்புக.

செயல்	முழுஎண்களில் எடுத்துக்காட்டு	குறிப்பு
கூட்டல்	$2+(3+0)=(2+3)+0$ சரியா? $2+(3+0)=2+3=5$ $(2+3)+0=5+0=5$ $\Rightarrow 2+(3+0)=(2+3)+0$ a, b, c என்ற ஏதேனும் மூன்று முழுஎண்களுக்கு $a+(b+c)=(a+b)+c$	
கழித்தல்	$(2\text{-}3)-2=?$, $2\text{-}(3\text{-}2)=?$ $(2\text{-}3)\text{-}2 = 2\text{-}(3\text{-}2)$ சரியா?	கழித்தலைப் பொறுத்து சேர்ப்பு பண்பு பெறவில்லை
பெருக்கல்	-	பெருக்கலை பொறுத்து சேர்ப்புபண்பு பெற்றுள்ளது
கழித்தல்	$2\div(3\div5) = (2\div3)\div5$ சரியா? $2\div(3\div5)=2\div\frac{3}{5}=2\times\frac{5}{3}=\frac{10}{3}$ $(2\div3)\div5=\frac{2}{3}\div5=\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{2}{15}$ $2\div(3\div5)\neq(2\div3)\div5$	வகுத்தலைப் பொறுத்து சேர்ப்பு பண்பு பெறவில்லை.

(ii) முழுக்கள்

நான்கு அடிப்படைச் செயலைப் பொறுத்து முழுக்களின் மேல் சேர்ப்பு பண்பை நினைவு கூறுவோம்.

தேவையான குறிப்புகளோடு கீழ்கண்ட அட்டவணையை நிரப்புக.

செயல்	முழுக்கள்	குறிப்பு
கூட்டல்	2 + [(-3) + 5)] = [(2 + (-3)] + 5 சரியா? $2+[(-3)+5]=2+[-3+5]=2+2=4$ $[2+(-3)]+5=[2-3]+5=-1+5=4$ ஏதேனும் மூன்று முழுக்கள் a,b,c களுக்கு a + (b + c) = (a + b) + c	
கழித்தல்	6 - (9 - 5) = (6 - 9) - 5 சரியா?	
பெருக்கல்	$2\times[7\times(-3)]=(2\times7)\times(-3)$ சரியா?	
வகுத்தல்	$10\div[2\div(-5)]=[10\div2]\div(-5)$? $10\div[2\div(-5)]=10\div\frac{-2}{5}=10\times\frac{-5}{2}=-25$ இப்பொழுது $(10\div2)\div(-5)=\frac{10}{2}\div(5)=5\div(5)=\frac{5}{(-5)}=-1$ எனவே $10\div[2\div(-5)]\neq[10\div2]\div(-5)$	

(iii) விகிதமுறு எண்கள் - சேர்ப்பு பண்பு

(a) கூட்டல்

$\frac{2}{7}, 5, \frac{1}{2}$ என்ற மூன்று விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக்கொள்.

$\frac{2}{7}+\left[5+\left(\frac{1}{2}\right)\right]=\left[\left(\frac{2}{7}+5\right)\right]+\left(\frac{1}{2}\right)$ என்பது சரியா? என்று சரிபார்

$$\text{L.H.S.}\quad \frac{2}{7}+\left[5+\left(\frac{1}{2}\right)\right]=\frac{2}{7}+\left[5+\frac{1}{2}\right]=\frac{2}{7}+\left[\frac{10+1}{2}\right]=\frac{4+77}{14}=\frac{81}{14}$$

$$\text{R.H.S.}\quad \left[\left(\frac{2}{7}+5\right)\right]+\left(\frac{1}{2}\right)=\left[\left(\frac{2+35}{7}\right)\right]+\frac{1}{2}=\frac{37}{7}+\frac{1}{2}=\frac{74+7}{14}=\frac{81}{14}$$

L.H.S. = R.H.S.

$$\frac{1}{2}+\left[\frac{3}{7}+\left(\frac{4}{3}\right)\right] \text{ மற்றும் } \left[\frac{1}{2}+\frac{3}{7}\right]+\left(\frac{4}{3}\right)$$

இரண்டு கூடுதல்களும் சமமா? கண்டுபிடி.

மேலும் சில விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக்கொண்டு சேர்ப்புப்பண்பை சரிபார்.

விகிதமுறுஎண்கள் கூட்டலைப்பொறுத்து சேர்ப்புப் பண்பை பெற்றுள்ளதை நாம் காணலாம். ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்கள் a,b,c களுக்கு

$a + (b + c) = (a + b) + c$

i.e., $\forall$ a, b, c $\in$ Q, $a + (b + c) = (a + b) + c$

(b) கழித்தல்

$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ மற்றும் $\frac{-5}{4}$ என்ற மூன்று விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக்கொள்வோம்.

$\frac{1}{2}-\left[\frac{3}{4}-\left(\frac{-5}{4}\right)\right]=\left[\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right]-\left(\frac{-5}{4}\right)$ ஐ சரிபார்

L.H.S. $\frac{1}{2}-\left[\frac{3}{4}-\left(\frac{-5}{4}\right)\right] = \frac{1}{2}-\left[\frac{3}{4}+\frac{5}{4}\right]=\frac{1}{2}-\left[\frac{8}{4}\right]$

$= \frac{1}{2}-2=\frac{1-4}{2}=\frac{-3}{2}$

R.H.S. $\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)-\left(\frac{-5}{4}\right) = \left(\frac{1\times2-3}{4}\right)+\frac{5}{4}=\left(\frac{-1}{4}\right)+\frac{5}{4}$

$= \frac{-1+5}{4}=\frac{4}{4}=1$

$$\therefore \frac{1}{2}-\left[\frac{3}{4}-\left(\frac{-5}{4}\right)\right] \neq \left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)-\left(\frac{-5}{4}\right)$$

L.H.S. $\neq$ R.H.S.

விகிதமுறு எண்கள் கணத்தில் கழித்தல் சேர்ப்புப் பண்பை பெறவில்லை என்பதை நாம் காணலாம். ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறுஎண்கள் a,b,c, களுக்கு $a-(b-c) \neq (a-b) - c$

(c) பெருக்கல்

$\frac{2}{3}, \frac{4}{7}, \frac{-5}{7}$ என்ற மூன்று விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக்கொள்.

$\frac{2}{3}\times\left[\frac{4}{7}\times\left(\frac{-5}{7}\right)\right]=\left(\frac{2}{3}\times\frac{4}{7}\right)\times\left(\frac{-5}{7}\right)$ சரியா?

LHS = $\frac{2}{3}\times\left[\frac{4}{7}\times\left(\frac{-5}{7}\right)\right]=\frac{2}{3}\left[\frac{-20}{49}\right]=\frac{-40}{147}$

$$\text{RHS} = \left(\frac{2}{3}\times\frac{4}{7}\right)\times\left(\frac{-5}{7}\right) = \left(\frac{8}{21}\right)\times\left(\frac{-5}{7}\right) = \frac{-40}{147}$$

LHS = RHS

கீழ்கண்டவற்றை சரிபார்

$2\times\left(\frac{1}{2}\times 3\right)$ மற்றும் $\left(2\times\frac{1}{2}\right)\times 3$ ஐ கண்டுபிடி.

$2\times\left(\frac{1}{2}\times 3\right) = \left(2\times\frac{1}{2}\right)\times 3$ சரியா?

$\frac{5}{3}\times\left(\frac{3}{7}\times\frac{7}{5}\right)$ மற்றும் $\left(\frac{5}{3}\times\frac{3}{7}\right)\times\frac{7}{5}$ ஐ கண்டுபிடி.

$\frac{5}{3}\times\left(\frac{3}{7}\times\frac{7}{5}\right) = \left(\frac{5}{3}\times\frac{3}{7}\right)\times\frac{7}{5}$ சரியா?

மேற்கண்டவற்றிலிருந்து LHS = RHS என அறிகிறோம். எனவே விகிதமுறு எண்களில் பெருக்கல் சேர்ப்புப் பண்பை பெற்றுள்ளது.

ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்கள் a,b,c களுக்கு $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

i.e., $\forall$ a, b, c $\in$ Q, $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

(d) வகுத்தல்

$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ மற்றும் $\frac{1}{7}$ என்ற ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக்கொள்.

$\frac{2}{3}\div\left(\frac{3}{4}\div\frac{1}{7}\right) = \left(\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}\right)\div\frac{1}{7}$ சரியா?

$$\text{L.H.S.} = \frac{2}{3}\div\left(\frac{3}{4}\div\frac{1}{7}\right) = \frac{2}{3}\div\left(\frac{3}{4}\times\frac{7}{1}\right) = \frac{2}{3}\div\frac{21}{4} = \frac{2}{3}\times\frac{4}{21} = \frac{8}{63}$$

$$\text{R.H.S} = \left(\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}\right)\div\frac{1}{7} = \left(\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\right)\div\frac{1}{7} = \left(\frac{8}{9}\right)\div\frac{1}{7} = \frac{8}{9}\times\frac{7}{1} = \frac{56}{9}$$

$$\frac{2}{3}\div\left(\frac{3}{4}\div\frac{1}{7}\right) \neq \left(\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}\right)\div\frac{1}{7}$$

L.H.S. $\neq$ R.H.S.

எனவே ஏதேனும் மூன்று விகிதமுறு எண்கள் a,b,cகளுக்கு $a\div(b\div c)\neq(a\div b)\div c$.எனவே விகிதமுறு எண்களில் வகுத்தல் சேர்ப்புபண்பை பெறவில்லை.

இதை செய்

கீழே உள்ள அட்டவணையை நிரப்புக

எண்கள்	சேர்ப்புப்பண்பின் கீழ்			
	கூட்டல்	**கழித்தல்**	**பெருக்கல்**	**வகுத்தல்**
இயல்எண்கள்	ஆம்	இல்லை	—	—
முழுஎண்கள்	—	—	—	இல்லை
முழுக்கள்	—	இல்லை	ஆம்	—
விகிதமுறுஎண்கள்	—	—	—	—

1.2.4 பூஜ்ஜியத்தின் பங்கு

$\frac{1}{2}$ என்ற எண்ணுடன் ஏதேனும் ஒரு எண்ணை கூட்டும்போது அதே எண் அதாவது $\frac{1}{2}$ கிடைக்கக்கூடிய எண்ணை காணமுடியுமா?

எந்த ஒரு விகிதமுறு எண்ணுடன் 0 வை கூட்டும் போது அதே விகிதமுறு எண் கிடைக்கும்.

$1 + 0 = 1$ மற்றும் $0 + 1 = 1$

$-2 + 0 = -2$ மற்றும் $0 + (-2) = -2$

$\frac{11}{3} + 0 = \frac{11}{3}$ மற்றும் $0 + \frac{11}{3} = \frac{11}{3}$

இதனால் 0வை கூட்டல் சமனி என்கிறோம். இந்தபண்பை கீழே உள்ளவாறு கூறலாம்.

a என்பது ஏதேனும் ஒரு விகிதமுறு எண் எனில் $a + 0 = a$ மற்றும் $0 + a = a$

இயல் எண்களின் கணத்தில் கூட்டல் சமனி இருக்குமா?

1.2.5 1ன் பங்கு

காலி இடங்களை நிரப்புக :

$3 \times \square = 3$ மற்றும் $\square \times 3 = 3$

$-2 \times \square = -2$ மற்றும் $\square \times -2 = -2$

$\frac{7}{8} \times \square = \frac{7}{8}$ மற்றும் $\square \times \frac{7}{8} = \frac{7}{8}$

மேற்கண்ட பெருக்கிலில் நீ என்ன கவனித்தாய்?

எந்த ஒரு விகிதமுறு எண்ணையும் 1ஆல் பெருக்கினால் அதே விகிதமுறு எண் பெருக்கற் பலனாக கிடைக்கும் என்பதை நீ காண்பாய்.

விகிதமுறு எண்களில் 1ஐ பெருக்கல் சமனி என்கிறோம்.

முழுக்களுக்கும், முழுஎண்களுக்கும் பெருக்கல் சமனி எது? நாம் எப்போதுமே நம்மை அறியாமல் நாம் சமனிபண்பை பயன்படுத்துகிறோம்.

உதாரணமாக $\frac{15}{50}$ ஐ சுருக்கும் போது பின்வருமாறு செய்கிறோம்.

$$\frac{15}{50} = \frac{3\times5}{10\times5} = \frac{3}{10}\times\frac{5}{5} = \frac{3}{10}\times1 = \frac{3}{10}$$

$\frac{3}{10}\times1 = \frac{3}{10}$ என்று எழுதும் போது பெருக்கல் சமனி பண்பை நாம் பயன்படுத்தினோம்.

1.2.6 தலைகீழ் பண்பு

(i) கூட்டல் தலைகீழ்:

$3 + (-3) = 0$ மற்றும் $-3 + 3 = 0$

$-5 + 5 = 0$ மற்றும் $5 + (-5) =$ ______

$\frac{2}{3} + ? = 0$ மற்றும் ______ $+ \frac{2}{3} =$ ______?

$\left(-\frac{1}{2}\right) + ? = 0$ மற்றும் $? + \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$

இங்கு -3 மற்றும் 3 ஒன்றுக்கொன்று கூட்டல் தலைகீழ் என்கிறோம். ஏனெனில் இவைகளை கூட்டும்போது 0 கிடைக்கிறது. ஏதேனும் இரண்டு எண்களின் கூடுதல் 0 எனில் அந்த எண்கள் ஒன்றுக்கொன்று கூட்டல் தலைகீழ் என்கிறோம். பொதுவாக a ஏதேனும் ஒருவிகிதமுறு எண் எனில் $\mathbf{a + (-a) = 0}$ **மற்றும்** $\mathbf{(-a) + a = 0}$.

0ன் கூட்டல் தலைகீழ் 0 அதாவது $0 + 0 = 0$.

(ii) பெருக்கல் தலைகீழ்:

$\frac{2}{7}$ ஐ எந்த விகிதமுறு எண்ணால் பெருக்கினால் பெருக்கல்பலன் 1 கிடைக்கும்?

$\frac{2}{7}\times\frac{7}{2} = 1$ மற்றும் $\frac{7}{2}\times\frac{2}{7} = 1$ என்பதை காணலாம்.

கீழே உள்ள பெட்டிகளை நிரப்புக.

$2 \times \square = 1$ மற்றும் $\square \times 2 = 1$

$-5 \times \square = 1$ மற்றும் $\square \times 5 = 1$

$\frac{-17}{19} \times \square = 1$ மற்றும் $\square \times \frac{-17}{19} = 1$

$1 \times ? = 1$

$-1 \times ? = 1$

ஏதேனும் இரண்டு எண்களின் பெருக்கல் பலன் 1 எனில் அவை ஒன்றுக்கொன்று பெருக்கல் தலைகீழ் ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக $4 \times \frac{1}{4} = 1$ மற்றும் $\frac{1}{4} \times 4 = 1$, ஆதலால் 4 மற்றும் $\frac{1}{4}$ ஒன்றுக்கொன்று பெருக்கல் தலைகீழ் ஆகும்.

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = 1$ எனில் $\frac{c}{d}$ என்பது $\frac{a}{b}$ ன் தலைகீழ் (அ) பெருக்கல் தலைகீழ் எனப்படும்.

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

1. விகிதமுறு எண்களில் கூட்டலைப் பொறுத்து ஒரு பண்பு பெற்றிருந்தால் அது முழுக்கள் எண்களுக்கு மதிப்புள்ளதாக இருக்குமா?எது இருக்கும்? எது இருக்காது?
2. அதற்கு அதே பெருக்கல் தலைகீழாக உள்ள எண்களை எழுது.
3. 0வின் தலைகீழ் கூற முடியுமா? 0ஆல் பெருக்கினால் 1 கிடைக்ககூடிய விகிதமுறுஎண்கள் ஏதேனும் இருக்கிறதா?

$\square \times 0 = 1$ (அ) $0 \times \square = 1$

1.3 கூட்டலின் மேல் பெருக்கல்பங்கீடு

$\frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ என்ற மூன்று விகிதமுறு எண்களை எடுத்துக்கொள்.

$\frac{2}{5} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) = \left(\frac{2}{5}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{5}\right) \times \left(\frac{3}{4}\right)$ சரியா என்று பார்ப்போம்.

$$\text{L.H.S.}=\frac{2}{5}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)=\frac{2}{5}\times\left(\frac{2+3}{4}\right)=\frac{2}{5}\times\frac{5}{4}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$$

$$\text{R.H.S.}=\frac{2}{5}\times\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{2}{5}\times\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{2}{10}+\frac{6}{20}=\frac{4+6}{20}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$$

$$\text{L.H.S} = \text{R.H.S}$$

எனவே $\frac{2}{5}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)=\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{3}{4}\right)$

இந்தபண்பு கூட்டலின்மேல் பெருக்கல் பங்கீடு எனப்படும்.

கீழே உள்ளவற்றை சரிபார்.

$\frac{2}{5}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)=\frac{2}{5}\times\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{2}{5}\times\left(\frac{3}{4}\right)$ சரியா ?

நீ என்ன கவனித்தாய்? LHS = RHS?

இந்த பண்பு கழித்தலின் மேல் பெருக்கல் பங்கீட்டு விதி எனப்படும்.

முயன்று பார்: பங்கீட்டு பண்பை பயன்படுத்தி காண்.

(1) $\left\{\frac{7}{5}\times\left(\frac{-3}{10}\right)\right\}+\left\{\frac{7}{5}\times\frac{9}{10}\right\}$

(2) $\left\{\frac{9}{16}\times 3\right\}+\left\{\frac{9}{16}\times(-19)\right\}$

மேலும் சில ஜோடி விகிதமுறு எண்களுக்கு பங்கீட்டு விதியை சரிபார்.

எல்லா விகிதமுறு எண்கள் a,b,c களுக்கு

$a\,(b + c) = ab + ac$

$a\,(b - c) = ab - ac$

இதை செய்

கீழ்கண்ட அட்டவணையை நிரப்புக.

எண்கள்	கூட்டல் பண்புகள்				
	அடைவு பண்பு	மாற்று பண்பு	சேர்ப்பு பண்பு	சமனி உறுப்பு இருத்தல்	தலைகீழ் உறுப்பு இருத்தல்
விகிதமுறு எண்	ஆம்	—	—	—	—
முழுக்கள்	ஆம்	—	—	—	—
முழுஎண்கள்	—	—	—	ஆம்	இல்லை
இயல்எண்கள்	ஆம்	—	—	—	—

கீழ்கண்ட அட்டவணையை நிரப்புக.

எண்கள்	பெருக்கல் பண்புகள்				
	அடைவு பண்பு	மாற்று பண்பு	சேர்ப்பு பண்பு	சமனி உறுப்பு இருத்தல்	தலைகீழ் உறுப்பு இருத்தல்
விகிதமுறு எண்கள்	ஆம்	—	—	—	—
முழுக்கள்	—	ஆம்	—	—	—
முழுஎண்கள்	—	—	ஆம்	—	—
இயல்எண்கள்	—	—	—	ஆம்	—

எடுத்துக்காட்டு 1. சுருக்குக $\frac{2}{5}+\frac{3}{7}+\left(\frac{-6}{5}\right)+\left(\frac{-13}{7}\right)$

தீர்வு: ஒரே பகுதியுடைய பின்னங்களை ஒன்று சேர்த்து எழுது.

$$\frac{2}{5}+\frac{3}{7}+\left(\frac{-6}{5}\right)+\left(\frac{-13}{7}\right)=\frac{2}{5}+\frac{3}{7}-\frac{6}{5}-\frac{13}{7}$$

$$=\left(\frac{2}{5}-\frac{6}{5}\right)+\left(\frac{3}{7}-\frac{13}{7}\right)$$ (கூட்டலின் மேல் மாற்றுவிதி)

$$=\frac{2-6}{5}+\frac{3-13}{7}$$

$$=\frac{-4}{5}+\frac{-10}{7}=\frac{-4}{5}-\frac{10}{7}$$

$$=\frac{-4\times 7-10\times 5}{35}=\frac{-28-50}{35}=\frac{-78}{35}$$

எடுத்துக்காட்டு 2: கீழே உள்ள விகிதமுறு எண்களுக்கு கூட்டல் எதிர்மாறி எழுதுக.

(i) $\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{-11}{5}$ (iii) $\frac{7}{-13}$ (iv) $\frac{-2}{-3}$

தீர்வு : (i) $\frac{2}{7}$ ன் கூட்டல் எதிர்மாறி $\frac{-2}{7}$

ஏனெனில் $\frac{2}{7}+\left(\frac{-2}{7}\right)=\frac{2-2}{7}=0$

(ii) $\frac{-11}{5}$ ன் கூட்டல் எதிர்மாறி $-\left(\frac{-11}{5}\right) = \frac{11}{5}$

(iii) $\frac{7}{-13}$ ன் கூட்டல் எதிர்மாறி $-\left(\frac{7}{-13}\right) = \frac{-7}{-13} = \frac{7}{13}$

(iv) $\frac{-2}{-3}$ ன் கூட்டல் எதிர்மாறி $-\left(\frac{\cancel{-}2}{\cancel{-}3}\right) = -\frac{2}{3}$

எடுத்துக்காட்டு 3 : $\frac{2}{5} \times \frac{-1}{9} + \frac{23}{180} - \frac{1}{9} \times \frac{3}{4}$ காண்க

தீர்வு : $\frac{2}{5} \times \frac{-1}{9} + \frac{23}{180} - \frac{1}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{-1}{9} - \frac{1}{9} \times \frac{3}{4} + \frac{23}{180}$

(கூட்டலின் மேல் மாற்றுவிதி)

$$= \frac{2}{5} \times \left(\frac{-1}{9}\right) + \left(\frac{-1}{9}\right) \times \frac{3}{4} + \frac{23}{180}$$

$$= \frac{-1}{9}\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{4}\right) + \frac{23}{180}$$ (பங்கீட்டு விதி)

$$= -\frac{1}{9}\left(\frac{8+15}{20}\right) + \frac{23}{180}$$

$$= -\frac{1}{9}\left(\frac{23}{20}\right) + \frac{23}{180} = \frac{-23}{180} + \frac{23}{180} = 0$$ (கூட்டல் எதிர்மாறி விதி)

எடுத்துக்காட்டு 4: $\frac{-9}{2}, \frac{5}{18}$ களின் தலைகீழ்களை பெருக்கி அதனுடன் $\left(\frac{-4}{5}\right)$ ன் கூட்டல் எதிர்மாறியை கூட்டு. முடிவு என்ன?

தீர்வு : $\frac{-9}{2}$ ன் தலைகீழ் $\frac{-2}{9}$

$\frac{5}{18}$ ன் தலைகீழ் $\frac{18}{5}$

தலைகீழ்களின் பெருக்கல் $= \frac{-2}{\cancel{9}_{1}} \times \frac{\cancel{18}^{2}}{5} = \frac{-4}{5}$

$\left(\frac{-4}{5}\right)$ ன் கூட்டல் எதிர்மாறி $\frac{4}{5}$

பெருக்கல் பலன் + கூட்டல் எதிர்மாறி = $\frac{-4}{5}+\frac{4}{5}=0$ (தலைகீழ்பண்பு)

பயிற்சி - 1.1

1. கீழ்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளின் பண்புகளை குறிப்பிடு

(i) $\frac{8}{5}+0=\frac{8}{5}=0+\frac{8}{5}$

(ii) $2\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\right)=2\left(\frac{3}{5}\right)+2\left(\frac{1}{2}\right)$

(iii) $\frac{3}{7}\times 1=\frac{3}{7}=1\times\frac{3}{7}$

(iv) $\left(\frac{-2}{5}\right)\times 1=\frac{-2}{5}=1\times\left(\frac{-2}{5}\right)$

(v) $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}=\frac{1}{3}+\frac{2}{5}$

(vi) $\frac{5}{2}\times\frac{3}{7}=\frac{15}{14}$

(vii) $7a+(-7a)=0$

(viii) $x\times\frac{1}{x}=1\ (x\neq 0)$

(ix) $(2\times x)+(2\times 6)=2\times(x+6)$

2. கீழ்கண்டவற்றின் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் தலைகீழ்களை எழுதுக.

(i) $\frac{-3}{5}$ (ii) 1 (iii) 0 (iv) $\frac{7}{9}$ (v) -1

3. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

(i) $\left(\frac{-1}{17}\right)+(\_\_\_\_)=\left(\frac{-12}{5}\right)+\left(\frac{-1}{17}\right)$

(ii) $\frac{-2}{3}+\_\_\_\_=\frac{-2}{3}$

(iii) $1\times\_\_\_\_=\frac{9}{11}$

(iv) $-12+\left(\frac{5}{6}+\frac{6}{7}\right)=\left(-12+\frac{5}{6}\right)+(\_\_\_\_)$

(v) $(\_\_\_\_)\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=\left(\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{3}{4}\times\_\_\_\_\right)$

(vi) $\frac{-16}{7}+\_\_\_\_=\frac{-16}{7}$

4. $\frac{-5}{14}$ ன் தலைகீழியோடு $\frac{2}{11}$ ஐ பெருக்கு.

5. $\frac{2}{5} \times \left(5 \times \frac{7}{6}\right) + \frac{1}{3} \times \left(3 \times \frac{4}{11}\right)$ இதை கணக்கிடுவதற்கு எந்தெந்தபண்புகள் பயன்படுத்தப்படுகிறது?

6. கீழ்கண்டவற்றை சரிபார்.

$$\left(\frac{5}{4} + \frac{-1}{2}\right) + \frac{-3}{2} = \frac{5}{4} + \left(\frac{-1}{2} + \frac{-3}{2}\right)$$

7. மதிப்புகாண்க : $\frac{3}{5} + \frac{7}{3} + \left(\frac{-2}{5}\right) + \left(\frac{-2}{3}\right)$

8. கழி :

(i) $\frac{1}{3}$ -ருந்து $\frac{3}{4}$ (ii) 2 -ருந்து $\frac{-32}{13}$ (iii) $\frac{-4}{7}$ -ருந்து -7

9. $\frac{-3}{2}$ ஐ பெற $\frac{-5}{8}$ உடன் எந்த எண்ணை கூட்டவேண்டும்?

10. இரண்டு விகிதமுறு எண்களின் கூடுதல் 8. ஓர் எண் $\frac{-5}{6}$ எனில் மற்றொரு எண்ணைக் கண்டுபிடி.

11. விகிதமுறு எண்ணில் கழித்தலைப்பொறுத்து சேர்ப்புபண்பு இருக்கிறதா? விவரி

12. $-(-x) = x$ ஐ கீழ்கண்டவற்றிற்கு சரிபார்.

(i) $x = \frac{2}{15}$ (ii) $x = \frac{-13}{17}$

13. கீழ்கண்டவற்றிற்கு விடையளி.

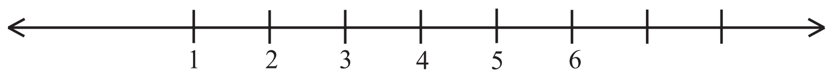
(i) கூட்டல் சமனி இல்லாத எண்களின் கணத்தை எழுது.

(ii) தலைகீழ் இல்லாத விகிதமுறு எண்கள் எழுது.

(iii) குறைவிகிதமுறு எண்களின் தலைகீழ் எழுது.

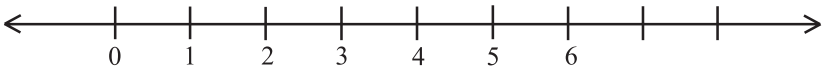
1.4 எண்கோட்டின் மேல் விகிதமுறுஎண்களை குறித்துகாட்டல்.

காயத்ரி எண்கோட்டை வரைந்து அதன்மேல் எண்களை எழுதினாள்.



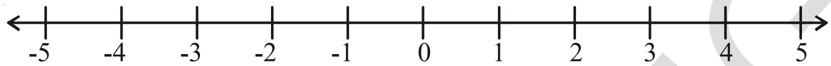
கோட்டின் மேல் குறிக்கப்பட்ட எண்களின் கணம் எது?

“அவைகள் இயல் எண்கள்” என்று சுஜாதா கூறினாள்.
“அவைகள் விகிதமுறு எண்கள்” என்று பிரதீப் கூறினான். யாருடையது சரி என்று நீங்கள் கூறுகிறீர்கள்?



கோட்டின் மேல் குறிக்கப்பட்ட எண்களின் கணம் எது?

அவைகள் முழுஎண்களா (அ) விகிதமுறு எண்களா?



கோட்டின் மேல் குறிக்கப்பட்ட எண்களின் கணம் மேற்கண்ட கோட்டில் -5 மற்றும் 3க்கு இடையே ஏதேனும் ஓர் எண்ணை காண முடியுமா?

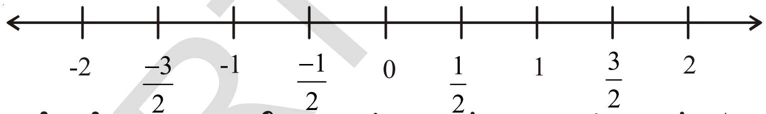
மேற்கண்ட கோட்டில் 0 மற்றும் 1 (அ) -1 மற்றும் 0க்கு இடையில் ஏதேனும் ஓர் எண்ணை காண முடியுமா?

0 க்கும் 1க்கும் நடுவில் உள்ள எண் $\frac{1}{2}$,

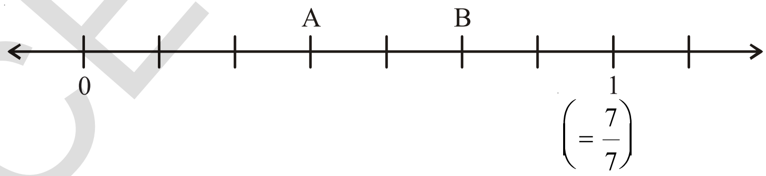
1க்கும் 2க்கும் நடுவில் உள்ள எண் $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$,

0-க்கும் -1க்கும் நடுவில் உள்ள எண் $-\frac{1}{2}$, - 1 க்கும் -2 க்கும் நடுவில் உள்ள எண் $-1\frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$

இந்த விகிதமுறு எண்களை கீழ்கண்டவாறு எண் கோட்டின் மேல் குறிப்பிடலாம்.



எடுத்துக்காட்டு 5: கீழே உள்ள எண்கோட்டின் மேல் A மற்றும் B என்ற விகிதமுறு எண்களை குறித்துகாட்டு.

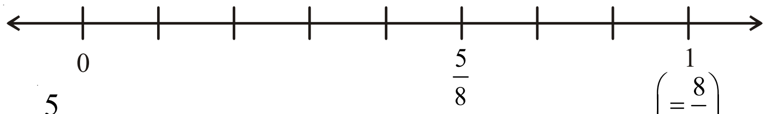


தீர்வு: இங்கு 0-ருந்து 1வரை உள்ள பகுதி 7சமமான பாகங்களாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. A என்பது 7ல் 3பங்கைகுறிக்கிறது. ஆகவே A குறிப்பது $\frac{3}{7}$. B குறிப்பது $\frac{5}{7}$.

> எந்த ஒரு விகிதமுறு எண்ணையும் எண்கோட்டின் மீது குறிக்கலாம். ஒரு விகிதமுறு எண்ணில் பகுதி (denominator) என்பது ஒவ்வொரு அலகும் எத்தனை சமபாகங்களாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது என்பதையும், தொகுதி (numerator) என்பது எத்தனை சமமான பாகங்கள் கருத்தில் கொள்ளப்பட்டுள்ளது என்பதையும் குறிக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 6: $\frac{5}{8}$ ஐ எண்கோட்டின் மேல் குறி.

தீர்வு:

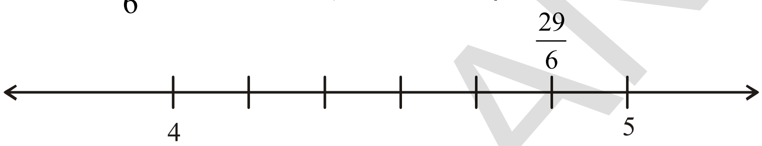


$\frac{5}{8}$ ஆனது தகு பின்னமாகும் 0 மற்றும் 1க்கு இடையில் அமையும்.

ஆகவே எண்கோட்டில் 0க்கும் 1க்கும் இடைப்பட்ட பகுதியை 8 (denominator) சமபாகங்களாக பிரி. 0-ருந்து 5வது பங்கான $\frac{5}{8}$ ஐ குறி.

எடுத்துக்காட்டு 7: $\frac{29}{6}$ ஐ எண்கோட்டின் மேல் குறி.

தீர்வு :



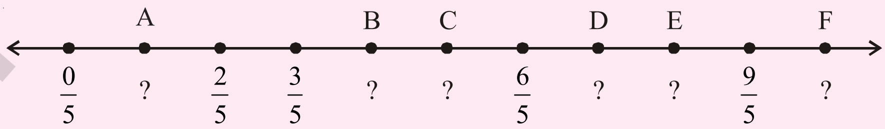
$\frac{29}{6} = 4\frac{5}{6} = 4+\frac{5}{6}$. இது எண்கோட்டின் மேல் 4 மற்றும் 5க்கு இடையில் அமைகிறது. 4 மற்றும் 5க்கு இடைப்பட்ட எண்கோட்டை 6சமபாகங்களாக பிரி. 4லிருந்து 5வது பங்கை குறி.

இதுவே தேவையான விகிதமுறுஎண் $\frac{29}{6}$ ஆகும்.

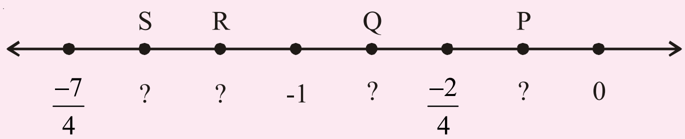
முயன்று பார்

எண்கோட்டின் மேல் எழுத்துக்களால் குறிப்பிட்ட விகிதமுறு எண்ணை எழுது

(i)



(ii)



இதை செய்

(i) $-\frac{13}{5}$ ஐ எண்கோட்டின் மேல் குறித்துக்காட்டு.

1.5 இரண்டு விகிதமுறுஎண்களுக்கு இடையில் விகிதமுறு எண்.

கீழ்கண்டவற்றை கவனி.

5 மற்றும் 1க்கு இடைப்பட்ட இயல் எண்கள் 4, 3, 2.

1 மற்றும் 2க்கு இடையில் ஏதேனும் இயல்எண் இருக்குமா?

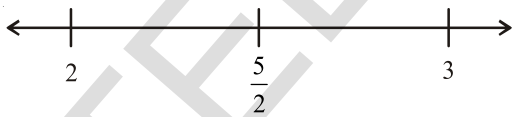
−4 மற்றும் 3க்கு இடைப்பட்ட முழுக்கள் −3, −2, −1, 0, 1, 2 ஆகும். −2 மற்றும் −1க்கு இடையில் உள்ள முழுக்களை எழுது. உன்னால் முடிந்ததா? இரண்டு அடுத்தடுத்த முழுக்களுக்கிடையே எந்த முழுவும் இருக்காது. இரண்டு அடுத்தடுத்த முழுக்களுக்கு இடையில் விகிதமுறு எண்களை எழுதலாம்.

இப்போது 2 மற்றும் 3க்கு இடையில் விகிதமுறு எண்களை கண்டறியலாமா?

a, b என்பன ஏதேனும் இரண்டு விகிதமுறு எண்கள் என்க.

$\frac{a+b}{2}$ (மேலும் a, bன் சராசரி என்றும் கூறப்படும்) விகிதமுறு எண் ஆகும். எனவே

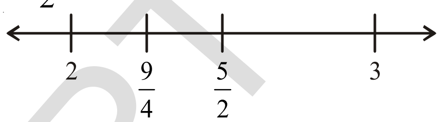
$\frac{2+3}{2}=\frac{5}{2}$ எனும் விகிதமுறு எண் 2 மற்றும் 3க்கு இடையில் உள்ளது. எனவே



$2<\frac{5}{2}<3.$

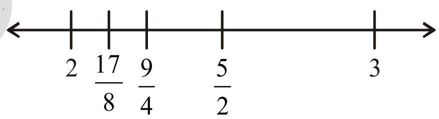
2 மற்றும் $\frac{5}{2}$ க்கு இடையில் உள்ள விகிதமுறு எண் $\frac{2+\frac{5}{2}}{2}=\frac{\frac{9}{2}}{2}=\frac{9}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{9}{4}.$

எனவே



$$2<\frac{9}{4}<\frac{5}{2}<3$$

2, $\frac{9}{4}$ ன் சராசரி $\frac{2+\frac{9}{4}}{2}=\frac{\frac{17}{4}}{2}=\frac{17}{8}$



$$2<\frac{17}{8}<\frac{9}{4}<\frac{5}{2}<3$$

இவ்வாறு தொடர்ந்து இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையில் எண்ணெற்ற விகிதமுறுஎண்களை எழுதிக்கொண்டே போகலாம். உண்மையில் இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையில் எண்ணற்ற விகிதமுறு எண்கள் உள்ளன.

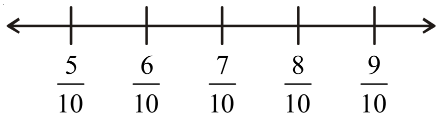
மற்றொரு முறை :

சராசரி முறையில் $\frac{5}{10}$ மற்றும் $\frac{9}{10}$ க்கு இடையில் நூறு விகிதமுறு எண்களை எழுதமுடியுமா?

இது மிகவும் கடினம் ஆகும்.

உங்களுக்காக மற்றொரு முறை.

$\frac{5}{10} < \frac{6}{10} < \frac{7}{10} < \frac{8}{10} < \frac{9}{10}$ என்று நமக்குத் தெரியும்.



இங்கு $\frac{5}{10}$ மற்றும் $\frac{9}{10}$ க்கு இடையில் மூன்று விகிதமுறு எண்களை மட்டுமே எழுதினோம்.

ஆனால் $\frac{5}{10} = \frac{50}{100}$ மற்றும் $\frac{9}{10} = \frac{90}{100}$ ஐ கருதுவோம்.

இப்பொழுது $\frac{50}{100}$ மற்றும் $\frac{90}{100}$ க்கு இடையில் உள்ள விகிதமுறு எண்கள்

$$\frac{5}{10} = \frac{50}{100} < \frac{51}{100} < \frac{52}{100} < \frac{53}{100} < \ldots\ldots < \frac{89}{100} < \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$$

இவ்வாறே $\frac{5}{10} = \frac{500}{1000}$ மற்றும் $\frac{9}{10} = \frac{900}{1000}$ ஐ எடுத்துக்கொள்வோம்.

$$\frac{5}{10} = \frac{500}{1000} < \frac{501}{1000} < \frac{502}{1000} < \frac{503}{1000} < \ldots\ldots\ldots\ldots < \frac{899}{1000} < \frac{900}{1000} = \frac{9}{10}$$

இவ்வாறு தேவையான விகிதமுறு எண்களை தொடர்ந்து எழுதலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 8: –3 மற்றும் 0க்கு இடையில் ஏதேனும் ஐந்து விகிதமுறு எண்களை எழுது.

தீர்வு : $-3 = -\frac{30}{10}$ மற்றும் $0 = \frac{0}{10}$ –3க்கும் 0க்கும் இடையில்

$-\frac{29}{10}, -\frac{28}{10}, -\frac{27}{10}, \ldots\ldots\ldots, -\frac{2}{10}, -\frac{1}{10}$ இருக்கும் இவற்றில் ஏதேனும் ஐந்து எண்களை எடுத்துக்கொள்ளலாம்.

பயிற்சி-1.2

1. எண்கோட்டின் மேல் குறித்துக்காட்டு.

   (i) $\frac{9}{7}$ (ii) $-\frac{7}{5}$

2. $-\frac{2}{13}, \frac{5}{13}, \frac{-9}{13}$, ஐ எண்கோட்டின் மேல் குறித்து காட்டு.

3. $\frac{5}{6}$ஐ விட சிறிய விகிதமுறு எண்கள் ஐந்தை எழுது.

4. -1 மற்றும் 2க்கு இடையில் 12 விகிதமுறு எண்களை எழுது.

5. $\frac{2}{3}$ மற்றும் $\frac{3}{4}$க்கு இடையில் ஒரு விகிதமுறு எண்ணை எழுது.

   (குறிப்பு : சமமான பகுதிகளை உடைய விகிதமுறு எண்களை முதலில் எழுது)

6. $-\frac{3}{4}$ மற்றும் $\frac{5}{6}$க்கு இடையில் பத்து விகிதமுறு எண்களை எழுது.

1.6 விகிதமுறு எண்களை தசமபின்னத்தில் குறித்து காட்டுதல்

எல்லா விகிதமுறு எண்களும் $\frac{p}{q}$ வடிவில் இருக்கும். இங்கு p, q முழுக்கள் மேலும் $q \neq 0$ என்று நமக்குத் தெரியும். விகிதமுறு எண்ணை எவ்வாறு தசமஎண்ணாக எழுதுவது என்று பார்க்கலாம். வகுத்தல் முறையில் விகிதமுறு எண்ணை தசம எண்ணாக மாற்றுதல்.

$\frac{25}{16}$ என்ற விகிதமுறுஎண்ணை எடுத்துக் கொள்வோம்.

படி 1: தொகுதியை பகுதியால் வகு.

$$16\overline{)25}\ (1$$
$$\begin{array}{r} 16 \\ \hline 9 \end{array}$$

படி 2: வகுக்கும் எண்ணைவிட குறைவான மீதிவரும் வரை வகுத்தலை தொடர்ந்து செய்.

படி 3: வகுபடும் எண்ணிலும் ஈவின் கடைசியிலும் புள்ளி வை.

படி 4: வகுபடும் எண்ணில் புள்ளிக்கு வலது புறத்திலும் மேலும் மீதிக்கு வலது புறத்திலும் பூஜ்ஜியம் வை.

$$16\overline{)25.0}\ (1.$$
$$\begin{array}{r} 16 \\ \hline 90 \end{array}$$

முழுஎண் வகுத்தலைப்போல வகு.

படி 5: மீதி பூஜ்ஜியம் வரும்வரை படி 4ஐ தொடர்ந்து செய் (அ) தேவையான தசமஸ்தானம் வரும் வரை செய்.

$$16\overline{)25.0000}\ (1.5625$$
$$\begin{array}{r} 16 \\ \hline 90 \\ 80 \\ \hline 100 \\ 96 \\ \hline 40 \\ 32 \\ \hline 80 \\ 80 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

எனவே $\frac{25}{16}$ = 1.5625

$\frac{17}{5}$ ஐ எடுத்துக்கொள்.

$$5\overline{)17.0}\ (3.4$$
$$\begin{array}{r} 15 \\ \hline 20 \\ 20 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array}$$

$\therefore \frac{17}{5} = 3.4$

$\frac{1}{2}, \frac{13}{25}, \frac{8}{125}, \frac{1974}{10}$ ஐ தசம எண்ணாக மாற்ற முயற்சி செய்.

இந்த விகிதமுறு எண்களில் முடிவுறு இலக்கங்கள் கொண்ட தசமபகுதி இருப்பதை காணலாம். இவ்வாறான தசமஎண்கள் முடிவுறு தசமஎண்கள் எனப்படும்.

முடிவுறா சூழல் தசமபின்னம்:

$\frac{5}{3}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணை எடுத்துக்கொள்வோம்.

நீள் வகுத்தல் முறையில் →

$$\begin{array}{r} 3\overline{)5.000}\,(1.666 \\ \underline{3} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 2 \end{array}$$

எனவே $\frac{5}{3} = 1.666...$

இதை $\frac{5}{3} = 1.\overline{6}$ என்று எழுதுகிறோம். தசமபகுதியில்(decimal part) 6ன்மேல் உள்ள கோடு அது மீண்டும் மீண்டும் சுழன்று வருகிறது என்பதை குறிக்கிறது.

மேலே உள்ள வகுத்த-ல் ஒரே மீதி திரும்பத்திரும்ப வருவதையும் ஈவில் 6 திரும்பத்திரும்ப வருவதையும் கவனிக்கலாம்.

$\frac{1}{7}$ என்ற விகிதமுறு எண்ணை கவனிப்போம்.

நீள் வகுத்தல் முறையில் →

$$\begin{array}{r} 7\overline{)10.00000000}\,(0.14285714 \\ \underline{7} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{14} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{35} \\ 50 \\ \underline{49} \\ 10 \\ \underline{7} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 2 \end{array}$$

$\frac{1}{7} = 0.142857142857....$

$\frac{1}{7} = 0.\overline{142857}$. தசம பகுதியில் 142857 ன் மேல் உள்ள கோடு அந்த இலக்கங்கள் மீண்டும் மீண்டும் சுழன்று வருவதை குறிக்கிறது.

விகிதமுறு எண்களை முடிவுறா சுழல் தசமபின்னமாக குறிப்பதை மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டுகள் விளக்குகிறது. இதை முடிவுறா சுழல் தசம பின்னம் என்று கூறுகிறோம்.

$\frac{1}{3}$, $\frac{17}{6}$, $\frac{11}{9}$ மற்றும் $\frac{20}{19}$ ஐ தசமபின்னமாக வெளிப்படுத்த முயற்சி செய்

$\frac{1}{3} = \square$ $\frac{17}{6} = \square$ $\frac{11}{9} = \square$ $\frac{20}{19} = \square$

வகுத்தல் முறையில் சில விகிதமுறு எண்களை தசமபின்னமாக வெளிப்படுத்த நாம் முயற்சிக்கும்போது வகுத்தல் முடிவுபெறவில்லை என்பதை காண்கிறோம். வகுத்தல் செய-ல் சில படிகளுக்கு பின் கிடைக்கும் மீதி திரும்பத்திரும்ப வருவதே இதற்கு காரணம். இவ்வகைகளில் ஈவில் ஒரு இலக்கம் (அ) இலக்கங்கள் ஒரே வரிசையில் திரும்பத்திரும்ப வருகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக 0.33333------= $0.\overline{3}$

0.12757575---------= $0.12\overline{75}$

123.12112112121-----------= $123.\overline{121}$

5.678888------------= $5.67\overline{8}$ முத-யவை.

இந்த தசம பின்னங்களை முடிவுறா திரும்பத்திரும்ப வரும் தசமபின்னம் (அ) முடிவுறா சுழல் தசமபின்னம் என்று கூறுகிறோம். முடிவுறா சுழல் தசமபின்னத்தின் சுழல் தன்மையுள்ள பாகம் அமைப்புச்சீர் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக

0.3333 ...... = $0.\overline{3}$ ல் அமைப்புச்சீர் 3

0.12757575 .... = $0.12\overline{75}$ ல் அமைப்புச்சீர் 75

சுழல் தன்மையுள்ள பாகத்தில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை சுழற்சி எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக

0.3333 ...... = $0.\overline{3}$ ல் சுழற்சி = 1

0.12757575 .... = $0.12\overline{75}$ ல் சுழற்சி = 2

0.23143143143....... ல் அமைப்புச்சீர் = ________ சுழற்சி = ________

125.6788989 .... ல் அமைப்புச்சீர் = ________ சுழற்சி = ________

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

1. தசமபின்ன வடிவில் எழுது.

(i) $\frac{7}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{23}{10}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{17}{6}$, $\frac{22}{7}$

(ii) மேற்கண்டவற்றில் எது முடிவுறு தசமபின்னம் எது முடிவுறா தசமபின்னம்.

(iii) மேலே உள்ள விகிதமுறு எண்களின் பகுதியை பகா எண்களின் பெருக்கல்பலனாக எழுது.

(iv) மேலே உள்ள மிகச் சுருங்கிய விகிதமுறு எண்களின் பகுதிகளுக்கு 2 மற்றும் 5ஐ தவிர பகா எண் வகுத்திகள் இல்லை எனில் நீ என்ன கவனிக்கிறாய்?

1.7 தசமபின்னவடிவங்களை விகிதமுறு எண்வடிவில் மாற்றுதல்

1.7.1 முடிவுறு தசமபின்னத்தை விகிதமுறு எண்வடிவில் மாற்றுதல்

15.75 என்ற தசமத்தை கவனி.

படி 1 : கொடுக்கப்பட்ட எண்ணில் தசமபின்ன எண்ணிக்கையை கண்டுபிடி. 15.75ல் இரண்டு தசம இலக்கங்கள் உள்ளன.

படி 2: கொடுக்கப்பட்ட தசம பின்னத்தில் எத்தனை தசம இலக்கங்கள் உள்ளனவோ அத்தனை பூஜ்ஜியங்களை 1க்கு அடுத்து எழுதி எண்ணாக்கு.

படி 3: கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை இந்த எண்ணால் பெருக்கி வகு. (படி2ல் கிடைத்த எண்) $15.75 \times \frac{100}{100} = \frac{1575}{100}$

படி 4: மேலே உள்ள விகிதமுறு எண்ணை சுருங்கிய வடிவில் எழுது.

$$\frac{1575}{100} = \frac{1575 \div 5}{100 \div 5} = \frac{315 \div 5}{20 \div 5} = \frac{63}{4}$$

எடுத்துக்காட்டு 9: கீழ்கண்ட தசம பின்னங்களை $\frac{p}{q}$ வடிவில் எழுது

(i) 0.35 (ii) -8.005 (iii) 2.104

தீர்வு : (i) $0.35 = \frac{35}{100} = \frac{35 \div 5}{100 \div 5} = \frac{7}{20}$

(ii) $-8.005 = \frac{-8005}{1000} = \frac{-8005 \div 5}{1000 \div 5} = \frac{-1601}{200}$

(iii) $2.104 = \frac{2104}{1000} = \frac{2104 \div 4}{1000 \div 4} = \frac{526 \div 2}{250 \div 2} = \frac{263}{125}$

1.7.2 முடிவுறா சுழல் தசம பின்னத்தை விகிதமுறு எண்வடிவில் மாற்றுதல்

கீழ்கண்ட எடுத்துக்காட்டின் மூலம் மாற்றும் முறையை நாம் விவாதிப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 10: கீழ்கண்ட தசம பின்னங்களை விகிதமுறு எண்வடிவில் எழுது.

(i) $0.\overline{4}$ (ii) $0.\overline{54}$ (iii) $4.\overline{7}$

தீர்வு (i): $0.\overline{4}$

$x = 0.\overline{4}$ என்க

$\Rightarrow \quad x = 0.444 \ldots$ ---------------(i)

இங்கு தசமபின்னத்தின் சுழற்சி ஒன்று.

(i) ன் இருபுறமும் 10ஆல் பெருக்கினால், கிடைப்பது

$10x = 4.44$ .... ----------------(ii)

(i) லிருந்து (ii) ஐ கழி

$$\begin{aligned} 10x &= 4.444...... \\ x &= 0.444...... \\ \hline 9x &= 4.000...... \\ \hline x &= \frac{4}{9} \end{aligned}$$

எனவே $0.\overline{4} = \frac{4}{9}$

தீர்வு (ii): $0.\overline{54}$

$x = 0.\overline{54}$ என்க

$\Rightarrow x = 0.545454....$ ------------------ (i)

இங்கு தசமபின்னத்தின் சுழற்சி இரண்டு. எனவே (i) ன் இருபுறமும் 100ஆல் பெருக்க, கிடைப்பது

$100x = 54.5454....$ ------------------ (ii)

(ii) லிருந்து (i) ஐ கழிக்க,

$$\begin{aligned} 100x &= 54.5454 ...... \\ x &= 0.5454 ..... \\ \hline 99x &= 54.0000...... \\ \hline \end{aligned}$$

$x = \frac{54}{99}$ எனவே $0.\overline{54} = \frac{54}{99}$.

தீர்வு (iii) : $4.\overline{7}$

$x = 4.\overline{7}$ என்க

$x = 4.777....$ ---------------- (i)

இங்கு தசமபின்னத்தின் சுழற்சி ஒன்று

ஆகவே (i) ன் இருபுறமும் 10ஆல் பெருக்கு.

$10x = 47.777....$ ---------------- (ii)

(ii) லிருந்து (i) ஐ கழிக்க,

$$\begin{aligned} 10x &= 47.777 ..... \\ x &= 4.777 ..... \\ \hline 9x &= 43.000 \\ \hline \end{aligned}$$

உற்றுநோக்கு

$0.\overline{4} = \frac{4}{9}$

$0.\overline{5} = \frac{5}{9}$

$0.\overline{54} = \frac{54}{99}$

$0.\overline{745} = \frac{745}{999}$

$x = \frac{43}{9}$ எனவே $4.\overline{7} = \frac{43}{9}$.

மாற்று முறை : $4.\overline{7} = 4 + 0.\overline{7}$

$= 4 + \frac{7}{9}$

$= \frac{9 \times 4 + 7}{9}$

$4.\overline{7} = \frac{43}{9}$

எடுத்துக்காட்டு 11: கலப்பு முடிவுறா சுழல் தசமபின்னம் $15.7\overline{32}$ ஐ $\frac{p}{q}$ வடிவில் எழுது.

தீர்வு : $x = 15.7\overline{32}$ என்க

$x = 15.7323232....$ ---------------(i)

இரண்டு இலக்கங்கள் 32 திரும்பத்திரும்ப வருவதால், தசமபின்னத்தின் சுழற்சி இரண்டு ஆகவே (i) ன் இருபுறமும் 100ஆல் பெருக்கு

$100\ x = 1573.2323....$ -------------(ii)

(ii) லிருந்து (i) ஐ கழிக்க,

$100\text{ x} = 1573.232323....$

$\text{x} = 15.732323....$

$99\text{ x} = 1557.50$

$\text{x} = \frac{1557.5}{99} = \frac{15575}{990}$

$= 15.7\overline{32} = \frac{15575}{990}$

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

$0.\overline{9}, 14.\overline{5}$ மற்றும் $1.\overline{24}$ என்ற தசமஎண்களை விகிதமுறு எண் வடிவில் மாற்று. சாதாரண முறையை விட சுலபமானமுறை ஏதேனும் உன்னால் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

பயிற்சி-1.3

1. கீழ்கண்ட ஒவ்வொரு தசம பின்னத்தையும் $\frac{p}{q}$ வடிவில் எழுது.

   (i) 0.57 (ii) 0.176 (iii) 1.00001 (iv) 25.125

2. கீழ்கண்ட ஒவ்வொரு தசம எண்ணையும் ($\frac{p}{q}$) வடிவில் எழுது.

   (i) $0.\overline{9}$ (ii) $0.\overline{57}$ (iii) $0.7\overline{29}$ (iv) $12.2\overline{8}$

3. $(x+y) \div (x-y)$ ஐ காண்க

   (i) $x=\frac{5}{2}, y=-\frac{3}{4}$ (ii) $x=\frac{1}{4}, y=\frac{3}{2}$

4. $-\frac{13}{5}$ மற்றும் $\frac{12}{7}$ ன் கூடுதலை $-\frac{13}{7}$ மற்றும் $-\frac{1}{2}$ ன் பெருக்கல்பலனால் வகு.

5. ஓர் எண்ணின் $\frac{2}{5}$ பாகம் அதே எண்ணின் $\frac{1}{7}$ பாகத்தைவிட 36 அதிகம் எனில் அந்த எண்ணைக் கண்டுபிடி.

6. 11மீ நீளமுள்ள கயிற்றில் இருந்து $2\frac{3}{5}$ மீ மற்றும் $3\frac{3}{10}$ மீ நீளங்கள் உள்ள இரண்டு துண்டுகள் வெட்டியெடுக்கப்பட்டது. மீதியுள்ள கயிற்றின் நீளம் என்ன?

7. $7\frac{2}{3}$ மீ நீளமுள்ள துணியின் விலை ₹$12\frac{3}{4}$. ஒரு மீட்டர் துணியின் விலையை காண்க.

8. 18 $\frac{3}{5}$ மீ நீளமும் 8 $\frac{2}{3}$ மீ அகலமும் உள்ள செவ்வகவடிவ பூங்காவின் பரப்பளவை காண்க.

9. $-\frac{11}{4}$ ஐ பெற $-\frac{33}{16}$ ஐ எந்த எண்ணால் வகுக்க வேண்டும்?

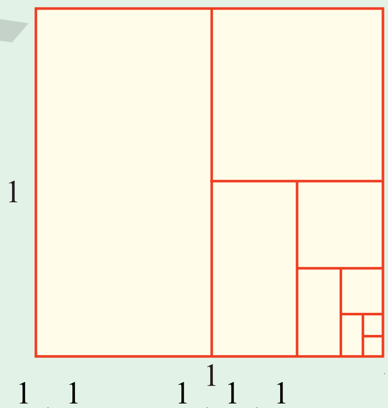
10. 64மீட்டர் நீளமுள்ள துணியில் இருந்து 36 சமமான கால் சட்டைகள் தயாரிக்க முடியும். ஒவ்வொரு கால் சட்டைக்கு தேவையான துணி எவ்வளவு?

11. 0.363636. . . எனும் சுழல் தன்மையுள்ள தசம எண்ணை p/q எனும் **எளிய பின்ன வடிவில் எழுதி** p+q **ஐ கண்டுபிடி.**

நாம் கற்றவை

1. கூட்டல், கழித்தல், மற்றும் பெருக்கலைப் பொறுத்து விகிதமுறு எண்கள் அடைவுப்பண்பு பெற்றுள்ளது.
2. கூட்டல் மற்றும் பெருக்கலின் செயல்களில்.
(i) விகிதமுறு எண்கள் மாற்றுப்பண்பை பெற்றுள்ளது.
(ii) விகிதமுறு எண்கள் சேர்ப்புப்பண்பை பெற்றுள்ளது.
3. விகிதமுறு எண்களில் கூட்டல் சமனி 0 ஆகும்.
4. விகிதமுறு எண்களில் பெருக்கல் சமனி 1 ஆகும்.
5. விகிதமுறு எண் மற்றும் அதன் கூட்டல் எதிர்மாறி குறிகளில் வேறுபட்டு இருக்கும்.
6. விகிதமுறு எண்களின் பெருக்கல் தலைகீழ் அதனுடைய தலைகீழ் எண்ணாகும்.
7. a,b, c என்ற விகிதமுறு எண்களின் பங்கீட்டு விதி
   a (b + c) = ab + ac மற்றும் a (b – c) = ab – ac
8. விகிதமுறு எண்களை எண்கோட்டின் மேல் குறித்து காட்டலாம்.
9. கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையில் எண்ணற்ற விகிதமுறு எண்கள் இருக்கும். சராசரி எனும் கருத்து ஏதேனும் இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கு இடையில் விகிதமுறு எண்களை காண பயன்படுகிறது.
10. விகிதமுறு எண்களை தசமஎண்களாக மாற்றும்போது அவை முடிவுறு தசமபின்னங்களாகவோ அல்லது முடிவுறா சுழல் தசம - பின்னங்களாகவோ இருக்கும்.

a_n க்கு ஒரு சூத்திரத்தை ஊகிக்க முடியுமா? பின்வரும் ஓரலகு சதுரத்திலுள்ள பிரிவுகளை பயன்படுத்தி உனது விடையை காட்சிபடுத்து.



குறிப்பு : $a_1 = \frac{1}{2},\ a_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4},\ a_3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} ....\quad a_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + ... + \frac{1}{2^n}$

$a_1 = 1 - \frac{1}{2},\ a_2 = 1 - \frac{1}{4},\ a_3 = 1 - \frac{1}{8} ....$ எனில் $a_n = ?$

அத்தியாயம் 2

ஒரு மாறியில் ஒரு படிச்சமன்பாடு

2.0 அறிமுகம்

சாகரும் லதாவும் எண்களுடன் விளையாடி கொண்டிருந்தனர். சாகர் லதாவிடம் “நான் ஓர் எண்ணை நினைத்து கொண்டேன். அந்த எண்ணை இருமடங்காக்கி அதிலிருந்து 7 ஐ கழித்தால் மீதி 35 கிடைக்கும். நான் நினைத்த எண்ணை உன் னால் கூற முடியுமா?” என்று கூறினான்.

லதா சிந்தித்தாள். உன்னால் கூட அந்த எண்ணை கண்டு பிடிக்க முடியுமா?

லதா எவ்வாறு விடை கூறினாள் எனப்பார்ப்போம்.

அந்த எண் x என்க. அதை இரு மடங்காக்க, $2x$ கிடைக்கும்?

அதிலிருந்து 7ஐ கழிக்க $2x - 7$ கிடைக்கும்.

விடை : 35க்கு சமம்.

$\Rightarrow \quad 2x - 7 = 35$

$\therefore \quad 2x = 35 + 7$ (7ஐ வலதுபுறம் மாற்ற)

$2x = 42$

$\therefore \quad x = \dfrac{42}{2}$ (2ஐ வலதுபுறம் மாற்ற)

$\therefore \quad x = 21$

$\therefore$ சாகர் நினைத்த எண் 21.

எளிய நுட்பம் :
இறுதி முடிவுடன் 7ஐ கூட்டி விடையை சரிபார்த்து சமன்பாட்டை சமமாக்கு

குறிப்பு :
உறுப்புகளை இடம் மாற்றும் போது
‘+’ உறுப்பு ‘–’ உறுப்பாகும்
‘–’ உறுப்பு ‘+’ உறுப்பாகும்
‘×’ உறுப்பு ‘÷’ உறுப்பாகும்
‘÷’ உறுப்பு ‘×’ உறுப்பாகும்

$2x - 7 = 35$ என்பது சமன்பாட்டிற்கு எடுத்துக்காட்டு ஆகும், என்பதை முந்தைய வகுப்பில் கற்றோம். இந்த சமன்பாட்டை தீர்ப்பதன் மூலமாக லதாவால் சாகர் நினைத்த எண்ணை கூற முடிந்தது. இந்த அத்தியாயத்தில் நாம் ஒரு மாறியில் ஒரு படிச்சமன்பாடு அல்லது எளிய சமன்பாடுகள், சமன்பாடுகளை தீர்ப்பதற்கான வழி முறைகள், அன்றாட வாழ்க்கையில் சமன்பாடுகளின் பயன்களை பற்றி பார்ப்போம்.

சமன்பாடுகள் பற்றி நமக்கு தெரிந்த சிலவற்றை நினைவு கூறுவோம் :

(i) இயற்கணித சமன்பாடு என்பது மாறி மேலும் மாறிலிகளை உள்ளடக்கிய இயற்கணித கூற்றின் சமத்துவம் ஆகும்.

$2x - 7 = 35$

இடது கைபுறம் வலது கைபுறம்

(ii) இதற்கு ஒரு சமக்குறி உண்டு.

(iii) குறியீட்டின் இடதுபுறம் உள்ள கூற்றை சமன்பாட்டின் இடது கைப்பக்கம் (L.H.S) எனப்படும்.

(iv) குறியீட்டின் வலது புறம் உள்ள கூற்றை சமன்பாட்டின் வலது கைப்பக்கம் (R.H.S) எனப்படும்.

$x = 21$ எனும் போது மட்டும்

$2x - 7 = 35$ என்பது மெய்

$x = 21$ எனில்

$\text{LHS} = 2x - 7$

$= 2 \times 21 - 7$

$= 35$

$= \text{RHS}$

$\therefore x = 21$ என்பது தீர்வு

(v) ஒரு சமன்பாட்டில் உள்ள இடக்கை பக்கம், வலக்கைபக்க மதிப்புகள் சமம். மாறியின் ஒரு சில குறிப்பிட்ட மதிப்புகளுக்கு மட்டும் சமன்பாடு மெய்யாகிறது. இந்த மதிப்பு அந்த சமன்பாட்டின் தீர்வு என்கிறோம்.

2.1 ஒரு படிச் சமன்பாடுகள்

பின்வரும் சமன்பாடுகளை கவனி.

(1) $2x - 7 = 35$ (2) $2x + 2y = 48$ (3) $4x - 1 = 2x + 5$ (4) $x^2 + y = z$

மேற்கண்ட சமன்பாடுகளில் முதல் 3 சமன்பாடுகளின் படிகள் ஒன்று. எனவே இவற்றை ஒருபடிச் சமன்பாடுகள் என்பர். 4வது சமன்பாட்டின் படி ஒன்று அல்ல. எனவே இது ஒருபடிச்சமன்பாடு அல்ல. எனவே சமன்பாடுகள் (1), (2), (3) ஆகியவை ஒரு படிச்சமன்பாடுகளுக்கு உதாரணங்களாகும்.

இதை செய்

கீழ்கண்டவற்றில் எவை ஒருபடிச் சமன்பாடுகள்

(i) $4x + 6 = 8$ (ii) $4x - 5y = 9$ (iii) $5x^2 + 6xy - 4y^2 = 16$

(iv) $xy + yz + zx = 11$ (v) $3x + 2y - 6 = 0$ (vi) $3 = 2x + y$

(vii) $7p + 6q + 13s = 11$

2.2 எளிய சமன்பாடுகள் (அ) ஒரு மாறியை கொண்ட ஒருபடிச்சமன்பாடுகள்:

பின்வரும் சமன்பாடுகளை கவனி :

(i) $2x - 7 = 35$ (ii) $4x - 1 = 2x + 5$ (iii) $2x + 2y = 48$

மேற்காணும் அனைத்தும் ஒருபடி சமன்பாடுகளுக்கு உதாரணங்கள் ஆகும். ஒவ்வொரு சமன்பாட்டிலும் பயன்படுத்தப்பட்ட மாறிகளின் எண்ணிக்கையை கவனி.

(i), (ii) ஒரு மாறியை கொண்ட ஒரு படிச்சமன்பாடுகளுக்கு உதாரணங்களாகும். ஆனால் சமன்பாடு (iii) 'x' மற்றும் 'y' என்ற இரண்டு மாறிகளை கொண்டுள்ளது. இது இரண்டு மாறிகளை கொண்ட ஒருபடிச் சமன்பாடு எனப்படும்.

எனவே $ax + b = 0$ (அல்லது) $ax = b$, என்னும் அமைப்பில் உள்ள சமன்பாடுகள் ஒரு மாறியை கொண்ட ஒரு படிச்சமன்பாடுகள் (அல்லது) எளிய சமன்பாடுகள் எனப்படும். இங்கு a, b மாறிலிகள். மேலும் $a \neq 0$.

இதை செய்

பின்வரும் சமன்பாடுகளில் எவை எளிய சமன்பாடுகள் ஆகும்?

(i) $3x + 5 = 14$ (ii) $3x - 6 = x + 2$ (iii) $3 = 2x + y$

(iv) $\frac{x}{3} + 5 = 0$ (v) $x^2 + 5x + 3 = 0$ (vi) $5m - 6n = 0$

(vii) $7p + 6q + 13s = 11$ (viii) $13t - 26 = 39$

2.3 ஒரே புறத்தில் மட்டும் மாறியை கொண்ட ஒரு படி சமன்பாடுகளை தீர்த்தல் :

தற்போது எளிய சமன்பாடுகளை தீர்க்கும் முறையை பார்ப்போம். சாகர் நினைத்த எண்ணை கண்டறிய லதா பயன்படுத்திய முறையை இங்கு பயன்படுத்துவோம்.

எடுத்துக்காட்டு 1: $3y + 39 = 8$ எனும் சமன்பாட்டை தீர்.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு $3y + 39 = 8$

$3y = 8 - 39$ (**39ஐ வலதுபுறம் மாற்று**)

$3y = -31$

$y = \frac{-31}{3}$ (3**ஐ வலதுபுறம் மாற்று**)

$3y + 39 = 8$ **ன் தீர்வு** $y = \frac{-31}{3}$

$(\frac{-31}{3})$ எனும் தீர்வு ஒரு விகித முறு எண் என்பதை கவனி.

சரிபார்த்தல் : LHS $= 3y + 39 = 3\,(\frac{-31}{3}) + 39 = -31 + 39 = 8$ RHS

சரியா? தவறா? கூறு. உன் விடையை சரிபார்.

காவ்யா இந்த சமன்பாட்டை கீழ்கண்டவாறு தீர்த்தாள்.

$3x + x + 5x = 72$

$9x = 72, \quad x = 72 \times 9 = 648$

அவள் எங்கு தவறு செய்தாள்? சரியான விடையை கண்டுபிடி?

எடுத்துக்காட்டு 2: $\frac{7}{4} - \text{p} = 11$ ஐ தீர்க்க.

தீர்வு : $\frac{7}{4} - \text{p} = 11$

$$-p = 11 - \frac{7}{4}$$ ($\frac{7}{4}$ ஐ வலதுபுறம் மாற்று)

$$-p = \frac{44-7}{4}$$

$$-p = \frac{37}{4}$$

$$\therefore p = -\frac{37}{4}$$ (-1ஆல் இருபுறமும் பெருக்குக)

> p ஐ LHSல் இருந்து RHSக்கு மாற்றி p ன் மதிப்பை கண்டுபிடி. p ன் மதிப்பில் ஏதேனும் மாற்றம் உள்ளதா?

சரிபார்த்தல் : LHS = $\frac{7}{4} - p = \frac{7}{4} - (-\frac{37}{4}) = \frac{7}{4} + \frac{37}{4} = \frac{7+37}{4} = \frac{44}{4} = 11 = RHS$

பயிற்சி 2.1

பின்வரும் எளிய சமன்பாடுகளை தீர்க்க.

(i) $6m = 12$ (ii) $14p = -42$

(iii) $-5y = 30$ (iv) $-2x = -12$

(v) $34x = -51$ (vi) $\frac{n}{7} = -3$

(vii) $\frac{2x}{3} = 18$ (viii) $3x + 1 = 16$

(ix) $3p - 7 = 0$ (x) $13 - 6n = 7$

(xi) $200y - 51 = 49$ (xii) $11n + 1 = 1$

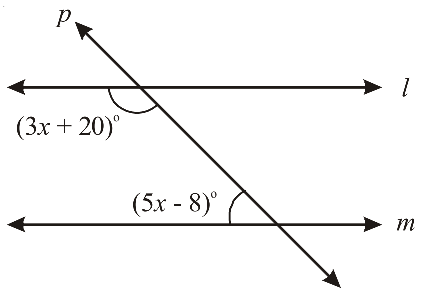
(xiii) $7x - 9 = 16$ (xiv) $8x + \frac{5}{2} = 13$

(xv) $4x - \frac{5}{3} = 9$ (xvi) $x + \frac{4}{3} = 3\frac{1}{2}$

2.3.1 சில பயன்பாடுகள்

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகளை கவனி.

எடுத்துக்காட்டு 3: $l \parallel m$, எனில் x ன் மதிப்பை கண்டுபிடி.



தீர்வு : இங்கு $l \parallel m$ மேலும் p குறுக்கு வெட்டி

எனவே $(3x+20^{o})+(5x-8^{o}) = 180^{o}$ (குறுக்குவெட்டியின் ஒரே பக்கத்தில் அமைந்த உட்கோணங்களின் மொத்தம் 180^{o})

$$3x + 20^{o} + 5x - 8^{o} = 180^{o}$$
$$8x + 12^{o} = 180^{o}$$
$$8x = 180^{o} - 12^{o}$$
$$8x = 168^{o}$$
$$x = \frac{168^{o}}{8} = 21^{o}$$

எடுத்துக்காட்டு 4: இரண்டு எண்களின் மொத்தம் 29. மேலும் ஓர் எண் மற்றொரு எண்ணை விட 5 அதிகம் எனில் அந்த எண்களை கண்டுபிடி.

தீர்வு : இங்கு ஒரு புதிர் உள்ளது. அந்த எண்கள் நமக்கு தெரியாது. நாம் அவைகளை கண்டு பிடிக்க வேண்டும்.

இங்கு சிறிய எண் x என்க.

பெரிய எண் $x+5$ ஆகும்.

ஆனால் இரண்டு எண்களின் மொத்தம் 29 என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$\Rightarrow x + (x+5) = 29$$
$$\Rightarrow 2x + 5 = 29$$
$$\therefore 2x = 29 - 5$$
$$\therefore 2x = 24$$
$$x = \frac{24}{2} \quad \text{(2ஐ வலதுபுறம் மாற்று)}$$
$$x = 12.$$

எனவே சிறிய எண் : $x = 12$ மற்றும்

பெரிய எண் : $x + 5 = 12 + 5 = 17.$

சரிபார்த்தல்: 17 என்பது 12ஐ விட 5 அதிகம்
இவற்றின் கூடுதல் = 12 + 17 = 29.

எடுத்துக்காட்டு 5: ஓர் எண்ணின் நான்கு மடங்கில் இருந்து 5ஐ குறைத்தால் 19க்கு சமமாகும். அந்த எண்ணை கண்டுபிடி.

தீர்வு: அந்த எண்ணை 'x' என்க.

அந்த எண்ணின் நான்கு மடங்கு '$4x$' ஆகும்.

இதில் இருந்து 5ஐ குறைத்தால் 19க்கு சமம்.

$\Rightarrow \quad 4x - 5 = 19$

$4x = 19 + 5$ (5ஐ வலதுபுறம் மாற்று)

$4x = 24$

$\therefore x = \frac{24}{4}$ (4ஐ வலதுபுறம் மாற்று)

$\Rightarrow x = 6$

எனவே நமக்கு தேவையான எண் 6 ஆகும்.

சரிபார்த்தல் : 6ன் நான்கு மடங்கு 24. மேலும் $24 - 5 = 19$.

எடுத்துக்காட்டு 6: ஒரு செவ்வக வடிவ பூங்காவின் நீளம் அதன் அகலத்தைவிட 17 அதிகம். பூங்காவின் சுற்றளவு 178 மீட்டர்கள் எனில் பூங்காவின் நீள, அகலத்தை கண்டுபிடி.

தீர்வு : பூங்காவின் அகலத்தை x என்க.

பூங்காவின் நீளம் = $x + 17$ மீட்டர்கள்

$\therefore$ சுற்றளவு = 2 (நீளம் + அகலம்)

= 2 $(x + 17 + x)$ மீட்டர்கள்

= 2 $(2x + 17)$ மீட்டர்கள்

ஆனால் செவ்வகத்தின் சுற்றளவு 178 மீட்டர்கள் என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$\therefore \quad 2(2x + 17) = 178$$

$$4x + 34 = 178$$

$$4x = 178 - 34$$

$$4x = 144$$

$$x = \frac{144}{4} = 36$$

பூங்காவின் அகலம் = 36 மீட்டர்கள்

பூங்காவின் நீளம் = 36 + 17 = 53 மீட்டர்கள்.

முயற்சித்து முடிவை சரிபார்.

எடுத்துக்காட்டு 7: இரண்டு மிகை நிரப்பு கோணங்களின் வித்தியாசம் 34. அந்த கோணங்களை கண்டுபிடி.

தீர்வு: சிறிய கோணம் x^o என்க.

இங்கு இரண்டு கோணங்களின் வித்தியாசம் 34^o

எனவே பெரிய கோணம் $= x + 34^o$

இரண்டு மிகை நிரப்பு கோணங்களின் மொத்தம் 180^o

எனவே $x + (x + 34) = 180^o$

$$2x + 34 = 180^o$$

$$2x = 180 - 34 = 146^o$$

$$x = \frac{146^o}{2} = 73^o$$

எனவே சிறிய கோணம் $= x = 73^o$

பெரிய கோணம் $= x + 34 = 73 + 34 = 107^o$

எடுத்துக்காட்டு 8: தற்போது விஜயாவின் அம்மா வயது, விஜயாவின் வயது போல் 4 மடங்கு. 6 வருடங்களுக்கு பிறகு அவர்களின் வயதுகளின் மொத்தம் 62 வருடங்கள். அவர்களின் தற்போதைய வயது என்ன?

தீர்வு: விஜயாவின் தற்போதைய வயது x வருடங்கள் என்க. எனவே நாம் பின்வரும் அட்டவணையை உருவாக்கலாம்.

	விஜயா	விஜயாவின் அம்மா
தற்போதைய வயது	x	$4x$
6வருடங்கள்பிறகு	$x + 6$	$4x + 6$

$\therefore$ 6 வருடங்கள் பிறகு அவர்கள் வயதுகளின் மொத்தம் $= (x + 6) + (4x + 6)$

$$= x + 6 + 4x + 6$$

$$= 5x + 12$$

ஆனால் 6 வருடங்களுக்கு பிறகு வயதுகளின் மொத்தம் 62.

$$\Rightarrow 5x + 12 = 62$$

$$5x = 62 - 12$$

$$5x = 50$$

$$x = \frac{50}{5} = 10$$

விஜயாவின் தற்போதைய வயது $= x = 10$ வருடங்கள்

விஜயா அம்மாவின் தற்போதைய வயது $= 4x = 4 \times 10 = 40$ வருடங்கள்

எடுத்துக்காட்டு 9 : ஒரு தேர்வில் 90 சரியான விடையை தேர்வு செய்யும் வினாக்கள் கொடுக்கப்பட்டது. ஒவ்வொரு சரியான விடைகளுக்கும் இரண்டு மதிப்பெண்கள் கொடுக்கப்பட்டது. தவறான விடைகளுக்கு ஒரு மதிப்பெண் குறைக்கப்பட்டது. சரண்யா எல்லா வினாக்களுக்கும் விடையளித்து 60 மதிப்பெண்களை பெற்றாள் எனில் சரண்யா எத்தனை வினாக்களுக்கு சரியான விடையளித்தாள்?

தீர்வு : சரியான விடையளித்த வினாக்களின் எண்ணிக்கை x என்க.

எனவே தவறான விடையளித்த வினாக்களின் எண்ணிக்கை $= 90 - x$
ஒவ்வொரு சரியான விடைக்கு 2 மதிப்பெண்கள் கொடுக்கப்பட்டது.

$\therefore$ சரியான விடைகளுக்கு கிடைத்த மதிப்பெண்கள் $= 2x$

ஒவ்வொரு தவறான விடைக்கும் 1 மதிப்பெண் குறைக்கப்பட்டது.
குறைக்கப்பட்ட மதிப்பெண்கள் $= (90 - x) \times 1 = 90 - x$

மொத்த மதிப்பெண் $= 2x - (90 - x) = 2x - 90 + x = 3x - 90$

ஆனால் பெற்ற மதிப்பெண்கள் 60

$\Rightarrow \quad 3x - 90 = 60$

$3x = 60 + 90$

$3x = 150$

$$x = \frac{150}{3} = 50$$

சரியான விடையளித்த வினாக்களின் எண்ணிக்கை, $x = 50$

எடுத்துக்காட்டு 10: ரவி வங்கியில் காசாளராக பணிபுரிகிறான். அவரிடம் ₹ 100, ₹ 50, ₹ 10 நோட்டுகள் உள்ளன. நோட்டுகளின் விகிதங்கள் முறையே 2:3:5. ரவியிடம் மொத்தம் ₹ 4, 00, 000 உள்ளது. ரவியிடம் உள்ள ₹ 100, ₹ 50, ₹ 10 நோட்டுகள் எத்தனை?

தீர்வு : ₹ 100, நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 2x$

₹ 50, நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 3x$

₹ 10 நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 5x$

ஃ மொத்த பணம் $= (2x \times 100) + (3x \times 50) + (5x \times 10)$

$200x + 150x + 50x = 400x$

குறிப்பு : 2:3:5 என்பதும்
$2x : 3x : 5x$ என்பதும் ஒன்றே

கணக்கின்படி மொத்த பணம் ₹ 4, 00,000.

$$\Rightarrow \quad 400x = 4,00,000$$

$$x = \frac{400000}{400} = 1000$$

எனவே ₹ 100 நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 2x = 2 \times 1000 = 2000$

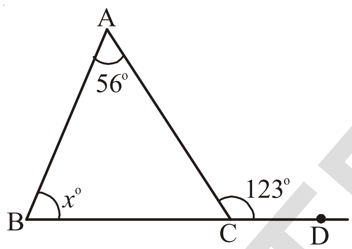
₹ 50 நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 3x = 3 \times 1000 = 3000$

₹ 10 நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 5x = 5 \times 1000 = 5000$

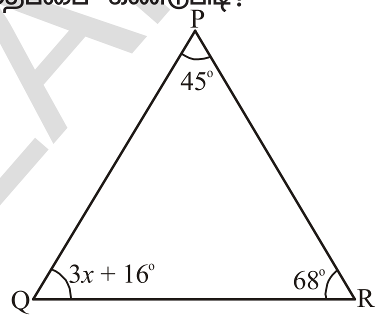
பயிற்சி : 2.2

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படங்களில் x ன் மதிப்பை கண்டுபிடி?

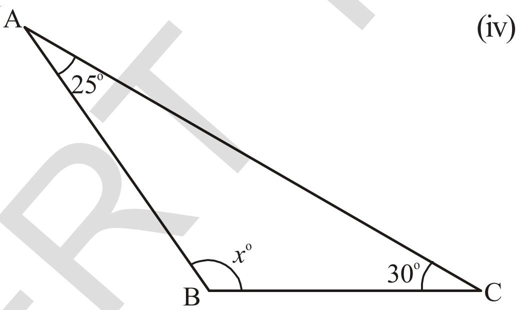
(i)



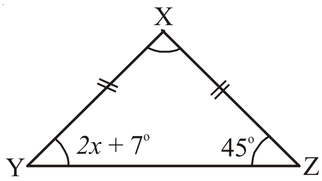
(ii)



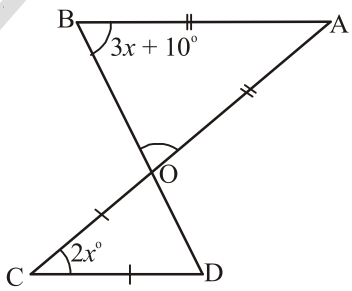
(iii)



(iv)



(v)



2. இரண்டு எண்களின் வித்தியாசம் 8. பெரிய எண்ணுடன் 2ஐ கூட்டினால் கிடைக்கும் விடை சிறிய எண்ணை போல் 3 மடங்கு ஆகும். அந்த எண்களை கண்டுபிடி.

3. இரண்டு எண்களின் கூடுதல் 58. அவற்றின் வித்தியாசம் 28 எனில் அந்த எண்களை கண்டுபிடி?

4. இரண்டு அடுத்தடுத்த ஒற்றை எண்களின் கூடுதல் 56. அந்த எண்களை கண்டுபிடி?

5. 7ன் மூன்று அடுத்தடுத்த மடங்குகளின் மொத்தம் 777 எனில் அந்த மடங்குகளை கண்டுபிடி.

(குறிப்பு: 7ன் மூன்று அடுத்தடுத்த மடங்குகள் முறையே 'x', '$x + 7$', '$x + 14$' என்க)

6. ஒருவர் 10கி.மீ. தூரம் நடந்து சென்றார். பின்னர் குறிப்பிட்ட தூரத்தை இரயிலில் பயணம் செய்தார். இரயிலில் பயணம் செய்த தூரத்தை போல் இரண்டு மடங்கு தூரத்தை பேருந்தில் பயணம் செய்தார். மொத்த பயணம் செய்த தூரம் 70கி.மீ. எனில் அவர் இரயிலில் பயணம் செய்த தூரத்தை கண்டுபிடி.

7. வாணி ஒரு பீட்சா வாங்கி மூன்று பாகங்களாக வெட்டினாள். முதல் பாகம் இரண்டாம் பாகத்தைவிட 7 கிராம்கள் குறைவாகவும், மூன்றாம் பாகத்தை விட 4 கிராம்கள் அதிகமாகவும் இருந்தது. முழு பீட்சாவின் எடை 300 கிராம்கள் எனில் ஒவ்வொரு பாகங்களின் எடை என்ன?
(குறிப்பு : இரண்டாம் பாகம் '$x + 7$', மூன்றாம் பாகம் '$x - 4$' முதல் பாகம் x என்க)

8. செவ்வக வடிவ வயலின் சுற்றளவு 400மீ. அந்த வயலின் நீளம் அகலத்தை விட 26மீட்டர்கள் அதிகம். வயலின் நீள அகலத்தை கண்டுபிடி?

9. செவ்வக வடிவ வயலின் நீளம் அதன் அகலத்தின் இரு மடங்கைவிட 8மீ குறைவு. அவ்வயலின் சுற்றளவு 56 மீட்டர்கள் எனில் அதன் நீள அகலத்தை கண்டுபிடி?

10. ஓர் இரு சமபக்க முக்கோணத்தின் சம பக்கங்கள் மூன்றாவது பக்கத்தின் இருமடங்கிற்கு 5மீ குறைவு? முக்கோணத்தின் சுற்றளவு 55மீ எனில் பக்க அளவுகளை கண்டுபிடி?

11. இரண்டு நிரப்பு கோணங்களின் வித்தியாசம் 12° எனில் அந்த கோணங்களை கண்டுபிடி?

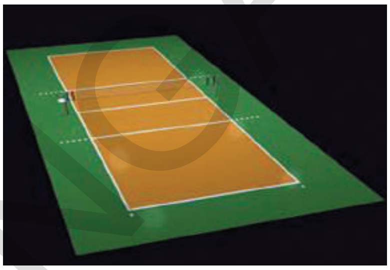
12. இரகு மற்றும் லட்சுமியின் வயதுகளின் விகிதம் 5:7 நான்கு வருடங்களுக்கு பிறகு அவர்களின் மொத்தம் 56 ஆண்டுகள் எனில் அவர்களின் தற்போதைய வயது என்ன?

13. ஒரு தேர்வில் 180 சரியானவிடை தேர்வு செய்யும் வினாக்கள் கேட்கப்பட்டது. ஒவ்வொரு சரியான விடைக்கும் 4 மதிப்பெண்கள் கொடுக்கப்பட்டது. தவறான மேலும் விடையளிக்காத வினாக்களுக்கு ஒரு மதிப்பெண் குறைக்கப்பட்டது. ஒருவர் தேர்வில் 450 மதிப்பெண்கள் பெற்றால் சரியாக எழுதிய வினாக்கள் எத்தனை?

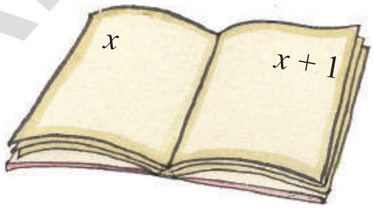
14. ₹ 5, ₹ 10 நோட்டுகளின் மொத்தம் ₹ 500. மொத்த நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை 90 எனில் எத்தனை 5ரூபாய் 10ரூபாய் நோட்டுகள் உள்ளது?
(குறிப்பு : 5ரூபாய் நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை x என்க. 10 ரூபாய் நோட்டுகளின் எண்ணிக்கை $90 - x$ என்க.)

15. ஒருவர் ₹ 564 ஐ கொடுத்து பேனா மேலும் பென்சில்களை வாங்கினார். ஒரு பேனா விலை ₹ 7, பென்சில் விலை ₹ 3. மொத்தம் வாங்கிய பொருள்கள் 108 எனில் ஒவ்வொரு வகையிலும் வாங்கியது எத்தனை?

16. ஒரு பள்ளியிலுள்ள வாலிபால் விளையாட்டு மைதானத்தின் சுற்றளவு 177 அடி மேலும் அதன் நீளம் அகலத்தை போல் இருமடங்கு. மைதானத்தின் அளவுகளை கண்டுபிடி?



17. ஒரு புத்தகத்தின் அடுத்தடுத்த பக்க எண்களின் மொத்தம் 373 எனில் அந்த பக்க எண்களை கண்டுபிடி? (குறிப்பு : அடுத்தடுத்தபக்கங்கள் x, $x+1$ என்க)



2.4 இரு புறங்களிலும் மாறிகளை கொண்ட சமன்பாடுகளை தீர்த்தல் :

சமன்பாடு என்பது இரண்டு கூற்றுகளை மெய்யாக்கும் மதிப்புகளின் சமத்துவமாகும். $2x - 7 = 35$ எனும் சமன்பாட்டில் உள்ள இரு கூற்றுகள் $2x$-7 மேலும் 35 ஆகும். இதில் RHS ஓர் எண். ஆனால் எல்லா சமன்பாட்டிலும் இவ்வாறு இருக்காது. சில சமயங்களில் இருபுறமும் மாறிகள் இருக்கலாம். அவ்வாறான சூழ்நிலைகளை பார்க்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 11 : ரபி மற்றும் பாத்திமாவின் தற்போதைய வயதுகளின் விகிதங்கள் 7:5. 10 வருடங்களுக்கு பிறகு வயதுகளின் விகிதம் 9 : 7 தற்போதைய வயதுகளை கண்டுபிடி?

தீர்வு : ரபி மற்றும் பாத்திமாவின் தற்போதைய வயதுகளின் விகிதம் 7:5,

ரபியின் வயது $7x$ என்றும் பாத்திமாவின் வயது $5x$ என்றும் கொள்வோம்

(குறிப்பு : 7:5 எனும் விகிதத்தை $7x : 5x$ என்றும் எடுத்துக்கொள்ளலாம்)

10 ஆண்டுகளுக்கு பிறகு ரபியின் வயது $= 7x + 10$ மேலும்

பாத்திமாவின் வயது $= 5x + 10$

10 ஆண்டுகளுக்கு பிறகு ரபியின் வயது, பாத்திமா வயதுகளின் விகிதம் $7x + 10 : 5x + 10$ ஆனால் இந்த விகிதம் 9:7க்கு சமம் என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$\Rightarrow \quad 7x + 10 : 5x + 10 = 9 : 7$$

$$7\,(7x + 10) = 9\,(5x + 10)$$

$\Rightarrow \quad 49x + 70 = 45x + 90.$

மேலே உள்ள சமன்பாட்டில் இருபுறமும் இயற்கணித கூற்றுகள் இருப்பதை கவனி.

இப்பொழுது இச்சமன்பாடு தீர்க்கும் முறையை கற்போம்.

மேலே உள்ள சமன்பாட்டை $49x + 70 = 45x + 90$

$\Rightarrow \quad 49x - 45x = 90 - 70$ (70யை RHS க்கும் 45x ஐ LHSக்கும் மாற்ற)

$\therefore \quad 4x = 20$

$\therefore \quad x = \frac{20}{4} = 5$

எனவே ரபியின் வயது = $7x = 7 \times 5 = 35$ ஆண்டுகள்

பாத்திமாவின் வயது = $5x = 5 \times 5 = 25$ ஆண்டுகள்

எடுத்துக்காட்டு 12: $5(x + 2) - 2(3 - 4x) = 3(x + 5) - 4(4 - x)$ ஐ தீர்க்க

தீர்வு : $5x + 10 - 6 + 8x = 3x + 15 - 16 + 4x$ (அடைப்புகளை நீக்க)

$13x + 4 = 7x - 1$ (ஓரின உறுப்புகளை கூட்டு)

$13x - 7x = -1 - 4$ (4ஐ RHS க்கும் 7xயை LHSக்கும் மாற்ற)

$6x = -5$

$x = \frac{-5}{6}$ (6யை RHSக்கு மாற்ற)

பயிற்சி - 2.3

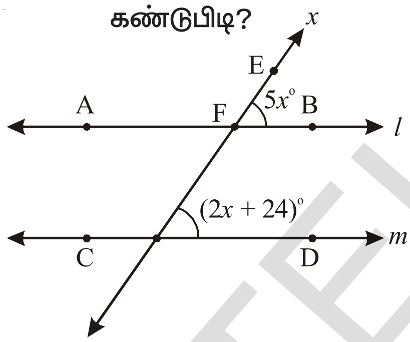
பின்வரும் சமன்பாடுகளை தீர் :

1. $7x - 5 = 2x$
2. $5x - 12 = 2x - 6$
3. $7p - 3 = 3p + 8$
4. $8m + 9 = 7m + 8$
5. $7z + 13 = 2z + 4$
6. $9y + 5 = 15y - 1$
7. $3x + 4 = 5(x - 2)$
8. $3(t - 3) = 5(2t - 1)$

9. $5(p-3) = 3(p-2)$
10. $5(z+3) = 4(2z+1)$
11. $15(x-1) + 4(x+3) = 2(7+x)$
12. $3(5z-7) + 2(9z-11) = 4(8z-7) - 111$
13. $8(x-3) - (6-2x) = 2(x+2) - 5(5-x)$
14. $3(n-4) + 2(4n-5) = 5(n+2) + 16$

2.4.1 மேலும் சில பயன்பாடுகள்

எடுத்துக்காட்டு 13 : படத்தில் $l \parallel m$, மேலும் p குறுக்கு வெட்டு எனில் xன் மதிப்பை கண்டுபிடி?



தீர்வு : $l \parallel m$, மேலும் p குறுக்குவெட்டி என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

எனவே $\angle EFB = \angle FGD$ (ஒத்த கோணங்கள்)

எனவே $5x^o = (2x+24)^o$

$5x - 2x = 24$

$3x = 24$

$x = \frac{24}{3} = 8^o$

எடுத்துக்காட்டு 14: ஹேமா அவளது மகள் தரணியை விட 24 வருடங்கள் பெரியவள். 6 ஆண்டுகளுக்கு முன் ஹேமா அவளுடைய மகளின் வயதைப்போல் மூன்று மடங்கு எனில் அவர்களின் தற்போதைய வயது என்ன?

தீர்வு : தரணியின் தற்போதைய வயது x வருடங்கள் என்க

பின்வரும் அட்டவணையை கவனி.

	தரணி	ஹேமா
தற்போதைய வயது	x	$x + 24$
6ஆண்டுகளுக்கு முன்	$x - 6$	$(x+24) - 6 = x + 24 - 6 = x + 18$

ஆனால் 6 ஆண்டுகளுக்கு முன்பு ஹேமாவின் வயது அவளின் மகள் வயதைப் போல் மூன்று மடங்கு.

$\therefore \ x + 18 = 3(x-6)$

$x + 18 = 3x - 18$

$x - 3x = -18 - 18$

$-2x = -36$

$x = 18.$

எனவே தரணியின் தற்போதைய வயது $= x = 18$ ஆண்டுகள்

ஹேமாவின் தற்போதைய வயது $= x + 24 = 18 + 24 = 42$ ஆண்டுகள்

எடுத்துக்காட்டு 15 : ஓர் ஈரிலக்க எண்ணில் இரண்டு இலக்கங்களின் கூடுதல் 8. அந்த எண்ணுடன் 18ஐ கூட்டினால் அவற்றின் இலக்கங்கள் முன் பின்னாக இடம் மாறும் எனில் அந்த எண்ணை கண்டுபிடி.

தீர்வு : ஒன்றாம் இட எண் 'x' என்க.

ஃ பத்தாம் இட எண் $= 8 - x$ (இலக்கங்களின் கூடுதல் 8)

எனவே அந்த எண் $10(8-x) + x = 80 - 10x + x = 80 - 9x$ —— (1)

இப்போது இதனுடன் 18ஐ கூட்ட இலக்கங்கள் முன்பின் மாறுகிறது. இலக்கங்களை முன் பின்னுமாக மாற்றுதல் $= 10 \times (x) + (8 - x)$

$= 10x + 8 - x = 9x + 8$

$\Rightarrow$ எண் $+ 18 =$ இலக்கங்களை முன்னும் பின்னுமாக மாற்றப்பட்ட எண் .

$\Rightarrow \ (80 - 9x) + 18 = 9x + 8$

$98 - 9x = 9x + 8$

$98 - 8 = 9x + 9x$

$90 = 18x$

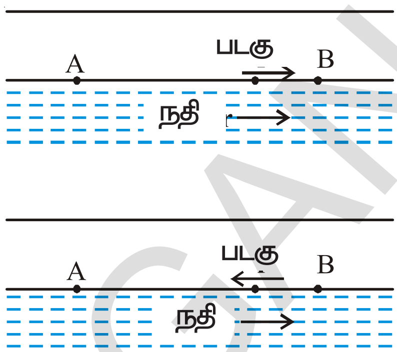
$$x = \frac{90}{18} = 5$$

x ன் மதிப்பை சமன்பாடு (1)ல் பிரதியிட நமக்கு தேவையான எண் கிடைக்கிறது.

ஃ எண் $= 80 - 9 \times 5 = 80 - 45 = 35.$

எடுத்துகாட்டு 16 : ஓர் இயந்திர படகு நீரோட்ட திசையில் பயணம் செய்து இரண்டு கடற்கரை நகரங்களுக்கிடையேயான தொலைவை 5மணி நேரத்தில் கடக்கிறது. இதே தொலைவை நீரோட்ட திசையின் எதிர்திசையாக பயணம் செய்யும் போது 6 மணிநேரத்தில் கடக்கிறது. நீரோட்டத்தின் வேகம் 2கீ.மீ./ம. எனில் நிலையான நீரில் இயந்திரபடகின் வேகம் என்ன?

தீர்வு : நிலையான நீரில் படகின் வேகம் x கி.மீ/ம. என்க. அதாவது நீரோட்ட திசையில் அதன் வேகம் $x+2$ கி.மீ./ம. அதாவது நீரோட்டமானது படகை அதன் வேகத்தை விட 2கி.மீ அதிகமாக தள்ளுகிறது. ஆனால் நீரோட்டத்திற்கு எதிர் திசையில் செல்லும் போது, படகின் வேகம் $(x\text{-}2)$ கி.மீ/ம.



நீரோட்ட திசையில் படகின் வேகம் $= (x + 2)$ கி.மீ./ம.

$\Rightarrow$ ஒருமணிநேரத்தில் கடந்த தூரம் $= x + 2$ கி.மீ.

$\therefore$ 5மணி நேரத்தில் கடந்த தூரம் $= 5\ (x + 2)$ கி.மீ.

A, B களுக்கு இடைபட்ட தூரம் $5\ (x + 2)$ கி.மீ.

நீரோட்டத்தின் எதிர்திசையில் படகின் வேகம் $= (x - 2)$ கி.மீ./ம.

$\Rightarrow$ ஒரு மணிநேரத்தில் கடந்த தூரம் $= (x - 2)$ கி.மீ.

ஃ 6 மணிநேரத்தில் கடந்த தூரம் $= 6\ (x - 2)$ கி.மீ.

$\therefore$ A, B களுக்கு இடையே உள்ள தூரம் $6\ (x - 2)$ கி.மீ.

ஆனால் A, மற்றும் Bக்கு இடையேயுள்ள தூரம் நிலையானது.

$\therefore\ 5\ (x + 2) = 6\ (x - 2)$

$\Rightarrow \quad 5x + 10 = 6x - 12$

$\Rightarrow \quad 5x - 6x = -12 - 10$

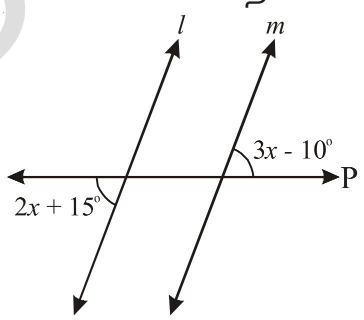
$\therefore \quad -x = -22$

$\quad x = 22.$

எனவே நிலையான நீரில் படகின் வேகம் 22 கி.மீ./ம.

பயிற்சி - 2.4

1. $l \parallel m$ எனில் xன் மதிப்பை கண்டுபிடி?.



2. ஓர் எண்ணின் 8 மடங்கில் இருந்து 10ஐ கழிப்பதென்பது அவ்வெண்ணின் ஆறு மடங்கில் இருந்து 4ஐ கழிப்பதற்கு சமம் எனில் அவ்வெண்ணை கண்டுபிடி.
3. ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 9. அந்த எண்ணில் இருந்து 27ஐ கழித்தால் இலக்கங்கள் முன்பின்னாக மாறுகிறது எனில் அந்த எண்ணை கண்டுபிடி.
4. ஓர் எண் இரண்டு பாகங்களாக பிரிக்கபடுகிறது. ஒரு பாகம் மற்றொரு பாகத்தை விட 10அதிகம். இரண்டு பாகங்களின் விகிதம் 5:3 எனில் அந்த எண் மற்றும் பாகங்களை கண்டுபிடி.
5. ஓர் எண்ணை மூன்று மடங்காக்கி 2ஐ கூட்டும் போதும், அதே எண்ணை 50லிருந்து கழிக்கும் போதும் ஒரே விடை கிடைத்தால் அந்த எண்ணை கண்டுபிடி.
6. குமாரியின் வயது அவளுடைய தங்கையின் வயதைபோல் இருமடங்கு. 5 வருடங்களில் அவள் அவளுடைய தங்கையை விட 2 வருடம் பெரியவளாக இருப்பாள் எனில் அவர்களுடைய தற்போதைய வயது என்ன?
7. 5 வருடங்களுக்கு பிறகு ரேஸ்மாவின் வயது 9 வருடங்களுக்கு முன் அவளுடைய வயதை போல் மூன்று மடங்கு. தற்போது அவளுடைய வயது என்ன?
8. ஒரு நகரின் மக்கள் தொகை 1200 அதிகரித்தது. பின்னர் இந்த புதிய மக்கள் தொகை 11% குறைந்தது. தற்போது நகரின் மக்கள் தொகை 1200 அதிகரிப்புக்கு முன் இருந்ததைவிட 32 குறைவு எனில் உண்மையான மக்கள் தொகையை கண்டுபிடி.

2.5 சமன்பாடுகளை சுருக்குதல் : சமன்பாடுகளை ஒரு படி வடிவமாக்கல்

எடுத்துக்காட்டு 17 : தீர் $\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=\frac{x}{3}+\frac{1}{2}$

தீர்வு : $\frac{x}{2}-\frac{1}{4}=\frac{x}{3}+\frac{1}{2}$

$\frac{x}{2}-\frac{x}{3}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ ($\frac{x}{3}$ ஐ L.H.S. க்கும் $\frac{1}{4}$ ஐ R.H.S. க்கும் மாற்று)

$\frac{3x-2x}{6}=\frac{2+1}{4}$ (2,3.ன் LCM 6, 2,4ன் LCM 4)

$\frac{x}{6}=\frac{3}{4}$

$\therefore x=\frac{3}{4}\times 6$ (6ஐ R.H.S.க்கு மாற்று)

$\therefore x=\frac{9}{2}$

$\therefore x=\frac{9}{2}$ என்பது கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாட்டின் தீர்வு ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 18 : தீர் $\frac{x-4}{7}-\frac{x+4}{5}=\frac{x+3}{7}$

தீர்வு : $$\frac{x-4}{7}-\frac{x+4}{5}=\frac{x+3}{7}$$

$$\frac{5(x-4)-7(x+4)}{35}=\frac{x+3}{7}$$

$$\frac{5x-20-7x-28}{35}=\frac{x+3}{7}$$

$$\frac{-2x-48}{35}=\frac{x+3}{7}$$

$$-2x-48=\frac{(x+3)}{7}\times 35$$

$\Rightarrow$ $-2x-48=(x+3)\times 5$

$\Rightarrow$ $-2x-48=5x+15$

$\Rightarrow$ $-2x-5x=15+48$

$$-7x = 63$$

$$x=\frac{63}{-7}=-9.$$

எடுத்துக்காட்டு 19 : சமன்பாட்டை தீர்: $\frac{5x+2}{2x+3}=\frac{12}{7}$ ——————(1)

தீர்வு : சமன்பாட்டின் இருபுறங்களிலும் $2x+3$ ஆல் பெருக்கு. நமக்கு கிடைப்பது,

$$\frac{5x+2}{2x+3}\times(2x+3)=\frac{12}{7}\times(2x+3)$$

$$5x+2=\frac{12}{7}\times(2x+3)$$

சமன்பாட்டின் இருபுறங்களிலும் 7ஆல் மீண்டும் பெருக்கு நமக்கு கிடைப்பது,

$$7\times(5x+2)=7\times\frac{12}{7}\times(2x+3)$$

$$\Rightarrow 7\times(5x+2)=12\times(2x+3) \qquad \text{———(2)}$$

$$35x+14=24x+36$$

$$35x-24x=36-14$$

$$11x=22$$

$$\therefore x=\frac{22}{11}=2$$

சமன்பாடு ①, ②ஐ கவனி.

கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடு	சமன்பாட்டின் சுருங்கிய வடிவம்
$\frac{5x+2}{2x+3}=\frac{12}{7}$	$7\times(5x+2)=12\times(2x+3)$

நீ கவனித்தது என்ன? நாம் செய்தது என்னவெனில் :

1. LHS ல் உள்ள தொகுதியை RHSல் உள்ள பகுதியால் பெருக்கினோம். $\frac{5x+3}{2x+3}=\frac{12}{7}$

2. RHSல் உள்ள தொகுதியை LHS ல் உள்ள பகுதியால் பெருக்கினோம். $\frac{5x+3}{2x+3}=\frac{12}{7}$

3. கூற்றுகளை சமன்படுத்த நமக்கு ① ,② கிடைக்கிறது. $7\times(5x+2)=12\times(2x+3)$

சமன்பாட்டை தீர்க்கும் முறையை குறுக்கு பெருக்கல் முறை என்கிறோம். பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகள் மூலமாக குறுக்கு பெருக்கல் முறையை தெரிந்துகொள்வோம்.

எடுத்துக்காட்டு 20: சமன்பாட்டை தீர்: $\frac{x+7}{3x+16}=\frac{4}{7}$

தீர்வு : குறுக்கு பெருக்கல் மூலம் நாம் பெறுவது $\frac{x+7}{3x+16}=\frac{4}{7}$

$$7\times(x+7)=4\times(3x+16)$$

$$7x+49=12x+64$$

$$7x-12x=64-49$$

$$-5x=15$$

$$x=-3$$

எடுத்துக்காட்டு 21 : ரமணி ஒரு பாவாடை சட்டையின் மீது 24% தள்ளுபடி பெற்றாள். தள்ளுபடிக்கு பிறகு ₹ 380 ஐ கொடுத்தால் அந்த பாவாடை சட்டையின் குறித்த விலை என்ன?

தீர்வு : பாவாடை சட்டையின் குறித்த விலை ₹ x என்க

தள்ளுபடி x ல் 24%

அவள் செலுத்தியது x ல் $x - 24\%$ அதாவது ₹ 380

x-ல் $x - 24\% = 380$

$$= x - \frac{24}{100} \times x = 380$$

$$= \frac{100x - 24x}{100} = 380$$

$$= \frac{76x}{100} = 380$$

$$x = \frac{380 \times 100}{76}$$

$\therefore \quad x = 500$

$\therefore$ குறித்த விலை = ₹ 500

எடுத்துக்காட்டு 22 : ஓர் எண்ணின் 5ல் 4பாகம் அவ்வெண்ணின் 3ல் 4 பாகத்தை விட 4 அதிகம் எனில் அந்த எண்ணை கண்டுபிடி.

தீர்வு : தேவையான எண் x என்க.

அந்த எண்ணின் 5ல் 4 பாகம் = $\frac{4}{5}x$

அந்த எண்ணின் 4ல் 3 பாகம் = $\frac{3}{4}x$

$\frac{4}{5}x$ ஆனது $\frac{3}{4}x$ ஐ விட 4 அதிகம் என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

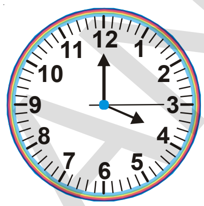
$$\Rightarrow \frac{4}{5}x - \frac{3}{4}x = 4$$

$$\frac{16x - 15x}{20} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{x}{20} = 4 \quad \Rightarrow x = 80$$

எனவே தேவையான எண் = 80

எடுத்துக்காட்டு 23 : ஜான் தனது கடிகாரத்தை ₹301க்கு விற்று 14% நஷ்டம் அடைந்தான் எனில் அந்த கடிகாரத்தின் வாங்கிய விலை என்ன?



தீர்வு : கடிகாரத்தின் வாங்கிய விலை = ₹x என்க.

நஷ்டம் = x ல் 14% = $\frac{14}{100} \times x$ = $\frac{14x}{100}$

கடிகாரத்தின் விற்ற விலை = வாங்கிய விலை − நஷ்டம்

$$\Rightarrow 301 = x - \frac{14x}{100}$$

$$301 = \frac{100x - 14x}{100}$$

$$301 = \frac{86x}{100}$$

$$\frac{301 \times 100}{86} = x$$

350 = x

∴ கடிகாரத்தின் வாங்கிய விலை = ₹350.

எடுத்துக்காட்டு 24 : ஒருவர் குறிப்பிட்ட தூரம் நடந்து சென்றார். அதில் 3ல் 2பாகத்தை 4கி.மீ./ம. வேகத்திலும் மீதி உள்ள தூரத்தை 5கி.மீ./ம. வேகத்திலும் நடந்து சென்றார். நடந்து சென்ற மொத்த நேரம் 42 நிமிடங்கள் எனில் நடந்து சென்ற தூரம் எவ்வளவு?

தீர்வு : தூரம் 'x' கி.மீ என்க.

	முதல் பாகம்	இரண்டாம் பாகம்
கடந்த தூரம்	x ன் $\frac{2}{3}$ = $\frac{2x}{3}$	மீதமுள்ள தூரம் = $x - \frac{2x}{3} = \frac{x}{3}$
வேகம்	4 கி.மீ./ம.	5 கி.மீ./ம.
எடுத்துகொண்ட நேரம்	$\frac{\frac{2}{3}x}{4} = \frac{2x}{12}$ மணி.	$\frac{\frac{x}{3}}{5} = \frac{x}{15}$

எனவே மொத்தம் எடுத்துகொண்ட நேரம் = $\frac{2x}{12} + \frac{x}{15}$ மணிகள்.

$\Rightarrow \quad (\frac{2x}{12}+\frac{x}{15})$ மணி $= 42$ நிமி .

$\Rightarrow \quad (\frac{2x}{12}+\frac{x}{15})$ மணி $= \frac{42}{60}$ மணி.

$$\frac{2x}{12}+\frac{x}{15}=\frac{42}{60}$$

$$\frac{10x+4x}{60}=\frac{42}{60}$$

$\Rightarrow \quad 14x = 42$

$\Rightarrow \quad x = 3$

மொத்த தூரம் (x) = 3 கி.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 25 : ஒரு பின்னத்தின் தொகுதி பகுதியை விட 6 குறைவு. தொகுதியுடன் 3ஐ கூட்டும் போது கிடைக்கும் பின்னம் $\frac{2}{3}$ க்கு சமமாகிறது எனில் உண்மையான பின்னத்தை கண்டுபிடி.

தீர்வு : பின்னத்தின் தொகுதி 'x' என்க

பகுதி $= x - 6$

எனவே தேவையான பின்னம் = $\frac{x-6}{x}$

தொகுதியுடன் 3ஐ கூட்டும் போது பின்னம் $\frac{2}{3}$

$\Rightarrow \quad \frac{x-6+3}{x}=\frac{2}{3}$

$$\frac{x-3}{x}=\frac{2}{3}$$

$\Rightarrow \quad 3x-9=2x$

$x = 9$

$\therefore$ பின்னம் $= \frac{x-6}{x} = \frac{9-6}{9} = \frac{3}{9}$

ஃ உண்மையான பின்னம் $= \frac{3}{9}$.

எடுத்துக்காட்டு 26 : திரிஷாவிடம் உள்ள ₹9ல் 50பைசா மற்றும் 25பைசா நாணயங்கள் உள்ளன. 50பைசா நாணயங்கள் போல இருமடங்கு 25பைசா நாணயங்கள் உள்ளன. ஒவ்வொரு வகையிலும் எத்தனை நாணயங்கள் உள்ளன?

தீர்வு : 50பைசா நாணயங்களின் எண்ணிக்கை = x என்க.

எனவே 25பைசா நாணயங்களின் எண்ணிக்கை = $2x$

50பைசா நாணயங்களின் மதிப்பு = $x \times 50$ பைசா = $\frac{50x}{100}$ ரூபாய் = $\frac{x}{2}$ ரூபாய்

25பைசா நாணயங்களின் மதிப்பு = $2x \times 25$ பைசா = $2x \times \frac{25}{100}$

= $2x \times \frac{1}{4}$ = $\frac{x}{2}$ ரூபாய்கள்

நாணயங்களின் மொத்த மதிப்பு = $\frac{x}{2}+\frac{x}{2}$

ஆனால் மொத்த பணத்தின் மதிப்பு = ₹ 9

$$\Rightarrow \frac{x}{2}+\frac{x}{2}=9$$

$$\frac{2x}{2}=9$$

$$\therefore x = 9$$

எனவே 50பைசா நாணயங்களின் எண்ணிக்கை (x) = 9

25பைசா நாணயங்களின் எண்ணிக்கை $(2x) = 2 \times 9 = 18$.

எடுத்துக்காட்டு 27 : ஒருவர் தன்னுடைய மோட்டார் சைக்களில் 24கி.மீ./மணி வேகத்தில் செல்லும் போது தனது இலக்கை 5 நிமிடங்கள் தாமதமாக அடைகிறார். அவர் 30கி.மீ./மணி வேகத்தில் செல்லும் போது 4 நிமிடங்கள் முன்பாகவே இலக்கை அடைகிறார் எனில் அவர் இலக்கின் தூரம் என்ன?

தீர்வு : இலக்கின் தூரம் 'x' கி.மீ.

'x' கி.மீ. ஐ 24கி.மீ./மணி வேகத்தில் கடக்க ஆகும் நேரம் = $\frac{x}{24}$ மணி.

'x' கி.மீ. ஐ 30கி.மீ./மணி வேகத்தில் கடக்க ஆகும் நேரம் = $\frac{x}{30}$ மணி.

இந்த நேரங்களுக்கு இடைபட்ட வேறுபாடு = 9 நிமிடங்கள் = 9/60 மணி.

$$= \frac{9}{60} \text{ மணி.}$$

$$\therefore \quad \frac{x}{24} - \frac{x}{30} = \frac{9}{60}$$

$$\therefore \quad \frac{5x - 4x}{120} = \frac{9}{60}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{120} = \frac{9}{60}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{9}{60} \times 120 = 18$$

எனவே தூரம் = 18கி.மீ.

பயிற்சி - 2.5

1. கீழ்கண்ட சமன்பாடுகளை தீர்?

(i) $\frac{n}{5} - \frac{5}{7} = \frac{2}{3}$ (ii) $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 14$

(ii) $\frac{z}{2} + \frac{z}{3} - \frac{z}{6} = 8$ (iv) $\frac{2p}{3} - \frac{p}{5} = 11\frac{2}{3}$

(v) $9\frac{1}{4} = y - 1\frac{1}{3}$ (vi) $\frac{x}{2} - \frac{4}{5} + \frac{x}{5} + \frac{3x}{10} = \frac{1}{5}$

(vii) $\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = \frac{x}{3} + \frac{1}{2}$ (viii) $\frac{2x-3}{3x+2} = \frac{-2}{3}$

(ix) $\frac{8p-5}{7p+1} = \frac{-2}{4}$ (x) $\frac{7y+2}{5} = \frac{6y-5}{11}$

(xi) $\frac{x+5}{6} - \frac{x+1}{9} = \frac{x+3}{4}$ (xii) $\frac{3t+1}{16} - \frac{2t-3}{7} = \frac{t+3}{8} + \frac{3t-1}{14}$

2. ஓர் எண்ணின் 3ம் பாகம் அதன் 4ம் பாகத்தை விட 4 அதிகம் எனில் அந்த எண் என்ன?

3. இரண்டு மிகை முழுக்களின் வித்தியாசம் 36. அவற்றில் ஒன்றை மற்றொன்றால் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் ஈவு 4. அந்த முழுக்களை கண்டுபிடி. (குறிப்பு : ஓர் எண் x மற்றொரு எண் '$x - 36$')

4. ஒரு பின்னத்தில் தொகுதி, பகுதியை விட 4 குறைவு. பகுதி, தொகுதியுடன் 1ஐ கூட்டும் போது பின்னம் $\frac{1}{2}$ ஆக மாறுகிறது எனில் உண்மையான பின்னத்தை கண்டுபிடி.

5. மூன்று அடுத்தடுத்த எண்களை 10, 17, மேலும் 26 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் ஈவுகளின் மொத்தம் 10 எனில் அந்த எண்களை கண்டுபிடி. (குறிப்பு : மூன்று அடுத்தடுத்த எண்கள் = x , $x + 1$, $x + 2$ மேலும் $\frac{x}{10}+\frac{x+1}{17}+\frac{x+2}{26}=10$)

6. ஒரு வகுப்பில் உள்ள 40 மாணவர்களில் சிறுமிகளின் எண்ணிக்கை சிறுவர்களின் எண்ணிக்கையில் 5ல் 3 பங்கு எனில் சிறுவர்கள் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?

7. 15 வருடங்களுக்கு பிறகு மேரியின் வயது தற்போதைய வயதை போல் 4 மடங்கு எனில் தற்போதைய வயதை கண்டுபிடி.

8. அரவிந்த் ஓர் சிறுவர் வங்கியை நடத்துகிறான். அவனிடம் ஒரு ரூபாய், 50பைசா நாணயங்கள் உள்ளன. ஒரு ரூபாய் நாணயங்கள் போல மூன்று மடங்கு 50பைசா நாணயங்கள் உள்ளன. மொத்த ரூபாய் மதிப்பு ₹35. எனில் ஒவ்வொரு வகையிலும் எத்தனை நாணயங்கள் உள்ளன?

9. A, B சேர்ந்து ஒரு வேலையை 12 நாட்களில் முடிப்பார்கள். A மட்டும் அந்த வேலையை 20 நாட்களில் முடித்தால், B மட்டும் அந்த வேலையை எத்தனை நாட்களில் முடிப்பார்?

10. ஓர் இரயில் 40கி.மீ./மணி வேகத்தில் பயணம் செய்து இலக்கை 11 நிமிடங்கள் தாமதமாக அடைகிறது. 50கி.மீ./மணி வேகத்தில் பயணம் செய்யும் போது இந்த இலக்கை 5 நிமிடங்கள் தாமதமாக அடைகிறது. இரயில் பயணம் செய்ய வேண்டிய தூரம் எவ்வளவு?

11. ஒரு காட்டில் உள்ள மொத்த மான்களில் 3ல் 1பங்கு புல் மேய்ந்து கொண்டு இருக்கிறது. மீதமுள்ள 15 மான்கள் நீர் அருந்துகிறது மொத்த மான்கள் எத்தனை?

12. ஒரு வானொலியை ₹903க்கு விற்கும் போது 5% இலாபம் கிடைக்கிறது எனில் வானொலியின் வாங்கிய விலையை கண்டுபிடி.

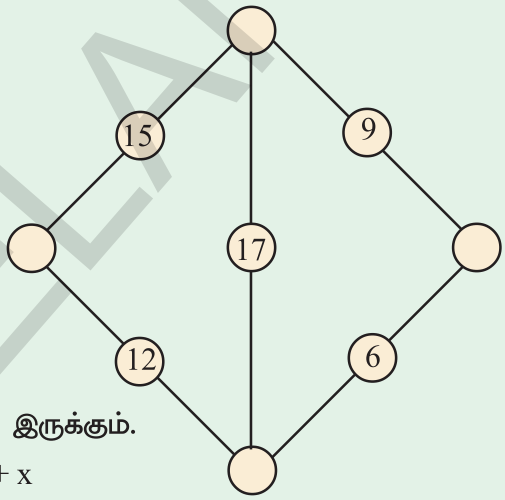
13. சேகர் தன்னிடம் உள்ள இனிப்புகளில் கால் பகுதியை ரேணுகாவிற்கு கொடுத்தான். 5 இனிப்புகளை ராஜிக்கு கொடுத்தான். அவனிடம் மீதி 7 இனிப்புகள் உள்ளது எனில் மொத்தம் எத்தனை இனிப்புகள் வைத்திருந்தான்?

நாம் கற்றவை

1. ஒரு சமன்பாட்டின் படி ஒன்று எனில் அது ஒருபடி சமன்பாடு ஆகும்.
2. ஒரு மாறியை கொண்ட ஒருபடிச்சமன்பாடுகளை எளிய சமன்பாடுகள் என்கிறோம்.
3. ஒரு படிச்சமன்பாட்டில் LHS உறுப்புகளையும் RHS உறுப்புகளையும் சமபடுத்தும் குறிப்பிட்ட மதிப்பை சமன்பாட்டின் தீர்வு என்கிறோம்.
4. எண்களை போலவே மாறிகளையும் சமன்பாட்டின் இருபுறங்களுக்கும் மாற்றி எழுதலாம்.

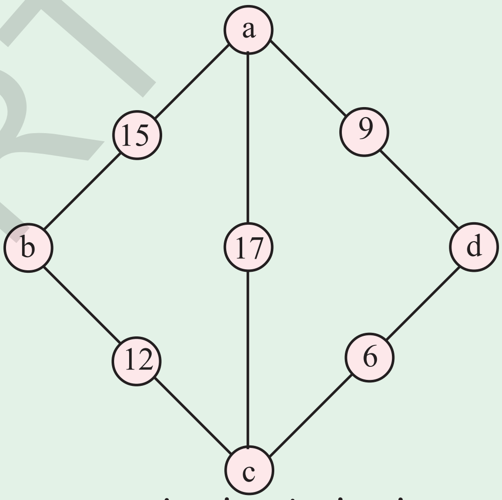
அதிசய டயமண்ட்

டயமண்டின் ஒவ்வொரு வரிசையிலும் உள்ள எண்களின் கூடுதல் சமமாக இருக்குமாறு வட்டங்களில் விடுபட்ட எண்களை நிரப்புக.



குறிப்பு: எண்கள் கீழ்கண்ட சமன்பாட்டில் இருக்கும்.

$a = x, b = 5 + x, \ c = 3 + x, \ d = 11 + x$



இங்கு x என்பது ஏதாவது ஓர் எண் மற்றும் ஒவ்வொரு வரிசையின் கூடுதல் $20 + 2x$

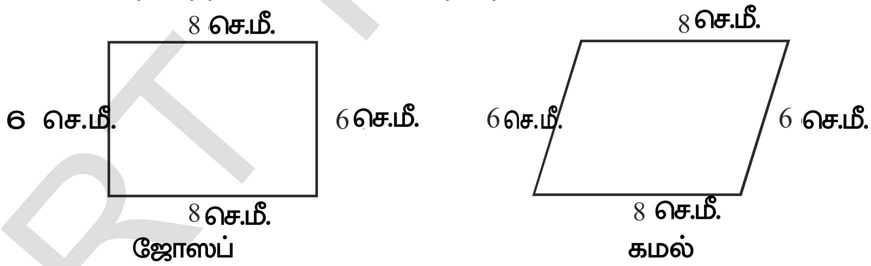
எடுத்துக்காட்டு: $x = 1$ எனில் $a = 1, b = 6, \ c = 4, \ d = 12$ மற்றும் ஒவ்வொரு வரிசையின் கூடுதல் 22.

அத்தியாயம் 3

நாற்கரங்களை வரைதல்

3.0 அறிமுகம்

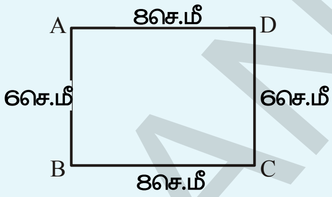
நம்மைச்சுற்றி வயல்கள், வீடுகள், இரயில் தண்டவாளங்கள், பள்ளி கட்டிடங்கள், விளையாட்டு மைதானங்கள் போன்றவற்றை காண்கிறோம். அவை மட்டுமின்றி காற்றாடிகள், லூடோ, கேரம்போர்ட், ஜன்னல்கள், கரும்பலகைகள் போன்றவற்றை பார்க்கிறோம். இவற்றை நாம் படங்களாக வரைந்தால், நாம் பார்க்கும் தோற்றங்கள் என்ன? இந்த படங்களில் அடிப்படை வடிவியல் என்ன? பெரும்பாலான படங்கள் நான்கு பக்கங்கள் கொண்ட நாற்கரபடங்களாக உள்ளன. கமல்,ஜோஸப் இருவரும் நீளம் 8செ.மீ, அகலம் 6செ.மீ கொண்ட படங்களை தனித்தனியாக ஒருவர்படத்தை மற்றொருவர் பார்க்காமல் வரைந்தனர்.



இந்த இரண்டு படங்களும் ஒன்றா?

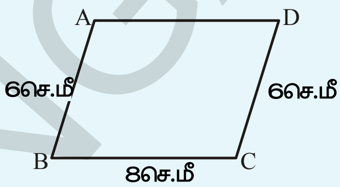
நீ பார்க்கும் இந்த இரண்டு படங்களும் ஒரே அளவுகள் கொண்ட படங்கள். ஆனால் இந்த இரண்டு படங்களும் ஒன்று அல்ல. ஏழாம் வகுப்பில் முக்கோணங்களின் தனித்துவம் பற்றி தெரிந்துகொண்டோம். ஒரு முக்கோணம் வரைய ஏதேனும் மூன்று அளவுகள் தேவைப்படும். அவை ஏதேனும் மூன்று பக்கங்கள், அல்லது இரண்டு பக்கங்கள் மேலும் அதில் அடைப்பட்ட கோணம்,அல்லது இரண்டு கோணங்கள் மேலும் ஒருபக்கம் ஆகும். ஒரு நாற்கரம் வரைய எத்தனை அளவுகள் தேவைப்படும்? வெவ்வேறு நபர்களால் வரையப்படும் ஒரே அளவை கொண்ட நாற்கரங்கள் சர்வசமம்.

இதை செய்

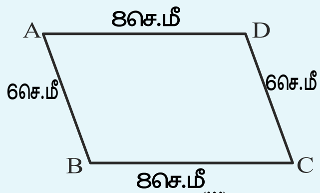


(i)

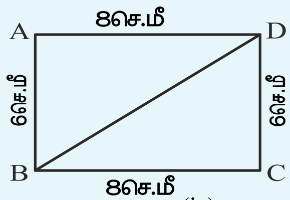
8செ.மீ நீளம் கொண்ட ஒரு ஜோடி குச்சிகளை எடு. பின் 6செ.மீ நீளம் கொண்ட ஒரு ஜோடி குச்சிகளை எடு. இந்த குச்சிகளை கொண்டு 8செ.மீ நீளமும், 6செ.மீ அகலமும் கொண்ட ஒரு செவ்வகத்தை செய்யவும். இந்த செவ்வகம் நான்கு அளவுகளை கொண்டு உருவாக்கப்பட்டது. இப்போது செவ்வகத்தின் அகலத்தை தள்ளவும். இப்போது இரண்டு செவ்வகங்கள் ஒரே மாதிரி உள்ளனவா? உனக்கு ஒரு புதிய செவ்வகப் படம் (ii) கிடைக்கிறது. ஒரு செவ்வகம், இணைகரமாக மாறி உள்ளதை கவனி. நீ செவ்வகத்தின் நீளத்தை மாற்றினாயா? இல்லையா? இங்கு பக்கங்களின் அளவுகள் மாறவில்லை. புதியதாக கிடைத்த படத்தை எதிர்பக்கமாக தள்ளவும். உனக்கு என்ன கிடைக்கிறது? மீண்டும் முற்றிலும் வேறுபட்ட மற்றொரு இணைகரம் கிடைக்கிறது. ஆனால் நான்கு அளவுகள் மாறாமல் இருக்கிறது. 4 அளவுகள்கொண்ட நாற்கரத்தின் தனித்துவத்தை நிர்ணயிக்க முடியாது என்பதை இது காட்டுகிறது. எனவே எத்தனை அளவுகள் ஒரு தனித்துவ நாற்கரம் வரையத் தேவைப்படுகிறது? நாம் செயல்பாட்டிற்கு செல்லலாம். ஒவ்வொன்றும் 8செ.மீ நீளமுடைய இரண்டு குச்சிகளாலும், ஒவ்வொன்றும் 6செ.மீ அகலமுடைய இரண்டு குச்சிகளாலும் செவ்வகத்தை அமர்த்தவும். படம் (iv)-ல் உள்ளபடி BD -ன் நீளத்திற்கு சமமான ஒருகுச்சியை அதன் மீது வை.இப்போது அகலத்தை தள்ளினால் படம் மாறுமா? இல்லை. இந்த படத்தை திறந்தால் ஒழிய முடியாது. அறிமுகப்படுத்திய ஐந்தாவது குச்சி தனித்துவ செவ்வகத்தை நிலை நிறுத்தியது வேறொரு நாற்கரம் கிடைக்க (கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளில்) வாய்ப்பில்லை. எனவே, ஐந்து அளவுகள் ஒரு தனித்துவ நாற்கரம் வரையத் தேவைப்படுகிறது. ஆனால் ஏதேனும் ஐந்து அளவுகள் (பக்கங்கள், கோணங்கள்) ஒரு தனித்துவ நாற்கரம் வரைய போதுமா?



(ii)



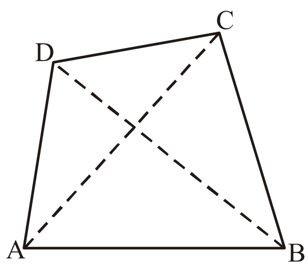
(iii)



(iv)

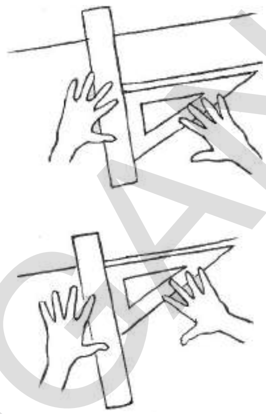
3.1 நாற்கரங்களும் அவற்றின் பண்புகளும்

படத்தில் ABCD ஒரு நாற்கரம், A,B,C,D முனைகள், $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ பக்கங்கள்.ABCDயின் கோணங்கள் $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$, $\angle DAB$ மூலைவிட்டங்கள் $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ ஆகும்.



இதை செய்

கருவிகள்



உனக்கு தேவையானவை : அளவுகோல், மூலைமட்டம், பாகைமானி

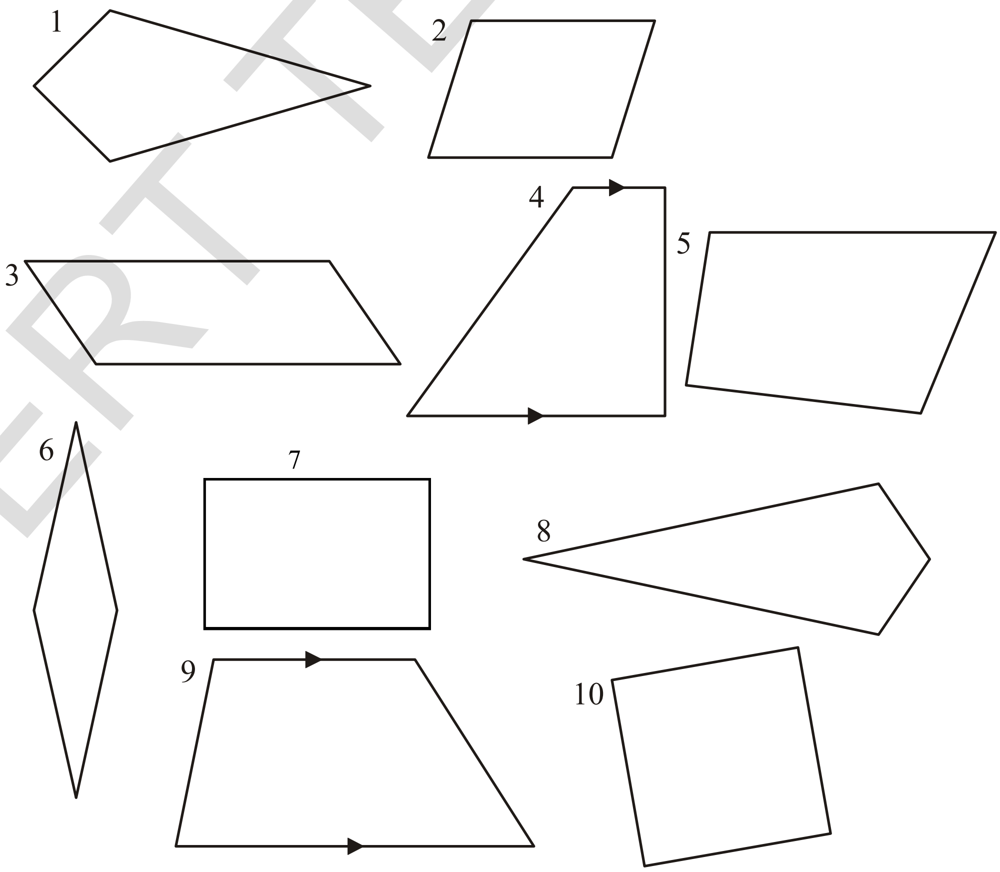
நினைவுபடுத்துதல்:

கோடுகள் இணையாக உள்ளனவா என சரிப்பார்த்தல் படத்தில் காட்டியவாறு மூலைமட்டத்தை முதல் கோட்டிலிருந்து இரண்டாவது கோடு வரை நகர்த்த வேண்டும். இப்போது சரியான கருவிகள் மூலம் கீழ்கண்டவற்றை ஆராய்வோம். ஒவ்வொரு நாற்கரத்திற்கும்

(அ) எதிர் எதிர் பக்கங்கள் இணையாக உள்ளதா என்று சரிபார்.

(ஆ) ஒவ்வொரு கோணத்தையும் அள.

(இ) ஒவ்வொரு பக்கத்தின் நீளத்தை அள.



உற்றுநோக்கி விவரங்களை பின்வரும் அட்டவணையில் நிரப்பு :

நாற்கரங்கள்	இரண்டு ஜோடி இணை பக்கங்கள்	ஒரு ஜோடி இணை பக்கங்கள்	நான்கு செங் கோணங்கள்	2 ஜோடி எதிர் பக்கங்கள் சமம்	2 ஜோடி எதிர் கோணங்கள் சமம்	2 ஜோடி அடுத்துள்ள பக்கங்கள் சமம்	4 பக்கங்கள் சமம்
1	×	×	×	×	×	✓	×
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							

இரண்டு ஜோடி இணைப்பக்கங்கள் கொண்ட நாற்கரங்கள் **இணைகரங்கள்** ஆகும்.

(அ) எந்த வடிவங்கள் இணைகரங்கள் ஆகும்?

(ஆ) இணைகரம் வேறு எந்த பண்புகளை கொண்டுள்ளது?

நான்கு செங்கோணங்களை கொண்ட இணைகரங்கள் **செவ்வகங்கள்** ஆகும்.

(அ) எந்த வடிவங்கள் செவ்வகங்கள் ஆகும்?

(ஆ) செவ்வகத்தின் பண்புகள் யாவை?

நான்கு சமமான பக்கங்களை கொண்ட இணைகரம் ஒரு **சாய்சதுரம்** ஆகும்.

(அ) எந்த வடிவங்கள் சாய்சதுரங்கள் ஆகும்?

(ஆ) சாய்சதுரத்தின் பண்புகள் யாவை?

நான்கு செங்கோணங்கள் கொண்ட சாய்சதுரம் ஒரு **சதுரம்** ஆகும்.

(அ) எந்த வடிவங்கள் சதுரங்கள் ஆகும்?

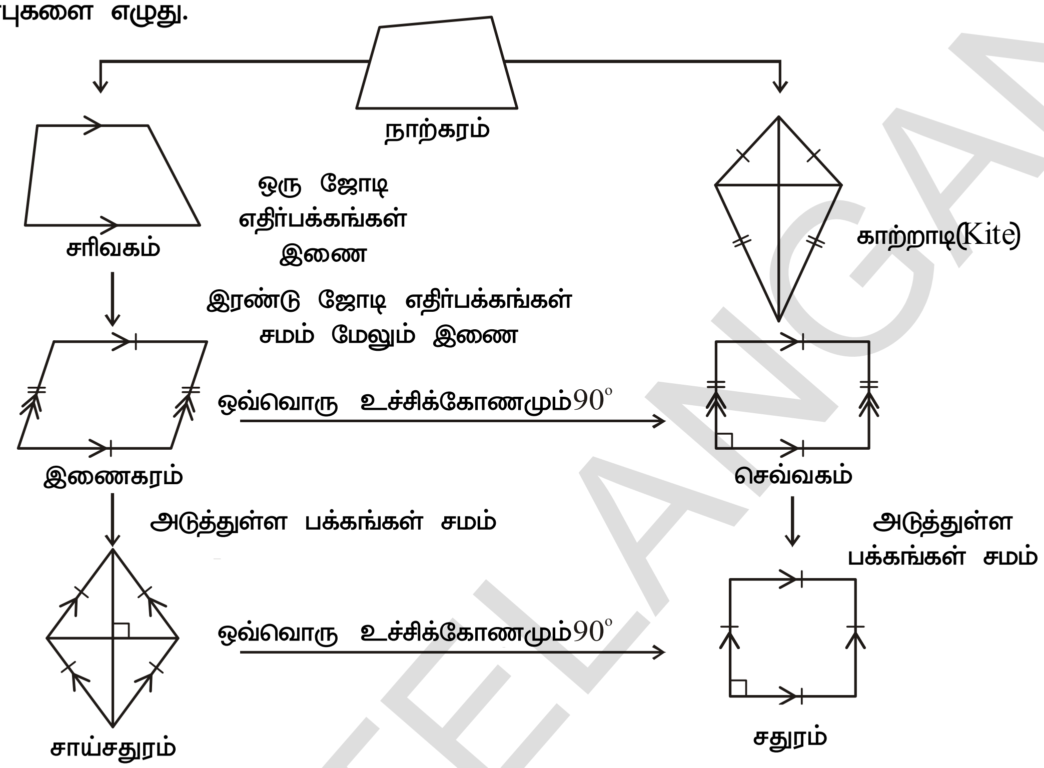
(ஆ) சதுரத்தின் பண்புகள் யாவை?

குறைந்தது ஒரு ஜோடி இணைப்பக்கங்கள் கொண்ட நாற்கரம் **சரிவகம்** எனப்படும்.

(அ) எந்த வடிவங்கள் சரிவகம் ஆகும்?

(ஆ) சரிவகத்தின் பண்புகள் யாவை?

1வது மற்றும் 8வது நாற்கரங்களை காற்றாடிகள் (Kites) என்கிறோம். காற்றாடிகளின் சில பண்புகளை எழுது.



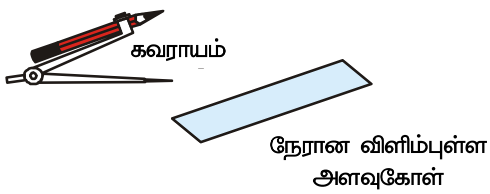
சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

1. ஒவ்வொரு செவ்வகமும் இணைகரம் ஆகுமா? ஒவ்வொரு இணைகரமும் செவ்வகம் ஆகுமா?
2. உமா ஓர் இனிப்பு தயார் செய்திருக்கிறாள். அவள் அந்த இனிப்பை செவ்வகவடிவத்தில் அமைக்க நினைத்தாள். அது ஒரு செவ்வகம் தான் என்பதை எத்தனை வித்தியாசமான வழிகளில் அவள் சரிபார்க்க முடியும்?

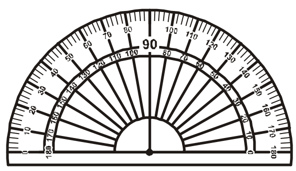
இதை செய்

60^{o} கோணத்தை உன்னால் வரைய முடியமா?

அனுமதியளிக்கப்பட்டது



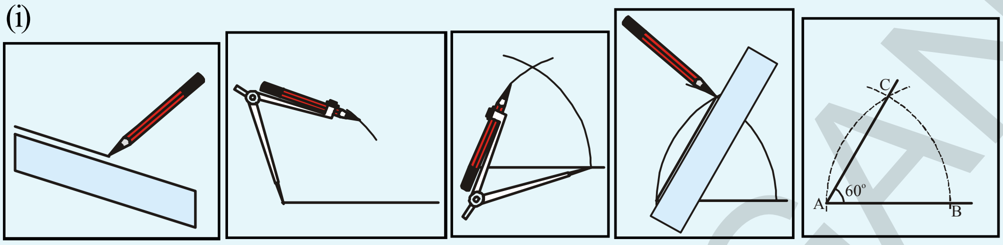
அனுமதியளிக்கப்படாதது



கோணமானி

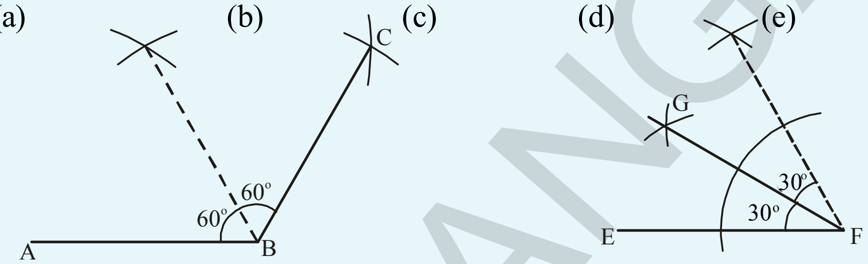
எடுத்துக்காட்டுகளை கவனித்து வரைமுறை படிகளை எழுது?

(i)



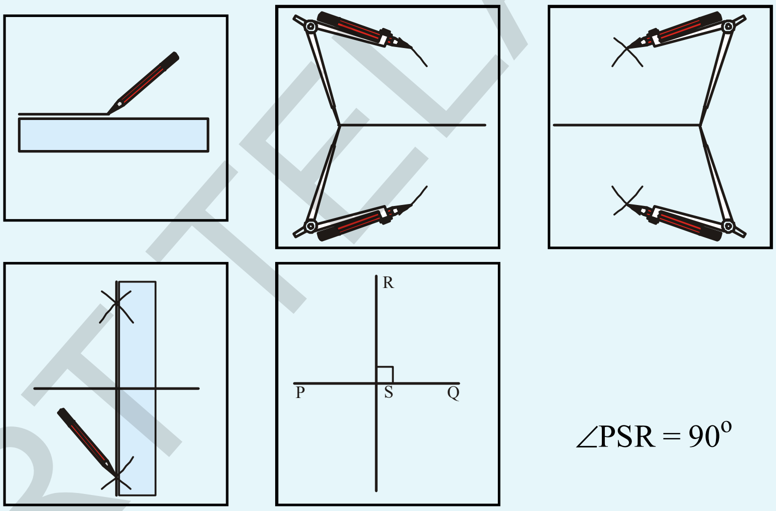
(a) (b) (c) (d) (e)

(ii)



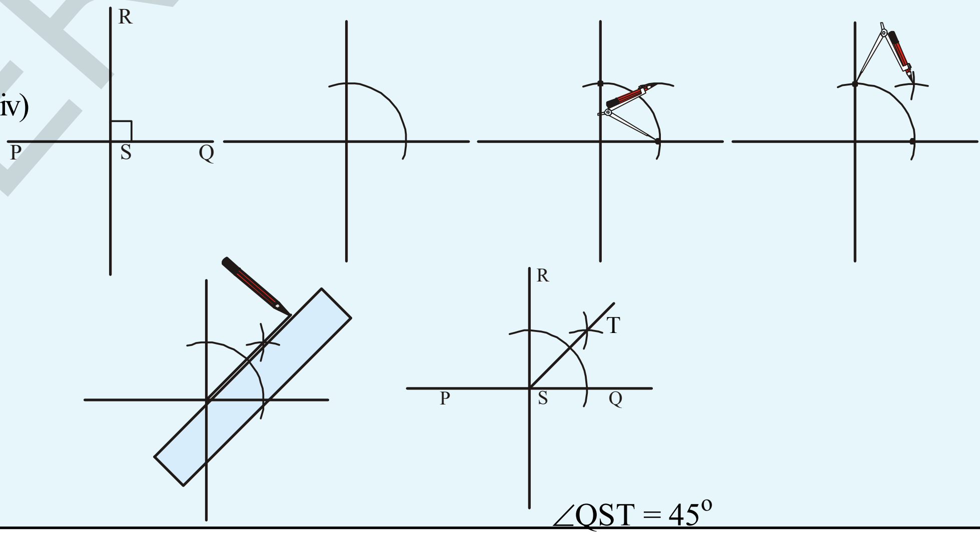
$\angle ABC = 120^{o}$ $\angle EFG = 30^{o}$

(iii)



$\angle PSR = 90^{o}$

(iv)



$\angle QST = 45^{o}$

3.2 நாற்கரத்தை வரைதல்

கீழே உள்ள அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டால் நாம் நாற்கரங்களை வரையலாம்.

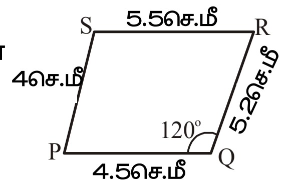
1. நான்கு பக்கங்கள், ஒரு கோணம் கொடுக்கப்பட்டால் (S.S.S.S.A)
2. நான்கு பக்கங்கள், ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட்டால் (S.S.S.S.D)
3. மூன்று பக்கங்கள் இரண்டு மூலைவிட்டங்கள் கொடுக்கப்பட்டால் (S.S.S.D.D)
4. இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்கள், மூன்று கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டால் (S.A.S.A.A)
5. மூன்று பக்கங்களும், இரண்டு உட்கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டால் (S.A.S.A.S)

3.2.1 வரைதல் : நான்கு பக்க அளவுகளும் ஒரு கோணமும் கொடுக்கப்பட்டால் (S.S.S.S.A)

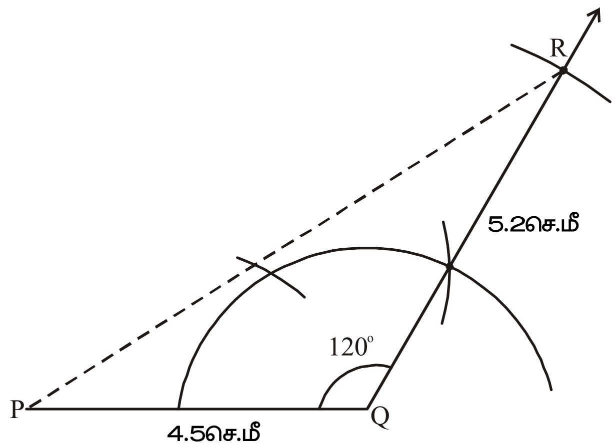
எடுத்துக்காட்டு 1 : PQ = 4.5 செ.மீ, QR = 5.2 செ.மீ, RS = 5.5செ.மீ, PS = 4 செ.மீ மற்றும் $\angle PQR = 120^{\circ}$ அளவுகள் கொண்ட PQRS நாற்கரத்தை வரைக.

தீர்வு :

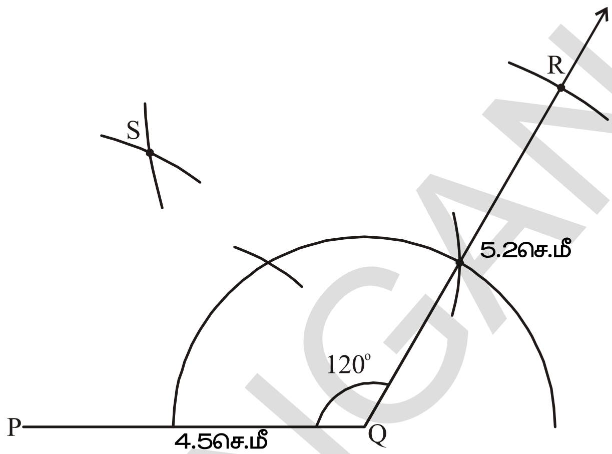
படி 1 : தேவையான நாற்கரத்தின் மாதிரிபடம் வரைந்து அதன் அளவுகளை குறிப்பிடவும். அவை போதுமானதா?

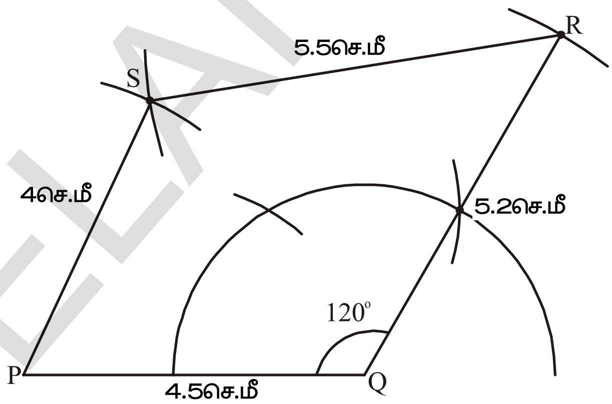


படி 2 : ப.கோ.ப. பண்பை பயன்படுத்தி PQ = 4.5 செ.மீ, $\angle PQR = 120^{\circ}$ QR = 5.2 செ.மீ அளவுகள் கொண்டு ΔPQRஐ வரைக.



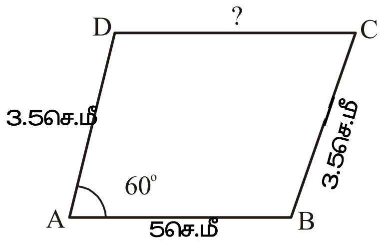
படி 3 : நான்காவது முனை ‘S’ஐ, குறிக்க, P ஐ மையமாக கொண்டு 4 செ.மீ ஆரம் உள்ள ஒருவில் வரையவும் (PS = 4 செ.மீ). பின் R ஐ மையமாக கொண்டு 5.5 செ.மீ ஆரம் உள்ள மற்றொரு வில் வரையவும், (RS = 5.5செ.மீ). இது முன்பு வரைந்த வில்லை Sல் வெட்டும்.





படி 4 : PS யையும் RS யையும் இணைக்கவும். PQRS தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.

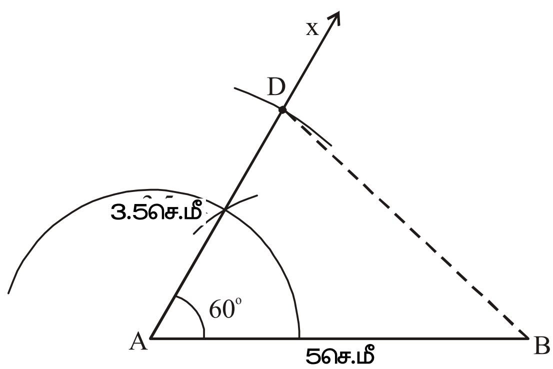
எடுத்துக்காட்டு 2: ABCD இணைகரம் வரைக, கொடுக்கப்பட்ட அளவுகள் AB = 5செ.மீ, BC = 3.5 செ.மீ $\angle A = 60^{o}$.



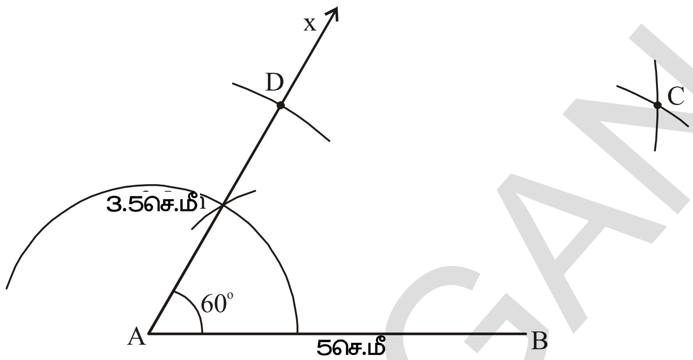
தீர்வு :

படி 1 : ஒரு மாதிரி படம் வரைக. (ஒருசிறப்பு நாற்கரம்) பிறகு கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளை குறிக்கவும். இங்கு மூன்று அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. ஆனால் ABCD ஒரு இணைகரம் எனவே CD = AB = 5 செ.மீ AD = BC = 3.5 செ.மீ. எழுதலாம் (எப்படி?) இப்போது மொத்தம் 5 அளவுகள் கிடைத்துள்ளன.

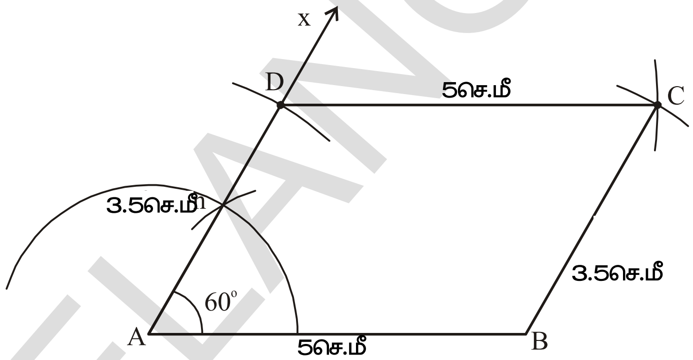
படி 2: AB = 5செ.மீ, $\angle A = 60^{o}$ AD = 3.5 செ.மீ அளவுகள் கொண்ட Δ BAD வரை.



படி 3 : மற்ற இரண்டு அளவுகள் BC=3.5செ.மீ DC = 5 செ.மீ-ஐ பயன்படுத்தி நான்காவது முனை 'C' ஐ குறி.



படி 4 : B, C யை இணைக்கவும், C, D யை இணைக்கவும், ABCD தேவையான இணைகரம் ஆகும்.



(அளவுகோல், கோணமானியை பயன்படுத்தி இணைகரத்தின் பண்பை சரிபார்)

நாற்கரம் வரைதலுக்கான படிநிலைகளை அறியலாம்.

படி 1 : முதலில் மாதிரி படம் வரை.

படி 2 : கொடுக்கப்பட்ட அளவுகள் போதுமானது அல்ல என்றால் படத்தை நன்றாக ஆய்வு செய். தேவையான அளவுகளை பெற, படத்தின் சிறப்பு பண்புகளை பயன்படுத்த முயற்சி செய்.

படி 3 : ஐந்து அளவுகளில் மூன்று அளவுகளை கொண்டு முக்கோணம் வரை. மற்ற அளவுகளை நான்காவது முனை குறிக்க பயன்படுத்து.

படி 4: வரைமுறையை எழுது.

பயிற்சி-3.1

கீழே உள்ள அளவுகளைக் கொண்டு நாற்கரங்கள் வரையவும். வரைமுறையை எழுது

(a) நாற்கரம் ABCD யில் AB = 5.5செ.மீ, BC = 3.5செ.மீ, CD = 4செ.மீ, AD = 5செ.மீ மற்றும் $\angle A = 45^{o}$.

(b) நாற்கரம் BEST யில் BE = 2.9செ.மீ, ES = 3.2செ.மீ, ST = 2.7செ.மீ, BT = 3.4செ.மீ மற்றும் $\angle B = 75^{o}$.

(c) இணைகரம் PQRS யில் PQ = 4.5 செ.மீ, QR = 3செ.மீ மற்றும் $\angle PQR = 60^{o}$.

(d) சாய்சதுரம் MATH யில் AT = 4 செ.மீ, $\angle MAT = 120^{o}$.

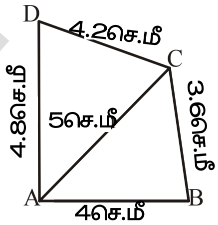
(e) செவ்வகம் FLAT யில் FL = 5 செ.மீ, LA = 3 செ.மீ.

(f) சதுரம் LUDO யில் LU = 4.5 செ.மீ.

3.2.2. வரைதல் : நான்கு பக்கங்களும், ஒரு மூலைவிட்டமும் கொடுக்கப்பட்டால் (S.S.S.S.D.)

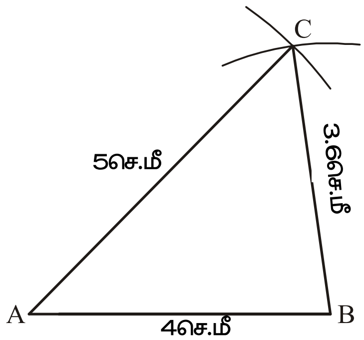
எடுத்துக்காட்டு 3 : ABCD நாற்கரம் வரைக AB = 4 செ.மீ, BC = 3.6 செ.மீ, CD = 4.2 செ.மீ, AD = 4.8 செ.மீ AC = 5 செ.மீ.

தீர்வு :

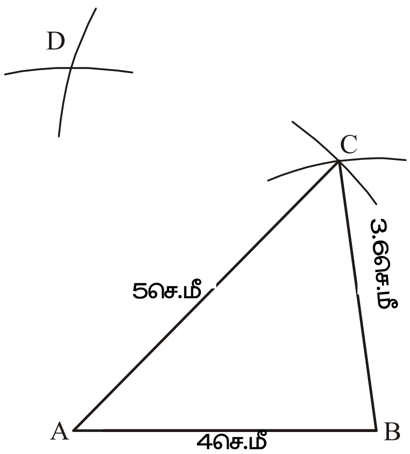


படி 1 : கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளின் படி நாற்கரம் ABCDன் மாதிரிபடம் வரைக. (கொடுக்கப்பட்ட அளவுகள் போதுமானதா? இல்லையா? என்று ஆய்வு செய். போதுமானது எனில் தொடர்ந்து வரை. இல்லை எனில் விவரங்கள் போதுமானது இல்லை என்று முடிவு செய்யலாம்)

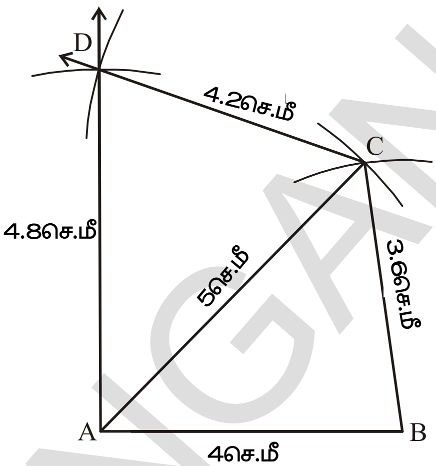
படி 2 : AB = 4 செ.மீ., BC = 3.6 செ.மீ. மற்றும் AC = 5செ.மீ. அளவுகள் கொண்ட Δ ABCவரை.



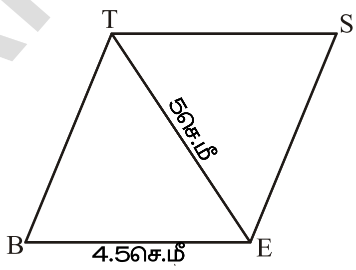
படி 3: நாம் நான்காவது முனை 'D' யை குறிக்க வேண்டும். இது ACன் அடுத்த பக்கத்தில் இருக்கும். எனவே A வை மையமாக கொண்டு AD = 4.8செ.மீ ஆரமுடைய ஒருவில் வரையவும். பின் C ஐ மையமாகக் கொண்டு CD = 4.2செ.மீ ஆரமுள்ள மற்றொரு வில் முதல் வில்லை வெட்டும்படி வரையவும். அது D புள்ளியாகும்.



படி 4: A, D யை இணைக்கவும், C, D யை இணைக்கவும்.ABCD தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.



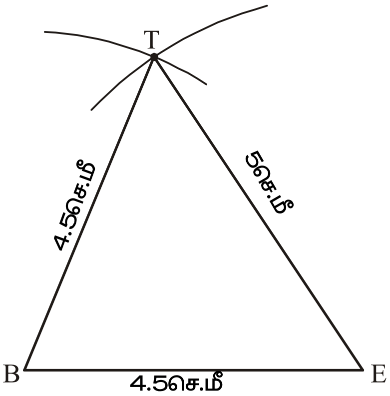
எடுத்துக்காட்டு 4 : சாய்சதுரம் BEST வரையவும். இதில் BE = 4.5செ.மீ ET = 5 செ.மீ



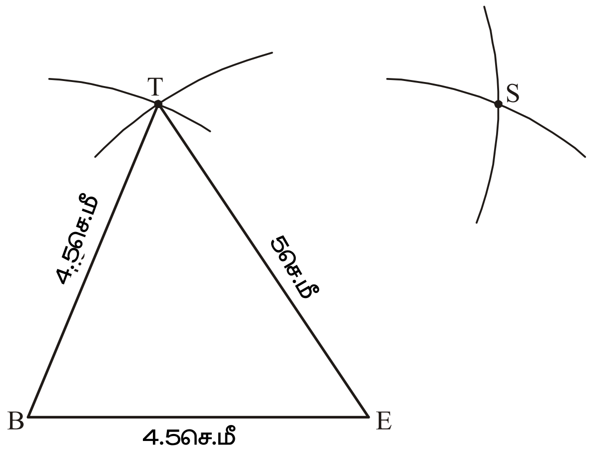
தீர்வு :

படி 1 : ஒரு சாய்சதுரத்தின் மாதிரி படம் வரைக. (சிறப்பு நாற்கரம்) இதில் அனைத்துப் பக்கங்களும் சமம். எனவே BE = ES = ST = BT = 4.5 செ.மீ இதை மாதிரி படத்தில் குறிக்கவும். இப்போது இந்த அளவுகளைக் கொண்டு படம் வரையலாம்.

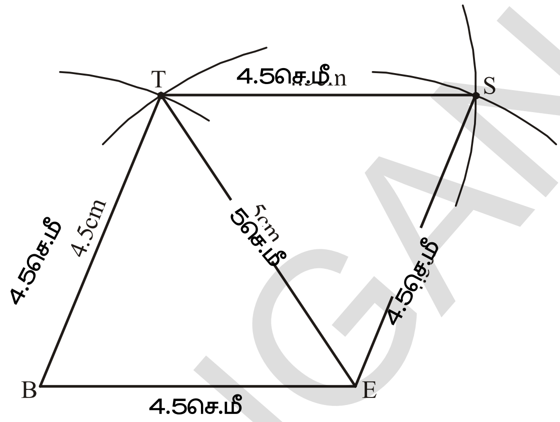
படி 2 : BE = 4.5செ.மீ, ET = 5செ.மீ , BT = 4.5செ.மீ அளவுகளை கொண்டு வரைதலின் ப.ப.ப.பண்பை பயன்படுத்தி ΔBET வரை



படி 3 : மீதமுள்ள இரண்டு அளவுகள் ES = 4.5செ.மீ, ST = 4.5செ.மீ கொண்டு வில்கள் வரைந்து நான்காவது முனை 'S'ஐ குறி.



படி 4 : E, S யை இணைக்கவும், S, T யை இணைக்கவும் தேவையான சாய்சதுரம் BEST ஆகும்.



முயன்று பார்

1. BA = 5 செ.மீ, AT = 6செ.மீ AS = 6.5செ.மீ அளவுகள் கொண்ட இணைகரம் BATS ஐ வரைய முடியுமா? விவரி.
2. ஒரு மாணவன் PL = 3செ.மீ, LA = 4செ.மீ, AY = 4.5செ.மீ, PY = 2செ.மீ , LY = 6செ.மீ அளவுகள் கொண்ட நாற்கரம் வரைய முயற்சி செய்தான். ஆனால் அவனால் PLAY வரைய முடியவில்லை. ஏன்? மேற்கண்ட நாற்கரங்களை வரைய முயன்றுபார், மேலும் காரணங்களை கூறு.

பயிற்சி-3.2

கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளை பயன்படுத்தி நாற்கரங்கள் வரைக:

(a) நாற்கரம் ABCD யில் AB = 4.5செ.மீ, BC = 5.5செ.மீ, CD = 4செ.மீ, AD = 6செ.மீ மற்றும் AC = 7 செ.மீ

(b) நாற்கரம் PQRSயில் PQ = 3.5செ.மீ, QR = 4செ.மீ, RS = 5செ.மீ, PS = 4.5செ.மீ மற்றும் QS = 6.5செ.மீ

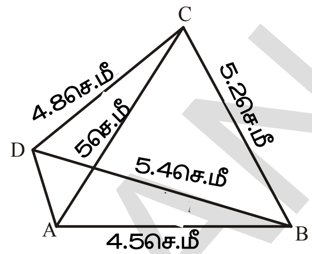
(c) இணைகரம் ABCD யில் AB = 6செ.மீ, BC = 4.5செ.மீ மற்றும் BD = 7.5செ.மீ

(d) சாய்சதுரம் NICEயில் NI = 4செ.மீ மற்றும் IE = 5.6செ.மீ

3.3.3. வரைதல்: மூன்று பக்கங்களும்,இரண்டு மூலைவிட்டங்களும் கொடுக்கப்பட்டால்.(S.S.S.D.D)

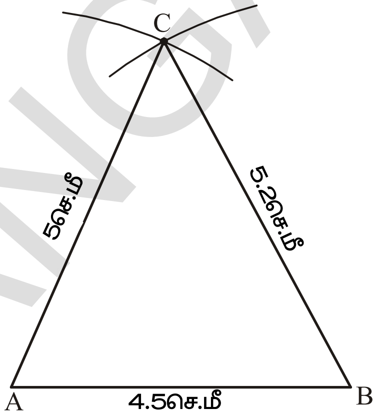
எடுத்துக்காட்டு 5 : நாற்கரம் ABCD வரைக. இங்கு AB = 4.5செ.மீ, BC = 5.2செ.மீ, CD = 4.8செ.மீ இரண்டு மூலைவிட்டங்கள் AC = 5செ.மீ BD = 5.4செ.மீ.

தீர்வு :

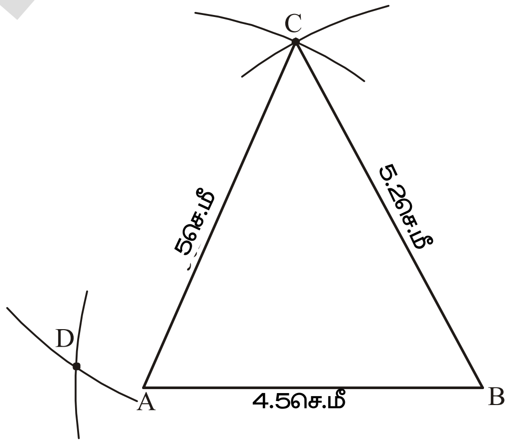


படி 1 : முதலில் நாம் நாற்கரம் ABCD ன் படம் வரையலாம். கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளை குறிக்கவும். கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளை கொண்டு ΔABC வரைய வாய்ப்புள்ளது.

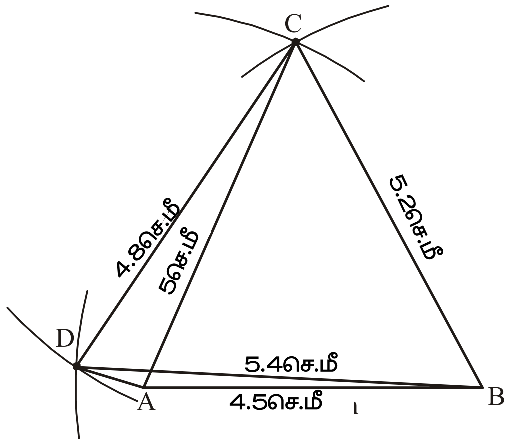
படி 2: பக்கம், பக்கம், பக்கம் பண்பை பயன்படுத்தி AB = 4.5செ.மீ, BC = 5.2செ.மீ மற்றும் AC = 5செ.மீ அளவுகள் கொண்டு ΔABCவரை.



படி 3 : B ஐ மையமாகவும் 5.4செ.மீ ஆரம் கொண்ட வட்டவில் ஒன்றை வரை, Cஐ மையமாகவும் 4.8செ.மீ ஆரம் கொண்ட மற்றொரு வட்டவில் வரை.இரண்டு வில்களும் வெட்டும் புள்ளியை Dஎனக் குறி.



படி 4 : C,Dயையும், B,Dயையும் மற்றும் A,D இணைக்கவும். ABCD தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.



சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

1. முதலில் முக்கோணம்ABCயை வரைந்து, பின் நான்காவது முனை Cயை குறித்து மேலே கொடுக்கப்பட்ட நாற்கரத்தை வரைய முடியுமா? காரணம் கூறு.
2. PQRS நாற்கரம் PQ = 3செ.மீ., RS = 3செ.மீ., PS = 7.5செ.மீ., PR = 8செ.மீ மற்றும் SQ = 4செ.மீ. கொண்டு நாற்கரம் PQRS வரைக. உங்களுடைய தீர்வை நியாயப்படுத்து.

பயிற்சி-3.3

கீழே உள்ள அளவுகளை பயன்படுத்தி நாற்கரம் வரைக.

(a) நாற்கரம் GOLD வரைக. OL = 7.5செ.மீ., GL = 6செ.மீ., LD = 5செ.மீ., DG = 5.5செ.மீ. மற்றும் OD = 10செ.மீ.

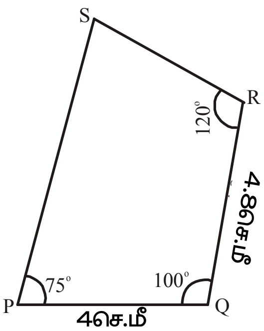
(b) நாற்கரம் PQRSயில் PQ = 4.2செ.மீ., QR = 3செ.மீ., PS = 2.8செ.மீ., PR = 4.5செ.மீ. மற்றும் QS = 5 செ.மீ.

3.3.4 வரைதல் : இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்களின் நீளங்களும்,மூன்று கோணங்களும் கொடுக்கப்பட்டால்.(S.A.S.A.A.)

தேவையான நாற்கரத்தை முன்பு போலவே வரையலாம். ஆனால் வரைதலில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோணங்களில், நிலை கோணங்களுக்கு அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தை பயன்படுத்து மற்ற கோணங்களுக்கு கோணமானியை பயன்படுத்து.

> 360^o ஐ சமமாக பிரிக்கக்கூடிய கோணங்களான 0^o, 30^o, 45^o, 60^o, 90^o, 120^o, 180^o கள் நிலை கோணங்கள் (standard angles) எனப்படும்.

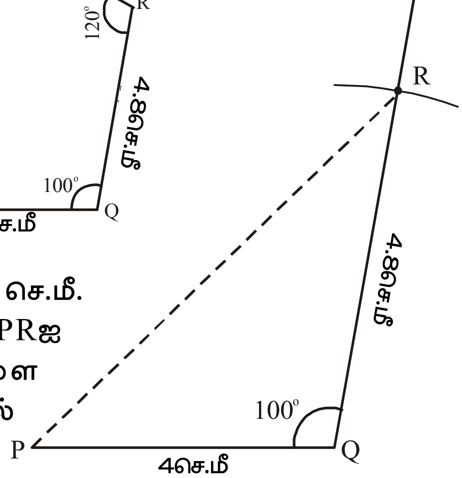
எடுத்துக்காட்டு 6 : PQ = 4செ.மீ., QR = 4.8செ.மீ., $\angle P = 75^o$, $\angle Q = 100^o$ மற்றும் $\angle R = 120^o$அளவுகள் உள்ள நாற்கரம் PQRS வரைக.



தீர்வு :

படி 1 : நாற்கரத்தின் மாதிரிபடம் வரைந்து அளவுகளை குறி. கோணங்கள் வரைய சரியான கருவியை தேர்ந்தெடு.

படி 2: ப.கோ.ப பண்பை பயன்படுத்தி PQ = 4 செ.மீ., $\angle Q = 100^o$, QR = 4.8 செ.மீ. அளவுகள் உள்ள Δ PQRவரைக. (PRஐ இணைக்க ஏன் புள்ளிகோடுகளை பயன்படுத்தியிருக்கிறோம்? அடுத்தபடியில் இது தவிர்க்கப்படுகிறது)

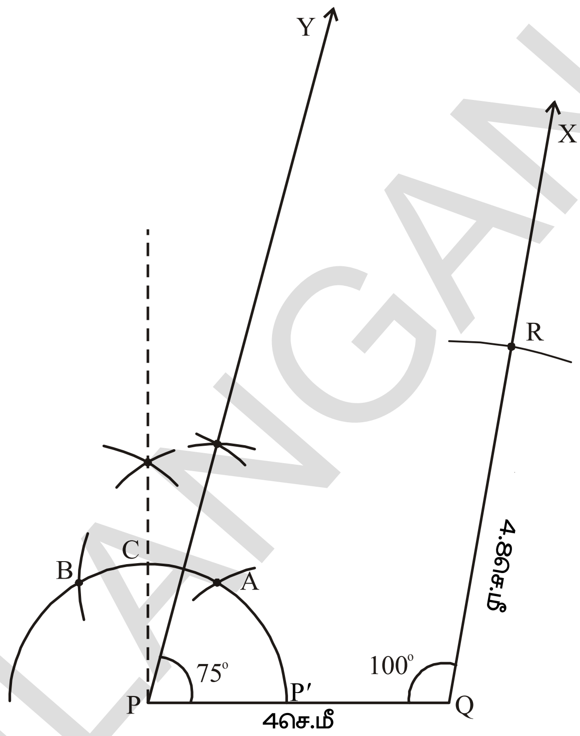


படி 3: $\angle P = 75^{o}$ வரைக. $\overrightarrow{PY}$ கோடு வரைக. 75^{o} எவ்வாறு வரையப்பட்டிருக்கிறது என்பது உனக்கு புரிகிறதா?

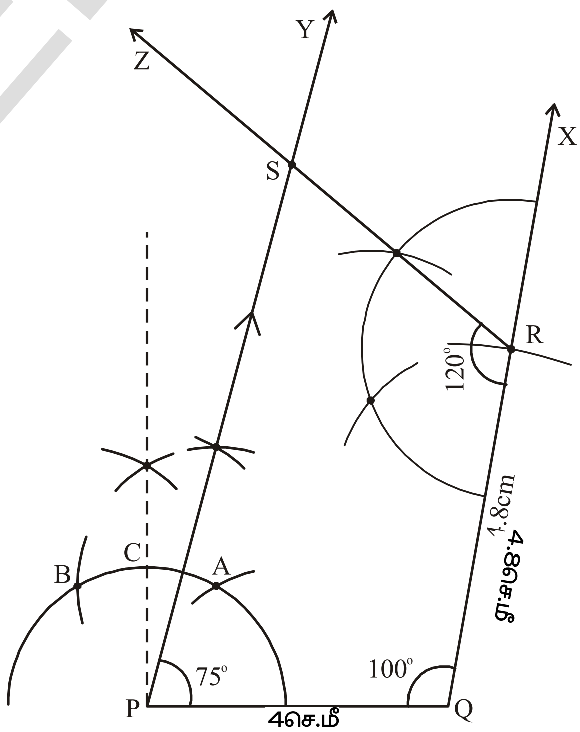
(a) Pயிலிருந்து ஒரு வில் வரைக. இது PQஐ P யில் வெட்டும். P′ ஐ மையமாகக் கொண்டு அதே அளவு ஆரம் கொண்ட இரண்டு வில்கள் வரைக. அவை A, B களில் வெட்டுகின்றன. அவை 60^{o} , 120^{o} கோணங்களை உருவாக்கும்.

(b)A,B யிலிருந்து கோணங்களின் இருசமவெட்டிகள் வரைக. அது Cல் 90^{o}உள்ளவாறு Cல் வெட்டுகிறது.

(c) A, C லிருந்து கோண இருசமவெட்டி வரைக. இருசமவெட்டி மூலமாக (60^{o} , 90^{o}ன் மைய மதிப்பு) 75^{o} கிடைக்கும்.



படி 4: $\angle R = 120^{o}$ வரைக. $\overrightarrow{PY}$ ஐ Sல் சந்திக்குமாறு $\overrightarrow{RZ}$ கோட்டை வரைக. PQRS என்பதுநமக்கு தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.



சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

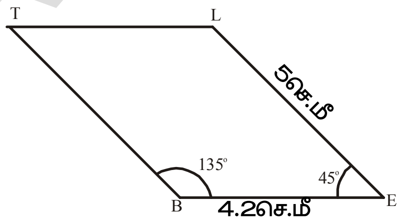
1. P ல் 75^{o} க்கு பதிலாக 100^{o} இருந்தால் நாற்கரம் PQRS ஐ உன்னால் வரைய முடியுமா?
2. PL = 6 செ.மீ, LA = 9.5 செ.மீ, $\angle P = 75^{o}, \angle L = 15^{o}, \angle A = 140^{o}$ எனில் நாற்கரம் PLAN ஐ உன்னால் வரைய முடியுமா?

   (ஒவ்வொன்றிற்கும் மாதிரி படம் வரைந்து அதை ஆய்வு செய்) உன்னுடைய முடிவுக்கு காரணம் கூறு.

எடுத்துக்காட்டு 7 : நாற்கரம் BELT வரைக. BE = 4.2செ.மீ, EL = 5செ.மீ, $\angle T = 45^{o}$.

தீர்வு :

படி 1 : இணைகரம் BELTன் மாதிரிபடம் வரைந்து அதில் அளவுகளை குறிக்கவும். (இவை வரைய போதுமானதா?)



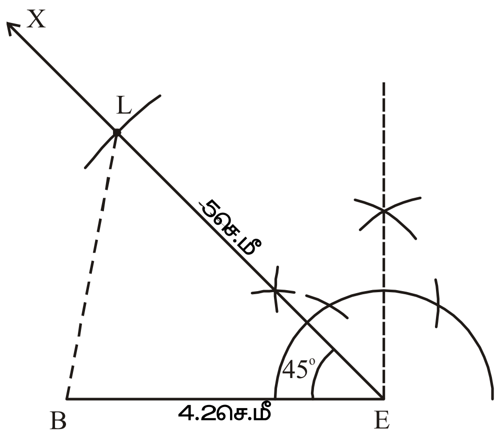
ஆராய்தல் :

இங்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகள் இணைகரம் வரைய போதுமானது அல்ல. எனவே இணைகரத்தின் பண்புகளை பயன்படுத்தி தேவையான அளவுகளை கண்டறியலாம். ஓர் இணைகரத்தில் எதிர் கோணங்கள் சமம். எனவே $\angle E = \angle T = 45^{o}$ இரண்டு அடுத்துள்ள கோணங்கள் மிகை நிரப்பி. எனவே

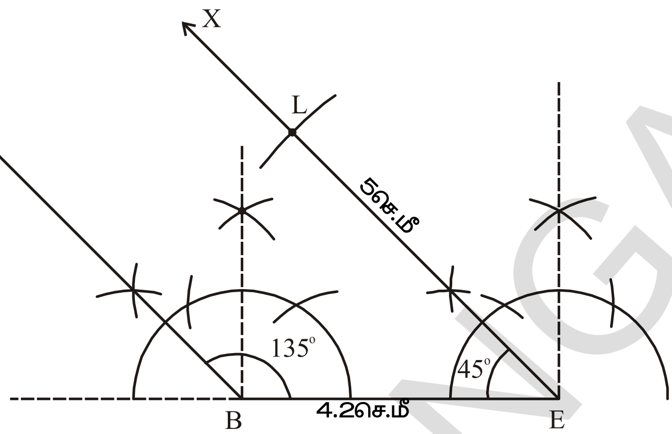
$\angle L = 180^{o} - 45^{o} = 135^{o}$.

$\angle B = \angle L = 135^{o}$

படி 2 : ப.கோ.ப பண்பை பயன்படுத்தி BE = 4.2செ.மீ, $\angle E = 45^{o}$, EL = 5செ.மீ அளவுகள் உள்ள ΔBEL வரைக.

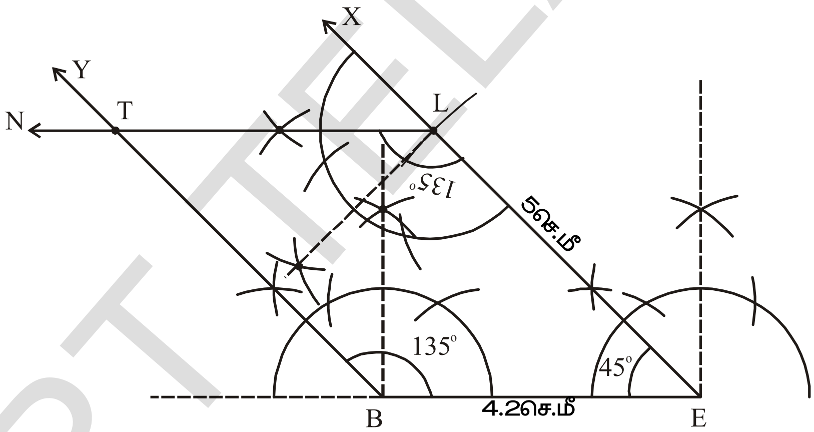


படி 3 : $\angle B = 135^o$ வரைக. பிறகு $\overrightarrow{BY}$ யை வரைக.



படி 4 : $\angle L = 135^o$ வரைந்து, பிறகு $\overrightarrow{BY}$ ஐ T ல் வெட்டும்படி $\overrightarrow{LN}$ ஐ வரை.

BELT தேவையான நாற்கரம் (அதாவது இணைகரம்)



இதை செய்

இணைகரத்தின் மற்ற பண்புகளை பயன்படுத்தி இணைகரம் BELT ஐ வரைக.

பயிற்சி-3.4

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளை பயன்படுத்தி நாற்கரம் வரைக:

(a) நாற்கரம் HELP யில் HE = 6செ.மீ, EL = 4.5செ.மீ, $\angle H=60^o$, $\angle E=105^o$, $\angle P=120^o$.

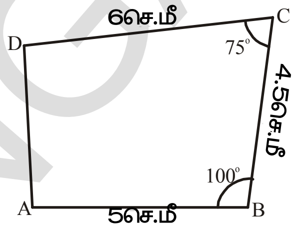
(b) இணைகரம் GRAM யில் GR = AM = 5 செ.மீ, RA = MG = 6.2 செ.மீ $\angle R = 85^o$.

(c) செவ்வகம் FLAG யில் FL = 6செ.மீ LA = 4.2 செ.மீ.

3.2.5 வரைதல் :மூன்று பக்கங்கள் மற்றும் இரண்டு இடைப்பட்ட கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்.(S.A.S.A.S)

SAS பண்பை பயன்படுத்தி முக்கோணத்தை வரைவதன் மூலம் இந்த வகையான நாற்கரங்களை நாம் வரையலாம்.

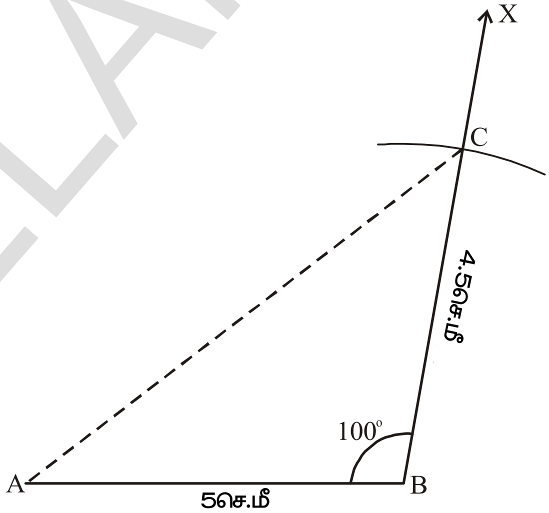
எடுத்துக்காட்டு 8 : AB = 5செ.மீ, BC = 4.5செ.மீ, CD = 6செ.மீ, $\angle B = 100^{o}$ மற்றும் $\angle C = 75^{o}$ உள்ளவாறு நாற்கரம் ABCD வரைக.



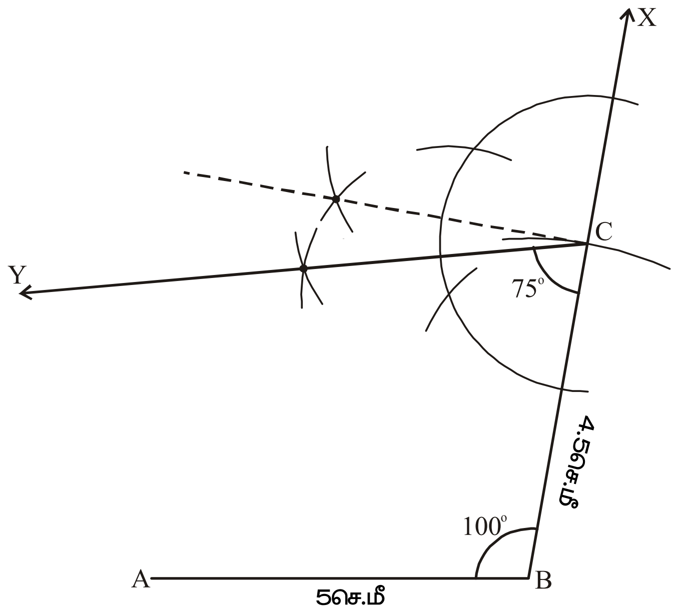
தீர்வு :

படி 1 : வழக்கம்போல் ஒரு மாதிரிபடம் வரைக. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளை குறிக்கவும். கொடுக்கப்பட்ட அளவுகள் போதுமானதா? இல்லையா? என்று பார்க்கவும். போதும் என்றால் வரையவும்.

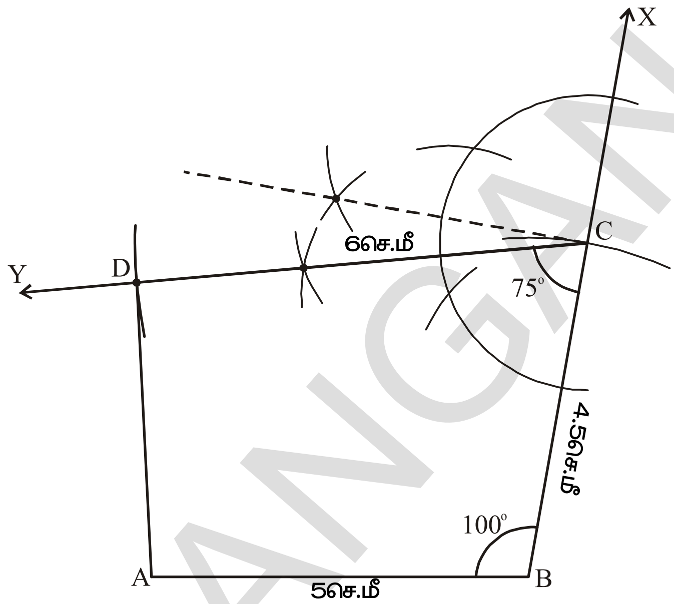
படி 2 : ப.கோ.ப. பண்பைப் பயன்படுத்தி AB= 5செ.மீ, $\angle B = 100^{o}$, BC = 4.5 செ.மீ அளவுள்ள ΔABC வரைக.



படி 3 : $\angle C = 75^{o}$ வரைக . $\overrightarrow{CY}$ ஐ வரைக



படி 4 : $\overline{CY}$ ஐ Dல் வெட்டும்படி Cஐ மையமாக கொண்டு 6செ.மீ ஆரம் உள்ள ஒரு வட்டவில் வரைக. A,D களைச் சேர். ABCD தேவையான நாற்கரம் ஆகும்.



சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

ABக்கு பதிலாக BCஐ அடிப்பக்கமாக கொண்ட நாற்கரம் ABCD வரைய முடியுமா? ஒரு மாதிரி படம் வரைந்து வரைமுறைகளை எழுதுக.

பயிற்சி-3.5

கீழே உள்ள அளவுகளுக்கு நாற்கரங்கள் வரைக.

(a) நாற்கரம் PQRS யில் PQ = 3.6செ.மீ, QR = 4.5செ.மீ, RS = 5.6செ.மீ, $\angle PQR = 135^o$ $\angle QRS = 60^o$.

(b) நாற்கரம் LAMP யில் AM = MP = PL = 5செ.மீ , $\angle M = 90^o$, $\angle P = 60^o$.

(c) சரிவகம் ABCD யில் AB || CD, AB = 8செ.மீ, BC = 6செ.மீ, CD = 4செ.மீ மற்றும் $\angle B = 60^o$.

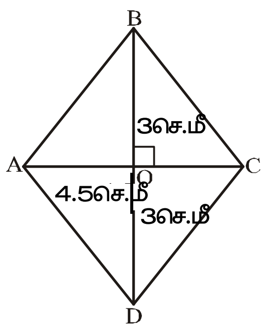
3.2.6 சிறப்பு வகை நாற்கரங்களை வரைதல்

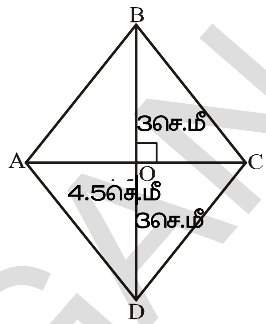
(a) சாய்சதுரம் வரைதல் :

எடுத்துக்காட்டு 9 : மூலைவிட்டங்கள் AC = 4.5செ.மீ மற்றும் BD = 6 செ.மீ. உள்ள சாய்சதுரம் ABCD ஐ வரைக.

தீர்வு :

படி 1 : சாய்சதுரம் ABCD ன் மாதிரிப்படம் வரைக. அதில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளை குறிக்கவும். கொடுக்கப்பட்ட அளவுகள் போதுமானதா? இதை பரிசீலனைச் செய்ய சாய் சதுரத்தின் பண்புகளை பரிசீலனைச் செய்து வரைதல்.

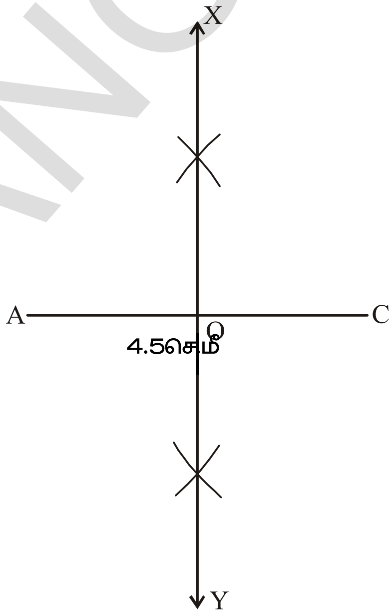




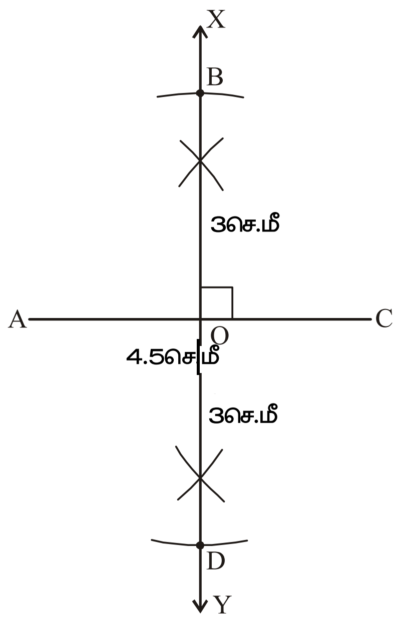
ஆராய்தல் : சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக வெட்டுகின்றன. $\overline{AC}$ மற்றும் $\overline{BD}$ இரண்டும் சாய்சதுரம் ABCDயின் மூலைவிட்டங்கள். இவை 'O'. என்ற புள்ளியில் வெட்டுகின்றன. $\angle AOB = 90^o$ மேலும்

$$OB = OD = \frac{BD}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ செ.மீ}$$

வரைதலின் படி 2க்கு தொடர்ந்து செல்.

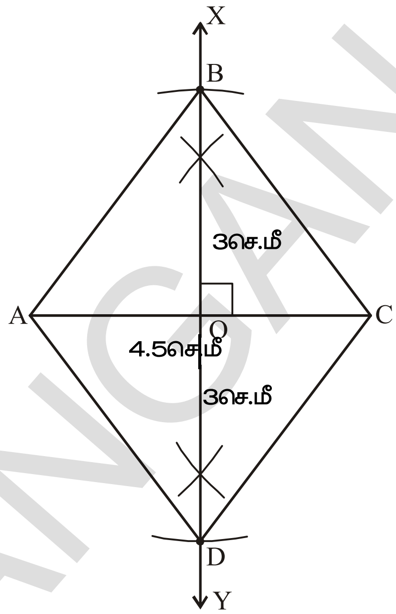


படி 2: $\overline{AC}$= 4.5 செ.மீ வரைக (ABCD சாய்சதுரத்தில் இது ஒரு மூலைவிட்டம் ஆகும்) அதற்கு செங்குத்து இருசமவெட்டி $\overline{XY}$ ஐ வரைக. வெட்டும் புள்ளியை 'O' என்று குறி.



படி 3: மற்றொரு மூலைவிட்டம் $\overline{BD}$, $\overline{AC}$ க்கு செங்குத்தாதலால், $\overline{BD}$ என்பது $\overline{XY}$ ன் ஒரு பாகம். ஆகவே 'O' யை மையமாகக்கொண்டு 3செ.மீ ஆரமுள்ள (OB = OD = 3செ.மீ) இரண்டு வில்களை $\overline{AC}$ ன் இருபக்கமும் வரைக. அது $\overline{XY}$ ஐ B மற்றும் D ல் வெட்டுகிறது.

படி 4 : (i) A, B (ii) B, C (iii) C, D (iv) D,A அனைத்து புள்ளிகளையும் இணைக்கவும். ABCD தேவையான சாய்சதுரம் ஆகும்.



சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

1. மேலே உள்ள நாற்கரத்தில் (சாய்சதுரம்) AC க்கு பதிலாக BD ஐ அடிப்பக்கமாக வைத்து வரைய முடியுமா? முடியாது எனில் காரணம் கூறு.
2. இரண்டு மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் சமம் எனில் உனக்கு கிடைக்கும் படம் என்ன? ஒரு மாதிரிப்படம் வரைக. காரணம் கூறு.

பயிற்சி-3.6

கீழே உள்ள அளவுகளை பயன்படுத்தி நாற்கரங்களை வரைக :

(a) சாய்சதுரம் CART யில் CR = 6 செ.மீ, AT = 4.8 செ.மீ

(b) சாய்சதுரம் SOAP யில் SA = 4.3 செ.மீ, OP = 5 செ.மீ

(c) சதுரம் JUMP யில் மூலைவிட்டம் 4.2 செ.மீ.

நாம் கற்றவை

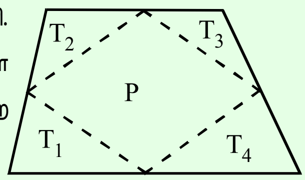
1. ஒரு நாற்கரம் வரைய ஐந்து தனித்த அளவுகள் தேவை.
2. ஒரு தனித்த நாற்கரம் வரைய
   (a) நான்கு பக்கங்களின் நீளங்கள், ஒரு கோணம் கொடுக்கப்பட வேண்டும்.
   (b) நான்கு பக்கங்களின் நீளங்கள், ஒரு மூலைவிட்டம் கொடுக்கப்பட வேண்டும்.
   (c) மூன்று பக்கங்களின் நீளங்கள், இரண்டு மூலைவிட்டங்கள் கொடுக்கப்பட வேண்டும்.
   (d) இரண்டு அடுத்துள்ள பக்கங்கள், மூன்று கோணங்கள் கொடுக்கப்பட வேண்டும்.
   (e) மூன்று பக்கங்கள், இரண்டு இடைப்பட்ட கோணங்கள் கொடுக்கப்பட வேண்டும்.
3. இரண்டு சிறப்பு நாற்கரங்களான சாய்சதுரம், சதுரம் வரைய இரண்டு மூலைவிட்டங்கள் கொடுக்கப்பட வேண்டும்.

ஆசிரியர் குறிப்பு

கவராயத்தை பயன்படுத்தி வரையப்படும் கோணங்கள் துல்லியமாக இருக்கும். மேலும் தர்க்கரீதியில் நிருபிக்க முடியும். அளப்பதற்கும், சரிபார்ப்பதற்கும் கோணமானியை பயன்படுத்தலாம். எனவே நம்முடைய மாணாக்கர்கள் கவராயத்தை பயன்படுத்தி கோணங்கள் வரைதலை கற்றுக்கொள்ள வேண்டும்.

ஒன்றிணைத்து மகிழ்ச்சிக்கொள்(Tile and Smile):

ஒவ்வொரு கோணமும் 180^{0}க்கு குறைவாக உள்ளவாறு ஒரு நாற்கரத்தை காகிதத்தில் கத்தரி. அவற்றின் பக்கங்களின் மையப்புள்ளிகளை குறித்து படத்தில் காட்டியபடி அப்புள்ளிகளை இணை.பிறகு மையப்புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டுகள் வழியே T_1, T_2, T_3, T_4என்ற முக்கோணங்களை வெட்டி எடுத்தால் P என்ற இணைகரம் கிடைக்கும்.

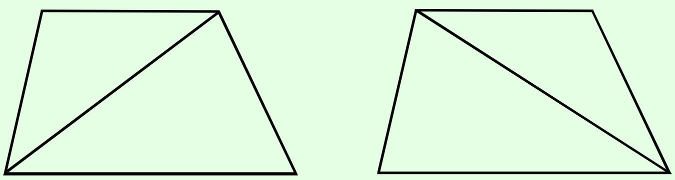


இந்த நான்கு முக்கோணங்களை ஒன்றிணைப்பதால் இணைகரம் கிடைக்குமா?இணைகரத்தின் பரப்பளவை உண்மையான நாற்கரத்தின் பரப்பளவோடு எவ்வாறு ஒப்பிட முடியும்?

வேடிக்கைக்காக (Just for fun) :

நாற்கரம் + நாற்கரம் = இணைகரம் ?

ஒரு காகிதத்தை இரண்டாக மடி. கத்தரிக்கோலை பயன்படுத்தி ஒரு ஜோடி சர்வசம குவி நாற்கரத்தை கத்தரி. முதல் நாற்கரத்தில் முதலாவது மூலைவிட்டம் வழியே கத்தரி. அவ்வாறே இரண்டாவது நாற்கரத்தில் இரண்டாவது மூலைவிட்டம் வழியே கத்தரி. நமக்கு நான்கு முக்கோணங்கள் கிடைக்கும். இந்த நான்கு முக்கோணங்களையும் ஒன்றிணைப்பதால் இணைகரம் உருவாகும் என்பதை நிருபி.



அத்தியாயம் 4

அடுக்குக்குறிகளும், அடுக்குகளும்

4.0 அறிமுகம்

$3^6 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ மற்றும்

$3^m = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times$ .... (m முறைகள்)

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

சூரியனின் விட்டம் ஏறக்குறைய 1,40,00,00,000 மீட்டர்கள் மற்றும் சூரியனின் எடை ஏறக்குறைய 1, 989, 100, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000 கிலோகிராம்கள். சூரியனுக்கும், பூமிக்கும் இடையே உள்ள தூரம் 148,600,000,000 மீட்டர்கள். அண்டம் தோன்றி சுமாராக 12,000,000,000 வருடங்கள் ஆகிறது என கணக்கிடப்படுகிறது. பூமி சுமாராக 1,353,000,000 கன கிலோ மீட்டர்கள் கடல் நீரை பெற்றுள்ளது.

ஒரு சதுரங்க அட்டையில்(Chess Board) ஒவ்வொரு சதுரப்பெட்டியும் தானியத்தால் நிரப்பப்படுகிறது. முதல் சதுரப்பெட்டியில் ஒரு தானியமும், இரண்டாம் சதுரப்பெட்டியில் இரண்டு தானியங்களும், மூன்றாம் சதுரப்பெட்டியில் நான்கு தானியங்களும், நான்காம் சதுரப்பெட்டியில் எட்டு தானியங்களும் நிரப்பப்படுகிறது. இவ்வாறு ஒவ்வொரு சதுரப் பெட்டியிலும் அதற்கு முன் பெட்டியில் நிரப்பிய தானிய எண்ணிக்கைக்கு இரண்டு மடங்காக நிரப்பப்படுகிறது. இவ்வாறு நிரப்பிக்கொண்டே சென்றால் அந்த சதுரங்க அட்டையிலுள்ள 64 பெட்டிகளையும் நிரப்ப எத்தனை தானியங்கள் தேவைப்படுகிறது என உங்களுக்குத் தெரியுமா? 64 பெட்டிகளையும் நிரப்ப 18,446,744,073,709,551,615 தானியங்கள் தேவைப்படுகிறது.

இதுபோன்று பெரிய எண்களை புரிந்துகொள்ளவும், எழுதவும், படிக்கவும் கடினமாக உள்ளதென தெரியவில்லையா? இவற்றை அடுக்குக்குறி வடிவத்தில் எழுதும் முறையை நினைவுக்குக் கொண்டுவர முயற்சிக்கவும்.

1,40,00,00,000 மீ $= 1.4 \times 10^9$ மீ

10^9ஐ 10ன் அடுக்கு 9 என படிக்க வேண்டும்.

அடுக்கு

அடிமானம் ← 10^9

இதை செய்

1. கீழ்கண்டவற்றை சுருக்குக.

   (அ) $3^7 \times 3^3$ (ஆ) $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$ (இ) $3^4 \times 4^3$

2. ஐதராபாத்திற்கும் தில்லிக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் 1674.9 கி.மீ. என மத்திய ரெயில் நிலையம் கூறுகிறது. இந்த தூரத்தை சென்டி மீட்டர்களில் எவ்வாறு எழுதுவாய்? அறிவியல் குறியீடு முறைப்படியும் எழுதவும்.

4.1 எதிர்மறை அடுக்குக் குறிகளுடனான அடுக்குகள்

சூரியனின் விட்டம் = 1400000000 மீ. = 1.4×10^9 மீ.

அவகாட்ரோ எண் = 6.023×10^{23}

சாதாரணமாக பெரிய எண்களை இவ்வாறு சுருங்கிய வடிவில் குறிப்பது வசதியாகும்.

ஆனால் ஒரு அலகு எண்ணிற்கும் மிகக் குறைவான எண்ணை இவ்வாறு சுருங்கிய வடிவில் எவ்வாறு குறிக்கலாம்?

உதாரணமாக தலைமுடியின் பருமன் = 0.000005 மீ.

மைக்ரோ பிலிமின் பருமன் = 0.000015 மீ.

இவற்றை ஓர் அலகிற்கும் சிறியதாக உள்ள எண்ணாக எவ்வாறு குறிப்பது என காண்போம்.

கீழ் வகுப்பில் கற்ற கீழ்கண்ட அமைப்பை நினைவு கூறுவோம்.

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$

$10^2 = 10 \times 10 = 100 = 1000/10$

$10^1 = 10 = 100/10$

$10^0 = 1 = 10/10$

$10^{-1} = ?$

அடுக்குக்குறி 1 ஆக குறைந்து கொண்டே சென்றால் அதன் மதிப்பு முன் மதிப்பை விட பத்தில் ஒரு மடங்கு குறைந்து கொண்டே செல்லும்.

மேற்கண்ட முறையை தொடர்ந்து கீழ்கண்டவாறு செய்யும்போது $10^{-1} = \frac{1}{10}$

இதைபோன்று $10^{-2} = \frac{1}{10} \div 10 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$

$10^{-3} = \frac{1}{100} \div 10 = \frac{1}{100} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3}$

மேற்கண்ட உதாரணங்களின்படி பொதுவாக $\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$ அல்லது $\frac{1}{10^{-n}} = 10^n$ என எழுதலாம்.

கீழ்கண்ட அட்டவனையை கவனியுங்கள் :

1 கி.மீ.	1 ஹெக்டா மீ.	1 டெகா மீ.	1 மீ.	1 டெசி மீ.	1 செ.மீ.	1 மி.மீ.
1000 மீ	100 மீ	10 மீ	1 மீ	$\frac{1}{10}$ மீ	$\frac{1}{100}$ மீ	$\frac{1}{1000}$ மீ
10^3 மீ	10^2 மீ	10^1மீ	10^0மீ	10^{-1}மீ	10^{-2}மீ	10^{-3}மீ

இதை செய்

10^{-10} என்பது எதற்கு சமம்?

கீழ்கண்ட அமைப்பை கவனி.

(அ) $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

(ஆ) $\frac{8}{2} = 4 = 2 \times 2 = 2^2$

(இ) $\frac{4}{2} = 2 = 2^1$

(ஈ) $\frac{2}{2} = 1 = 2^0$

(உ) $\frac{1}{2} = 2^{-1}$

(எ) $\frac{1}{2^2} = 2^{-2}$

பொதுவாக இதை ஒரு மிகை முழு 'a' விற்கு $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, என கூறலாம். இது a^mன் பெருக்கல் தலைகீழ் ஆகும்.

$$a^m \times a^{-m} = a^{m+(-m)} = a^0 = 1$$

இதை செய்

கீழ்கண்டவற்றிற்கு பெருக்கல் தலைகீழ் காணுங்கள்.

(அ) 3^{-5} (ஆ) 4^{-3} (இ) 7^{-4} (ஈ) 7^{-3}

(உ) x^{-n} (ஊ) $\frac{1}{4^3}$ (எ) $\frac{1}{10^3}$

இதைப் பார்

வேகம் = தூரம் / காலம் என நமக்குத் தெரியும்.

இதை குறியீட்டில், $s = \frac{d}{t}$ என எழுதலாம்.

தூரத்தை மீட்டர்களிலும் (m), காலத்தை விநாடிகளிலும் (s), குறித்தால் வேகத்தின் அலகு $\text{m} \times \text{s}^{-1}$ என எழுதலாம்.

இதேபோன்று முடுக்கத்தின் அலகு $\frac{m}{s^2}$. இதை $\text{m} \times \text{s}^{-2}$ எனவும் கூறலாம்.

விரிவாக்க வடிவம் (அ) எண் வடிவத்தில் 3456 போன்ற எண்களை கீழ்கண்டவாறு விவரிக்கலாம்.

$$3456 = (3 \times 1000) + (4 \times 100) + (5 \times 10) + (6 \times 1)$$

$$3456 = (3 \times 10^3) + (4 \times 10^2) + (5 \times 10) + (6 \times 10^0)$$

இவ்வாறே $7405 = (7 \times 10^3) + (4 \times 10^2) + (0 \times 10) + (5 \times 10^0)$

$\frac{1}{10} = 10^{-1}$ & $\frac{1}{10^2} = 10^{-2}$ என நமக்குத் தெரியும்.

326.57 போன்ற தசம எண்களை அடுக்குக்குறிகளை பயன்படுத்தி விரிவாக்க வடிவத்தில் எவ்வாறு குறிப்பிடலாம் என்பதைப் பார்ப்போம்.

$$326.57 = (3 \times 10^2) + (2 \times 10) + (6 \times 10^0) + \left(\frac{5}{10}\right) + \left(\frac{7}{10^2}\right)$$

$$= (3 \times 10^2) + (2 \times 10) + (6 \times 10^0) + (5 \times 10^{-1}) + (7 \times 10^{-2})$$

$$734.684 = (7 \times 10^2) + (3 \times 10) + (4 \times 10^0) + \left(\frac{6}{10}\right) + \left(\frac{8}{10^2}\right) + \left(\frac{4}{10^3}\right)$$

$$= (7 \times 10^2) + (3 \times 10) + (4 \times 10^0) + (6 \times 10^{-1}) + (8 \times 10^{-2}) + (4 \times 10^{-3})$$

இதை செய்

அடுக்குக்குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி கீழ்கண்ட எண்களை விரிவாக்குங்கள்

(அ 543.67 (ஆ) 7054.243 (இ) 6540.305 (ஈ) 6523.450

4.2 அடுக்குக்குறிகளின் விதிகள் :

எந்த ஒரு பூஜ்ஜியமற்ற முழு aக்கு $a^m \times a^n = a^{m+n}$.இங்கு 'm','n' என்பவை இயல் எண்கள்.

எதிர்மறை அடுக்குக்குறிகளுக்கும் இந்த விதியை பயன்படுத்துவது சரியா? அவற்றை சரிபார்ப்போம்.

எந்தவொரு பூஜ்ஜியமற்ற முழு 'a'விற்கும் $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ ஆகும்.

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ என நாம் அறிவோம்.

(அ) $3^2 \times 3^{-4}$ ஐ எடுத்துக்கொள்வோம்.

$3^{-4} = \frac{1}{3^4}$ என நாம் அறிவோம்.

ஆகவே $3^2 \times 3^{-4} = 3^2 \times \frac{1}{3^4} = \frac{3^2}{3^4}$

$= 3^{2-4}$

எ.கா. $3^2 \times 3^{-4} = 3^{-2}$

(ஆ) $(-2)^{-3} \times (-2)^{-4}$ ஐ எடுத்துக்கொள்வோம்.

$$(-2)^{-3} \times (-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^3} \times \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{(-2)^{3+4}}$$

$$= \frac{1}{(-2)^7} = (-2)^{-7} \quad (\because a^m \times a^n = a^{m+n})$$

ஆகவே $(-2)^{-3} \times (-2)^{-4} = (-2)^{-7}$

(இ) $(-5)^{2} \times (-5)^{-5}$ ஐ எடுத்துக்கொள்வோம்.

$$(-5)^{2} \times (-5)^{-5} = (-5)^{2} \times \frac{1}{(-5)^{5}}$$

$$= \frac{1}{(-5)^{5-2}} \qquad \left(\text{ஆனால் } \frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}}\right)$$

$$= \frac{1}{(-5)^{3}} = (-5)^{-3}$$

ஆகவே $(-5)^{2} \times (-5)^{-5} = (-5)^{-3}$ $(2+(-5) = -3)$ என நாம் அறிவோம்)

பொதுவாக, பூஜ்ஜியமற்ற எந்த ஒரு முழு 'a' விற்கு, $a^m \times a^n = a^{m+n}$ இங்கு 'm' 'n' என்பவை மிகை முழுக்கள்.

இதை செய்

ஒரே ஒரு அடுக்குக்குறி வருமாறு கீழ்கண்டவற்றை சுருக்குக.

(அ) $2^{-3} \times 2^{-2}$ (ஆ) $7^{-2} \times 7^{5}$ (இ) $3^{4} \times 3^{-5}$ (ஈ) $7^{5} \times 7^{-4} \times 7^{-6}$

(உ) $m^{5} \times m^{-10}$ (ஊ) $(-5)^{-3} \times (-5)^{-4}$

இவ்வாறே 'a' 'b' போன்ற பூஜ்ஜியமற்ற முழுக்களுக்கும், 'm' 'n' போன்ற மிகை முழுக்களுக்கும் கீழ்கண்ட அடுக்குக்குறி விதிகளை சரிபார்க்கலாம்.

1. $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
2. $(a^m)^n = a^{mn}$
3. $(a^m \times b^m) = (ab)^m$
4. $\dfrac{a^m}{b^m} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^m$
5. $a^0 = 1$

மிகை அடுக்குக் குறிகளுக்கு மட்டும் கீழ் வகுப்புகளில் இவ்வாறான விதிகளை கற்றுக்கொண்டீர்கள்.

$a^m = a^n$ எனில் 'm','n' ஆகியவற்றிற்கிடையே ஏதேனும் உறவினை காண முடிகிறதா?இங்கு'a' என்பது பூஜ்ஜியமற்ற முழு மற்றும் $a \neq 1, a \neq -1$.

$a^m = a^n$ ஐ எடுத்துக்கொள்வோம்.

$a^m = a^n$ எனில் $\dfrac{a^m}{a^n} = 1$ (இருபுறமும் a^nஆல் வகுத்தால்)

அதாவது $a^{m-n} = 1$.

$$a^{m-n} = a^0$$

$$\therefore m - n = 0$$

$$\therefore m = n$$

> $a \neq 1$? ஏன்?
> $a = 1, m = 7, n = 6$ எனில் $1^7 = 1^6$
> $\Rightarrow 7 = 6$
> இது சரியா?
> அப்படியானால் $a \neq 1$
> $a = -1$ எனில் என்ன ஆகும்?

$a^m = a^n$ எனில் $m = n$ என அறிகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு 1 : (அ) 5^{-2} (ஆ) $\dfrac{1}{2^{-5}}$ (இ) $(-5)^2$ ஆகியவற்றின் மதிப்புகளை கண்டுபிடி.

தீர்வு : (அ) $5^{-2} = \dfrac{1}{(5)^2} = \dfrac{1}{5 \times 5} = \dfrac{1}{25}$ ($a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}$ என நாம் அறிவோம்)

(ஆ) $\dfrac{1}{2^{-5}} = 2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ($\dfrac{1}{a^{-m}} = a^m$ என நாம் அறிவோம்)

$2^5 = 32$

(இ) $(-5)^2 = (-5)\,(-5) = 25$

எடுத்துக்காட்டு 2: கீழ்கண்டவற்றை சுருக்குக.

(அ) $(-5)^4 \times (-5)^{-6}$ (ஆ) $\dfrac{4^7}{4^4}$ (இ) $\left(\dfrac{3^5}{3^3}\right)^5 \times 3^{-6}$

தீர்வு : (அ) $(-5)^4 \times (-5)^{-6}$ ($a^m \times a^n = a^{m+n}$ என நாம் அறிவோம்)

$= (-5)^{4+(-6)} = (-5)^{-2}$

$= \dfrac{1}{(-5)^2} = \dfrac{1}{(-5) \times (-5)} = \dfrac{1}{25}$ ($a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}$ என நாம் அறிவோம்)

(ஆ) $\dfrac{4^7}{4^4}$ ($\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ என நாம் அறிவோம்)

$= 4^{7-4} = 4^3 = 64$

(இ) $\left(\dfrac{3^5}{3^3}\right)^5 \times 3^{-6}$

$= (3^{5-3})^5 \times 3^{-6}$ $\left(\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}\right)$

$= (3^2)^5 \times 3^{-6}$ $(a^m)^n = a^{mn}$

$= 3^{10} \times 3^{-6} = 3^4 = 81$ என அறிவோம்.

எடுத்துக்காட்டு 3: கீழ்கண்டவற்றை மிகை அடுக்குக் குறியீட்டில் எழுதுக.

(அ) 4^{-7} (ஆ) $\dfrac{1}{(5)^{-4}}$ (இ) $\left(\dfrac{4}{7}\right)^{-3}$ (ஈ) $\dfrac{7^{-4}}{7^{-6}}$

தீர்வு : (அ) 4^{-7} ($a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}$ என நாம் அறிவோம்)

$= \dfrac{1}{(4)^7}$

(ஆ) $\dfrac{1}{(5)^{-4}}$

$= 5^4$

($\dfrac{1}{a^{-m}} = a^m$ என நாம் அறிவோம்)

(இ) $\left(\dfrac{4}{7}\right)^{-3} = \dfrac{4^{-3}}{7^{-3}}$

$\left(a^{-m} = \dfrac{1}{a^m} \text{ மற்றும் } a^m = \dfrac{1}{a^{-m}}\right)$

$= \dfrac{7^3}{4^3} = \left(\dfrac{7}{4}\right)^3$

பொதுவாக $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^m$

(ஈ) $\dfrac{7^{-4}}{7^{-6}}$

$= 7^{-4-(-6)}$

$= 7^{-4+6} = 7^2$

எடுத்துக்காட்டு 4 : அடிமானம் 3 ஆக இருக்கும்படி 27^{-4} ஐ அடுக்கு குறியீட்டில் எழுதுக.

தீர்வு : 27ஐ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ என எழுதலாம்.

ஆகவே $27^{-4} = (3^3)^{-4}$

$= 3^{-12}$ $(a^m)^n = a^{mn}$ என நாம் அறிவோம்.

எடுத்துக்காட்டு 5 : சுருக்குக.

(அ) $\left(\frac{1}{27}\right)\times 2^{-3}$ (ஆ) $4^4 \times 16^{-2} \times 4^0$

தீர்வு : (அ) $\left(\frac{1}{27}\right)\times 2^{-3}$

27 ஐ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ என எழுதலாம்.

$$\left(\frac{1}{27}\right)\times 2^{-3} = \frac{1}{3^3}\times 2^{-3}$$

$$= \frac{1}{3^3}\times\frac{1}{2^3}$$ $\frac{1}{a^m} = a^{-m}$ என நாம் அறிவோம்.

$$= \frac{1}{(3\times 2)^3}$$ $a^m \times b^m = (ab)^m$ என நாம் அறிவோம்.

$$= \frac{1}{6^3} = \frac{1}{216}$$

(ஆ) $4^4 \times 16^{-2} \times 4^0$

$= 4^4 \times (4^2)^{-2} \times 4^0$ $(a^m)^n = a^{mn}$ என நாம் அறிவோம்.

$= 4^4 \times 4^{-4} \times 4^0$ $a^m \times a^n = a^{m+n}$ என நாம் அறிவோம்.

$= 4^{4-4+0} = 4^0$ ஆனால் $a^0 = 1$

$= 1$

எடுத்துக்காட்டு 6 : $2^x = 1$ எனில் 'x' ன் மதிப்பை உன்னால் ஊகிக்க முடியாமா?

தீர்வு: $a^0 = 1$ என நாம் முன்பே பார்த்தோம்.

நாம் அறிந்தபடி $2^x = 1$

$2^x = 2^0$

$\Rightarrow x = 0$

எடுத்துக்காட்டு 7 : 'x' -ன் மதிப்பை கண்டுபிடி.

(அ) $25 \times 5^x = 5^8$ (ஆ) $\frac{1}{49} \times 7^{2x} = 7^8$

(இ) $(3^6)^4 = 3^{12x}$ (ஈ) $(-2)^{x+1} \times (-2)^7 = (-2)^{12}$

தீர்வு : (அ) $25 \times 5^x = 5^8$ — $25 = 5 \times 5 = 5^2$ என நாம் அறிவோம்

$5^2 \times 5^x = 5^8$ — ஆனால் $a^m \times a^n = a^{m+n}$

$5^{2+x} = 5^8$ — $a^m = a^n$ எனில் $m = n$

$2 + x = 8$

$\therefore x = 6$

(ஆ) $\frac{1}{49} \times 7^{2x} = 7^8$

$\frac{1}{7^2} \times 7^{2x} = 7^8$

$7^{-2} \times 7^{2x} = 7^8$ — $\frac{1}{a^m} = a^{-m}$ என நாம் அறிவோம்.

$7^{2x-2} = 7^8$

$2x - 2 = 8$ ($\because$ அடிமானங்கள் சமம்).

$2x = 8 + 2$

$2x = 10$

$x = \frac{10}{2} = 5$

$\therefore x = 5$

(இ) $(3^6)^4 = 3^{12x}$ — [$\because (a^m)^n = a^{mn}$]

$3^{24} = 3^{12x}$ — (அடிமானங்கள் சமம்)

$24 = 12x$

$x = \frac{24}{12} = 2$

(ஈ) $(-2)^{x+1} \times (-2)^7 = (-2)^{12}$

$(-2)^{x+1+7} = (-2)^{12}$

$(-2)^{x+8} = (-2)^{12}$ ($\because$ அடிமானங்கள் சமம்)

$x + 8 = 12$

$x = 12 - 8 = 4$

எடுத்துக்காட்டு 8 : சுருக்குக. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \times \left(\frac{25}{4}\right)^{-2}$

தீர்வு : $\frac{25}{4} = \frac{5 \times 5}{2 \times 2} = \frac{5^2}{2^2}$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \times \left(\frac{25}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \times \left(\frac{5^2}{2^2}\right)^{-2}$$

ஆனால் $(a^m)^n = a^{mn}$

$$= \frac{5^3}{2^3} \times \frac{2^4}{5^4} = 5^{3-4} \times 2^{4-3}$$

$$= 5^{-1} \times 2^1 = \frac{2}{5}$$

$\frac{1}{a^m} = a^{-m}$ மற்றும் $\frac{1}{a^{-m}} = a^m$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

எடுத்துக்காட்டு 9 : சுருக்குக. $\left[\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\right\} \div \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\right]$

தீர்வு : $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \div \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\right]$ $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ என நாம் அறிவோம்.

$= \left[\left(\frac{1^{-3}}{3^{-3}} - \frac{1^{-3}}{2^{-3}}\right) \div \frac{1^{-2}}{5^{-2}}\right]$ $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ and $a^m = \frac{1}{a^{-m}}$ என நாம் அறிவோம்.

$$= \left[\left(\frac{3^3}{1^3} - \frac{2^3}{1^3}\right) \div \frac{5^2}{1^2}\right] = \left(\frac{27}{1} - \frac{8}{1}\right) \div 25$$

$$= (27 - 8) \div 25 = \frac{19}{25}$$

எடுத்துக்காட்டு 10 : $x = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$ எனில் x^{-2} ன் மதிப்பை கண்டுபிடி.

தீர்வு : $x = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ என நாம் அறிவோம்.

$$x = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \frac{2^{-4}}{3^{-4}}$$

$$x = \frac{3^2}{2^2} \times \frac{3^4}{2^4} = \frac{3^{2+4}}{2^{2+4}} = \frac{3^6}{2^6} = \left(\frac{3}{2}\right)^6$$

$$x = \left(\frac{3}{2}\right)^6$$

$$x^{-2} = \left[\left(\frac{3}{2}\right)^6\right]^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-12} = \frac{3^{-12}}{2^{-12}} = \frac{2^{12}}{3^{12}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{12}$$

பயிற்சி - 4.1

1. சுருக்குக மற்றும் காரணங்களை எழுதுக.

(அ) 4^{-3} (ஆ) $(-2)^7$ (இ) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$ (ஈ) $(-3)^{-4}$

2. கீழ்க்கண்டவற்றை சுருக்குக.

(அ) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^6$ (ஆ) $(-2)^7 \times (-2)^3 \times (-2)^4$

(இ) $4^4 \times \left(\frac{5}{4}\right)^4$ (ஈ) $\left(\frac{5^{-4}}{5^{-6}}\right) \times 5^3$ (உ) $(-3)^4 \times 7^4$

3. சுருக்குக. (அ) $2^2 \times \frac{3^2}{2^{-2}} \times 3^{-1}$ (ஆ) $(4^{-1} \times 3^{-1}) \div 6^{-1}$

4. சுருக்குக மற்றும் காரணங்களை எழுதுக.

(அ) $(4^0 + 5^{-1}) \times 5^2 \times \frac{1}{3}$ (ஆ) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$

(இ) $(2^{-1} + 3^{-1} + 4^{-1}) \times \frac{3}{4}$ (ஈ) $\frac{3^{-2}}{3} \times (3^0 - 3^{-1})$

(உ) $1 + 2^{-1} + 3^{-1} + 4^0$ (ஊ) $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\right]^2$

5. சுருக்குக மற்றும் காரணங்களைத் தெரிவிக்கவும்.

(அ) $\left[(3^2-2^2)\div\frac{1}{5}\right]^2$ (ஆ) $((5^2)^3\times 5^4)\div 5^6$

6. கீழ்கண்ட ஒவ்வொன்றிற்கும் 'n'ன் மதிப்பை கண்டுபிடி.

(அ) $\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\left(\frac{2}{3}\right)^5=\left(\frac{2}{3}\right)^{n-2}$

(ஆ) $(-3)^{n+1}\times(-3)^5=(-3)^{-4}$

(இ) $7^{2n+1}\div 49=7^3$

7. $2^{-3}=\frac{1}{2^x}$ எனில் 'x' ன் மதிப்பை கண்டுபிடி.

8. சுருக்குக. $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}\div\left(\frac{4}{5}\right)^{-3}\right]\times\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$

9. $m=3$, $n=2$ எனில் கீழ்கண்டவற்றின் மதிப்புகளை கண்டுபிடி.

(அ) $9m^2-10n^3$ (ஆ) $2m^2n^2$ (இ) $2m^3+3n^2-5m^2n$ (ஈ) m^n-n^m

10. சுருக்குக மற்றும் காரணங்களை எழுது. $\left(\frac{4}{7}\right)^{-5}\times\left(\frac{7}{4}\right)^{-7}$

4.3 எண்களை திட்ட வடிவத்தில் தெரிவிக்க அடுக்குக் குறியீடுகளின் பயன்பாடுகள்.

மிகப்பெரிய எண்களை திட்ட வடிவத்தில் எவ்வாறு தெரிவிப்பது என்பதைப்பற்றி முன் வகுப்பில் கற்றுள்ளோம்.

எடுத்துக்காட்டாக $300{,}000{,}000 = 3\times10^8$

மிகச்சிறிய எண்களை திட்ட வடிவத்தில் தெரிவிப்பது எப்படி என்பதைப்பற்றி தெரிந்து கொள்ள இப்போழுது முயலுவோம்.

ஒரு கணிப்பொறி மின்சுற்றிலுள்ள மின்கம்பியின் விட்டம் 0.000003மீட்டர் இருக்குமாறு எடுதுத்துக்கொள்வோம்.

$$0.000003\text{மீ} = \frac{3}{1000000}\text{ மீ}$$

$$= \frac{3}{10^6}\text{ மீ}$$

$$= 3\times10^{-6}\text{ மீ}$$

0.000003ல் தசமப்புள்ளி 6 இடங்களுக்கு வலப் பக்கமாக நகரும்.

அதாவது $0.000003 = 3\times10^{-6}$ மீ

அவ்வாறே 0.00001275 மீட்டர் அளவுள்ள தாவர செல்லை எடுத்துக்கொள்வோம்.

0.00001275ல் தசம புள்ளி இலக்கங்களுக்கு வலப் பக்கமாக நகரும்.

$$0.00001275\text{மீ} = \frac{1275}{100000000} \text{ மீ}$$

$$= 1.275 \times \frac{10^3}{10^8} \text{ மீ}$$

$$= 1.275 \times 10^{-5} \text{ மீ}$$

இதை செய்

1. கீழ்கண்ட எண்களை திட்ட வடிவத்தில் மாற்றி மீண்டும் அவற்றை கூற்றுகளாக எழுதவும்.

   (அ) சூரியனிடமிருந்து பூமி உள்ள தூரம் 149,600,000,000 மீட்டர்கள்.

   (ஆ) சூரியனிடமிருந்து சராசரி ஆரம் 695000 கிலோமீட்டர்கள்.

   (இ) மனித தலைமுடியின் தடிமன் 0.08 மி.மீ முதல் 0.12 மி.மீ வரை.

   (ஈ) எவரெஸ்டு மலையின் உயரம் 8848 மீட்டர்கள்.

2. கீழ்கண்ட எண்களை திட்ட வடிவத்தில் எழுதுக.

   (அ) 0.0000456 (ஆ) 0.000000529 (இ) 0.0000000085

   (ஈ) 6020000000 (உ) 35400000000 (ஊ) 0.000437×10^4

4.4 மிகப்பெரிய மற்றும் மிகச்சிறிய எண்களை ஒப்பிடல்

சூரியனின் விட்டம் 14000000000 மீட்டர் எனவும் பூமியின் விட்டம் 12750000 மீட்டர் எனவும் நாம் அறிவோம். பூமியை விட சூரியன் எவ்வளவு பெரியது என அறிய விரும்பினால் சூரியன் விட்டத்தை பூமியின் விட்டத்தால் வகுக்க வேண்டும்.

அதாவது $\dfrac{14000000000}{12750000}$

இது உனக்கு கடினமானதாக இல்லையா? இந்த விட்டங்களை திட்ட வடிவத்திற்கு மாற்றினால் சூரியன் எவ்வளவு பெரியது என்பதை சுலபமாக காணலாம்.

சூரியனின் விட்டம் = 14000000000 மீ. = 1.4×10^9 மீ.

பூமியின் விட்டம் = 12750000 = 1.275×10^7 மீ.

$$\frac{\text{சூரியனின் விட்டம்}}{\text{பூமியின் விட்டம்}} = \frac{1.4 \times 10^2 \times 10^7}{1.275 \times 10^7}$$

$$= \frac{1.4 \times 10^2}{1.275}$$

$$= 10^2 = 100 \quad \text{(தோராயமாக)}$$

ஆகவே சூரியனின் விட்டம் பூமியின் விட்டத்தை விட சுமார் 100 மடங்கு பெரியது. அதாவது சூரியன், பூமியை விட 100 மடங்கு பெரியது.

மேலும் ஓர் எடுத்துக்காட்டை கவனிப்போம்.

பூமியின் எடை 5.97×10^{24} கி.கி. மற்றும் நிலவின் எடை 7.35×10^{22} கி.கி. இவற்றின் கூடுதல் எவ்வளவு?

பூமியின் எடை = 5.97×10^{24} கி.கி.

நிலாவின் எடை = 7.35×10^{22} கி.கி.

மொத்த எடை = 5.97×10^{24} கி.கி. + 7.35×10^{22} கி.கி.

= $(5.97 \times 10^{2} \times 10^{22}$ கி.கி.$)$ + 7.35×10^{22} கி.கி.

= $(5.97 \times 10^{2} + 7.35) \times 10^{22}$ கி.கி.

= $(597 + 7.35) \times 10^{22}$ கி.கி.

= 604.35×10^{22} கி.கி.

= 6.0435×10^{24} கி.கி.

> திட்ட வடிவத்தில் எண்களை கூட்ட வேண்டுமெனில் அவற்றை ஒரே அடுக்குக்குறி உடைய எண்களாக மாற்ற வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 11 : கீழ்கண்டவற்றை திட்டவடிவத்தில் தெரிவி.

(அ) 4.67×10^{4} (ஆ) 1.0001×10^{9} (இ) 3.02×10^{-6}

தீர்வு : (அ) $4.67 \times 10^{4} = 4.67 \times 10000 = 46700$

(ஆ) $1.0001 \times 10^{9} = 1.0001 \times 1000000000 = 1000100000$

(இ) $3.02 \times 10^{-6} = 3.02/10^{6} = 3.02/1000000 = 0.00000302$

பயிற்சி – 4.2

1. கீழ்கண்ட எண்களை திட்ட வடிவத்தில் தெரிவி.

(அ) 0.000000000947 (ஆ) 543000000000

(இ) 48300000 (ஈ) 0.00009298 (உ) 0.0000529

2. கீழ்கண்ட எண்களை சாதாரண வடிவத்தில் தெரிவி.

(அ) 4.37×10^{5} (ஆ) 5.8×10^{7} (இ) 32.5×10^{-4} (ஈ) 3.71529×10^{7}

(உ) 3789×10^{-5} (ஊ) 24.36×10^{-3}

3. கீழ்கண்ட விவரங்களை திட்ட வடிவத்தில் தெரிவி.

(அ) நுண்கிருமியின் அளவு 0.0000004 மீட்டர்.

(ஆ) சிவப்பு நிற இரத்த அணுக்களின் அளவு 0.000007 மில்லிமீட்டர்.

(இ) ஒளியின் வேகம் 300000000 மீட்டர்/விநாடி.

(ஈ) நிலவுக்கும் பூமிக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் 384467000 மீட்டர்(சுமார்)

(உ) எலக்ட்ரானின் சக்தி 0.000000000000000000016 கூலூம்புகள்.

(ஊ) ஒரு துண்டுத்தாளின் தடிமன் 0.0016 சென்டிமீட்டர்.

(எ) ஒரு கணிப்பொறியின் மின் சுற்றிலுள்ள மின்கம்பியின் விட்டம் 0.000005 சென்டிமீட்டர்.

4. ஒரு புத்தக கட்டில் (Stack) 20மி.மீ. தடிமன் உடைய 5 புத்தகங்களும்,0.16 மி.மீ. தடிமன் உடைய 5 காகிதத்தாள்களும் உள்ளன. புத்தக கட்டின் மொத்த தடிமன் எவ்வளவு?

5. ராகேஷ் என்பவன் கீழ்கண்ட வழிமுறைகளில் சில கணக்குகளை செய்தான். நீ அந்த தீர்வுகளை ஏற்கிறாயா? உன் விவாதத்தில் உண்மையை காண்க.

(அ) $x^{-3} \times x^{-2} = x^{-6}$ (ஆ) $\dfrac{x^3}{x^2} = x^4$ (இ) $(x^2)^3 = x^{2^3} = x^8$

(ஈ) $x^{-2} = \sqrt{x}$ (உ) $3x^{-1} = \dfrac{1}{3x}$

செயல்திட்டம்

உன்னுடைய உயர்நிலைப்பள்ளியிலுள்ள பாடப் புத்தகங்களை புரட்டுக. சிறிய எண்கள் கொண்ட 5 விஞ்ஞான உண்மைகளை சேகரிக்கவும். அவற்றை குறை அடுக்கு குறியீடுகளைக் கொண்டு எழுதவும்.

நாம் கற்றவை

1. அடுக்குக்குறி விதிகள் குறை எண்ணை அடுக்குகளாக கொண்ட எண்களுக்கும் பொருந்தும்.

(அ) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (ஆ) $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n} = \dfrac{1}{a^{n-m}}$ (இ) $(a^m)^n = a^{mn}$

(ஈ) $a^m \times b^m = (ab)^m$ (உ) $a^0 = 1$ (ஊ) $\dfrac{a^m}{b^m} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^m$

2. குறை அடுக்குகளை பயன்படுத்தி மிகச்சிறிய எண்ணை திட்ட வடிவத்தில் எழுதலாம்.
3. பெரிய மற்றும் சிறிய எண்களை ஒப்பிடுதல்.
4. சாதாரண தவறுகளை கண்டறிதல்.

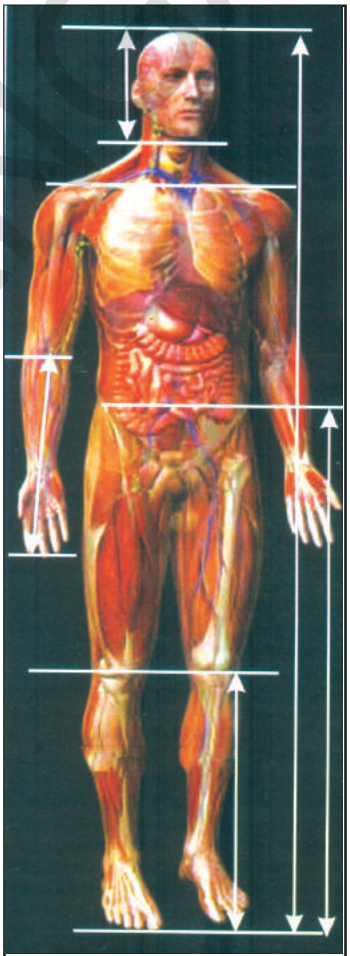
அத்தியாயம் 5

விகிதசமத்தின் மூலம் அளவுகளை ஒப்பிடுதல்

5.1 அறிமுகம்

நம் அன்றாட வாழ்க்கை முறையில், சில சமயங்களில் அளவுகளை ஒப்பிட வேண்டியுள்ளது. விகிதங்களும் சதவீதங்களும் அளவுகளை ஒப்பிட உதவுகின்றன என்பதை நாம் கற்றறிந்துள்ளோம். இப்போது கீழ்கண்ட எடுத்துக்காட்டை கவனிப்போம்.

ஒரு வகுப்பிலுள்ள 40 மாணவர்களிடையே நடைபெற்ற வகுப்பு மாணவியர் தலைவிக்கான வாக்கெடுப்பில் சிநிக்தா 24 வாக்குகள் பெற்று முதல் தலைவியாகவும் 16 வாக்குகள் பெற்ற சிரி இரண்டாம் தலைவியாகவும் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டனர். எனவே சிநிக்தா மற்றும் சிரிக்கு கிடைத்த வாக்குகளின் விகிதம் 24:16. சுருக்கிய பிறகு இந்த விகிதம் என்னவாக இருக்கும்? அது 3:2 ஆகும். ஒரே அளவுடைய இரண்டு பொருட்களை ஒப்பிடுவதை விகிதம் என்பர்.



மனித உடலின் பொன் விகிதம் :
இந்த பொன் விகிதத்திற்கு மனிதர்களும் விதிவிலக்கு அல்ல. உண்மையில் நம் உடலின் வடிவமைப்பு, கடவுளின் விகிதம் என்பதற்கு ஒரு சரியான உதாரணமாகும். கீழ்கண்டவற்றைக்கவனி
- உயரம் : உச்சியிலிருந்து பாதம் வரை உள்ள நீளம்
- தோள்பட்டை கோட்டின் நீளம் : தலையின் நீளம்
- விரல் நுனியிலிருந்து முழங்கையின் நீளம் : மணிக்கட்டிலிருந்து முழங்கையின் நீளம்
- உச்சியிலிருந்து முழங்கால் வரை நீளம் : முழங்காலிருந்து பாதம் வரை நீளம்

1.615:1 என்பது பொன் விகிதம்.

முயன்று பார்

1. உன் மிதிவண்டியின் கியர் விகிதத்தைக் கண்டுபிடி. சிறிய பற்சக்கரத்தில் உள்ள பற்களின் எண்ணிக்கையை கணக்கிடு. மேலும் பெரிய பற்சக்கரத்தில் உள்ள பற்களின் எண்ணிக்கையை கணக்கிடு.

பெரிய பற்சக்கரத்தில் உள்ள பற்கள் : சிறிய பற்சக்கரத்தில் உள்ள பற்கள்.

இதையே கியர் விகிதம் என்கிறோம். பெரிய பற்சக்கரம் ஒரு முறை சுற்றும் போது சிறிய பற்சக்கரம் எத்தனை முறை சுற்றும்?

2. ஏதேனும் ஐந்து வெவ்வேறு சூழ்நிலைகளில் சதவீதங்களுக்கு தொடர்புடைய தினசரி செய்திதாள்களின் விவரங்களை கத்தரித்து சேகரிக்கவும்

கலப்பு விகிதம் :

சில சமயங்களில் இரண்டு விகிதங்களை ஒரே விகிதத்தில் கூற வேண்டிய நிலை உண்டாகிறது. இதைப் புரிந்துக் கொள்ள கீழ்கண்ட எடுத்துக்காட்டை எடுத்துக் கொள்வோம். ராமய்யா, கோபால் இருவரும் ஒரு வியாபாரத்தை முறையே ₹2000, ₹3000 முதலீடுகளுடன் தொடங்கினர். ஒரு வருடக்கடைசியில் அவர்களுக்கு கிடைத்த வருட இலாபத்தை எந்த விகிதத்தில் பங்கிட்டுக் கொள்வர்?

முதலீடுகளின் விகிதம் = 2000: 3000

= 2: 3

வருடம் முழுவதும் அவர்களின் முதலீடுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

மாதம்	ஜனவரி	பிப்ரவரி	மார்ச்	ஏப்ரல்	மே	ஜூன்	ஜூலை	ஆகஸ்ட்	செப்டம்பர்	அக்டோபர்	நவம்பர்	டிசம்பர்	மொத்த பங்குகள்
ராமய்யாவின் பங்குகள்	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	24
கோபாலின் பங்குகள்	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	36

பங்குகளின் விகிதங்கள் = 24: 36

= 2: 3 மேலும் காலத்தின் விகிதம் = 1:1

இதிலிருந்து என்ன தெரிந்துக் கொள்கிறாய்? காலத்தின் விகிதம் சமமாக இருக்கும் போது முதலீடுகளின் விகிதம் பங்குகளின் விகிதத்திற்கு சமமாக உள்ளது. எனவே வருடக்கடைசியில் லாபம் 2:3 என்ற விகிதத்தில் பகிர்ந்துக் கொள்ள வேண்டும்.

மேலுள்ள எடுத்துக்காட்டில்,

வகை 1 : அவர்கள் ஒவ்வொருவரும் ₹5000 முதலீடுசெய்து வியாபாரத்தை ஆரம்பித்தனர் எனக் கொள்வோம். ஆனால் ராமய்யா 12 மாதங்களும் கோபால் 9 மாதங்களும் வியாபாரம் செய்தனர். இப்போது அதே இலாபத்தை எவ்வாறு பங்கிட்டுக் கொள்வர்? அவர்கள் ஒரே முதலீட்டுடன் வியாபாரத்தை ஆரம்பித்தால் இலாபத்தையும் ஒரே விகிதத்தில் பங்கிட்டுக் கொள்ள வேண்டும் எனக் கூற முடியுமா?

முதலீடுகளின் வகிதம் = 5000 : 5000 = 1: 1

மாதம்	ஜனவரி	பிப்ரவரி	மார்ச்	ஏப்ரல்	மே	ஜுன்	ஜுலை	ஆகஸ்ட்	செப்டம்பர்	அக்டோபர்	நவம்பர்	டிசம்பர்	மொத்த பங்குகள்
ராமய்யாவின் பங்குகள்	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	12
கோபா-ன் பங்குகள்	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	–	–	–	9

பங்குகளின் விகிதம் = 12: 9 = 4: 3 மேலும் காலங்களின் விகிதம் = 12:9=4:3. அவர்களுடைய முதலீடுகள் சமம். எனவே அவர்களுடைய இலாபத்தை அவர்களுடைய பங்குகளின் விகிதத்தில் பங்கிட்டுக் கொள்வர். அதாவது அவர்களுடைய காலத்தின் விகிதத்தில் பங்கிட்டுக் கொள்வர்.

வகை 2 : இப்போது ராமய்யா ₹ 2000ஐ 12 மாதங்களுக்கு முதலீடு செய்தார் எனவும் கோபால் ₹ 3000ஐ 9 மாதங்களுக்கு முதலீடு செய்தார் எனவும் கொள்வோம். இப்போது வருடக்கடைசியில் இலாபத்தை எந்த விகிதத்தில் பங்கிட்டுக் கொள்வர்? முதலீடுகளின் விகிதத்திலா அல்லது காலத்தின் விகிதத்திலா? ராமய்யா குறைவான தொகையை அதிகமான காலத்திற்கு முதலீடு செய்கிறார். கோபால் அதிகமான தொகையை குறைந்த காலத்திற்கு முதலீடு செய்கிறார். இங்கு நமக்கு முதலீடு, காலம் இரண்டுமே முக்கியமானதாக உள்ளது. இப்போது எவ்வாறு செய்ய வேண்டும்?

முதலீடுகளின் விகிதம் = 2000: 3000 = 2:3

காலங்களின் விகிதம் = 12: 9 = 4:3

மாதம்	ஜனவரி	பிப்ரவரி	மார்ச்	ஏப்ரல்	மே	ஜுன்	ஜுலை	ஆகஸ்ட்	செப்டம்பர்	அக்டோபர்	நவம்பர்	டிசம்பர்	மொத்த பங்குகள்
ராமய்யாவின் பங்குகள்	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	₹ ₹	24
கோபா-ன் பங்குகள்	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	₹ ₹ ₹	–	–	–	27

பங்குகளின் விகிதம் = 24 : 27 = 8 : 9

= $(2 \times 12) : (3 \times 9)$ = 8 : 9 (மேலுள்ள அட்டவணையைக் கவனி)

இங்கு முதலீடுகளின் விகிதம் 2:3. காலங்களின் விகிதம் 4:3. எனவே பங்குகளின் விகிதம் $(2 \times 12): (3 \times 9)$ = 8 : 9. எனவே அவர்கள் வருடக்கடைசியில் இலாபத்தை 8 : 9 என்ற விகிதத்தில் பிரித்துக் கொள்ள வேண்டும். முதலீடுகளின் விகிதத்திற்கும், காலங்களின் விகிதத்திற்கும், பங்குகளின் விகிதத்திற்கும் ஏதேனும் தொடர்பு உள்ளதா?

பங்குகளின் விகிதத்தை இவ்வாறு எழுதலாம் 8 : 9 = 2 : 3 : : 4:3

முன்னுறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பின்னுறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன்

இரண்டு சாதாரண விகிதங்களை ஒரு விகிதத்தில் எழுதலாம். அதாவது முன்னுறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் : பின்னுறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் என எழுதலாம். இதையே கூட்டு விகிதம் என்கிறோம். விகிதங்களை பெருக்குவதால், அவற்றை கூட்டு விகிதமாக மாற்றலாம்.

a : b மேலும் c : d என்பவை இரண்டு விகிதங்கள் எனில் அவற்றின் கூட்டு விகிதம் $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ அதாவது ac: bd.

முயன்று பார்

1. கீழ்கண்ட விகிதங்களின் கூட்டு விகிதத்தைக் காண்.
   (a) 3 : 4 மேலும் 2 : 3 (b) 4 : 5 மேலும் 4 : 5 (c) 5 : 7 மேலும் 2 : 9
2. அன்றாட வாழ்க்கையில் கூட்டு விகிதத்திற்கு சில உதாரணங்கள் கொடு.

சதவீதம் :

கீழ்கண்ட எடுத்துக்காட்டை கவனி.

M. K. நகர் உயர்நிலைப்பள்ளி மாணவர்கள் ஒரு நிதித் திரட்டு விழாவிற்காக டிக்கெட்டுகளை விற்க முடிவு செய்தனர். 8ஆம் வகுப்பு மாணவர்கள் 300 டிக்கெட்டுகளையும் 7ஆம் வகுப்பு மாணவர்கள் 250 டிக்கெட்டுகளையும் விற்பதற்காக எடுத்துக் கொண்டனர். விழாவிற்கு ஒரு மணி நேரத்திற்கு முன்பு 8ஆம் வகுப்பு மாணவர்கள் 225 டிக்கெட்டுகளையும், 7ஆம் வகுப்பு மாணவர்கள் 200 டிக்கெட்டுகளையும் விற்றனர். எந்த வகுப்பு மாணவர்கள் அவர்களுடைய இலக்கிற்கு அருகில் உள்ளனர்? எந்த வகுப்பு மாணவர்கள் அவர்களின் இலக்கிற்கு அருகில் உள்ளனர் என்பதை அறிய 225:300 மற்றும் 200:250 ஆகிய விகிதங்களை ஒப்பிட வேண்டும். 8ஆம் வகுப்பு மாணவர்களின் விகிதம் 3:4. ஏழாம் வகுப்பு மாணவர்களின் விகிதம் 4:5. இதை நேரடியாக ஒப்பிட்டு கூறுவது கடினம் அவற்றை ஒப்பிட சரியான மற்றும் சமமான விகிதம் தேவை.

இவற்றை ஒப்பிட அவற்றை சதவீதங்களாக மாற்றுவது ஒருமுறை. ஒரு சதவீதம் (%) 100க்கு ஒப்பிடப்படுகிறது. சதவீதம் என்பது ஒவ்வொரு நூற்றுக்கும் அல்லது நூற்றுக்கு என்பதைக் குறிக்கும்.

100% = $\frac{100}{100}$. இது 100ஐ பகுதியாகக் கொண்ட ஒரு பின்னமாகும்.

8ஆம் வகுப்பு மாணவர்கள் விற்ற டிக்கெட்டுகளின் சதவீதம் = $\frac{3}{4} \times \frac{100}{100} = \frac{75}{100}$ = 75%

7ஆம் வகுப்பு மாணவர்கள் விற்ற டிக்கெட்டுகளின் சதவீதம் = $\frac{4}{5} \times \frac{100}{100} = \frac{80}{100}$ = 80%

இதிலிருந்து 7ஆம் வகுப்பு மாணவர்கள் அவர்களுடைய இலக்கிற்கு அருகில் உள்ளனர் என்பது நமக்கு புரிகிறது. சதவீதம் என்பது 100 பங்குகளுக்கு எத்தனை பங்குகள் என்பதாகும். எனவே இதில் பகுதி 100 என செய்யப்படுகிறது. எனவே கொடுக்கப்பட்ட விகிதத்தின் பின்னத்தில் தொகுதி, பகுதியை 100ஆல் பெருக்குகிறோம்.

நாம் சதவீதத்தை ஒரு பொதுவான அளவீட்டில் உபயோகிக்கலாம்.

அறிமுகப் பகுதியில் சிநிக்தா மற்றும் சிரிக்கு கிடைத்த வாக்குகளை விகிதத்தின் முலம் ஒப்பிட்டோம். இப்போது அதையே சதவீதத்தின் மூலம் ஒப்பிடுவோம்.

சிநிக்தாவுக்கு கிடைத்த வாக்குகள் 40க்கு 24 அல்லது 5க்கு 3 எனலாம். எனவே வாக்குகளின் சதவீதம் $\frac{3}{5}\times 100\% = 60\%$	அலகியல் முறை : மொத்தம் 40 வாக்குகளுக்கு சிநிக்தாவுக்கு கிடைத்த வாக்குகள் 24. எனவே சிநிக்தாவுக்கு 100 வாக்குகளுக்கு கிடைத்த வாக்குகள்= $\frac{24}{40}\times 100 = 60$ 100 வாக்குகளுக்கு 60 வாக்குகள் கிடைத்தது. எனவே அவள் வாக்குகளின் சதவீதம் = 60%

மாணவர்கள் அனைவரும் வாக்களித்ததால்,

சிநிக்தாவுக்கு கிடைத்த வாக்குகளின் சதவீதம் + சிரிக்கு கிடைத்த வாக்குகளின் சதவீதம் = 100%

60% + சிரிக்கு கிடைத்த வாக்குகளின் சதவீதம் = 100%

எனவே சிரிக்கு கிடைத்த வாக்குகளின் சதவீதம் = 100% – 60% = 40%

5.2 மிகுதிப்படுத்தப்பட்ட அல்லது குறைவுப்படுத்தப்பட்ட சதவீதம் காணல்

கீழ்கண்ட சூழ்நிலைகளைக் கவனி :

* வகுப்பின் அளவு 10% அதிகரித்தது.
* வீடுகளின் விலை 12% குறைந்தது.
* 2020வது வருடத்திற்குள் CO_2 ன் விடுவிப்பு 25% குறைக்கப்பட வேண்டும்.

மாற்றப்பட்ட அளவுகள் எப்போதும் உண்மையான அளவின் சதவீதங்களுடன் ஒப்பிட்டு கூறப்படுகிறது.

மிகுதிப்படுத்தப்பட்ட அல்லது குறைவுப்படுத்தப்பட்ட சதவீதங்களைப் பற்றிய கணக்குகள் இரண்டு முறைகளில் தீர்க்கப்படுகின்றன.

1. ஒரு விற்பனை மேலாளர் தன் குழுவில் உள்ளவர்களை முந்தைய மாத வியாபாரம் ₹98,700-ஐ விட 35% அதிகப்படுத்த வேண்டும் எனக் கூறுகிறார். அவர்களுடைய வியாபார இலக்கு எவ்வளவு?

முந்தைய மாத வியாபாரம் = ₹ 98,700. ₹ 98,700 ன் 35% $= \frac{35}{100}\times 98,700$ = ₹ 34545 இந்த மாத வியாபார இலக்கு = ₹ 98,700 + 34,545 = ₹ 1, 33, 245.	அலகியல் முறை : 35% உயர்வு என்பது ₹ 100 ஐ ₹ 135க்கு அதிகப்படுத்த வேண்டும். ₹ 98,700 என்பது எவ்வளவு அதிகப்படுத்த வேண்டும்? அதிகப்படுத்திய வியாபாரம் = ₹ $\frac{135}{100}\times 98,700$ = ₹ 1,33,245.

விலையில் குறைக்கப்பட்ட சதவீதம் என்பது உண்மையான விலையிலிருந்து குறைத்த விலையை கழிப்பதாகும். இதைத் தெரிந்துக் கொள்ள ஒரு எடுத்துக்காட்டை காண்போம்.

(2) காலணிகளின் உண்மையான விலை ₹. 550. அவை 10% குறைவான விலையில் விற்கப்படுகின்றன. காலணிகளின் புதிய விலை என்ன?

காலணிகளின் விலை = ₹ 550.

குறைத்த விலை = ₹ 550 ல் 10%

$= \frac{10}{100} \times 550$ = ₹ 55.

புதிய விலை = உண்மையானவிலை – குறைத்த விலை = ₹ 550 – ₹ 55 = ₹ 495.

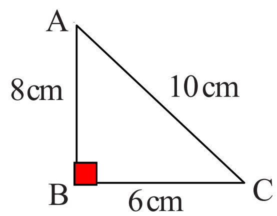
அளகியல் முறை:
10% குறைப்பு எனில்
₹ 100 என்பது ₹ 90ஆக குறைக்கப்பட்டது
₹ 550க்கு குறைக்கப்பட்டது எவ்வளவு?
புதிய விற்றவிலை $= \frac{90}{100} \times 550$ = ₹ 495

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

1. ஓர் எண்ணின் இருமடங்கு, அந்த எண்ணை 100% அதிகரிக்கிறது. அந்த எண்ணில் பாதியை எடுத்துக் கொண்டால் அது எவ்வளவு சதவீதம் குறையும்?
2. ₹2000 என்பது ₹2400ஐவிட எத்தனை சதவீதம் குறைவு? இந்த குறைந்த சதவீதம், ₹ 2400 என்பது ₹ 2000 ஐ விட எத்தனை சதவீதம் அதிகம் என்பதற்கு சமமா?

பயிற்சி-5.1

1. கீழ்கண்டவற்றின் விகிதத்தை எழுது.
   (i) சுமிதா தன் அலுவலகத்தில் 6 மணி நேரம் வேலை செய்கிறாள். காஜல் 8 மணி நேரம் அவளுடைய அலுவலகத்தில் வேலை செய்கிறாள். அவர்களுடைய வேலை நேரத்தின் விகிதம் என்ன?
   (ii) ஒரு பாத்திரத்தில் 8 லிட்டர் பால் உள்ளது. மற்றொன்றில் 750மில்லிலிட்டர் உள்ளது.
   (iii) மிதிவண்டியின் வேகம் 15 கி.மீ/மணி மற்றும் ஸ்கூட்டரின் வேகம் 30கி.மீ/மணி.
2. 5:8 மற்றும் 3:7 –ன் கூட்டுவிகிதம் 45: x எனில் xன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.
3. 7:5 மற்றும் 8:x ன் கூட்டுவிகிதம் 84:60 எனில் xன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி
4. 3:4 மற்றும் 4:5ன் தலைகீழ் விகிதத்தின் கூட்டுவிகிதம் 45: x எனில் x ன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.
5. ஒரு ஆரம்பப் பள்ளியில் 60 மாணவர்களுக்கு 3 ஆசிரியர்கள் இருக்க வேண்டும். 400 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு பள்ளியில் எத்தனை ஆசிரியர்கள் இருக்க வேண்டும்?
6. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் ABC என்பது ஒரு முக்கோணம், ஒரு ஜோடி பக்கங்களை எடுத்துக் கொண்டு, கிடைக்கும் அனைத்து விகிதங்களையும் எழுது. (AB : BC = 8 : 6)



7. ஒரு தேர்வில் வகுப்பிலுள்ள 24 மாணவர்களில் 9 பேர் 75% மதிப்பெண்களை பெற்றனர். 75%க்கு அதிகமான மதிப்பெண்களை பெற்ற மாணவர்களுக்கும், 75% க்கு குறைவான மதிப்பெண்களை பெற்ற மாணவர்களுக்கும் உள்ள விகிதத்தைக் கண்டுபிடி.
8. MISSISSIPPI' என்ற வார்த்தையில் உள்ள ஆங்கில உயிரெழுத்துகளுக்கும், மெய்யெழுத்துகளுக்கும் உள்ள விகிதத்தை சுருக்கிய வடிவில் காண்க.
9. ராஜேந்திரன், ரெஹனா இருவரும் சொந்தமாக வியாபாரம் செய்கின்றனர். ரெஹனா ஒவ்வொரு மாதமும் 25% லாபத்தை பெறுகிறார். ரெஹனா குறிப்பிட்ட மாதத்தில் ₹ 2080 லாபம் பெறுகிறார் எனில் அந்த மாதத்தில் அவர்களுடைய மொத்த லாபத்தைக் காண்க?
10. முக்கோணம் ABC ல் $AB = 2.2$ செ.மீ, $BC = 1.5$செ.மீ, $AC = 2.3$செ.மீ. முக்கோணம் XYZ ல் $XY = 4.4$ செ.மீ, $YZ = 3$ செ.மீ, $XZ = 4.6$செ.மீ எனில் $AB : XY$, $BC : YZ$, $AC : XZ$ ஆகிய விகிதங்களைக் கண்டுபிடி. ΔABC மற்றும் ΔXYZ ன் ஒத்த பக்கங்களின் நீளங்கள் விகித சமத்தில் உள்ளனவா?
(குறிப்பு : இரண்டு முக்கோணங்களின் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதங்கள் சமம் எனில் அவை விகிதசமத்தில் இருக்கும்)
11. மாதுரி சூப்பர் மார்க்கெட்டுக்குச் சென்றாள். பொருட்களின் விலைகள் கீழ்கண்டவாறாக இருந்தன. அரிசியின் விலை 5% குறைந்தும், ஜாம் மற்றும் பழங்கள் 8% குறைந்தும், எண்ணெய், பருப்பு ஆகியவை 10%. அதிகரித்தும் இருந்தன. தற்போது மாற்றப்பட்ட விலைகளைக் காண மாதுரிக்கு கீழே கொடுக்கப்பட்ட அட்டவணையை பூர்த்தி செய்து உதவுங்கள்.

விவரம்	உண்மையாண விலை கி.கி.க்கு	மாற்றப்பட்ட விலை கி.கி.க்கு
அரிசி	₹ 30	
ஜாம்	₹ 100	
ஆப்பிள்	₹ 280	
எண்ணெய்	₹ 120	
பருப்பு	₹ 80	

12. ஒரு சங்கத்தில் கடந்த வருடம் 2075 பேர் பதிவு செய்திருந்தனர். இந்த வருடம் பதிவு 4% குறைந்தது எனில்
(a) எத்தனை பதிவுகள் குறைந்தன?
(b) இந்த வருடம் பதிவு செய்தவர்கள் எத்தனை பேர்?
13. ஒரு விவசாயி கடந்த வருடம் 1720 மூட்டைகள் பருத்தியை உற்பத்தி செய்தார். இந்த வருடம் 20% அதிகமாக விளைச்சல் கிடைக்கும் என எதிர்பார்க்கிறார். இந்த வருடம் அவர் எத்தனை மூட்டை பருத்தியை எதிர்பார்க்கிறார்?
14. கோட்டுத்துண்டு AB யின் மையப்புள்ளிக்கு இருபுறமும் P மற்றும் Q எனும் இருபுள்ளிகள் அமைந்துள்ளன. P புள்ளி AB யை $2 : 3$, என்ற விகிதத்திலும், Q புள்ளி AB யை $3 : 4$ என்ற விகிதத்திலும் பிரிக்கின்றது. $PQ = 2$, எனில் கோட்டுத்துண்டு AB. யின் நீளத்தைக் கண்டுபிடி.

5.3. தள்ளுபடியைக் காணல்

பெரிய கடைகளிலும் சூப்பர் மார்க்கெட்டுகளிலும் விலையை பொருட்களின் மேல் குறித்திருப்பதை பார்த்திருப்பீர்கள். இவ்விலையை என்னவென்கிறோம். இதையே பொருளின் குறித்த விலை என்கிறோம். இந்த விலைகள் தொழிற்சாலைகளின் கொடுக்கப்பட்ட விலைப் பட்டியலைப் பொருத்து அமைந்திருக்கும். இந்த விலையை பட்டியல் விலை என்கிறோம்.

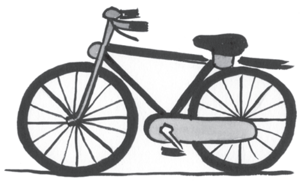
ரவி ஒரு புத்தகத்தை வாங்க கடைக்குச் சென்றான். புத்தகத்தின் மேல் பதிவு செய்யப்பட்ட விலை ₹ 80. ஆனால், அந்த கடைக்காரர் அவனுக்கு 15% தள்ளுபடி அளித்தார். ரவி புத்தகத்தை வாங்க எவ்வளவு கொடுக்க வேண்டும்?

நாம் அன்றாட வாழ்க்கையில் பொருட்களின் மேல் தள்ளுபடி அளிப்பதை நிறைய சந்தர்பங்களில் கண்டுள்ளோம்.

இந்த தள்ளுபடியை வியாபாரத் தள்ளுபடி எனவும் அழைக்கிறோம். இந்த தள்ளபடி, குறித்த விலை அல்லது பட்டியல் விலையின் மேல் கொடுக்கப்படுகிறது.

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டில் ரவி 15% தள்ளுபடியைப் பெறுகிறான். பதிவு செய்த விலை ₹80 எனில் தள்ளுபடி $\frac{15}{100} \times 80$ = ₹ 12 எனவே அவன் ₹80 - ₹12 = ₹68. கொடுக்க வேண்டும். மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகளைக் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 1: ஒரு மிதிவண்டியின் குறித்த விலை ₹ 3600 மற்றும் விற்ற விலை ₹ 3312. இதில் தள்ளுபடி எவ்வளவு? தள்ளுபடி சதவீதம் என்ன?



தீர்வு : தள்ளுபடி = குறித்த விலை - விற்றவிலை

= ₹ 3600 - ₹ 3312 = ₹ 288

தள்ளுபடி என்பது குறித்த விலையின் மேல் கணக்கிடப்படுவதால், தள்ளுபடி சதவீதம் காண குறித்த விலையை ஆதாரமாக கொள்ள வேண்டும்..

₹ 3600 குறித்த விலையில் தள்ளுபடி ₹ 288

₹ 100 குறித்த விலையில் தள்ளுபடி என்ன?

தள்ளுபடி சதவீதம் = $\frac{288}{3600} \times 100 = 8\%$

தள்ளுபடி சதவீதம் கொடுத்த போது தள்ளுபடியையும் கணக்கிடலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 2: ஒரு மின்விசிறியின் குறித்த விலை ₹ 1600. கடைக்காரர் அதில் 6% தள்ளுபடி அளிக்கிறார் எனில் அதன் விற்ற விலை என்ன?

தீர்வு:

ராஜ் இவ்வாறு தீர்வு காண்கிறான்

தள்ளுபடி = ₹ 1600-ல் 6%

$= \frac{6}{100} \times 1600 = ₹96$

விற்றவிலை = குறித்தவிலை - தள்ளுபடி

$= ₹\ 1600 - ₹\ 96$

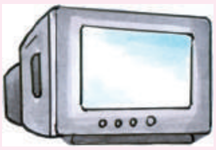
$= ₹\ 1504.$

லதா இதை மற்றொரு முறையில் செய்கிறாள். 6% குறைவு என்பது ₹100ஐ ₹94 என குறைக்கப்படுகிறது எனில் ₹1600 என்பது எவ்வளவாக குறைக்கப்பட வேண்டும்? விற்றவிலை

$= \frac{94}{100} \times 1600 = ₹1504$

முயன்று பார்

1. கீழ்கண்ட ஒவ்வொரு விவரத்தின் விற்ற விலையைக் காண்

விவரம்	குறித்த விலை ₹ல்	தள்ளுபடி	விற்றவிலை ₹ ல்
	450	7%	
	560	9%	
	250	5%	
	15000	15%	

எடுத்துக்காட்டு 3: நீலிமா ஒரு புதிய உடை வாங்க கடைக்குச் சென்றாள். உடையின் குறித்த விலை ₹1000. கடைக்காரர் 20% தள்ளுபடி கொடுத்து மேலும் 5% தள்ளுபடி கொடுக்கிறார். இந்த அடுத்தடுத்த தள்ளுபடிகளுக்கு சமமான ஒரே ஒரு தள்ளுபடியைக் கண்டுபிடி.

தீர்வு : பொருளின் குறித்த விலை = ₹ 1000.

முதல் தள்ளுபடி சதவீதம் = 20%

முதல் தள்ளுபடி 1000க்கு 20%

$= \frac{20}{100} \times 1000$ = ₹ 200

முதல் தள்ளுபடிக்கு பிறகு விலை = ₹ 1000 – ₹ 200

= ₹ 800.

இரண்டாவதாக கொடுத்த தள்ளுபடி = 5%

இரண்டாவது தள்ளுபடி = ₹ 800 க்கு 5%

$= \frac{5}{100} \times 800$ = ₹ 40

இரண்டாவது தள்ளுபடிக்கு பிறகு விலை = ₹ 800 – ₹40 = ₹ 760.

சரியான விற்ற விலை = ₹760.

20% தள்ளுபடி என்பது ₹100ஐ ₹ 80க்கு குறைக்கப்பட்டது. 5% தள்ளுபடி என்பது ₹ 100ஐ ₹ 95க்கு குறைக்கப்பட்டது.

∴ சரியான விற்றிவலை

$= 1000 \times \frac{80}{100} \times \frac{95}{100}$

= ₹ 760

கொடுக்கப்பட்ட தள்ளுபடிக்கு சமமான ஒரே ஒரு தள்ளுபடி = ₹ 1000 – ₹ 760 = ₹ 240.

₹ 1000க்கு தள்ளுபடி ₹ 240

இதன் தள்ளுபடி சதவீதம் = $\frac{24\cancel{0}}{1\cancel{0}\,\cancel{00}} \times \cancel{100}$ = 24%

இதிலிருந்து என்ன அறிகிறாய்? ஒரே தள்ளுபடி சதவீதம் என்பது இரண்டு அடுத்தடுத்த தள்ளுபடிகளின் சதவீதங்களின் மொத்தத்திற்கு சமமாக உள்ளதா?

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

பிரீத்தி ஒரு உடை வாங்க கடைக்குச் சென்றாள். அதனுடைய குறித்த விலை ₹2500. கடைக்காரர் 5% தள்ளுபடி கொடுத்தார். அதிகமான தள்ளுபடிக்காக கேட்ட போது அவர் மேலும் 3% தள்ளுபடி கொடுத்தார். அவளுக்கு கடைசியில் கிடைத்த தள்ளுபடி எவ்வளவு? அது ஒரே முறையில் கொடுத்தால் 8% தள்ளுபடிக்கு சமமாகுமா? இதைப்பற்றி சிந்தித்து, நண்பர்களுடன் கலந்து ஆலோசித்து பிறகு உன் நோட்டு புத்தகத்தில் எழுது.

5.4 சதவீதங்களை மதிப்பீடு செய்தல்

ஒரு கடையில் நீ கட்ட வேண்டிய தொகை ₹ 477.80. அந்த கடைக்காரர் 15% தள்ளுபடி கொடுக்கிறார். நீ கட்ட வேண்டிய பணத்தை எவ்வாறு மதிப்பிடுவாய்?

கொடுக்கவேண்டிய ₹ 477.80ஐ ₹480 ஆக முழுமையாக்கிக் கொள். பிறகு இதன் 10% ஐ கணக்கிடு. அது ₹48. பிறகு அதில் பாதியை எடுத்துக்கொள். அது ₹ 24. எனவே தள்ளுபடி ₹48+₹24=₹72. எனவே கொடுக்க வேண்டிய பணம் சுமாராக ₹410.

முயன்று பார்

(i) ₹357.30 ல் 20% ஐ மதிப்பீடு செய்க (ii) ₹375.50ல் 15% ஐ மதிப்பீடு செய்க

5.5 லாபமும் நஷ்டமும்

வாங்கல் மற்றும் விற்றலுக்கு சம்பந்தப்பட்ட விலைகள் (லாபமும் நஷ்டமும்) கீழ்கண்ட சந்தர்ப்பங்களைக் கவனி.

- ☐ சீதா ஒரு நாற்காலியை ₹750க்கு வாங்கி ₹900க்கு விற்றார்.
- ☐ மேரி 10 கிராம் தங்கத்தை ₹25000க்கு கடந்த வருடம் வாங்கி இந்த வருடம் ₹30,000க்கு விற்றார்.
- ☐ ரஹீம் ஒரு மிதிவண்டியை ₹1600க்கு வாங்கி அதற்கு அடுத்த வருடம் ₹1400க்கு விற்றார்.
- ☐ அனிதா ₹ 4.8 இலட்சத்திற்கு ஒரு கார் வாங்கி இரண்டு வருடம் கழித்து ₹ 4.1 இலட்சத்திற்கு விற்றார்.
- ☐ ஹரி ₹ 9 இலட்சத்திற்கு ஒரு வீடு வாங்கி அதற்கு ₹1 இலட்சம் செலவு செய்து பழுது பார்த்தார்.பின்னர் அதை ₹10.7 இலட்சத்திற்கு விற்றார்.

மேற்கண்ட நான்கு எடுத்துக்காட்டுகளில் லாபம் அல்லது நஷ்டம் என்பது வாங்கிய விலை மற்றும் விற்ற விலையின் வித்தியாசமாகும்.

ஆனால் கடைசி எடுத்துக்காட்டில், ஹரி எவ்வளவு லாபம் பெற்றான்? இலாபம் ₹ 1.7 இலட்சமா? இல்லை. அவர் வீட்டை விற்கும் முன்பு பழுது பார்ப்பதற்காக செலவு செய்துள்ளார். இந்த விதமான செலவுகளை என்னவென்று கூறலாம்?

சில சமயங்களில் கடைக்காரர் போக்குவரத்து செலவு, பராமரிப்பு, கூ–, பழுது பார்த்தல், தரகு, கிடங்கு வாடகை ஆகியவற்றிற்காக செலவு செய்கிறார். மேலும் பொருட்களை வாங்கவும் செலவு செய்ய வேண்டிவரும். இந்த விதமான கூடுதலான செலவுகளை மேல்செலவுகள்(Overhead Expences) என்கிறோம். இவை வாங்கிய விலையுடன் சேர்க்கப்படுகின்றன. லாபம் அல்லது நஷ்டத்தை கணக்கிட மேல் செலவுகளைச் சேர்த்தபிறகு கிடைக்கும் விலையை வாங்கிய விலையாகக் கொண்டு கணக்கிடுகிறோம்.

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

வாங்கிய விலை = விற்ற விலை எனில் என்னவாகும்? இவ்விதமான சூழ்நிலைகளை நம் அன்றாட வாழ்க்கையில் காண்கிறோமா? இந்த வகையில் லாப சதவீதம் அல்லது நஷ்ட சதவீதம் காண்பது மிகவும் சுலபமாகும். ஆனால் அவற்றை சதவீதங்களில் எழுதுவது மிகவும் அர்த்தமுள்ளதாகிறது. லாப % என்பது வாங்கிய விலையின் **மிகுதிப்படுத்தப்பட்ட சதவீதமாகும்**. நஷ்ட % என்பது வாங்கிய விலையின் **குறைவுபடுத்தப்பட்ட சதவீதமாகும்**.

இங்கு சில எடுத்துக்காட்டுகளைக் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 4: ராதிகா இரண்டாம்தர பொருள்களை வியாபாரம் செய்கிறார். அவர் ஒரு குளிர்சாதன பெட்டியை இரண்டாம் தரமாக ₹ 5000க்கு வாங்கினார். அதற்கு ₹100 போக்குவரத்து செலவு மேலும் ₹500 ஐ பழுது பார்த்தலுக்கு செலவு செய்கிறார்.பின்னர் அதை ₹ 7000க்கு விற்றார்.
(i) குளிர்சாதனப் பெட்டியின் மொத்த வாங்கியவிலை (ii) லாப அல்லது நஷ்ட சதவீதம் கண்டுபிடி.

தீர்வு: (i) மொத்த வாங்கிய விலை = வாங்கியவிலை + போக்குவரத்து+பழுதுபார்த்த செலவுகள்

= ₹ (5000 + 100 + 500) = ₹ 5600

எனவே மொத்தம் வாங்கிய விலை ₹5600.

(ii) விற்றவிலை ₹ 7000. இங்கு விற்ற விலை > வாங்கிய விலை. எனவே இங்கு லாபம் கிடைக்கிறது.

₹ 5600 வாங்கிய விலைக்கு இலாபம் ₹ 1400

₹ 100 வாங்கிய விலை எனில் இலாபம் என்ன?

லாபசதவீதம் $= \frac{1400}{5600} \times 100$ = 25%

எடுத்துக்காட்டு 5: வினய் ₹4,50,000க்கு ஒரு வீட்டை வாங்கினார். ₹ 10,000ஐ வீட்டில் ஓவியங்கள் வரைவதற்கும் பழுதுபார்த்தலுக்கும் செலவிட்டார். பிறகு அதை ₹ 4,25,500க்கு விற்றார். அவருடைய லாப அல்லது நஷ்ட சதவீதத்தைக் கணக்கிடு.

தீர்வு : மொத்தம் வாங்கிய விலை = வாங்கிய விலை + மேல் செலவுகள்.

= ₹ (4,50,000 + 10,000) = ₹ 4,60,000.

விற்றவிலை ₹ 4,25,500. இங்கு விற்றவிலை < வாங்கியவிலை என்பதைக் காணலாம். எனவே இது நஷ்டமாகும்.

நஷ்டம் = வாங்கிய விலை – விற்றவிலை

$= ₹\ 4,60,000 - ₹\ 4,25,500 = ₹\ 34,500.$

வாங்கியவிலை ₹ 4, 60, 000 எனில் நஷ்டம் ₹34,500, வாங்கிய விலை ₹100 எனில் நஷ்ட சதவீதம் என்ன?

நஷ்டசதவீதம் $= \frac{34,500}{4,60,000} \times 100$ = 7.5%

எடுத்துக்காட்டு 6 : வெங்கட் 50 டஜன் வாழைப்பழங்களை ₹1250க்கு வாங்கினார். அவருடைய போக்குவரத்து செலவு ₹250. அதில் 5 டஜன் வாழைப்பழங்கள் அழுகியதால் அவற்றை விற்க முடியாது. மீதியை அவர் டஜன் ₹35 வீதம் விற்கிறார். அவருக்கு கிடைப்பது லாபமா? நஷ்டமா? லாப (அ) நஷ்ட சதவீதத்தைக் கண்டுபிடி.

தீர்வு : மொத்த வாங்கிய விலை = வாழைப்பழங்களின் வாங்கிய விலை + போக்குவரத்து செலவு

$= ₹\ 1250 + ₹\ 250 = ₹1500.$

விற்ற வாழைப்பழங்கள் (டஜன்கள்) = வாங்கிய வாழைப்பழங்கள் (டஜன்கள்) – அழுகிய வாழைப்பழங்கள் (டஜன்கள்)

= 50 - 5 = 45

விற்றவிலை = ₹ 35 $\times$45 = ₹ 1575

விற்றவிலை > வாங்கிய விலை. எனவே இங்கு இலாபம் கிடைக்கிறது.

இலாபம் = வி.வி – வா.வி

= ₹ 1575 - ₹ 1500

= ₹ 75

₹ 1500 வாங்கியவிலை எனில் லாபம் ₹75

₹ 100 வாங்கிய விலை எனில் லாபம் என்ன?

லாபசதவீதம் $= \frac{75}{1500} \times 100 = 5\%$

எடுத்துக்காட்டு 7: மாலிக் இரண்டு மேஜைகளை ஒவ்வொன்றும் ₹ 3000க்கு விற்றார். அவர் ஒரு மேஜையின் மேல் 20% லாபமும் மற்றொன்றின் மேல் 20% நஷ்டமும் அடைகிறார். மொத்தத்தில் அவருடைய லாப அல்லது நஷ்ட சதவீதத்தைக் கண்டுபிடி.

தீர்வு :

முதல் மேசை	இரண்டாம் மேசை
விற்றவிலை = ₹ 3000 இலாப சதவீதம் = 20% இலாப சதவீதம் என்பது வாங்கிய விலையின் மேல் அதிகபடுத்தப்பட்ட சதவீதம். விற்ற விலை ₹ 120 எனில் வாங்கிய விலை ₹ 100. விற்ற விலை ₹ 3000 எனில் வாங்கிய விலை என்ன ? வாங்கிய விலை= ₹ $100 \times \frac{3000}{120}$ = ₹ 2500	விற்ற விலை = ₹ 3000 நஷ்ட சதவீதம் = 20% நஷ்ட சதவீதம் என்பது வாங்கிய விலையின் குறைவுபடுத்தப்பட்ட சதவீதம். விற்ற விலை ₹ 80 எனில் வாங்கிய விலை ₹ 100. விற்ற விலை ₹ 3000 எனில் வாங்கிய விலை? வாங்கிய விலை = ₹ $100 \times \frac{3000}{80}$ = ₹ 3750

இரண்டு மேசைகளின் வாங்கிய விலை = ₹ 2500 + ₹ 3750 = ₹ 6250

இரண்டு மேசைகளின் விற்ற விலை = ₹ 3000 + ₹ 3000 = ₹ 6000.

எனவே வாங்கிய விலை > விற்றவிலை எனவே இது நஷ்டமாகும்.

நஷ்டம் = வாங்கிய விலை – விற்றவிலை = ₹ 6250 – ₹ 6000

= ₹ 250

₹ 6250 வாங்கியவிலை எனில் நஷ்டம் ₹ 250

₹ 100 வாங்கிய விலை எனில் நஷ்டம் என்ன?

நஷ்ட சதவீதம் = $250 \times \frac{100}{6250} = 4\%$

எனவே மொத்தத்தில் 4% நஷ்டம் கிடைக்கிறது.

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

ஒரு கடைக்காரர் இரண்டு டி.விக்களை ஒவ்வொன்றும் ₹9,900 க்கு விற்றார். அவர் ஒன்றின் மேல் 10% லாபத்திற்கும், மற்றொன்றை 10% நஷ்டத்திற்கும் விற்றார். மொத்த வியாபாரத்தில் அவருக்கு லாபமா? நஷ்டமா? என்ன சதவீதம்?

5.6 விற்பனை வரி/மதிப்பு கூட்டு வரி (VAT)

ஒவ்வொரு விற்பனையிலும் அரசாங்கம் வரி வசூலிக்கிறது. இதையே மதிப்பு கூட்டுவரி என்கிறோம். கடைக்காரர் இதை நுகர்வோரிடம் இருந்து வசூலித்து அரசாங்கத்திற்கு கட்டுகிறார். அரசாங்கம் இந்த விதமான வரிகளை ஏன் விதிக்கிறது? உனக்குத் தெரியுமா? இந்த விதமாக வசூலித்த வரிகளைக் கொண்டு மக்களுக்கு நற்பணிகளைச் செய்கிறது.

விற்பனை வரி என்பது நகர்த்தக் கூடிய (Movable) பொருள்களின் விற்பனையின் மேல் விதிக்கப்படும் வரி ஆகும். VAT என்பது விற்பனை வரியைப் போன்றது. ஆனால் இது பொருட்களின் மேல் மட்டுமே விதிக்கப்படுகிறது. ஆனால் சேவைகளின் மேல் அல்ல. இந்த வரி சதவீதம் பொருளுக்கு பொருள் மாறுபடுகிறது. பொதுவாக மிக மிக அவசியமான பொருட்களின் மேல் VAT நீக்கப்பட்டுள்ளது. 1% தங்கம் மற்றும் விலையுயர்ந்த கற்களுக்கும், 5% தொழிற்சாலை தேவைக்கான பொருட்கள் மற்றும் மூலதனப் பொருட்களுக்கும் மேலும் 14.5% மற்ற பொருட்களின் மேல் வரி வசூலிக்கப்படுகிறது. விற்றவிலையின் மேல் வரி வசூலிக்கப்பட்டு, நாம் செலுத்தும் பணத்துடன் சேர்க்கப்படுகிறது.

கணபதி ஒரு மருந்துக்கடைக்குச் சென்று தன் தாய்க்காக சில மருந்துகளை வாங்கினான். அந்த கடைக்காரர் கொடுத்த பட்டியலில் மொத்தம் ₹ 372.18. அதில் 5% வரி சேர்ந்துள்ளது. (i) வரி சேர்க்காதபோது விலைபட்டியல் மொத்தத்தைக் கண்டுபிடி.

Tax Invoice No. : 2012?301549007214 Date : 15-09-2012 20:48:31

Name : Ganpathi Age : 35 Gender : Doc:dr Do.Reg. No. :

Cus.ID:20121301549000617 Add: Sainathpura)

S.	Product	Mfgr	Sch	Batch	Exp.	MRP.	Rate	Qty	Amount
1	BETATROP TAB	SUN	H	BSK4198	12-14	5.9	5.9	60	318.60
2.	ECOSPRIN 150 MG TAB	USV	H	04004652	05-14	0.4242857	0.38	42	16.04
3.	LASIX 40 MG TAB	AVENTIS	H	0212016	03-16	0.44733334	0.40	15	6.04
4.	ELDERVIT PLUS CAD	ELDER	C	SE0022008	08-13	2.3333333	2.10	15	31.5

Amount saved : 41.35 VAT ON ` 354.45 @ 5% = 17.72 Total : 372.18

Rounded Total : 372.00

மேலே உள்ள விலைப்பட்டியலிலிருந்து பட்டியல் தொகை = ₹354.45

வரி 5% = ₹ 17.72 எனவும் தெளிவாகத் தெரிகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 8: ஒரு ஜதை காலணிகளின் விலை ₹450. இதற்கு விற்பனை வரி 6%. எனில் கட்டவேண்டிய தொகையைக் கண்டுபிடி.

தீர்வு : ₹ 100க்கு விற்பனை வரி ₹ 6.

₹ 450க்கு விற்பனை வரி என்ன?

கட்ட வேண்டிய விற்பனை வரி = ₹ $\frac{6}{100} \times 450$ = ₹ 27.

கட்ட வேண்டிய தொகை = பொருளின் விலை + விற்பனை வரி

= ₹ 450 + ₹ 27 = ₹ 477.

5.7 சரக்கு மற்றும் சேவை வரி (GST) :

இது சரக்கு மற்றும் சேவைகளுக்கான ஒரு சேர விதிக்கப்படும் மறைமுக வரி ஆகும். இது இந்தியாவில் நிலவிய பல்வேறு வரிகள் அதாவது விற்பனை வரி மேலும் சுங்க வரி ஆகியவற்றை நீக்குவதற்காக ஜுலை மாதம் 2017ல் அறிமுகம் செய்யப்பட்டது. GSTன் கீழ் விதிக்கப்படும் வரியானது நுகர்வின் மதிப்புகளின் அடிப்படையுடன் சரக்கு மற்றும் சேவைகளின் ஒவ்வொரு நிலைகளின் மதிப்புகளையும் சேர்ந்ததாகும். ஏறக்குறைய அனைத்து பொருட்கள் மற்றும் சேவைகளின் மீது பல்வேறு நிலைகளில் வரியின் விகிதங்கள் அதாவது 3%, 5%, 12%, 18% மற்றும் 28% என விதிக்கப்படுகிறது. இது

நாடு முழுவதும் ஒரே விதமாக உள்ளது. இதன் மூலம் கிடைப்பதில் 50% மத்திய அரசாங்கத்திற்கும் (CGST), 50% மாநில அரசாங்கத்திற்கும் (SGST) செல்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 9: விக்னேஷ் ஒரு கடைக்குச் சென்று தன் குடும்பத்திற்காக அழுக்குப்போக்கிகளை வாங்கினான். கடைக்காரர் கொடுத்த விலை ரசீது இவ்வாறாக இருந்தது. பொருட்களின் மொத்தவிலை ₹2200 இதில் 18% GSTம் அடங்கும் எனில் GSTக்கு முன் பொருட்களின் விலையை கண்டுபிடி மேலும் GSTயி-ருந்து CGST மற்றும் SGSTன் பங்கையும் கண்டுபிடி.

விவரம்	எண்ணிக்கை	ஒன்றின் விலை	மொத்தவிலை
சோப்பு	100	20	2000
சோப்புத்தூள்	2	100	200
மொத்தம்			2200

தீர்வு:

GST உட்பட ரசீதில் குறிப்பிட்டிருந்த விலை = ₹2200

ரசீதில் குறிப்பிட்டிருந்த GSTன் மதிப்பு = 18 = ₹2200$\times\frac{18}{100}$ = ₹396

GSTக்கு முன் ரசீதில் குறிப்பிடப்பட்டிருந்த விலை= ₹2200 – ₹396 = ₹1804

GSTல் CGSTன் சதவீதம் = 50%

GSTல் SGSTன் சதவீதம் = 50%

GSTல் CGSTக்கு கிடைத்த தொகை = ₹396$\times\frac{50}{100}$ = ₹198

இவ்வாறே GSTல் SGSTக்கு கிடைத்த தொகை = ₹396$\times\frac{50}{100}$ = ₹198

எடுத்துக்காட்டு 10: ஒரு ஜோடி காலணிகளின் விலை ₹1000 இதில் 5% GST விதிக்கப்படுகிறது எனில் ரசீதில் குறிப்பிட்டிருந்த விலையை கண்டுபிடி.

தீர்வு:

₹100க்கு ₹5 GSTஆக வழங்கப்படுகிறது.

₹1000க்கு வழங்கப்படும் வரி?

வழங்கப்படும் GST = ₹$\frac{5}{100}\times$ 1000 = ₹50

ரசீதில் குறிப்பிடப்பட்டிருந்த விலை = பொருளின் விலை + GST

= ₹1000 + ₹50 = ₹1050

பயிற்சி-5.2

1. 2012 வருட கணக்கெடுப்பின்படி உலகிலேயே 36.4 கோடி மக்கள் இணையதளத்தை உபயோகிக்கிறார்கள் என மதிப்பிடப்பட்டது. அடுத்த 10 வருடங்களில் இந்த எண்ணிக்கை 125% அதிகமாகும் என எதிர்பார்க்கப்படுகிறது. 2022ல் உலகளவில் இணையதளத்தை உபயோகிப்பவர்கள் எத்தனை பேராக இருக்கும் என்பதை மதிப்பிடுக.
2. ஒரு வீட்டு முதலாளி ஒவ்வொரு வருடமும் அந்த வருட வாடகையில் 5% அதிகப்படுத்துவார். தற்போதைய மாத வாடகை ₹ 2500 எனில் இரண்டு வருடத்திற்கு பிறகு அந்த வீட்டு வாடகை என்ன?

3. பங்கு சந்தையில் ஒரு கம்பெனியின் ஒரு பங்கு திங்கட்கிழமை ₹7.50 ஆக இருந்தது. இந்த விலை செவ்வாய்கிழமை 6% உயர்ந்தது, புதன்கிழமை 1.5% குறைந்தது மற்றும் வியாழக்கிழமை 2% குறைந்தது எனில் வெள்ளிக்கிழமை தொடக்கத்தில் ஒரு பங்கின் விலை என்ன?
4. நகல் எடுக்கும் இயந்திரங்களில் கொடுக்கப்பட்ட மூல காகிதத்தை சதவீதத்தை கொடுத்து அதிகரிக்கவோ அல்லது குறைக்கவோ செய்யலாம். ரேஷ்மா தன்னுடைய 2 செ.மீ படத்தை 4 செ.மீக்கு அதிகரிக்க நினைத்தாள். எனவே நகல் எடுக்கும் இயந்திரத்தில் 150% என கொடுத்து படத்தின் நகலை எடுத்தாள். அவள் எடுத்த நக-ன் அளவு என்னவாக இருக்கும்?
5. ஒரு புத்தகத்தின் குறித்த விலை ₹150. அதில் தள்ளுபடி 15%. புத்தகம் வாங்க கொடுக்க வேண்டிய பணம் எவ்வளவு?
6. ஒரு பரிசுப்பொருளின் குறித்த விலை ₹176 மற்றும் விற்ற விலை ₹165 எனில் தள்ளுபடி சதவீதத்தைக் கண்டுபிடி ?
7. ஒரு கடைக்காரர் ஒரு மின்சார விளக்கு ₹10 வீதம் 200 விளக்குகளை வாங்கினார். அதில் 5 பல்புகள் பழுதாகியதால் அதை எடுத்துவைத்து விட்டார். மீதியுள்ள பல்புகளை ஒவ்வொன்றும் ₹12 வீதம் விற்றார்.அவருக்கு கிடைத்த லாப அல்லது நஷ்ட சதவீதத்தைக் கண்டுபிடி.
8. கீழே கொடுக்கப்பட்ட அட்டவணையில் தேவையான இடங்களை நிரப்புக.

வ. எண்	வாங்கிய விலை	செலவுகள்	விற்ற விலை	லாபம்	நஷ்டம்	லாபசதவீதம்	நஷ்டசதவீதம்
1	₹ 750	₹ 50		₹ 80			
2	₹ 4500	₹ 500			₹ 1,000		
3	₹ 46,000	₹ 4000	₹ 60,000				
4	₹ 300	₹ 50				12%	
5	₹ 330	₹ 20					10%

9. ஒரு மேசை 5% லாபத்தில் ₹2,142க்கு விற்கப்பட்டது. 10% லாபம் கிடைக்க எவ்வளவு விலைக்கு விற்க வேண்டும்?
10. கோபி ஒரு கை கடிகாரத்தை 12% லாபத்திற்கு இப்ராஹிம்க்கு விற்றான். இப்ராஹிம் அதை 5% நஷ்டத்திற்கு விற்றார். ஜான். ₹ 1,330 கொடுத்தால் கோபி எவ்வளவு விலைக்கு விற்றிருப்பான்?
11. மது, கவிதா இருவரும் ஒரு புதிய வீட்டை ₹3,20,000க்கு வாங்கினர். சில காரணங்களின் காரணமாக அதை ₹ 2, 80,000 விற்றனர். அவர்கள் அடைந்த நஷ்டம் மற்றும் நஷ்டசதவீதம் கண்டுபிடி.
12. ஒரு இரண்டாந்தர கார் விற்பனை கடையில் ஒருவர் ஒரு இரண்டாந்தர காரை ₹ 1,50,000க்கு வாங்கினார் அதற்கு ₹20,000க்கு வண்ணம் பூசுதல் மற்றும் பழுது பார்க்கும் செலவுகளைச் செய்தார். பிறகு அதை ₹2,00,000க்கு விற்றார். இதில் அவருக்கு கிடைத்தது லாபமா?நஷ்டமா? எத்தனை சதவீதம் ?
13. லலிதா அவளுடைய பிறந்தநாளை நண்பர்களுடன் கொண்டாட ஒரு உணவகத்திலிருந்து ஒரு பார்சலைக் கொண்டு வந்தாள். அதற்கான விலை பட்டியல் 5% வரியை சேர்த்து ₹1,450ஆக இருந்தது. லலிதா தள்ளுபடி கேட்டபோது முதலாளி பட்டியலின் தொகையில் 8% தள்ளுபடி கொடுத்தார். இப்போது லலிதா உணவக முதலாளிக்கு கொடுக்க வேண்டிய தொகை என்ன?

14. வரி என்பது பொருளின் விலையுடன் சேர்க்கப்பட்டிருந்தால், பொருளின் உண்மையான விலையைக் கீழ்கண்ட அட்டவணையில் எழுது.

வ.எண்	விவரம்	GST %	விலைப்பட்டியல் தொகை (₹ல்)	உண்மையான விலை (₹ ல்)
1	வைரம்	3%	₹10,300	
2	பிரஷர் குக்கர்	12%	₹3360	
3	முக பூச்சு(face powder)	28%	₹ 256	

15. ஒரு கைப்பேசி நிறுவனம் ஒரு கைப்பேசியை 4500 என நிர்ணயித்தது. ஒரு வியாபாரி அந்த கைப்பேசியை 12%GSTஐ கூடுதலாக கொடுத்து வாங்கினார் எனில் அந்த வியாபாரி GSTக்காக கொடுத்த பணம் எவ்வளவு?கைப்பேசியின் விலை என்ன?

16. ஒரு பல்பொருள் அங்காடியில் ஒரு பொருளின் விலை ரூபாய் மேலும் பைசாவாக உள்ளது. வரியை சேர்க்கும் போது அது ரூபாயாக மட்டும் மாறுகிறது வரிக்கு பின்னர் உள்ளவிலை 'n' (n என்பது மிகை முழு எண்) எனில் n-ன் மிகச்சிறிய மதிப்பு என்ன?

5.8 கூட்டு வட்டி

வங்கிகளிலும், தபால் அலுவலகங்களிலும் சேமிப்பில் உள்ள தொகைக்கு வட்டி கொடுக்கப்படும். மேலும் கடனாக வாங்கியவர்களிடம் வட்டி வசூலிக்கப்படும். வட்டி என்பது அந்த வருட வட்டி சதவீதத்தின் படி அசலுக்காக கொடுக்கப்படும் அதிகமான தொகை ஆகும்.

ஆனால் எவ்வாறு இந்த வட்டி கணக்கிடப்படுகிறது? ஒரு கடனுக்கான அசலின் மேல் கடன் காலம் முழுவதற்கும் மாற்றமில்லாத வட்டியைக் கணக்கிடும் முறையை என்னவென்கிறோம்? ஆம், அதையே சாதாரண வட்டி என்கிறோம். அது அசலின் மேல் அதிகப்படுத்தப்பட்ட சதவீதமாகும். இதை ஒரு எடுத்துக்காட்டின் மூலம் புரிந்துக் கொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 11: ₹2500 ஐ 12% வருடவட்டிவீதம் 3 வருடங்களுக்கு கடனாக வாங்கப்பட்டது. 3 வருடத்திற்கு இந்த கடனிற்கான வட்டியையும், 3 வருட கடைசியில் கட்ட வேண்டிய மொத்தத்தையும் கண்டுபிடி

தீர்வு : 12% வருடவட்டி என்பது ₹ 100க்கு ஒரு வருடத்திற்கான வட்டி ₹12 எனில் ₹2500க்கு ஒரு வருடத்திற்கு கட்ட வேண்டிய வட்டி என்ன?

ஒரு வருடத்திற்கு கட்ட வேண்டிய வட்டி = ₹ $\frac{12}{100} \times 2500 = ₹300$

3 வருடங்களுக்கு வட்டி = ₹ $3 \times \frac{12}{100} \times 2500$ = ₹ 900.

$$I = \frac{T \times R \times P}{100} = \frac{PTR}{100}$$

$I =$ வட்டி, $P =$ அசல் $= ₹\,2500$ $T =$ காலம் (வருடங்களில்) $= 3$,
$R =$ வட்டிவீதம் $= 12$

3 வருடக்கடைசியில் கட்ட வேண்டிய தொகை = அசல் + வட்டி

= ₹2500 + ₹900 = ₹3400.

மொத்த தொகை = அசல் + வட்டி = $P + \frac{P \times T \times R}{100} = P\left(1 + \frac{T \times R}{100}\right)$

T = 1 வருடம் எனில் மொத்தம் $A = P\left(1 + \frac{R}{100}\right)$

முயன்று பார்

அட்டவணையை நிரப்பு

வ.எண்.	அசல் (P)₹ல்	காலம் (T) வருடங்களில்	வட்டிவீதம் வருடவட்டி (R)%ல்	வட்டி (I) = $\frac{P \times T \times R}{100}$ (₹ல்)
1	3000	3	6	
2		2	5	50
3	1875		12	675
4	1080	2.5		90

ரமேஷ் சீனுவிடம் வருடத்திற்கு 10% வட்டிவீதம் ₹100ஐ கடனாக வாங்கினான். 2 வருடம் கழித்து சீனுவின் கடனைத் திருப்பிக் கொடுக்கச் சென்றான். ரமேஷ் ₹120ஐக் கொடுத்தான். ஆனால் சீனு இன்னும் ₹1 தர வேண்டும் என்றான். கணக்கில் உள்ள வேறுபாட்டைக் காண இருவரும் ஒரு காகிதத்தின் மேல் கீழ்கண்டவாறு கணக்கிட்டனர்.

ரமேஷின் கணக்கீடு			சீனுவின் கணக்கீடு		
முதல் வருடம்	அசல் 10% வட்டி மொத்தம்	₹ 100 ₹ 10 ₹ 110	முதல் வருடம்	அசல் 10% வட்டி மொத்தம்	100 ₹ 10 ₹ 110
இரண்டாம் வருடம்	அசல் 10% வட்டி இரண்டு வருடக் கடைசியில் மொத்தம்	₹ 100 ₹ 10 = அசல் + முதல் வருட வட்டி + 2ம் வருடவட்டி = 100+10+10 = ₹ 120	இரண்டாம் வருடம்	அசல் 10% வட்டி இரண்டு வருடக் கடைசியில் மொத்தம்	₹ 110 ₹ 11 ₹ 121

இரண்டு முறைகளிலும் உள்ள வேறுபாடு ₹1. ஏன் இருமுறைகளிலும் வேறுபாடு உள்ளது? இரண்டாம் ஆண்டு வட்டி கணக்கிடும் போது ரமேஷ் அசலை ₹ 100 என்றும் சீனு அசலை ₹110 என்றும் எடுத்துக் கொண்டுள்ளது உனக்கு தெளிவாகத் தெரிகிறது. ரமேஷ் வட்டி கணக்கிட்ட முறையை சாதாரண வட்டி என்கிறோம். சீனு வட்டி கணக்கிட்ட முறையை என்னவென்று கூறுகிறோம் எனத் தெரியுமா? சீனுவின் முறையில் முதல் ஆண்டு அசலுடன் வட்டியைக் கூட்டி அந்த மொத்தத்தை இரண்டாம் ஆண்டின் அசலாக கொண்டு அந்த ஆண்டின் வட்டி கணக்கிடப்பட்டுள்ளது. இதையே கூட்டுவட்டி என்கிறோம். இந்த கூட்டுவட்டியின் மூலம் வட்டியின் மேல் வட்டி சம்பாதிக்க முடிகிறது. எந்த விதமான வட்டிமுறையை நீ எந்த சமயத்தில் தேர்ந்தெடுப்பாய்?

5.9 கூட்டுவட்டிக்கான சூத்திரத்தை தருவித்தல்

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டின் மூலம் சீனு கூட்டு வட்டியைக் கணக்கிட்டதைக் காணலாம். 1 அல்லது இரண்டு வருடங்களுக்கு இந்த முறை எளிமையானது. ஆனால் 2 வருடங்களுக்கு மேல் கணக்கிடும் போது இதே முறையைச் செய்யலாம்? கூட்டுவட்டியைக் காண ஏதேனும் சுருக்கு முறை உள்ளதா? ஏதேனும் ஒரு எடுத்துக்காட்டின் மூலம் காணலாம்.

T = 1வருடம் எனில் மொத்தம் (A) = $P\left(1+\frac{R}{100}\right)$ என்பது சாதாரணவட்டி முறையாகும்.

P_1= 10,000 R = வருடத்திற்கு 12% என்க

சீனுவின் கணக்கீடு முறை			சீனுவின் கணக்கீடு முறையின் பொது வடிவம்		
முதல் வருடம்	அசல் P_1 மொத்தம்A_1	₹ 10,000 $=10000\left(1+\frac{12}{100}\right)$ $= 10000\left(\frac{112}{100}\right)$ = ₹ 11,200	முதல் வருடம்	அசல் மொத்தம்A_1	P_1 $A_1= P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)$
2ம் வருடம்	அசல் P_2 மொத்தம் A_2	₹ 11,200 $11200\left(1+\frac{12}{100}\right)$ $= 11200\left(\frac{112}{100}\right)$ = ₹ 12,544	2ம் வருடம்	அசல் மொத்தம்A_2	$P_2 = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)$ $A_2 = P_2\left(1+\frac{R}{100}\right)$ $= P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)\left(1+\frac{R}{100}\right)$ $= P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)^2$

இவ்வாறே தொடர்ந்து செய்துக்கொண்டே சென்றால் ‘n’ வருடக்கடைசியில்

$$A_n = P_1\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

சுருக்கமாக $A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$ என்று கூறலாம்.

இந்த முறையைப் பயன்படுத்தி ‘n’ வருடக்கடைசியில் ஆகும் மொத்தத்தை மட்டுமே காண முடியும். கூட்டு வட்டியை எவ்வாறு கணக்கிடுவது? ஆம் இது மிகவும் சுலபம். கிடைத்த மொத்தத்திலிருந்து அசலைக் கழித்தால் கூட்டு வட்டியைக் காணலாம்.

$$\text{கூட்டு வட்டி} = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n - P$$

எனவே சாதாரண வட்டிக்கும் கூட்டு வட்டிக்கும் உள்ள வித்தியாசம் என்ன? சாதாரணவட்டி ஒவ்வொருவருடமும் சமமாக இருக்கும். ஆனால் கூட்டு வட்டியில் காலம் அதிகமாக அதிகமாக வட்டியும் அதிகமாகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 12: ₹ 5000 ஐ 8% வட்டிவீதம் 2 வருடத்திற்கு முதலீடு செய்தால் கூட்டு வட்டி முறையில் கிடைக்கும் மொத்தம் என்ன? கூட்டு வட்டி என்ன?

தீர்வு : $P = ₹\,5000;\quad R = 8\%\quad n = 2$ வருடம்

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$= 5000\left(1+\frac{8}{100}\right)^2$$

$$= 5000\times\frac{108}{100}\times\frac{108}{100} = ₹\ 5832.$$

சம்பாதித்த கூட்டு வட்டி = மொத்தம் – அசல்

= ₹ 5832 – ₹ 5000

= ₹ 832

இதை செய்

1. ₹ 20,000 ஐ 5% வருட வட்டிவீதம், ஆண்டிற்கு ஒருமுறை வட்டி கணக்கிடும் முறையில் முதலீடு செய்தால் 6 வருடக்கடைசியில் எவ்வளவு கூட்டு வட்டி சம்பாதிக்கலாம்?
2. ₹12600ஐ 10% வருட வட்டிவீதம், ஆண்டிற்கு ஒரு முறை வட்டி கணக்கிடும் முறையில் 2 வருடக்கடைசியில் கிடைக்கும் கூட்டு வட்டியைக் கணக்கிடு.

5.10 வருடத்திற்கு அல்லது 6 மாதத்திற்கு (அரை வருடத்திற்கு) கூட்டுவட்டி காணல்

மேற்கண்ட கணக்குகளில் ஆண்டிற்கு ஒரு முறை என்பதை உபயோகிக்கிறோம்? இதில் ஏதேனும் முக்கியத்துவம் உள்ளதா? ஆம். ஏனெனில் கூட்டுவட்டி 6 மாதங்களுக்கு ஒரு முறை அல்லது 3 மாதங்களுக்கு ஒரு முறையும் கணக்கிடப்பட்டுகிறது.

கூட்டு வட்டி வருடத்திற்கு ஒரு முறை கணக்கிடப்படாத போது வட்டியை அசலுடன் சேர்க்கும் காலத்தை என்னவென்கிறோம்? அதை காலமாற்றம் என்கிறோம். 6 மாதங்களுக்கு ஒரு முறை வட்டி கணக்கிடும் போது வருடத்தில் 6 மாதத்திற்கு ஒரு முறை வீதம் 2 கால மாற்றங்களில் கூட்டுவட்டி சேர்க்கப்படுகிறது. இந்த முறையில் வட்டிவீதம் வருட வட்டிவீதத்தில் பாதியாகவும் $R/2$ எனவும் N=2 எனவும் எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 13: 6 மாதத்திற்கு ஒரு முறை கூட்டு வட்டி முறையில் ₹1000க்கு 10% வருட வட்டிவீதம் 1 வருடக்கடைசியில் ஆகும் கூட்டு வட்டியைக் காண்.

தீர்வு : 6 மாதத்திற்கு ஒரு முறை கூட்டு வட்டி கணக்கிடுவதால் கூட்டு வட்டி கணக்கிடும் காலம் வருடத்திற்கு 2 முறை.

எனவே $n=2$

6 மாதத்திற்கு வட்டிவீதம் = $\frac{1}{2}\times 10\% = 5\%$

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$A = 1000\left(1+\frac{5}{100}\right)^2$$

$$= 1000\left(\frac{105}{100}\right)^2$$

$= ₹1102.50$

கூட்டு வட்டி $= A - P = 1102.50 - 1000 = ₹\ 102.50$

இதை செய்

கீழ்கண்டவற்றில் எத்தனை காலமாற்று முறைகளில் வட்டி கூட்டப்படுகிறது ? வட்டிவீதம் காண்க.

1. ஒரு தொகைக்கு $1\frac{1}{2}$ வருடத்திற்கு 8% வருட வட்டிவீதம் 6 மாதங்களுக்கு ஒரு முறை கூட்டு வட்டி கணக்கிடும் முறையில் ஆகும் மொத்தம்.
2. ஒரு தொகைக்கு 2 வருடங்களுக்கு 4% வருட வட்டிவீதம் 6 மாதங்களுக்கு ஒரு முறை கூட்டு வட்டி கணக்கிடும் முறையில் ஆகும் மொத்தம்.

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

3 மாதங்களுக்கு ஒரு முறை கூட்டு வட்டி கணக்கிட்டால் என்ன செய்ய வேண்டும்? அப்போது எத்தனை கால மாற்றங்களில் வட்டி கணக்கிடப்படும்? கால் வருட வட்டிவீதம் எவ்வாறு வருட வட்டிவீதத்தில் கணக்கிடப்படுகிறது? உன் நண்பர்களுடன் கலந்து ஆலோசித்து எழுது.

எடுத்துக்காட்டு 14: 6 மாதங்களுக்கு ஒரு முறை கூட்டு வட்டி கணக்கிடும் முறையில் ₹ 12000 கடனுக்கு $1\frac{1}{2}$ வருடக்கடைசியில் 10% வருட வட்டிவீதம் கட்ட வேண்டிய மொத்தம் என்ன?

தீர்வு : 6 மாதத்திற்கு ஒரு முறை கூட்டு வட்டி கணக்கிடப்படுவதால் $1\frac{1}{2}$ வருடத்திற்கு கால மாற்றங்கள் 3. எனவே $n = 3$

வட்டிவீதம் $= \frac{1}{2}\times 10\% = 5\%$

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$A = 12000\left(1+\frac{5}{100}\right)^3$$

$$= 12000\left(\frac{105}{100}\right)^3 = ₹13891.50$$

கூட்டு வட்டி = $A - P$

= 13891.50 – 12000

= ₹ 1891.50

எடுத்துக்காட்டு 15: யாதய்யா தன் குடும்பத் தேவைக்காக ₹5120 ஐ $12\frac{1}{2}$% வருட வட்டிவீதம் ஆண்டிற்கு ஒரு முறை கூட்டு வட்டி முறையில் கடன் வாங்கினார். இரண்டு வருடம் 9 மாதம் கடைசியில் கடனை அடைக்கும் போது அவர் எவ்வளவு மொத்தம் கட்ட வேண்டும்? அவன் எவ்வளவு வட்டி கட்டினார் என்பதையும் கணக்கிடு.

தீர்வு : ரேஷ்மா கீழ்கண்ட முறையில் கணக்கைத் தீர்க்க முயற்சி செய்தாள். அவள் முத-ல் காலத்தை வருடங்களாக மாற்றினாள்.

2 வருடம் 9 மாதம் = $2\frac{9}{12}$ வருடம் = $2\frac{3}{4}$ வருடங்கள்

அதை சூத்திரத்தில் பிரதியீடு செய்தாள். எனவே $A = 5120\left(1+\frac{25}{200}\right)^{2\frac{3}{4}}$

இதற்கு மேல் செய்ய முடியவில்லை. அவள் ஆசிரியரிடம் அடுக்கு பின்னத்தில் இருந்தால் என்ன செய்வது என கேட்டாள். ஆசிரியர் ஒரு குறிப்பு கொடுத்தார். முதலில் முழு பாகத்திற்கு மொத்தத்தைக் கண்டுபிடி. பிறகு அந்த மொத்தத்தை அசலாகக்கொண்டு சாதாரண வட்டியை $\frac{3}{4}$ வருடத்திற்கு கணக்கிடு என்று கூறினார்.

எனவே $A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n \Rightarrow A = 5120\left(1+\frac{25}{200}\right)^2 = 5120\left(\frac{225}{200}\right)^2$

= ₹ 6480

மீதியுள்ள 9 மாதத்திற்கு வட்டி = $6480 \times \frac{25}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{100}$ = ₹ 607.50.

யாதய்யா 2 வருடம் 9 மாதக் கடைசியில் கட்டவேண்டிய மொத்தம்

= 6480 + 607.50 = ₹ 7087.50

மொத்தம் கூட்டு வட்டி = 7087.50 - 5120 = ₹ 1967.50

5.11 கூட்டு வட்டி சூத்திரத்தின் பயன்பாடு

இந்த கூட்டுவட்டி சூத்திரத்தை எங்கு உபயோகிக்கிறோம்? கூட்டுவட்டி என்பது வட்டியை கணக்கிடுவதற்கு மட்டுமல்லாமல் சில கணக்கீடுகளிலும் உபயோகிக்கிறோம். எடுத்துக்காட்டாக,

- ஜனத்தொகை பெருக்கம் (குறைவு)
- பாக்டீரியாக்களின் வளரும் விகிதம் தெரிந்திருந்தால் அவற்றின் வளர்ச்சியைத் தெரிந்துக் கொள்ளலாம்.
- ஒரு பொருளின் விலையை சில வருடங்களில் அதிகமாகும் (குறையும்) போது விலையை மதிப்பிடலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 16: ஒரு கிராமத்தின் ஜனத்தொகை 6250. ஒவ்வொரு வருடமும் 8% ஜனத்தொகை அதிகமாகிறது என கணக்கிடப்பட்டுள்ளது எனில் இரண்டு வருடங்கள் கழித்து அந்த கிராமத்தின் ஜனத்தொகையைக் கண்டுபிடி.

தீர்வு : இங்கு $P = 6250$ $\quad R = 8\%$ $\quad T = 2$ வருடங்கள்

இரண்டு வருடங்களுக்கு பிறகு ஜனத்தொகை $A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

$$A = 6250\left(1+\frac{8}{100}\right)^2 = 6250\left(\frac{108}{100}\right)^2$$

$$= 7290$$

எடுத்துக்காட்டு 17: ஒரு ரப்பர் பந்து குறிப்பிட்ட உயரத்திலிருந்து கீழே போடப்பட்டது. அது தரையின் மேல் பட்டு எழும்பி முதல் உயரத்தில் 90% உயரத்தை அடைந்தது. அதே பந்தை 25மீ உயரமான கட்டிடத்திலிருந்து கீழே போட்டால் அது தரையில் இரண்டு முறை பட்டு, எழும்பினால் அது எவ்வளவு உயரத்திற்கு எழும்பும்?

தீர்வு : பந்து முதல் எழும்புக்கு பிறகு 90% உயரத்தை அடைகிறது. எனவே ஒவ்வொரு எழும்புக்கும் 10% உயரம் குறையும். எனவே $R = -10\%$ எடுத்துக்கொண்டு கணக்கைத் தீர்க்க வேண்டும்.

$P =$ 25மீ $\quad n = 2$

தரையில் இரண்டு முறை பட்டு, எழும்பி ஆனபிறகு எழும்பும் உயரம்

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$A = 25\left(1-\frac{10}{100}\right)^2 = 25\left(\frac{90}{100}\right)^2 = 20.25 \text{ மீ}$$

பயிற்சி-5.3

1. சுதாகர் தன் வீட்டில் சில மாற்றங்களைச் செய்ய வேண்டி ₹ 15000 ஐ ஒரு வங்கியில் கடன் வாங்கினார். அவர் 8 வருடங்களுக்கு 9% வட்டிவீதம் சாதாரண வட்டிக்கு கடன் வாங்கினார்? அவர் கட்ட வேண்டிய மாதத் தவணை எவ்வளவு?
2. ஒரு தொலைகாட்சி பெட்டி ₹21000க்கு வாங்கப்பட்டது. ஒரு வருடத்திற்கு பிறகு அதன் விலையில் 5% மதிப்பு குறைந்தது. (மதிப்பு குறைதல் என்பதன் பொருள் அதன் உபயோகம், உபயோகித்த வருடங்களை பொறுத்து அதன் மதிப்பு குறைவாகும்). ஒரு வருடத்திற்கு பிறகு அந்த தொலைகாட்சி பெட்டி விலை என்ன?
3. வருடத்திற்கு ஒரு முறை கூட்டு வட்டி கணக்கிடும் முறையில் ₹8000க்கு 5% வருட வட்டிவீதம் 2 வருடங்களுக்கு ஆகும் கூட்டு வட்டியையும், மொத்தத்தையும் கண்டுபிடி.

4. வருடத்திற்கு ஒரு முறை கூட்டு வட்டி கணக்கிடும் முறையில் ₹6500க்கு 2 வருடங்களுக்கு ஆகும் மொத்தம், கூட்டு வட்டியைக் கணக்கிடு. இங்கு முதல் வருடம் 5% வட்டிவீதம், இரண்டாம் வருடம் 6% வட்டிவீதம் கணக்கிடப்படுகிறது எனக்கொண்டு கணக்கிடுக.
5. பிரதிபா ₹47000ஐ, ஒரு புது கார் வாங்குவதற்காக ஒரு நிதி நிறுவனத்தில் கடன் வாங்கினாள். அவள் கடனை 17% சாதாரண வட்டிக்கு 5 வருடத்திற்கு வாங்கினாள். (அ) பிரதிபா எவ்வளவு மொத்தத்தை கட்ட வேண்டும்? (ஆ) அவளுடைய மாதத் தவணை எவ்வளவு?
6. 2011ம் வருடம் ஹைதராபாதின் ஜனத்தொகை 68,09,000. ஒவ்வொரு வருடமும் 4.7% அதிகமாகிறது எனில் 2015ம் வருடத்தில் ஜனத்தொகை எவ்வளவு இருக்கும்?
7. வருடத்திற்கு ஒரு முறை கூட்டுவட்டி கணக்கிடும் முறையில் ₹10000 ஐ 1 வருடம் 3 மாதங்களுக்கு $8\frac{1}{2}\%$ வருடவட்டி வீதத்திற்கு முதலீடு செய்தால் கிடைக்கும் கூட்டு வட்டியைக் காண்?
8. அரீப் ₹80,000ஐ ஒரு வங்கியில் கடன் வாங்கினார். 10% வருட வட்டிவீதம் எனில் $1\frac{1}{2}$ வருடங்களுக்கு பிறகு (i) வருடத்திற்கு ஒரு முறை கூட்டு வட்டி கணக்கிடுதல். (ii) 6 மாதங்களுக்கு ஒரு முறை கூட்டு வட்டி கணக்கிடுதல் என்னும் இரண்டிலும் கணக்கிட்டு மொத்தத்தின் வித்தியாசத்தைக் கண்டுபிடி.
9. நான் பிரசாத்திடம் ₹ 12000 ஐ 6% வருட வட்டிவீதம் 2 வருடங்களுக்கு சாதாரண வட்டிக்கு கடன் வாங்கினேன். வருடத்திற்கு ஒரு முறை கூட்டு வட்டி கணக்கிடும் முறையில் கடன் வாங்கியிருந்தால் நான் எவ்வளவு அதிகம் கட்ட வேண்டும்?
10. ஒரு பரிசோதனை சாலையில் ஒரு குறிப்பிட்ட பரிசோதனையில் பாக்டீரியாவின் எண்ணிக்கை மணிக்கு 2.5% அதிகரிக்கிறது. முதலில் அதன் எண்ணிக்கை 5, 06,000 எனக் கொண்டு இரண்டு மணி நேரத்திற்குப் பிறகு பாக்டீரியாவின் எண்ணிக்கையைக் கண்டுபிடி.
11. கமலா ஒரு ஸ்கூட்டரை வாங்க ஒரு வங்கியில் ₹26400ஐ வருடம் 15% வட்டிவீதத்தில் வருடத்திற்கு ஒரு முறை கூட்டு வட்டிமுறையில் வாங்கினாள். அவள் 2 வருடம் 4 மாதக் கடைசியில் கடனை அடைக்க எவ்வளவு மொத்தத்தைக் கட்ட வேண்டும்?
12. பாரதி ₹12500ஐ 12% வட்டிவீதம் 3 வருடத்திற்கு சாதாரண வட்டிக்கு கடன் வாங்கினாள். மாதுரி அதே தொகையை அதே காலத்திற்கு 10% வருட வட்டியில் வருடத்திற்கு ஒரு முறை கூட்டு வட்டிக்கு கடன் வாங்கினாள். யார் அதிகமான வட்டியைக் கட்ட வேண்டும்? எவ்வளவு?
13. ₹ 10000 மதிப்புள்ள இயந்திரத்தின் மதிப்பு 5% குறைகிறது. ஒரு வருடத்திற்கு பிறகு அதன் மதிப்பு என்ன?
14. தற்போது ஒரு நகரத்தின் ஜனத்தொகை 12 இலட்சம். ஒவ்வொரு வருடமும் 4% வீதம் அதிகரிக்கிறது எனில் 2 வருடத்திற்கு பிறகு அந்த நகரத்தின் ஜனத்தொகை என்ன?
15. கால் வருடத்திற்கு ஒரு முறை கூட்டு வட்டி கணக்கிடும் முறையில் ₹1000க்கு 1 வருடத்திற்கு 10% வருட வட்டிவீதம் ஆகும் கூட்டு வட்டியைக் கணக்கிடு?

நாம் கற்றவை

1. இரண்டு விகிதங்களை கூட்டு விகிதமாக மாற்ற முதல் மற்றும் இரண்டாம் விகிதங்களின் முன்னுறுப்புகளையும், பின்னுறுப்புகளையும் பெருக்குதல் வேண்டும். அதாவது a:b மற்றும் c:d இரண்டு விகிதங்கள் எனில், கூட்டு விகிதம் $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$. அதாவது ac:bd ஆகும்.

2. சதவிகிதம்(%) 100க்கு கண்கிடப்படுகிறது. சதவிகிதம் என்றால் "ஒவ்வொரு நூற்றுக்கும்" அதாவது $100\% = \frac{100}{100}$ என்று வரையறுக்கப்படுகிறது. அதாவது பின்னத்தன் பகுதி 100 ஆகும்.

3. குறித்த விலையில் இருந்து குறைப்பதை "தள்ளுபடி" என்பர். இதை சந்தை விலை என்றும் கூறுவர்.

   இது குறித்த விலை மீது கணக்கிடப்படுகிறது.

4. பொருளின் வாங்கிய விலையில் இருந்து இலாபம் (அ) நஷ்டம் கணக்கிடப்படுகிறது. இலாபம் வாங்கிய விலையின் அதிகரிப்பிற்கு உதாரணம். நஷ்டம் வாங்கிய விலையின் குறைவிற்கு உதாரணம்.

5. வாங்கிய பொருளின் மீது வாட்(VAT)/GST வசூலிக்கப்படுகிறது. VAT/GST வாங்கிய பொருளின் அதிகரிப்பிற்கு உதாரணம்.

6. சாதாரண வட்டி அசு-ன் மீது வசூலிக்கப்படுகிறது.

7. சாதாரண வட்டி (I) $= \frac{P \times T \times R}{100}$ இங்கு P = அசல், T = காலம் (வருடங்களில்), R = வட்டி வீதம்.

8. மொத்தம் = அசல் + வட்டி $= P + \frac{P \times T \times R}{100} = P\left(1+\frac{T \times R}{100}\right)$.

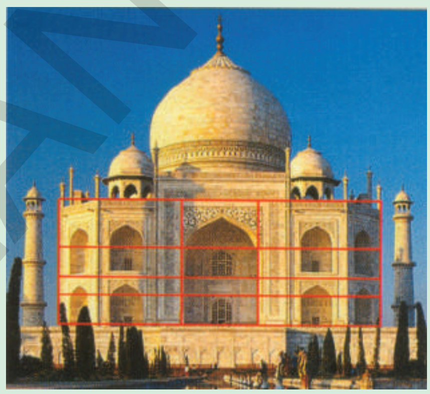
9. வட்டிக்கு வட்டி வசூலிப்பதை கூட்டு வட்டி என்பர்.

10. n வருடங்களில் கூட்டு வட்டியின் மொத்தம் $A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

11. அசலுடன் வட்டியை சேர்க்கும் காலத்தை கணக்கிடும் காலம் என்பர். கூட்டு வட்டியில் வட்டியானது 6 மாதங்களுக்கு ஒரு முறை அசலுடன் சேர்க்கப்படுகிறது. எனவே ஆண்டுக்கு 2 முறை வட்டி கணக்கிடப்படுகிறது. அரை ஆண்டுகளில் வட்டி வீதம் ஆண்டு வட்டி வீதத்தில் பாதியாக கணக்கிடப்படுகிறது.

உனக்கு தெரியுமா?

பண்டைய கிரீசில், கலை வல்லுனர்கள் மற்றும் கட்டிட வல்லுனர்கள் ஒரு குறிப்பட்ட செவ்வக வடிவத்தை பார்ப்பது கண்ணுக்கு அமைதியை அளிப்பதாக நம்பினர். அந்த செவ்வக வடிவத்தின் நீளமான பக்கம் மற்றும் குட்டையான பக்கத்தின் விகிதம் சுமாராக 1.615:1. ஆக இருந்தது . இந்த விகிதம் தங்க விகிதத்திற்கு(Golden Ratio) மிகவும் அருகாமையில் உள்ளது. கிரேக்கர்களின் சிறப்பு மிக்க கோவிலான பார்தனான்(Parthenon) முழுவதும் வெள்ளை சலவை கற்களால் கி.மு. 5ம் நூற்றாண்டில் கட்டப்பட்டவை. இதுவும் தங்க விகிதத்தில் கட்டப்பட்டுள்ளது. இந்தியாவில் உள்ள தாஜ்மஹாலும் தங்த விகிதத்தில் கட்டப்பட்ட கட்டிடத்திற்கு உதாரணம் ஆகும்.



சமமான விகிதங்களின் கூட்டல்

1. $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, ..., \frac{100}{200}$ ன் மொத்தம் எவ்வளவு?

இதை கீழ்கண்டவாறு கூட்டலாமா??

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = ... = \frac{100}{200} = \frac{1+2+3+4+.....+100}{2+4+6+8+.....+200}$$

$$= \frac{5050}{2\times 5050} = \frac{1}{2}$$

$\frac{p_1}{q_1} = \frac{p_2}{q_2} = \frac{p_3}{q_3} = ... = \frac{p_n}{q_n}$ எனில்

$$\frac{p_1}{q_1} + \frac{p_2}{q_2} + \frac{p_3}{q_3} + ... + \frac{p_n}{q_n} = \frac{p_1 + p_2 + p_3 + ... + p_n}{q_1 + q_2 + q_3 + ... + q_n} = \frac{p_1}{q_1}$$

2. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ எனில் $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ $\quad (b, d > 0)$

$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ எனில் $\frac{1+2}{2} = \frac{3+6}{6}$

$\frac{3}{2} = \frac{9}{6}$ ஆகவும் மற்றும் $\frac{5}{2} = \frac{15}{6}$...... ஆகவும் எழுதலாம்.

அத்தியாயம் 6

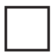
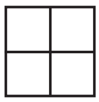
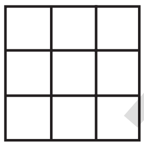
வர்க்க மூலங்கள் மற்றும் கனமூலங்கள்

6.0 அறிமுகம்

ஓரலகு சதுரங்களை பயன்படுத்தி சதுர வடிவங்களை நாம் அமைக்கலாம்.

ஓரலகு சதுரம் என்பது அதன் அனைத்து பக்க அளவுகள் 1அலகு ஆகும்.

எத்தனை ஓரலகு சதுரங்கள் பயன்படுத்தப்பட்டன என்பதை கவனி.

வ.எண்	படம்	பக்கங்களின் நீளங்கள் அலகுகளில்	பயன்படுத்தப்பட்ட ஓர்அலகு சதுரங்களின் எண்ணிக்கை
1		1	1
2		2	4
3		3	9

இவ்வாறு அடுத்த இரண்டு சதுரங்களை உருவாக்கு.

6 அலகுகள் பக்கங்களாகக் கொண்ட ஒரு சதுரத்தை உருவாக்க எத்தனை ஓரலகு சதுரங்கள் தேவைப்படுகின்றன என்பதை ஊகிக்க முடியுமா?

மேலே உள்ளவற்றை உற்றுநோக்கும் போது சதுர வடிவங்களை உருவாக்க 1, 4, 9, 16, 25 … போன்ற ஓரலகு சதுரங்கள் தேவைப்படுகின்றன.

1, 4, 9, 16, 25, … ஆகிய எண்களை இவ்வாறு விரிவுபடுத்தலாம்.

$1 = 1 \times 1 = 1^2$

$4 = 2 \times 2 = 2^2$

$9 = 3 \times 3 = 3^2$

$16 = 4 \times 4 = 4^2$

25 = …… × …… = ……..

36 = ……. × …… = ……..

……………………………………..

……………………………………...

$m = n \times n = n^2$

ஒவ்வொரு வகையிலும் பயன்படுத்தப்பட்ட முறைகளை கவனி.

கீழே உள்ள அமைப்பை உற்றுநோக்கும் போது இந்த எண்கள் இரண்டு சமமான காரணிகளின் பெருக்கற்பலனாக காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு : (i) 9 = 3×3 (iv) 2.25 = 1.5×1.5
(ii) 49 = 7×7 (v) 9/16 = 3/4 x 3/4
(iii) 1.44 = 1.2×1.2 (vi) 4/12.25 = 2/3.5 x 2/3.5

மேற்கண்டவற்றில் (i) (ii)ல் உள்ள முழுவர்கங்களான 9 மேலும் 49 முழுக்களாகும். இது போன்ற முழுவர்கங்களின் பொதுவடிவம் m = nxn (இங்கு m, n முழுக்கள்)
(iii) (iv) (v) ஆகியவற்றில் முழுவர்கங்கள் முழுக்கள் அல்ல. எனவே அவை வர்க எண்கள் அல்ல.

* முழுவர்க்கம் : ஒரு விகிதமுறு எண் மற்றொரு விகிதமுறு எண்ணின் வர்க்கத்துக்கு சமம்.
வர்க்க எண் : ஒரு முழு மற்றொரு முழுவின் வர்க்கத்துக்கு சமம்.
பொதுவாக 'm' எனும் முழுவை n^2 என குறித்துக்காட்டலாம். இங்கு n என்பது ஒரு முழு எனில் m என்பது வர்க்க எண் அல்லது m என்பது நன் வர்க்கமாகும்.
எல்லா வர்க்க எண்களும் முழுவர்கங்கள் ஆகும். ஆனால் எல்லா முழுவர்கங்களும் வர்க்க எண்களாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.
எடுத்துக்காட்டு: 2.25 என்பது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகும். ஏனெனில் இதை $2.25 = (1.5)^2 = 1.5 \times 1.5$, என குறித்துக்காட்டலாம். இது எந்த ஒரு முழுவின் வர்க்கமல்ல. எனவே இது ஒரு வர்க்கஎண் அல்ல.
42 ஒரு வர்க்க எண் ஆகுமா?
$6^2 = 36$ என அறிவோம் மேலும் $7^2 = 49$, 42ஒரு வர்க்கஎண் எனில் இது ஒரு முழுவின் வர்க்கமாக இருக்கவேண்டும். 6 மேலும் 7க்கு இடையே உள்ள எண் எது? ஆனால் 6 மேலும் 7க்கு இடையே எந்த முழுவும் இல்லை. எனவே 42 ஒரு வர்க்க எண் அல்ல.

பின்வரும் அட்டவணையில் உள்ள முழுவர்க்கங்களை உற்றுநோக்கு.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

மேலே காட்டப்பட்ட அட்டவணையில் குறித்துக்காட்டப்பட்ட வர்க்க எண்களைத் தவிர வேறு வர்க்கஎண் இருக்கிறதா?

இதை செய்

1. பின்வருவனவற்றிற்கு இடைப்பட்ட முழு வர்க்கங்களை கண்டுபிடி.
 (i) 100 மேலும் 150 (ii) 150 மேலும் 200
2. 56 ஒரு முழு வர்க்கமா? காரணம் கூறு.

6.1 வர்க்க எண்களின் பண்புகள்

பின்வரும் அட்டவணையை உற்றுநோக்கி நிரப்புக.

எண்	வர்க்கம்	எண்	வர்க்கம்	எண்	வர்க்கம்
1	1	11	121	21	441
2	4	12	144	22	....
3	9	13	....	23	529
4	16	14	196	....	576
5	25	15	225	25	625
6	....	16	....		
7	49	17	289		
8	64	18	324		
....	81	19	361		
10	100	20	400		

மேலே காட்டப்பட்ட அட்டவணையில் உள்ள வர்க்க எண்களின் ஒன்றாவது இலக்கத்தில் உள்ள எண்களை உற்றுநோக்கு. அனைத்து எண்களின் ஒன்றாம் இட இலக்கங்களும் 0, 1, 4, 5, 6,9 என இருப்பதை கவனித்தாயா? இவற்றில் ஒன்றாம் இட இலக்கத்தில் 2, 3, 7 அல்லது 8 ஆகியவை இருக்காது. ஒன்றுதான இலக்கத்தில் 2, 3, 7 அல்லது 8 ஆகியவை இருந்தால் அது முழுவர்க்கம் அல்ல. ஒன்றுத்தான இலக்கத்தில் 0, 1, 4, 5, 6 அல்லது 9 ஆகியவை உள்ள எல்லா எண்களும் வர்க்க எண்கள் என கூறமுடியுமா? இதைப்பற்றி யோசி.

முயன்று பார்:

1. பின்வரும் எண்களில் எவை முழு வர்க்கங்கள் என ஊகித்து காரணம் கூறு? மேலே உள்ள அட்டவணை மூலம் சரிபார்க்கவும்.
   (i) 84 (ii) 108 (iii) 271 (iv) 240 (v) 529

1, 9, 11, 19, 21 ஆகியவற்றின் வர்கங்களை எழுது.

எண்ணின் வர்கத்திற்கும் அதன் ஒன்றுகள் இடத்தில் எண்ணிற்கும் ஏதாவது தொடர்பு இருக்கிறதா என கவனித்தாயா?

ஓர் எண்ணின் ஒன்றாம் இடத்தில் 1 அல்லது 9 இருந்தால் அதன் வர்க்க எண்ணின் ஒன்றாம் இடத்தில் 1 மட்டுமே அமையும் என்பதை அறியலாம்.

ஓர் எண்ணின் ஒன்றாம் இடத்தில் 4 அல்லது 6 இருந்தால் அதன் வர்க்கத்தில் எப்போதும் 6 மட்டுமே இருக்கும்.

இவ்வாறே, 0,2,3,5,7 மேலும் 8 ஆகிய எண்களை ஒன்றாம் இடத்தில் கொண்ட எண்களின் வர்க்கங்களில் ஒன்றாம் இடத்தில் அமையும் எண்களை கண்டறிக.

முயன்று பார்

1. பின்வருவனவற்றில் எவை ஒன்றாம் இடத்தில் ஒன்று உள்ளவை?

   (i) 126^2 (ii) 179^2 (iii) 281^2 (iv) 363^2

2. பின்வருவனவற்றில் எவை ஒன்றாம் இடத்தில் 6 உள்ளவை?

   (i) 116^2 (ii) 228^2 (iii) 324^2 (iv) 363^2

சிந்தித்து கலந்துரையாடி எழுது

வைஷ்ணவி, இரட்டை எண்களின் வர்க்கம் இரட்டை எண்ணாகவும் ஒற்றை எண்களின் வர்கம் ஒற்றை எண்ணாகவும் இருக்கும் என்று கூறினாள்? இதை நீ ஏற்றுக்கொள்கிறாயா? நியாயப்படுத்து.

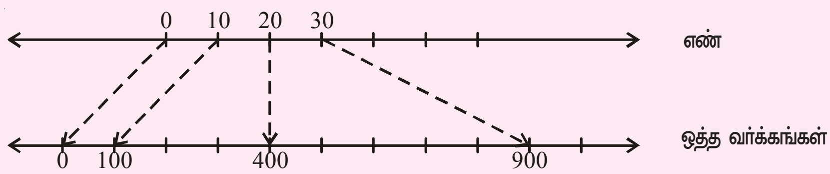
பின்வரும் அட்டவணையை உற்றுநோக்கி நிரப்புக.

எண்கள்	வர்க்கத்தில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை	
	(குறைந்தபட்சம்)	(அதிகபட்சம்)
1-9	1	2
10-99	…….	4
100-999	5	…….
1009-9999	7	8
n **இலக்கங்கள்**	…….	…….

முயன்று பார்

1. பின்வருவனவற்றின் வர்க்கங்களில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையை ஊகி.

   (i) 72 (ii) 103 (iii) 1000

2. 

   20 மேலும் 30க்கு இடையில் 27 உள்ளது.

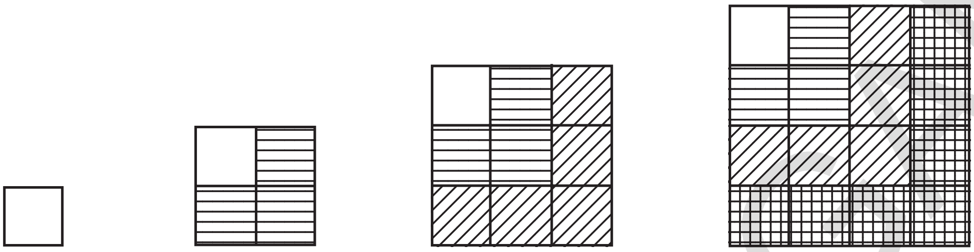
   20^2 மேலும் 30^2 க்கு இடையில் 27^2 உள்ளது.

   பின்வரும் முழுவக்ர்கங்களில் 27^2 க்கு சரியானதை கண்டுபிடி.

   (i) 329 (ii) 525 (iii) 529 (iv) 729

6.2 சதுரங்களில் ஆர்வத்தை தூண்டும் அமைப்புகள்

1. பின்வரும் அமைப்புகளை கவனி மேலும் நிரப்பு.



$1 = 1^2$ $1+3 = 4 = 2^2$ $1+3+5 = 9 = 3^2$ $1+3+5+7 = 16 = 4^2$

$1 = 1 = 1^2$

$1 + 3 = 4 = 2^2$

$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 =$ .... $= (\ \ )^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 =$ .... $= (\ \ )^2$

இவற்றிலிருந்து நாம் முதல் 'n' ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதல் 'n^2'க்கு சமம் என அறிகிறோம்.

2.1 பின்வரும் அமைப்புகளை கவனித்து விடுபட்டவற்றை நிரப்புக

$(11)^2 = 121$

$(101)^2 = 10201$

$(1001)^2 = 1002001$

$(10001)^2 =$ ....

$(1000001)^2 =$ ....

2.2 பின்வரும் அமைப்புகளை கவனி மேலும் நிரப்பு

$1^2 = 1$

$11^2 = 1\ 2\ 1$

$111^2 = 1\ 2\ 3\ 2\ 1$

$1111^2 = 1\ 2\ 3\ 4\ 3\ 2\ 1$

$11111^2 =$ ....

$111111^2 =$ ....

பன்முகஎண்கள் என்பது ஒருசொல் அல்லது வாக்கியம் அல்லது எண்கள் அதை முன்பாவும், பின்பாகவும், படித்தாலும் ஒரே சொல்லை தரும்
Ex.: NOON, MALAYALAM
"RATS LIVE ON NO EVIL STAR"
15651,MADAM

இத்தகைய எண்களை பன்முகஎண்கள் (Palindromic numbers) என்பர்.

3. பின்வரும் அமைப்புகளில் விடுபட்ட எண்களை கண்டுபிடி.

$1^2 + 2^2 + 2^2 = 3^2$

$2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$

$3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$

$4^2 + 5^2 + (\ )^2 = 21^2$

$5^2 + (\ )^2 + 30^2 = (\ )^2$

$6^2 + 7^2 + (\ )^2 = (\ )^2$

வர்க்கங்களின் மொத்தத்தை உற்றுநோக்கு.
*வர்க்கங்களின் அடிமானங்களுக்கிடையே ஏதாவது தொடர்பு உள்ளதா?
*மூன்றாவது வர்க்க எண்ணின் அடிமானம் முதல் மற்றும் இரண்டாவது வர்க்க எண்களின் அடிமானத்தோடு எவ்வாறு தொடர்பு கொண்டுள்ளது?
*முடிவு வர்க்க எண்ணின் அடிமானம் மூன்றாவது வர்க்க எண்ணின் அடிமானத்தோடு எவ்வாறு தொடர்பு கொண்டுள்ளது?

4. பின்வரும் அமைப்புகளில் விடுபட்ட எண்களை எழுது.

$3^2 = 9 = 4 + 5 \qquad \left(\frac{3^2-1}{2} + \frac{3^2+1}{2}\right)$

$5^2 = 25 = 12 + 13 \qquad \left(\frac{5^2-1}{2} + \frac{5^2+1}{2}\right)$

$7^2 = 49 = 24 + 25 \qquad (\qquad + \qquad)$

$11^2 = 121 = \ldots.. + \ldots.. \qquad \left(\frac{11^2-1}{2} + \frac{11^2+1}{2}\right)$

$15^2 = 225 = \ldots.. + \ldots.. \qquad (\qquad + \qquad)$

மேற்கண்டற்றில் இருந்து ஒற்றை எண்களின் வர்க்கம் (n) ஐ அடுத்தடுத்த இரண்டு எண்களின் கூடுதல் $\left(\frac{n^2-1}{2} + \frac{n^2+1}{2}\right)$ ஆக எழுதலாம் என முடிவு செய்யலாம்.

5. இரண்டு அடுத்தடுத்த வர்க்க எண்களுக்கு இடைப்பட்ட எண்கள் : பின்வரும் அட்டவணையை உற்றுநோக்கி நிரப்புக.

அடுத்தடுத்த வர்கங்கள்	அடுத்தடுத்த வர்க்க எண்களுக்கு இடைப்பட்ட எண்கள்	உறவு
$1^2 = 1;\ 2^2 = 4$	2,3 (1 மேலும் 4க்கு இடையில் இரண்டு எண்கள் உள்ளன)	2 x முதல் எண்ணின் அடிமானம் 1, (2×1=2)
$2^2=4;\ 3^2=9$	5,6,7,8 (4 மேலும் 9க்கு இடையில் 4 எண்கள் உள்ளன)	2 x முதல் எண்ணின் அடிமானம் 2, (2×2=4)
$3^2=9;\ 4^2=16$	10,11,12,13,14,15 (9 மேலும் 16க்கு இடையில் 6 எண்கள் உள்ளன)	2 x முதல் எண்ணின் அடிமானம் 3, (2×3=6)
$4^2 = 16;\ 5^2 = 25$	....	2×முதல் எண்ணின் அடிமானம் 4(2×4=8)
$5^2 = 25;\ 6^2=36$	....	....
....	....	....

மேலே உள்ள அட்டவணையில் அடுத்தடுத்த வர்க்க எண்களுக்கும் மேலும் எண்களுக்கும் இடையே உள்ள உறவை நீ கவனித்தாயா?

மேலே உள்ள அட்டவணை உதவியுடன் n^2 மேலும் $(n + 1)^2$க்கு இடையே உள்ள வர்க்கமற்ற எண்களை கண்டறிய முயற்சிசெய். n^2 மற்றும் $(n + 1)^2$க்கு இடையில் $2n$ வர்க்கமற்ற எண்கள் இருக்கிறது.

இதை செய்

1. 9^2 மேலும் 10^2 க்கு இடையில் எத்தனை வர்க்கமற்ற எண்கள் உள்ளன?
2. 15^2 மேலும் 16^2க்கு இடையில் எத்தனை வர்க்கமற்ற எண்கள் உள்ளன?

முயன்று பார்

ரகு 9^2 மேலும் 11^2க்கு இடையில் 37 வர்க்கமற்ற எண்கள் இருக்கும் என கூறினான். இது சரியா? காரணம் கூறு.

பயிற்சி-1.2

1. பின்வரும் எண்களில் வர்க்கங்களின் ஒன்றாம் இடத்தில் உள்ள எண்ணை எழுது?
   (i) 39 (ii) 297 (iii) 5125 (iv) 7286 (v) 8742
2. பின்வருவனவற்றில் முழுவர்க்கங்கள் எவை?
   (i) 121 (ii) 136 (iii) 256 (iv) 321 (v) 600
3. பின்வரும் எண்கள் முழுவர்கங்கள் அல்ல. காரணம் கூறுக?
   (i) 257 (ii) 4592 (iii) 2433 (iv) 5050 (v) 6098
4. பின்வரும் வர்க்க எண்கள் ஒற்றை அல்லது இரட்டை எண்களா என கண்டுபிடி?
   (i) 431 (ii) 2826 (iii) 8204 (iv) 17779 (v) 99998
5. பின்வரும் எண்களின் வர்க்கங்களுக்கிடையே எத்தனை எண்கள் அமையும் எனக்கூறு.
   (i) 25; 26 (ii) 56; 57 (iii) 107;108
6. பின்வரும் எண்களின் மொத்தத்தை கூட்டாமலேயே கண்டுபிடி
   (i) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 =$
   (ii) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 =$
   (iii) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25 =$

6.3 பிதாகரஸின் முகிகள் (Pythagorean triplets) :

பின்வருவனவற்றை கவனி.

(i) $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$

(ii) $5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$

(3, 4, 5) மேலும் (5, 12, 13) ஆகிய எண்கள் பிதாகரசின் முகிகளுக்கு உதாரணங்கள் ஆகும்.

பொதுவாக a, b, c ஆகியவை மிகை முழுக்கள் மேலும் $a^2 + b^2 = c^2$ எனில் a, b, c ஆகியவை பிதாகரசின் முகிகள் ஆகும்.

a, b, c ஆகியவற்றிற்கு 1ஐத்தவிர மற்றவை காரணிகளாக இல்லை எனில் a, b, cஐ பகா முகிகள் என்கிறோம்.

இதை செய்

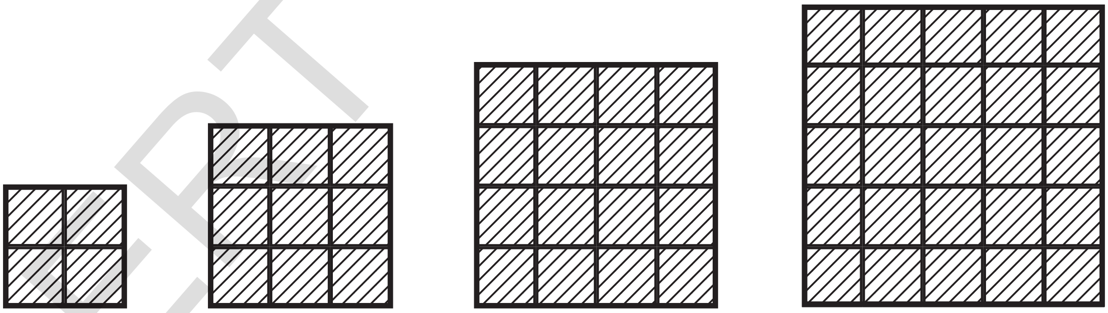
1. பின்வரும் எண்களின் அமைப்பை பிதாகரஸ் முகிக்கு சரிபார்.

   (i) 2, 3, 4 (ii) 6, 8, 10 (iii) 9, 10, 11 (iv) 8, 15, 17

2. ஒரு பிதாகரஸ் முகியை எடுத்துக்கொள். அதன் மடங்குகளை எழுது. இந்த மடங்குகளை பிதாகரஸ் முகிக்கு சரிபார்க்க.

6.4 வர்க்க மூலம்

பின்வரும் சதுரங்களை உற்றுநோக்கு மேலும் அட்டவணையை நிரப்பு.



சதுரத்தின் பரப்பளவு (செ.மீ^{2}) களில்	சதுரத்தின் பக்கம் (செ.மீ.களில்)
$4 = 2 \times 2$	2
$9 = 3 \times 3$	3
$16 = 4 \times 4$	______
$25 = 5 \times 5$	______

குறுக்கு/நெடுக்குகளிலுள்ள ஓரலகு சதுரங்களின் எண்ணிக்கை சதுரத்தின் பக்கம் என்பதை காட்டுகிறது.

சதுரத்தின் பரப்பளவிற்கும் மேலும் அதன் பக்கத்திற்கும் இடையே ஏதேனும் உறவை காண்கிறாயா?

சதுரத்தின் பரப்பளவு = பக்கம் × பக்கம் = பக்கம்^{2} என நாம் அறிவோம்.

ஒரு சதுரத்தின் பரப்பளவு 169செ.மீ^{2} எனில் சதுரத்தின் பக்கம் என்னவாக இருக்கும்?

பக்கத்தின் நீளம் x செ.மீ என எடுத்துக்கொள்.

$\Rightarrow \quad 169 = x^2$

பக்கத்தின் நீளத்தை கண்டறிய, 169 எந்த எண்ணின் வர்க்கம் என கண்டுபிடிப்பது அவசியமாகும். 169 = 13^{2}என நமக்குத் தெரியும். எனவே பக்கத்தின் நீளம் = 13செ.மீ.

ஆகவே, இரண்டு சமமான காரணிகளின் பெருக்கற்பலனை நாம் வர்க்கஎண் என்கிறோம். இந்த காரணியை வர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலம் என்கிறோம். இது வர்கப்படுத்துதலின் எதிர் செயல் ஆகும்.

25 என்பது 5மேலும் -5ன் வர்க்கமாகும். ஆகவே 25ன் வர்க்கமூலம் +5 அல்லது -5 ஆனால் இந்த அத்தியாயத்தில் நாம் மிகை வர்க்கமூலத்தை மட்டும் வரம்பாக கொள்கிறோம். இந்த மிகை வர்க்க மூலத்தையே நாம் முதன்மை வர்க்கமூலம் என்கிறோம்.

$\therefore \sqrt{25} = 5.$

எடுத்துக்காட்டு 1: 3^2 = 9 ஆகவே 9ன் வர்க்கமூலம்

4^2 = 16 ஆகவே 16ன் வர்க்கமூலம் 4

5^2 = 25 ஆகவே 25ன் வர்க்கமூலம் 5

$y^2 = x$ எனில் xன் வர்க்கமூலம் y $\left(\sqrt{x} = y\right)$

எடுத்துக்காட்டு 2: 1. $\sqrt{4}$ = 2 ஏனெனில் 2^2 = 4

2. $\sqrt{16}$ = 4 ஏனெனில் 4^2 = 16

3. $\sqrt{225}$ = 15 ஏனெனில் 15^2 = 225.

பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்பு.

வர்க்கம்	வர்க்கமூலம்
$1^2 = 1$	$\sqrt{1} = 1$
$2^2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$
$3^2 = 9$	$\sqrt{9} = 3$
$4^2 = 16$	$\sqrt{16} = 4$
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} =$ ……..
$6^2 = 36$	$\sqrt{36} =$ ……..
$7^2 =$ …......	$\sqrt{\quad} =$ ……..
$8^2 =$ ……..	$\sqrt{\quad} =$ ………
$9^2 =$ ……..	$\sqrt{\quad} =$ ………
$10^2 =$ ……..	$\sqrt{\quad} =$ ………

6.5 அடுத்தடுத்த ஒற்றை எண்களின் கழித்தலின் மூலம் வர்க்கமூலத்தை கண்டறிதல்

ஒவ்வொரு வர்க்க எண்ணும் 1லிருந்து தொடங்கும் அடுத்தடுத்த ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதலுக்கு சமம் என நாம் அறிவோம்.

கவனி, $1 + 3 = 4 = 2^2$

$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$

இந்த அமைப்பின் பின்னோக்கிய செயலே வர்க்கமூலம் காணுதல் ஆகும். எடுத்துக்காட்டாக, $\sqrt{49}$ கண்டுபிடி.

படி1 $49 - 1 = 48$ (முதல் ஒற்றை எண்ணைக்கழி)

படி2 $48 - 3 = 45$(2வது ஒற்றை எண்ணைக்கழி)

படி3 $45 - 5 = 40$(3வது ஒற்றை எண்ணைக்கழி)

படி4 $40 - 7 = 33$

படி5 $33 - 9 = 24$

படி6 $24 - 11 = 13$

படி7 $13 - 13 = 0$

$1+3+5+7+9+11+13 = 7^2 = 49$

$49 - [1+3+5+7+9+11+13] = 0$

என நாம் அறிவோம்.

எனவே 49ஒரு முழுவர்க்கமாகும்.

1லிருந்து அடுத்தடுத்த ஏழு ஒற்றை எண்களை 49லிருந்து கழித்தால் 7வது படியில் பூஜ்ஜியம்(0) கிடைக்கிறது.

$\therefore \sqrt{49} = 7$

குறிப்பு : இந்த முறையில் தீர்வு பூஜ்ஜியம் கிடைக்கவில்லையெனில் தரப்பட்ட எண் முழுவர்க்கம் அல்ல.

இதை செய்:

(i) தொடர்ச்சியான கழித்தலின் மூலம் பின்வரும் எண்கள் ஒரு முழுவர்க்கமா? இல்லையா? எனக்கண்டுபிடி?

(i) 55 (ii) 90 (iii) 121

இந்த தொடர்ச்சியான கழித்தலின் மூலம் எந்த வர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலத்தையும் நாம் எளிதாக கண்டறியலாம். ஆனால் ஒருசமயம் 625, 729.......... போன்ற பெரிய எண்களுக்கு அதிக நேரத்தை எடுத்துக்கொள்ளலாம். எனவே வர்க்கமூலத்தை கண்டறிய எளிய முறையை காண முயற்சி செய்வோம்.

கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் வர்க்கமூலத்தை கண்டறிய இரண்டுமுறைகள் உள்ளன. அவை

(அ) பகாக்காரணிப்படுத்தல் முறை

(ஆ) வகுத்தல் முறை

6.6 பகாக்காரணிப்படுத்தல் முறைமூலம் வர்க்கமூலம் காணும் முறை

484ன் வர்க்கமூலத்தை பகாக்காரணிப்படுத்தல் முறைமூலம் காணுதலை பார்ப்போம்.

2	484
2	242
11	121
11	11
	1

படி 1: கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை (484)ஐ பகாக்காரணிகளாக பிரி.

$484 = 2 \times 2 \times 11 \times 11$

படி 2: சமமான காரணிகளை ஜோடிகளாக மாற்ற நாம் பெறுவது

$484 = (2 \times 2) \times (11 \times 11)$

படி 3: ஒவ்வொரு வரிசை ஜோடிகளிலிருந்தும் ஒரு காரணியை எடுத்துக்கொண்டு செய்தால் நமக்கு கிடைப்பது

$\sqrt{484} = 2 \times 11 = 22$

$$484 = (2 \times 11) \times (2 \times 11) = (2 \times 11)^2$$
$$\sqrt{484} = \sqrt{(2\times11)^2}$$
$$= 2 \times 11$$
$$= 22$$

ஆகவே, 484ன் வர்க்கமூலம் 22ஆகும்.

இப்போது நாம் மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகளைப் பார்ப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 3 : 1296ன் வர்க்க மூலத்தை பகாக்காரணிப்படுத்தல் முறை மூலம் கண்டுபிடி?

2	1296
2	648
2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

தீர்வு : 1296ஐ பகாக்காரணிகளாக பிரித்தால் நாம் பெறுவது

$$1296 = (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3)$$
$$\sqrt{1296} = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$
$$\therefore \sqrt{1296} = 36$$

எடுத்துக்காட்டு 4 : 1764ன் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டுபிடி.

2	1764
2	882
3	441
3	147
7	49
7	7
	1

தீர்வு : 1764ஐ பகாக்காரணிகளாக பிரித்தால் நாம் பெறுவது

$$1764 = (2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (7 \times 7)$$
$$\sqrt{1764} = 2 \times 3 \times 7$$
$$\therefore \sqrt{1764} = 42$$

எடுத்துக்காட்டு 5: 720ஐ எந்த மிகச்சிறிய எண்ணால் பெருக்கினால் அது முழுவர்க்கமாகும்?

தீர்வு : 720ஐ பகாக்காரணிகளாக பிரித்தால் நாம் பெறுவது

$$720 = (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (3 \times 3) \times 5$$

2, 2, 3 ஆகியவை ஜோடிகளாகவும் 5 தனியாகவும் இருப்பதை நாம் காணலாம். எனவே தரப்பட்ட எண்ணை 5ஆல் பெருக்கினால் நாம் முழுவர்க்க எண்ணைப் பெறலாம்.

ஆகவே, நமக்கு கிடைத்த முழுவர்க்கம் $720 \times 5 = 3600$

2	720
2	360
2	180
2	90
3	45
3	15
5	5
	1

எடுத்துக்காட்டு 6: 6000ஐ எந்த மிகச்சிறிய எண்ணால் வகுத்தால் அது முழுவர்க்கமாகும் மேலும் கிடைத்த எண்ணின் வர்க்க மூலத்தையும் கண்டுபிடி.

தீர்வு : 6000ஐ பகாக்காரணிகளாக பிரித்தால், நாம் பெறுவது

$$6000 = \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times 3 \times \underline{5 \times 5} \times 5$$

2, 2, மேலும் 5 ஆகியவை ஜோடிகளாகவும் 3 மேலும் 5 ஆகியவற்றிற்கு ஜோடிகள் இல்லாமல் இருப்பதை நாம் காணலாம்.

எனவே தரப்பட்ட எண்ணை கண்டிப்பாக $3 \times 5 = 15$ஆல் வகுக்க வேண்டும். ஆகவே நமக்கு கிடைத்த முழுவர்க்கம் $= 6000 \div 15 = 400$

2	6000
2	3000
2	1500
2	750
3	375
5	125
5	25
5	5
	1

$$400 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

400ன் வர்க்கமூலம்

$$\sqrt{400} = \sqrt{(2\times2)\times(2\times2)\times(5\times5)}$$
$$= 2 \times 2 \times 5$$
$$= 20$$

2	400
2	200
2	100
2	50
5	25
5	5
	1

பயிற்சி-6.2

1. பகாக்காரணி முறையை பயன்படுத்தி பின்வரும் எண்களின் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டுபிடி.
   (i) 441 (ii) 784 (iii) 4096 (iv) 7056

2. 3645ஐ எந்த மிகச்சிறிய எண்ணால் பெருக்கினால் அது முழுவர்க்கமாகும்?
3. 2400ஐ எந்த மிகச்சிறிய எண்ணால் பெருக்கினால் அது முழுவர்க்கமாகும்? மேலும் கிடைத்த எண்ணின் வர்க்க மூலத்தையும் கண்டுபிடி.
4. 7776ஐ எந்த மிகச்சிறிய எண்ணால் வகுத்தால் அது முழுவர்க்கமாகும்?
5. ஒரு தோட்டத்தில் 1521 மரங்கள் உள்ளன. எத்தனை வரிசைகள் உள்ளனவோ ஒவ்வொரு வரிசையிலும் அத்தனை மரங்கள் உள்ளன. வரிசைகளின் எண்ணிக்கையையும், ஒவ்வொரு வரிசையில் உள்ள மரங்களின் எண்ணிக்கையையும் கண்டுபிடி?
6. ஒரு பள்ளியில் உள்ள மாணவர்களிடம் இருந்து ₹2601 வசூலிக்கப்பட்டது. ஒவ்வொரு மாணவன் கட்டிய பணம் மேலும் பள்ளியில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை ஆகியவை சமம். பள்ளியில் உள்ள மாணவர்கள் எத்தனைப்பேர்?
7. இரண்டு எண்களின் பெருக்கற்பலன் 1296. இதில் ஒரு எண் மற்றொரு எண்ணைப்போல் 16மடங்கு எனில் அந்த இரண்டு எண்களை கண்டுபிடி?
8. ஓர் அரங்கத்தில் 7921 படைவீரர்கள் இவ்வாறாக அமர்ந்திருக்கிறார்கள். எத்தனை வரிசைகள் உள்ளனவோ ஒவ்வொரு வரிசையிலும் அத்தனை படைவீரர்கள் உள்ளனர். இந்த அரங்கில் எத்தனை வரிசைகள் உள்ளன?
9. ஒருசதுரவடிவ நிலத்தின் பரப்பளவு 5184மீ^{2}. இந்த சதுரத்தின் சுற்றளவிற்கு சமமான சுற்றளவு உடையதும் அகலத்தைப் போல் இரண்டு மடங்கு நீளம் உடையதுமான செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் கண்டுபிடி

6.7 வகுத்தல் முறை மூலம் வர்க்கமூலம் கண்டறிதல்

பகாக்காரணிப்படுத்தல் முறை மூலம் வர்க்கமூலம் காணும் முறையை நாம் ஏற்கனவே கலந்துரையாடினோம். மிகப்பெரிய எண்களுக்கு இந்த முறை நீளமானது மேலும் கடினமானது ஆகும். எனவே இத்தகைய பிரச்சனைகளை தவிர்க்க வகுத்தல் முறையை பயன்படுத்தலாம்.

784ன் வர்க்க மூலத்தை வகுத்தல் முறையில் கண்டறிவதை பார்க்கலாம்.

| $7\overline{84}$ |

படி 1 : கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை ஒன்றாம் இடத்திலிருந்து இடப்புறமாக ஒவ்வொரு ஜோடியாக பிரித்து கோடிடவும்.

2 | $7\overline{84}$ | 2

படி 2 : முதல் ஜோடி அல்லது இடதுபுறத்திலிருந்து ஒற்றை இலக்கத்திற்கு சமமான அல்லது அதற்கு குறைவான வர்க்கம் கொண்ட மிகப்பெரிய எண்ணை(அதாவது 2) கண்டுபிடி. இந்த எண்ணை வகுக்கும் எண்ணாகவும், ஈவாகவும் கொள்க.

2 | $7\overline{84}$ | 2
4
3

படி 3 : வகுக்கும் எண் மேலும் ஈவின் பெருக்கற்பலனை $(2 \times 2 = 4)$ முதல் ஜோடி அல்லது ஒற்றை இலக்கத்திலிருந்து கழி $(7 - 4 = 3)$

2 | $7\overline{84}$ | 2
−4
384

படி 4 : இரண்டாவது ஜோடி (அதாவது 84)ஐ மீதி (அதாவது 3)க்கு வலப்புறமாக கொண்டுவா. இதுவே புதிய வகுபடும் எண்ணாகும். (அதாவது 384)

2 | $7\overline{84}$ | 2
−4
4☐ | 384

படி 5 : மேலே முடிந்த வகுத்தலின் ஈவை இருமடங்காக்கி $(2 \times 2 = 4)$ எழுது. மேலும் அதன் வலப்புறத்தில் ஒரு பெட்டியை இடு.

2	$7\overline{84}$	28
	-4	
4$\boxed{8}$	384	
	384	
	0	

படி 6 : புதிய வகுக்கும் எண் மற்றும் இலக்கத்தின் பெருக்கற்பலன், புதிய வகுபடும் எண்ணிற்கு (அதாவது $48 \times 8 = 384$) சமமாகவோ அல்லது அதற்கு குறைவாகவோ இருக்கும் படி மிகப்பெரிய எண்ணை ஊகித்து பெட்டியில் நிரப்பு.

2	$7\overline{84}$	28
	-4	
48	384	
	-384	
	0	

படி 7 : கழித்தலின் மூலம் நாம் மீதி பூஜ்ஜியத்தைப் பெறலாம். கடைசியாக கிடைத்த 28 அதன் வர்க்கமூலம் ஆகும்.

$\therefore \sqrt{784} = 28$

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

பின்வரும் வகுத்தல்களை உற்றுநோக்கு. மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டில் வகுக்கும் எண் 48ல் $\boxed{8}$ எப்படி வந்தது என காரணம் கூறு.

$$4\overline{)384}\ (9 \qquad 36,\ 24,\ 81 = 9^2$$

$$4\overline{)384}\ (8 \qquad 32,\ 64,\ 64 = 8^2$$

$$4\overline{)384}\ (7 \qquad 28,\ 104,\ 49 = 7^2$$

இப்போது மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகளைப் பார்ப்போம்

எடுத்துக்காட்டு 7: 1296ன் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டுபிடி.

தீர்வு : படி 1

$\overline{12}\,\overline{96}$

படி 2

3	$\overline{12}\,\overline{96}$	3
	9	

படி 3

3	$\overline{12}\,\overline{96}$	3
	-9	

படி 4

3	$\overline{1296}$	3
	-9	
6	396	

படி 5

3	$\overline{12}\,\overline{96}$	36
	-9	
66	396	
	- 396	
	0	

$\therefore \sqrt{1296} = 36$

உற்றுநோக்கு

$$6\overline{)396}\ (6 \qquad 36,\ 36,\ 36 = 6^2,\ 0$$

எடுத்துக்காட்டு 8: 8281ன் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டுபிடி.

தீர்வு :

9	$\overline{82}\,\overline{81}$	91
	-81	
181	181	
	-181	
	0	

எனவே $\sqrt{8281} = 91$

உற்றுநோக்கு

18	181	(1
	18	
	1	
	1	$= 1^2$
	0	

எடுத்துக்காட்டு 9: நான்கிலக்க எண்ணில் மிகப்பெரிய முழுவர்க்கம் காண்க.

தீர்வு : மிகப்பெரிய நான்கிலக்க எண் 9999

9999ன் வர்க்கமூலத்தை வகுத்தல் முறையில் கண்டறியலாம்.

9	$\overline{99}\,\overline{99}$	99
	-81	
189	18 99	
	-17 01	
	1 98	

இங்கு மீதி 198. தேவையான முழுவர்க்கம் 9999ஐவிட 198 குறைவு என்பதை காட்டுகிறது.

இதன் பொருள் 9999லிருந்து 198ஐ கழித்தால் முழுவர்க்கம் கிடைக்கும் என்பதாகும்.

∴ $9999 - 198 = 9801$. இதுவே தேவையான முழுவர்க்கமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 10: 4215லிருந்து எந்த மிகச்சிறிய எண்ணை கழித்தால் ஒரு முழுவர்க்கமாகும்?

6	$\overline{42}\,\overline{15}$	64
	-36	
1	6 15	
124	-4 96	
	1 19	

தீர்வு : வகுத்தல் முறை மூலம் 119 மீதியாக கிடைத்தது.

இதன் பொருள் 4215லிருந்து 119ஐ கழித்தால் முழுவர்க்கம் கிடைக்கும் என்பதாகும்.

எனவே தேவையான மிகச்சிறிய முழுஎண் 119 ஆகும்.

6.8 வகுத்தல் முறையை பயன்படுத்தி தசம எண்களின் வர்க்கமூலங்களை காணுதல்

$\sqrt{17.64}$ ஐ எடுத்துக்காட்டாகக் கொண்டு ஆரம்பிக்கலாம்.

படி 1: முழுஎண் பாகத்திலுள்ள எண்ணின் மீது அதாவது 17ன் மீது வழக்கமாக கோடிடவும். தசம பாகத்தை இடமிருந்து வலமாக ஒவ்வொரு ஜோடியாக பிரித்து மேலே கோடிடு.

$\overline{17}.\overline{64}$

படி 2: முழுஎண் பாகத்தின் முதல் ஜோடிக்கு (அதாவது 17) சமமாகவோ அல்லது அதற்கு குறைவான வர்க்கம் கொண்ட மிகப்பெரிய எண் (அதாவது 4)ஐ கண்டுபிடி. இந்த எண் 4ஐ வகுக்கும் எண்ணாகவும் மற்றும் முழுஎண்பாகத்தின் முதல் ஜோடி 17ஐ வகுபடும் எண்ணாகவும் கொண்டால் நமக்கு மீதி, கிடைக்கும். வகுத்து மீதி 1ஐப் பெறலாம்.

4	$\overline{17}\,.\,\overline{64}$	4
	-16	
	1	

படி 3: அடுத்த ஜோடி (அதாவது 64)ஐ மீதிக்கு வலதுபுறமாக எழுதினால் நமக்கு 164 கிடைக்கிறது. இது புதிய வகுபடும் எண்ஆகும்.

4	$\overline{17}.\overline{64}$	4
	-16	
	1.64	

படி 4: ஈவை இருமடங்காக்கு ($2 \times 4 = 8$). மேலும் அதை 8என எழுதி இதற்கு வலப்புறமாக ஒரு பெட்டியை இடு. 64 என்பது தசம பாகம் ஆதலால் ஈவில் (அதாவது 4) தசமபுள்ளியை இடவும்.

$$\begin{array}{r|l|l} 4 & \overline{17}.\overline{64} & 4 \\ & -16 & \\ \hline 8\square & -\ 164 & \end{array}$$

படி 5: புதிய வகுக்கும் எண் மேலும் இலக்கத்தின் பெருக்கற்பலன், புதிய வகுபடும் எண்ணான 164க்கு சமமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ இருக்குமாறு ஒரு எண்ணை ஊகித்து பெட்டியில் இடவும். வகுத்து மீதியை பெறு.

$$\begin{array}{r|r|l} 4 & \overline{17}.\overline{64} & 4.2 \\ & -16 & \\ \hline 8\boxed{2} & 164 & \\ & -164 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

படி 6: இப்போது மீதி பூஜ்ஜியம் ஆகும். மேலும் இடமிருந்து ஜோடிகள் ஏதும் இல்லை.

$\sqrt{17.64} = 4.2$

இப்போது மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகளை பார்ப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 11: வகுத்தல் முறையை பயன்படுத்தி 42.25ன் வர்க்க மூலத்தைக் கண்டுபிடி.

தீர்வு: படி 1 : $\overline{42}\ .\ \overline{25}$

படி 2 :

$$\begin{array}{r|r|l} 6 & \overline{42}.\overline{25} & 6 \\ & -36 & \\ \hline & 6 & \end{array}$$

படி 3 :

$$\begin{array}{r|r|l} 6 & \overline{42}.\overline{25} & 6.5 \\ 6 & -36 & \\ \hline 125 & 625 & \\ & -625 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

$\therefore \sqrt{42.25} = 6.5$.

எடுத்துக்காட்டு 12: $\sqrt{96.04}$ ஐ கண்டுபிடி.

தீர்வு :

$$\begin{array}{r|r|l} 9 & \overline{96}.\overline{04} & 9.8 \\ 9 & -81 & \\ \hline 188 & 1504 & \\ & -1504 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

எனவே $\sqrt{96.04} = 9.8$

6.9 முழுமையற்ற வர்க்க எண்களின் வர்க்க மூலங்கள் மதிப்பிடல்

முழுவர்க்க எண்களுக்கு வர்க்க மூலங்களை கண்டறியும் முறையை நாம் முன்பே கற்றோம். எண்கள் முழுமையற்ற வர்க்க எண்கள் எனில் நாம் அதனுடைய துல்லியமான வர்க்கமூலத்தை கண்டுபிடிக்க முடியாது. அவ்வாறான நேரங்களில், நாம் தோராயமான வர்க்க மூலத்தை கண்டுபிடிக்க வேண்டியுள்ளது.

நாம் இப்போது $\sqrt{300}$ ன் மதிப்பை அதற்கு அருகில் உள்ள முழு எண்ணை கொண்டு தோராயமாக கண்டுபிடிக்கலாம்.

முழுவர்க்க எண்களான 100 மற்றும் 400க்கு இடையே 300 அமைந்துள்ளது.

ஃ $100 < 300 < 400$

$10^2 < 300 < 20^2$

அதாவது $10 < \sqrt{300} < 20$

ஆனால், நாம் இப்போதும் வர்க்க எண்ணுக்கு மிக அருகில் இல்லை. $17^2 = 289$, $18^2 = 324$ என்பது நாம் அறிந்ததே.

ஆகவே $289 < 300 < 324$

$17 < \sqrt{300} < 18$

324ஐ விட 289, 300க்கு மிக அருகில் உள்ளது.

எனவே $\sqrt{300}$ ன் தோராயமான மதிப்பு 17.

பயிற்சி-6.3

1. பின்வரும் எண்களின் வர்க்கமூலங்களை வகுத்தல் முறையின் மூலம் கண்டுபிடி.
   (i) 1089 (ii) 2304 (iii) 7744 (iv) 6084 (v) 9025

2. கீழ்கண்ட தசம எண்களின் வர்க்கமூலங்களை கண்டுபிடி.
   (i) 2.56 (ii) 18.49 (iii) 68.89 (iv) 84.64

3. 4000லிருந்து எந்த மிகச்சிறிய எண்ணை கழித்தால், அது முழுவர்க்கமாகும்?

4. 4489 சதுர. செ.மீ பரப்பளவு கொண்ட சதுரத்தின் பக்க அளவை கண்டுபிடி.

5. ஒரு தோட்டக்காரர் 8289 செடிகளை சதுர வடிவில் பயிரிட விரும்பினார். அதில் 8 செடிகள் மீதமாகி விட்டன எனில் அவர் ஒவ்வொரு வரிசையிலும் எத்தனை செடிகளை நட்டார்?

6. மிகச்சிறிய நான்கு இலக்க முழு வர்க்க எண்ணை கண்டுபிடி.

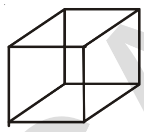
7. எந்த மிகச்சிறிய எண்ணை 6412 உடன் கூட்டினால், அது முழுவர்க்கமாகும்?

8. கீழ்கண்ட எண்களின் மதிப்பை அதற்கு அருகில் உள்ள முழு எண்ணை கொண்டு தோராயமாக கண்டுபிடி.
   (i) $\sqrt{97}$ (ii) $\sqrt{250}$ (iii) $\sqrt{780}$

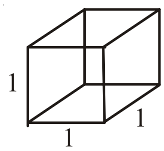
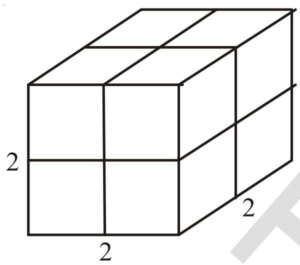
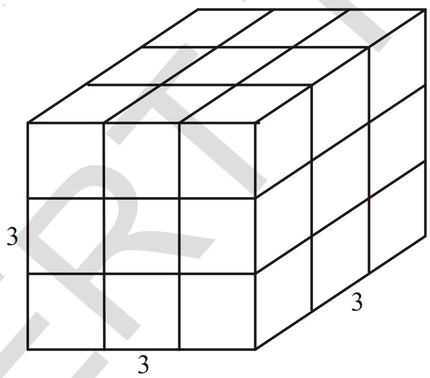
கனம் மேலும் கனமூலம்

6.10 அறிமுகம்

ஆறு சர்வசமமான சதுரங்களை உள்ளடக்கிய ஒரு திட உருவம் கனசதுரம்(கனம்) என நாம் அறிவோம்.



இப்போது நாம் ஓரலகு கனச்சதுரங்களை பயன்படுத்தி கனசதுர உருவங்களை உருவாக்கலாம்

வ.எண்.	படம்	பக்கத்தின்நீளம்	பயன்படுத்தப்பட்ட ஒற்றை கனங்களின் எண்ணிக்கை
1		1	1
2		2	8
3		3	27

மற்றொரு கனசதுரத்தை உருவாக்க முடியுமா? 5 அலகுகள் கொண்ட கனசதுரத்தை உருவாக்க எத்தனை ஓரலகு கனச்சதுரங்கள் தேவைப்படும் என்பதை ஊகி.

ஆகையால் கனசதுர உருவங்களை அமைக்க 1, 8, 27, 64 …….. ஆகிய ஓரலகு கனச்சதுரங்கள் தேவைப்படுகின்றன.

1, 8, 27, 64 …… ஆகிய எண்களை கனஎண்கள் (அ) முழுகனங்கள் என்கிறோம்.

$$1 = 1 \times 1 \times 1 = 1^3$$
$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$
$$27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$$
$$64 = \ldots\ldots.. \times \ldots\ldots \times \ldots\ldots =$$

ஆகவே, ஓர் எண்ணை அதே எண்ணுடன் மூன்று முறை பெருக்குவதன் மூலம் ஒரு கன எண்ணை பெறலாம்.

அதாவது x என்ற எண்ணின் கனம் என்பது $x \times x \times x = x^3$

49 ஒரு கன எண்ணா? இல்லை, ஏனெனில் $49 = 7 \times 7$, மேலும் ஒரு எண்ணை அதே எண்ணுடன் மூன்று முறை பெருக்குவதால் 49ஐ கொடுக்கும் ஒரு இயல் எண் இல்லை. மேலும் பார்ப்போமேயானால், $3 \times 3 \times 3 = 27$ மற்றும் $4 \times 4 \times 4 = 64$. இது 49 ஒரு முழு கனம் இல்லை என்பதை காட்டுகிறது.

முயன்று பார்

1. 81 ஒரு முழு கனமா?
2. 125 ஒரு முழு கனமா?

பின்வரும் அட்டவணையை கவனித்து பூர்த்தி செய்க.

எண்	கனம்
1	$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$
2	$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
3	$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
4	$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$
5	$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$
6	$6^3 = 6 \times 6 \times 6 = \ldots\ldots\ldots$
7	$7^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots..$
8	$8^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots..$
9	$9^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots..$
10	$10^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots..$

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுதுக

(i) 1 மற்றும் 100, 1 மற்றும் 500, 1 மற்றும் 1000 ஆகிய எண்களுக்கு இடையே எத்தனை முழு கன எண்கள் உள்ளன?

(ii) 500 மற்றும் 1000க்கு இடையே எத்தனை முழு கனங்கள் உள்ளன?

முதல் 20வரை உள்ள எண்களின் கனங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

எண்	கனம்
11	1331
12	1728
13	2197
14	2744
15	3375
16	4096
17	4913
18	5832
19	6859
20	8000

17 மற்றும் 18 எனும் எண்களின் கனங்களில் உள்ள இலக்கங்களின் மொத்தம் ஏதாவது சுவாரஸ்யமாக உள்ளதா?

மேற்கண்ட பட்டியலிலிருந்து ஓர் இரட்டை எண்ணின் கனம் எப்போதும் இரட்டை எண்ணாகவே இருக்கும் என்பதை அறியலாம். இது ஒற்றை எண்களுக்கும் மெய்யாகும் என நினைக்கிறாயா?

நாம் மேலும் உற்றுநோக்கினால், ஓர் எண்ணின் ஒன்றாம் இடத்தில் 1 இருந்தால், அதன் கனமும் ஒன்றுடன் ① முடியும் என்பதையும் அறியலாம்.

இதே போன்று, 0, 4, 5, 6 (அ) 9 ஆகிய எண்களை ஒன்றாம் இலக்கத்தில் கொண்ட எண்களின் கனங்களின் ஒன்றாம் இடத்தில் அமையும் எண்களை பற்றி உன்னால் என்ன கூறமுடியும்?

முயன்று பார்

1. பின்வரும் எண்களின் ஒவ்வொன்றிற்கும் ஒன்றாம் இடத்தில் எண்களை கண்டுபிடி.

 (i) 75^3 (ii) 123^3 (iii) 157^3 (iv) 198^3 (v) 206^3

6.11 ஆர்வத்தை தூண்டும் சில அமைப்புகள்

1. தொடர் ஒற்றை எண்களின் கூடுதல்

 பின்வரும் அமைப்பை கவனி

$1 = 1 = 1^3$

$3 + 5 = 8 = 2^3$

$7 + 9 + 11 = 27 = 3^3$

$13 + 15 + 17 + 19 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

கூடுதல் 5^3ஆக கிடைக்க அடுத்தடுத்த ஒற்றை எண்கள் எத்தனை தேவை என்று உன்னால் ஊகிக்க முடியுமா?

2. பின்வரும் அமைப்பை கவனி.

$2^3 - 1^3 = 1 + 2 \times 1 \times 3 = 7$

$3^3 - 2^3 = 1 + 3 \times 2 \times 3 = 19$

$4^3 - 3^3 = 1 + 4 \times 3 \times 3 = 37$

$5^3 - 4^3 =$ …………….. = ...

மேற்கண்ட அமைப்பை பயன்படுத்தி, பின்வருவனவற்றின் மதிப்பை கண்டுபிடி

(i) $10^3 - 9^3$ (ii) $15^3 - 14^3$ (iii) $26^3 - 25^3$

3. பின்வரும் அமைப்பை கவனித்து பூர்த்தி செய்.

$1^3 = 1^2$

$1^3 + 2^3 = (1 + 2)^2 = (3)^2$

$1^3 + 2^3 + 3^3 = (1 + 2 + 3)^2 = (\ )^2$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (\_\_\_\_)^2$

………………….. $= (1 + 2 + 3 + ... + 10)^2$

இதிலிருந்து நாம் தெரிந்து கொள்வது. முதல் 'n' இயல் எண்களின் கணங்களின் கூடுதல் அவற்றின் கூட்டுப்பலனின் வர்க்கத்திற்கு சமம்.

அதாவது $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + n^3 = (1 + 2 + 3 + ... + n)^2$.

6.12 கனங்கள் மேலும் அவற்றின் பகா காரணிகள்

64 மற்றும் 216 எண்களை எடுத்துக்கொள்.

65 மற்றும் 216ஐ பகா காரணிகளாக பிரிக்கவும்.

$64 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2}$

$216 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3}$

இந்த இரண்டு வகையிலும் ஒவ்வொரு காரணியும் மூன்று முறை தோன்றுகிறது. அதாவது பகா காரணிகள் மூன்றாக குழுப்படுத்தப்படுகிறது..

எனவே, ஓர் எண் மூன்று சமமான காரணிகளின் பெருக்கல் பலனாக தெரிவிக்கப்பட்டால், அதை முழு கனம் அல்லது கன எண் என்பர்.

540 ஒரு முழு கனமா?

540 ஐ பகா காரணிகளாக பகுத்தால் நமக்கு கிடைப்பது

$540 = 2 \times 2 \times \underline{3 \times 3 \times 3} \times 5$

இங்கு 2 மற்றும் 5 மூன்றின் குழுவில் தோன்றவில்லை.எனவே 540 ஒரு முழு கனம் அல்ல.

2	540
2	270
3	135
3	45
3	15
5	5
	1

இதை செய்

1. பின்வருவனவற்றில் எவை முழு கனங்கள்?

(i) 243 (ii) 400 (iii) 500 (iv) 512 (v) 729

எடுத்துக்காட்டு 13: எந்த மிகச்சிறிய எண்ணால் 2560ஐ பெருக்கினால் அதன் பெருக்கல்பலன் ஒரு முழு கனமாகும்?

தீர்வு : 2560ஐ பகா காரணிகளாக பகுத்தால், நமக்கு கிடைப்பது

$2560 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times 5$

பகா காரணி 5 மூன்றின் குழுவில் தோன்றவில்லை.

எனவே, 2560 முழு கனம் அல்ல.

ஆகவே, இதை முழு கனமாக்க இதனுடன் பெருக்க வேண்டிய மிகச்சிறிய எண் $5 \times 5 = 25$

2	2560
2	1280
2	640
2	320
2	160
2	80
2	40
2	20
2	10
	5

எடுத்துக்காட்டு 14: எந்த மிகச்சிறிய எண்ணால் 1600ஐ வகுக்கும் போது அதன் ஈவு முழு கனமாகும்?

தீர்வு : 1600ஐ பகா காரணிகளாக பகுத்தால், நமக்கு கிடைப்பது

$1600 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times 5 \times 5$

பகா காரணி 5 மூன்றின் குழுவில் தோன்றவில்லை

எனவே, 1600 முழு கனம் அல்ல.

ஆகவே, இதை முழு கனமாக்க இதை வகுக்க வேண்டிய மிகச்சிறிய எண் $5 \times 5 = 25$

2	1600
2	800
2	400
2	200
2	100
2	50
5	25
	5

பயிற்சி-6.4

1. பின்வரும் எண்களின் கனங்களைக் கண்டுபிடி.

   (i) 8 (ii) 16 (iii) 21 (iv) 30

2. கீழே கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் முழுகனங்களா, இல்லையா என சோதித்து அறிக.

   (i) 243 (ii) 516 (iii) 729 (iv) 8000 (v) 2700

3. எந்த மிகச்சிறிய எண்ணை 8788ஆல் பெருக்கினால் அது முழுகனமாகும்?

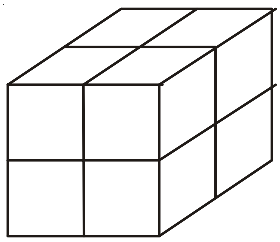
4. எந்த மிகச்சிறிய எண்ணை 7803ஆல் பெருக்கினால் அதன் பெருக்கற்பலன் ஒரு முழுகனமாகும்?

5. எந்த மிகச்சிறிய எண்ணால் 8640ஐ வகுக்கும் போது அதன் ஈவு முழு கனமாகும்?

6. ரவி 12செ.மீ, 8செ.மீ மேலும் 3செ.மீ அளவுகள் கொண்ட கனசெவ்வகத்தை உருவாக்கினான். ஒரு கனசதுரத்தை உருவாக்க இதுபோன்ற எத்தனை கனச்செவ்வகங்கள் தேவைப்படுகின்றன?

7. $3^{11}+5^{13}$ ஐ வகுக்கக்கூடிய மிகச்சிறிய பகா எண்ணை கண்டுபிடி.

6.13 கனமூலங்கள்

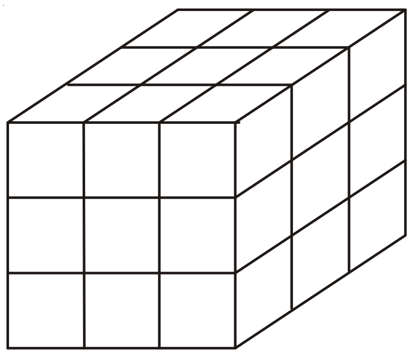


2 அலகுகள் பக்க அளவுடைய கனசதுரத்தை உருவாக்க 8 அலகுகள் கனசதுரங்கள் தேவை.(2^3 = 8) இதைப்போல 3பக்க அலகுகள் உடைய கனசதுரத்தை உருவாக்க 27 அலகுகள் கனசதுரங்கள் தேவை (3^3= 27)

64 அலகுகள் கனசதுரங்களை பயன்படுத்தி ஒரு கனசதுரத்தை உருவாக்கினால் அதன் பக்க அளவு என்னவாக இருக்கும்?

பக்கஅளவின் நீளம் 'x' எனக் கொள்க.

∴ $64 = x^3$



கனசதுரத்தின் பக்கஅளவை கண்டுபிடிக்க 64 எந்த எண்ணின் கனம் என கண்டறிய வேண்டியது அவசியம்.

∴ ஒரு எண்ணின் கனம் தெரிந்தால் அந்த எண்ணை கண்டுபிடிப்பதை கனமூலம் காணல் என்கிறோம். இது கனப்படுத்துவதின் எதிர்மறைஆகும். எனவே 4^3 = 64 எனில் 64ன் கனமூலம் 4என அழைக்கப்படுகிறது.

இதை $\sqrt[3]{64} = 4$. என எழுதுகிறோம். $\sqrt[3]{\ }$ என்பது கனமூலத்தின் குறியீடு. $y = x^3$ எனில் x என்பது yன் கனமூலம் எனப்படும். இதை x = $\sqrt[3]{y}$. என்று எழுதுகிறோம்.

பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக.

கனங்கள்	கனமூலங்கள்
$1^3 = 1$	$\sqrt[3]{1} = 1$
$2^3 = 8$	$\sqrt[3]{8} = 2$
$3^3 = 27$	$\sqrt[3]{27} = 3$
$4^3 = 64$	$\sqrt[3]{64} = 4$
$5^3 = 125$	$\sqrt[3]{125} = 5$
$6^3 =$ …...	$\sqrt[3]{\ } = 6$
$7^3 =$ …….	$\sqrt[3]{\ } = 7$
$8^3 =$ ……	$\sqrt[3]{\ } = 8$
…… = ………..	…….. = ………..
……. = ………..	………… = ………

6.14 பகாக்காரணிபடுத்தல் முறைமூலம் கனமூலத்தை கண்டுபிடித்தல்

பகாக்காரணிப்படுத்தல் முறைமூலம் 1728ன் கனமூலத்தை காணும் முறையை பார்ப்போம்.

2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
	3

படி1 : பகாக்காரணிகளின் பெருக்கற்பலனாக தரப்பட்ட எண் 1728ஐ மாற்றி அமைத்தல்.

$1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

படி 2 : மூன்று சமமான காரணிகள் கொண்ட குழுவாக அமை

$1728 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3)$

படி 3: ஒவ்வொரு குழுவிலிருந்தும் ஒரு காரணியை எடுத்துக்கொண்டு பெருக்கினால் நமக்கு கிடைப்பது

$\sqrt[3]{1728} = 2 \times 2 \times 3 = 12$

மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகளை பார்ப்போம்

எடுத்துக்காட்டு 15: 4096ன் கனமூலத்தை கண்டுபிடி?

2	4096
2	2048
2	1024
2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
	2

தீர்வு : 4096ஐ பகாக்காரணிகளின் பெருக்கற்பலனாக எழுதினால் நமக்கு கிடைப்பது

$4096 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$

$\sqrt[3]{4096} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

ஃ $\sqrt[3]{4096} = 16$

6.15 ஒரு எண்ணின் கனமூலத்தை ஊகித்தல்

கொடுக்கப்பட்ட எண் கனஎண் எனத் தெரிந்தால் அவற்றின் கன மூலத்தை கண்டறிய பின்வரும் முறையை பயன்படுத்தலாம்.

9261ன் கனமூலத்தை ஊகித்தல் முறை மூலம் கண்டுபிடித்தல்.

படி 1: ஒன்றுகள் இலக்கில் இருந்து, மூன்று இலக்கங்களை கொண்ட குழுக்களாக பிரித்தல்.

அதாவது 9 261

இரண்டாம் குழு முதல் குழு

படி 2: முதல் குழுவிலுள்ள அதாவது 261 கனமூலத்தின் ஒன்றுகள் இலக்கத்தை கொடுக்கும். 261 ல் ஒன்றாம் இடத்தில் 1 இருப்பதால் கனமூலம் 1ஆல் முடியும். எனவே கனமூலத்தின் ஒன்றாம் இலக்கம் 1.

படி 3: இப்போது இரண்டாவது குழுவை எடுத்துக்கொள்

$2^3 < 9 < 3^3$. என நமக்குத் தெரியும்

இதில் மிகச்சிறிய எண்2. எனவே கனமூலத்தின் பத்தாம் இலக்கத்தில் 2 இருக்கும்.

$\therefore \sqrt[3]{9261} = 21$

பயிற்சி-6.5

1. பகாக்காரணிப்படுத்தல் முறைமூலம் பின்வரும் எண்களின் கனமூலத்தை கண்டுபிடி
   (i) 343 (ii) 729 (iii) 1331 (iv) 2744
2. ஊகித்தல் முறை மூலம் பின்வரும் எண்களின் கனமூலத்தைக் கண்டுபிடி?
   (i) 512 (ii) 2197 (iii) 3375 (iv) 5832
3. சரியா? தவறா? கூறு
   (i) இரட்டை எண்ணின் கனம் ஒற்றை.
   (ii) முழுமையான கனம் கடைசியில் இரண்டு பூஜ்ஜியங்களைக் கொண்டிருக்கும்.
   (iii) 5ஆல் முடியும் எண்களின் கனமூலம் கூட 5ஆல் முடியும்.
   (iv) ஒரு கன எண் பூஜ்ஜியத்தில் முடிவடைந்தால் அதன் வலப்பக்கத்தில் மூன்று பூஜ்ஜியங்கள் இருக்கும்.
   (v) ஓரிலக்க எண்ணின் கனம் ஓரிலக்க எண்ணாக இருக்கலாம்.
   (vi) 8ஆல் முடியும் எதுவும் முழுமையான கனம் அல்ல.
   (vii) ஈரிலக்க எண்ணின் கனம் ஒரு மூன்றிலக்க எண்ணாக இருக்கலாம்
4. வர்க்க எண்ணாகவும் மேலும் கனஎண்ணாகவும் கொண்ட ஓர் ஈரிலக்க எண்ணைக் கண்டுபிடி.

நாம் கற்றவை

- வர்க்க எண்களின் அமைப்பு.
- வர்க்க எண்ணில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையை ஊகித்தல்.
- வர்க்க எண்ணிலுள்ள சில அமைப்புகள்.
- பிதாகரஸ் முகிகள்.
- பகாக்காரணிப்படுத்தல் மேலும் வகுத்தல் முறைமூலம் வர்க்க மூலங்களை கண்டுபிடித்தல்.
- முழுமையற்ற வர்க்க எண்களின் வர்க்க மூலங்களை ஊகித்தல்.
- கனங்களிலுள்ள அமைப்புகள்.
- பகாக்காரணிப்படுத்தல் முறைமூலம் கனமூலத்தை கண்டறிதல்.
- ஓர் எண்ணின் கனமூலத்தை ஊகித்தல்.
- ஒரு முழுஎண்ணின் வர்க்கம் முழுஎண் மற்றும் வர்க்கஎண். அதே சமயம் விகிதமுறா எண்ணின் வர்க்கமானது வர்க்கமாக இருக்கும்.

நிலையான முக்கோணம் (Eternal Triangle)

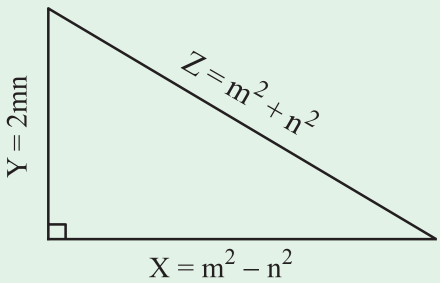
டிபோஹன்டஸ் மற்றும் முன் கிரேக்கர் காலத்திலிருந்தே, ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் அளவுகளை முழு எண்களாக கொடுக்கும் சூத்திரம் இருந்தது. அது,

ஒரு பக்கம் $X = m^2 - n^2$

மற்றொரு பக்கம் $Y = 2mn$

கர்ணம் $Z = m^2 + n^2$

m மற்றும் n ஆகியவை முழுக்கள்.



எடுத்துக்காட்டு

m	n	$X = m^2 - n^2$	$Y = 2mn$	$Z = m^2 + n^2$
2	1	3	4	5
3	2	5	12	13
5	2	21	20	29
4	3	7	24	25
4	1	15	8	17

அத்தியாயம் 7

நிகழ்வெண் பங்கீடு அட்டவணை மற்றும் வரைபடம்

7.0 அறிமுகம்

ஜெகதீஷ் விளையாட்டு செய்தியை தொலைக்காட்சி பெட்டியில் பார்த்துக்கொண்டிருந்தார். 2012 ஒலிம்பிக் போட்டியில் வெவ்வேறு நாடுகள் வெற்றிபெற்ற பதக்கங்களின் விவரங்கள் தொலைக்காட்சி பெட்டியில் காண்பிக்கப்பட்டது.

ஒலிம்பிக் 2012 - பதக்கப்பட்டியல்

இடம்	நாடுகள்	தங்கம்	வெள்ளி	வெண்கலம்	மொத்தம்
1	ஐக்கியநாடுகள்	46	29	29	104
2	சீனா	38	27	23	88
3	இங்கிலாந்து	29	17	19	65
4	ரஷ்யா	24	26	32	82
5	கொரியா	13	8	7	28

மேற்கண்ட அட்டவணையில் ஒலிம்பிக் 2012ல் முதல் ஐந்து இடங்களை பெற்ற நாடுகள், பெற்ற பதக்கங்களின் விவரங்கள் தரப்பட்டுள்ளன.

ஒரு முடிவை எடுக்க (அல்லது) முடிவை தெரிந்து கொள்ள உதவும், எண்வடிவில் (அல்லது) பேச்சு வடிவில் (அல்லது) வரைபடவடிவில் இருக்கும் செய்திகளை விவரங்கள் என்கிறோம்.

* மிக அதிகமான பதக்கங்கள் பெற்ற நாடு எது?
* அதிக வெண்கல பதக்கங்கள் பெற்ற நாடு எது?
* அட்டவணையில் கொடுத்த விவரங்களை கொண்டு மேலும் மூன்றுக்கு மேற்பட்ட வினாக்களை எழுது.

முயன்று பார்

விவரங்களுக்கான மூன்று எடுத்துகாட்டுகளை எழுத்தாலும் மற்றும் மூன்று எடுத்துக்காட்டுகளை எண்ணாலும் எழுதுக.

7.1 மையமதிப்புகளின் அடிப்படை அளவுகள்

விவரங்களை சேகரித்த பிறகு, விவரங்களை ஆதாரமாக கொண்டு முடிவுகளை எழுதவேண்டும். சில நேரங்களில் மொத்தத்தையும், சில நேரங்களில் சராசரியையும் பயன்படுத்துகிறோம். சராசரி, இடைநிலை அளவு, முகடு போன்ற அடிப்படை அளவீடுகளை நாம் சென்ற வகுப்பில் கற்றிருக்கிறோம். இப்பொழுது அவற்றை நினைவு கூறுவோம்.

7.1.1. கூட்டுச்சராசரி (A.M.) (Arithmetic Mean)

மையமதிப்புகளை அளக்க இது பொதுவாக பயன்படுத்தப்படுகிறது. எண்களின் கணத்தில் கூட்டு சராசரி என்பது சராசரி எனப்படுகிறது. அதாவது பதிவுகளின் மொத்தத்தை பதிவுகளின் எண்ணிக்கையால் வகுத்தால் கூட்டு சராசரி கிடைக்கும்.

$x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots\ldots . x_n$ ன் கூட்டுசராசரி காண உதவும் சூத்திரம்

கூட்டு சராசரி$(\bar{x}) = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots\ldots + x_n}{N}$

$\bar{x} = \dfrac{\sum X_i}{N}$ (சுருக்கியவடிவில்)

$\sum x_i$ என்பது எல்லா x_i களின் மொத்தத்தை குறிக்கிறது. இங்கு i ன் மதிப்பு 1லிருந்து n வரை

எடுத்துக்காட்டு 1: மாதத் தேர்வில் பல்வேறு பாடங்களில் அசோக் எடுத்த மதிப்பெண்கள் விவரம் 20, 11, 21, 25, 23 மேலும் 14. இம்மதிப்பெண்களின் கூட்டு சராசரி என்ன?

தீர்வு : தரப்பட்டுள்ள பதிவுகள்: $\sum x_i$ 20, 11, 21, 25, 23 மேலும் 14

கூட்டுச்சராசரி $\bar{x} = \dfrac{\sum X_i}{N}$

$= \dfrac{20+11+21+25+23+14}{6} = \dfrac{114}{6}$

$\bar{x} = 19$

எடுத்துக்காட்டு 2: 7 பதிவுகளின் கூட்டுசராசரி 32என கணக்கிடப்பட்டது. இத்துடன் ஒரு பதிவு 48-ஐ அந்த விவரத்துடன் கூட்டினால் கிடைக்கும் புதிய கூட்டுசராசரி எவ்வளவு?

தீர்வு: 7 பதிவுகளின் சராசரி $\bar{x}$ = 32

7 பதிவுகளின் மொத்தம் $\sum \bar{x} = 32 \times 7 = 224$

மேலும் சேர்க்கப்பட்ட பதிவு = 48

8 பதிவுகளின் மொத்தம் $\sum \sum x_i$ 224 + 48 = 272

8 பதிவுகளின் சராசரி $\bar{x} = \dfrac{\sum X}{N} = \dfrac{272}{8} = 34$

எடுத்துக்காட்டு 3: ஒரு சங்கத்தில் உள்ள 25 உறுப்பினர்களின் சராசரி வயது 38 வருடங்கள். சங்கத்திலிருந்து விலகிய 5 உறுப்பினர்களின் சராசரி வயது 42 வருடங்கள் எனில் தற்போது மீதமுள்ளவர்களின் சராசரி வயது என்ன?

தீர்வு : சங்கத்தில் உள்ள 25 உறுப்பினர்களின் சராசரி வயது = 38 வருடங்கள்

25 உறுப்பினர்களின் மொத்த வயது = 38×25 = 950

வெளியேறிய 5 உறுப்பினர்களின் சராசரி வயது = 42 வருடங்கள்

5 உறுப்பினர்களின் மொத்த வயது = 42×5 = 210

மீதமுள்ள 20 உறுப்பினர்களின் மொத்த வயது = $\sum x_i$ - 210= 740

தற்போது, மீதமுள்ள உறுப்பினர்களின் சராசரி வயது $\bar{x} = \frac{\sum X}{N} = \frac{740}{20} = 37$ வருடங்கள்

எடுத்துக்காட்டு 4: 9 பதிவுகளின் கூட்டுசராசரி 45என கணக்கிடப்படுகிறது. இதில் ஒரு பதிவு 24க்கு பதிலாக 42என தவறுதலாக கணக்கிடப்பட்டால் சரியான கூட்டு சராசரி என்ன?

தீர்வு : 9 பதிவுகளின் சராசரி = 45

24க்கு பதிலாக 42என கணக்கிடும் போது 9 பதிவுகளின் மொத்தம் = 45 × 9 = 405

சரியான 9 பதிவுகளின் மொத்தம் $\sum x_i$ = $405 - 42 + 24 = 387$

சரியான 9 பதிவுகளின் சராசரி = $\frac{\sum X}{N} = \frac{387}{9} = 43$

நாம் அறிந்தவை :

* மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டிலிருந்து சராசரி என்பது கொடுக்கப்படும் எல்லா விவரத்தின் நடுநிலையை குறிப்பிடுகிறது.
* கூட்டுசராசரி என்பது கொடுக்கப்படும் விவரங்களில் உள்ள பதிவுகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் பதிவுகளின் மதிப்புகளை ஆதாரமாகக் கொண்டுள்ளது.
* இது எல்லா பதிவுகளின் மீதும் ஆதாரப்படுகிறது.
* சிலகுறிப்பிட்ட எண்ணால், பதிவுகளின் விவரங்களின் எல்லா பதிவுகளும் அதிகமாகும் போதும் (அல்லது) குறையும் போதும் அப்பதிவுகளின் சராசரியும் அதே எண்ணால் அதிகமாகும் (அல்லது) குறையும்.
* விவரங்களின் எல்லா பதிவுகளும் ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணால் பெருக்கும் போது (அல்லது) வகுக்கும் போது அதன் சராசரியும் அதே எண்ணால் பெருக்க (அல்லது) வகுக்கப்படுகிறது.

7.1.2 விலகல் முறையில் கூட்டு சராசரி.

ஒரு விவரத்திலுள்ள 5 பதிவுகள் 7, 10, 15, 21, 27.ஆசிரியர் விவரத்தின் பதிவுகளை கணக்கிடாமல் அவ்விவரத்தின் கூட்டுசராசரியை கேட்க கமல், நீலிமா மற்றும் லேகியா என்ற மூன்று மாணாக்கர்கள் மட்டும் கீழ்கண்டவாறு பதிலளிக்கின்றனர். கூட்டுசராசரி 17ன் மீச்சிறு, மீப்பெரு மதிப்புகளுக்கு இடையில் அமைந்திருக்கும் என கமல் கூறினான். 5 விவரத்தின் பதிவுகளை வரிசைப்படுத்தினால் (ஏறுவரிசை (அ) இறங்கு வரிசை) மையத்தில் உள்ள பதிவு 15, எனவே அந்த விவரத்தின் கூட்டுசராசரி 15 என நீலிமா கூறினாள். பதிவுகளின் கூடுதலை, பதிவுகளின் எண்ணிக்கையால் வகுத்தால் கூட்டு சராசரி 16 கிடைக்கும் என லேகியா கூறினாள். மேற்கூறிய சராசரிகளை நாம் ஊகித்த சராசரி அல்லது கணித்த சராசரி என்கிறோம். இதற்கு A என பெயரிடுகிறோம்.எந்த ஊகித்த விவரம் சரியான சராசரிக்கு பொருந்தும் என சரிபார்ப்போம்.

வகை 1: கமல் ஊகித்த கூட்டுசராசரி A = 17ஐ எடுத்துக்கொள்வோம்.

அவற்றின் கூட்டுசராசரி $\bar{x} = \frac{\sum X}{\sum x_i} = \frac{7+10+15+21+27}{5} = \frac{80}{5} = 16$

ஒவ்வொரு பதிவையும் ஊகித்த சராசரி A-ஐ கொண்டு விலகல் முறையில் எழுத

$$\bar{x} = \frac{(17-10)+(17-7)+(17-2)+(17+4)+(17+10)}{5}$$

பதிவுகள்	A	விலகல்
7	17	$7 = 17-10$
10	17	$10 = 17-7$
15	17	$15 = 17-2$
21	17	$21 = 17+4$
27	17	$27 = 17+10$

$$= \frac{5\times 17}{5} + \frac{-10-7-2+4+10}{5}$$

$$= 17 + \frac{-5}{5} = 17 - 1 = 16$$

கூட்டு சராசரி = ஊகித்த சராசரி + விலகல் சராசரி

வகை 2: நீலிமா ஊகித்த கூட்டு சராசரி A = 15 என எடுத்துக்கொள்வோம்.

அவற்றின் கூட்டு சராசரி $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{7+10+15+21+27}{5}$

$\Rightarrow \bar{x}$ விலகல் முறையில் $= \frac{(15-8)+(15-5)+(15-0)+(15+6)+(15+12)}{5}$

$$= \frac{5\times 15}{5} + \frac{-8-5-0+6+12}{5}$$

$$= 15 + \frac{5}{5} = 15 + 1 = 16$$

வகை 3: லேக்கியா நிர்ணயித்த கூட்டுசராசரி A = 16 என எடுத்துக்கொள்வோம்.

இவற்றின் கூட்டுசராசரி $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{7+10+15+21+27}{5}$

$\Rightarrow \bar{x}$ விலகல் முறையில் $= \frac{(16-9)+(16-6)+(16-1)+(16+5)+(16+11)}{5}$

$$= \frac{5\times 16}{5} + \frac{-9-6-1+5+11}{5}$$

$$= 16 + \frac{0}{5} = 16$$

முயன்று பார்

மேற்கண்ட வகைகளுக்கு ஊகித்த சராசரி, உண்மையான சராசரிகளை அட்டவணைப்படுத்து. விலகல் சராசரியை ஊகித்த சராசரி மற்றும் உண்மையான சராசரியின் வித்தியாசத்துடன் ஒப்பிட்டு பார். நீ அறிவது யாது?

(குறிப்பு: விலகல் சராசரியுடன் ஒப்பிடு.)

மேற்கண்டவற்றில் இருந்து, ஊகித்த சராசரியின் எல்லா பதிவுகளின் விலகலின் கூடுதலின் மதிப்பு '0' எனில் ஊகித்த சராசரி, உண்மையான சராசரியின் மதிப்புக்கு சமமாக இருக்கும். இந்த சரிப்பார்க்கும் முறையை பயன்படுத்தி விவரங்களுக்கான கூட்டுசராசரியை அறியலாம்.

மேற்கண்ட வகைகளிலிருந்து எல்லா பதிவுகளின் ஊகித்த சராசரி மற்றும் அதன் எல்லா பதிவுகளின் விலகலிருந்து கூட்டு சராசரியை காணமுடிகிறது.

கூட்டுச் சராசரி = ஊகித்த சராசரி + விலகல்களின் சராசரி

$$= \text{ஊகித்த சராசரி} + \frac{\text{விலகல்களின் மொத்தம்}}{\text{பதிவுகளின் எண்ணிக்கை}}$$

$$\bar{x} = A + \frac{\sum(x_i - A)}{N}$$

எடுத்துக்காட்டு 5: ஊகித்த சராசரி 40ஐ கொண்டு, 14, 36, 25, 28, 35, 32, 56, 42, 50, 62 ஆகிய 10 பதிவுகளின் கூட்டுசராசரியை காண்க. மேலும் சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி கூட்டு சராசரி காண்க. நீ அறியும் வித்தியாசம் என்ன?

தீர்வு : விவரங்களின் பதிவுகள் = 14, 25, 28, 32, 35, 36, 42, 50, 56, 62

ஊகித்த சராசரி A = 40 என்க.

$$\text{கூட்டு சராசரி} = A + \frac{\sum(x_i - A)}{N}$$

$$\bar{x} = 40 + \frac{(14-40)+(25-40)+(28-40)+(32-40)+(35-40)+(36-40)+(42-40)+(50-40)+(56-40)+(62-40)}{10}$$

$$= 40 + \frac{(-26)+(-15)+(-12)+(-8)+(-5)+(-4)+(2)+(10)+(16)+(22)}{10}$$

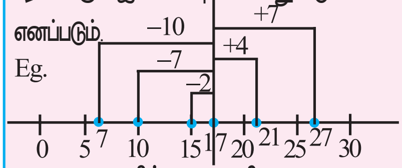
$$= 40 + \frac{(-70+50)}{10}$$

$$= 40 - \frac{20}{10}$$

$$= 40 - 2 = 38$$

கொடுக்கப்பட்ட பதிவுகளுக்கும், ஊகித்த சராசரிக்கும் இடையேயுள்ள வேறுபாடு விலகல் எனப்படும்.

Eg.



ஊகித்த சராசரி = 17

$$\text{சாதாரண முறையில் கூட்டு சராசரி } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{14+25+28+32+35+36+42+50+56+62}{10}$$

$$= \frac{380}{10} = 38$$

இரண்டு முறைகளிலும் ஒரே சராசரியை பெறுகிறோம். மிக அதிகமான எண்களுக்கும் தசமஎண்களுக்கும் கூட்டு சராசரியை இம்மாதிரியான விலகல் முறையில் சுலபமாக காணலாம்.

கீழ்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளை கவனி

எடுத்துக்காட்டு 6: ஒரு வாரத்தில் மாறும் பங்கு சந்தையின் பங்கு மதிப்பீடுகள் (ரூபாயில்) 3672, 3657, 3673, 3665, 3668. பங்கு சந்தையின் கூட்டு சராசரியை காண்க.

தீர்வு: விவரத்தின் பதிவுகள் = 3657, 3665, 3668, 3672, 3673

ஊகித்த சராசரி = 3668

கூட்டு சராசரி $\bar{x} = A + \dfrac{\sum(x_i - A)}{N}$

$$= 3668 + \frac{(3657-3668)+(3665-3668)+(3668-3668)+(3672-3668)+(3673-3668)}{5}$$

$$= 3668 + \frac{-11-3-0+4+5}{5} = 3668 + \frac{-5}{5} = 3668 - 1 = 3667 \text{ ரூபாய்}$$

முயன்று பார்

1. கீழ்காணும் பதிவுகளுக்கு கூட்டுசராசரியை ஊகி.

(i) 17, 25, 28, 35, 40

(ii) 5, 6, 7, 8, 8, 10, 10, 10, 12, 12, 13, 19, 19, 19, 20

சரியான கணக்கீடு மூலம் விடையை சரிபார்.

செயல் திட்டம்

1. தற்பொழுது நடந்த தேர்விலிருந்து 10 மாணவர்களின் வேறுபட்ட பாடங்களின் மதிப்பெண்களை சேகரித்து, ஒவ்வொரு பாடத்திலும் கூட்டுசராசரியைஊகி. அவற்றின் சராசரியை கணக்கிடுதலை கொண்டு சரிபார். நீ ஊகித்தவைகளில் எத்தனை சரியான சராசரியை காட்டுகிறது?
2. உன் வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களின் உயரங்களின் சராசரியை காண்க. மேலும் உடற்பயிற்சி ஆசிரியர் பதிவேட்டிலிருந்து சரிபார்க்கவும்.

7.1.3 இடைநிலை அளவு

மையமதிப்பீடுகள் காண அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படும் மற்றொரு அளவீடு இடைநிலை அளவு ஆகும். இடைநிலை அளவு என்பது கொடுக்கப்படும் விவரங்களின் பதிவுகளை ஏறு வரிசையிலோ (அல்லது) இறங்கு வரிசையிலோ வரிசைப்படுத்தப்பட்டு அதிலிருந்து மையத்தில் உள்ள பதிவை காண்பதாகும். அதாவது பலபதிவுகள் மேலும் கீழுமாக இருக்கும் போது, n எண்ணிக்கை உடைய விவரத்தின் பதிவுகளை ஏறுவரிசை அல்லது இறங்கு வரிசையில் வரிசைப்படுத்தப்பட்டால்

- n ஒற்றை எண் எனில் $\left(\dfrac{n+1}{2}\right)$ வது பதிவு இடைநிலை அளவு ஆகும்.

- n என்பது இரட்டை எனில் $\left(\frac{n}{2}\right)$ வது மற்றும் $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ வது பதிவுகளின் கூட்டு சராசரி இடைநிலை அளவு ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 7: 14, 36, 25, 28, 35, 32, 56, 42, 50 என்ற 9 பதிவுகளின் இடைநிலை அளவு காண்க.

தீர்வு : பதிவுகளின் ஏறுவரிசை = 14, 25, 28, 32, 35, 36, 42, 50, 56

பதிவுகளின் எண்ணிக்கை n = 9 (ஒற்றை எண்)

விவரத்தின் இடைநிலை அளவு = $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ வது பதிவு

= 5வது பதிவு = 35

∴ இடைநிலை அளவு = 35

எடுத்துக்காட்டு 8: மேற்கூறிய பதிவுகளுடன் 61 என்ற பதிவை சேர்த்துக்கொண்டால். அப்பதிவுகளின் இடைநிலை அளவு என்ன?

தீர்வு : பதிவுகளின் ஏறுவரிசை =14,25, 28, 32, 35, 36, 42, 50, 56, 61

பதிவுகளின் எண்ணிக்கை n = 10 (இரட்டை எண்)

பதிவுகளின் மையத்தில் இரண்டு எண்கள் உள்ளது.

பதிவுகளின் இடைநிலை $=\left(\frac{n}{2}\right)^{th}$ வது மற்றும் $\left(\frac{n}{2}+1\right)^{t}$ வது பதிவுகளின் கூட்டுசராசரி

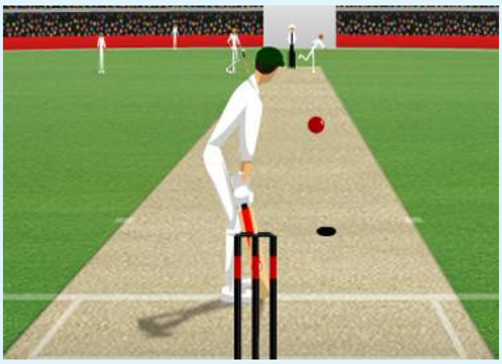
= 5வது மற்றும் 6வது பதிவுகளின் கூட்டுசராசரி

$= \frac{35+36}{2}$ = 35.5

இதை செய் இந்திய கிரிக்கெட் அணியில் உள்ள வீரர்களின் உயரங்கள் தரப்பட்டுள்ளன. அணியின் இடைநிலை அளவு காண்க.

வ.எண்	வீரர்களின் பெயர்கள்	உயரங்கள்
1.	வி.வி.எஸ்.லட்சுமன்	5'11"
2.	பார்திவ்படேல்	5'3"
3.	ஹர்பஜன்சிங்	6'0"
4.	சச்சின்டெண்டுல்கர்	5'5"
5.	கௌதம் கம்பீர்	5'7"
6.	யுவராஜ் சிங்	6'1"
7.	ராபின் ஊத்தப்பா	5'9"
8.	வீரேந்திர சேவாக்	5'8"
9.	ஜகீர்கான்	6'0"
10.	எம்.எஸ்.தோனி	5'11"

5' 10" **என்பது 5அடி 10 அங்குலம்**



குறிப்பு :

* இடைநிலை அளவு என்பது வரிசைப்படுத்தப்பட்ட பதிவுகளின் மைய மதிப்பு.
* பதிவுகளின் எண்ணிக்கை மேலும் வரிசைப்படுத்தப்பட்ட மைய மதிப்பின் மேல் ஆதாரப்பட்டுள்ளது. வரிசையின் முதல் கடைசி பதிவுகளை மாற்றியமைத்தாலும் இடைநிலை அளவு மதிப்பு மாறாது.

முயன்று பார்

1. 24,65,85,12,45,35,15 பதிவுகளின் இடைநிலை அளவை காண்க.
2. $x, 2x, 4x$ பதிவுகளின் இடைநிலை அளவு 12 எனில் பதிவுகளின் சராசரியை காண்க
3. $24, 29, 34, 38, x$ பதிவுகளின் இடைநிலை அளவு 29 எனில் 'x' ன் மதிப்பு
   (a) > 38 (b) < 29 (c) 29 மற்றும் 34 இடையில் (d) எதுவுமில்லை

7.1.4 முகடு

நமக்கு பிடித்த பள்ளிசீருடையின் வண்ணம் அல்லது அதிகமாக விற்கப்படும் சட்டையின் அளவையும் தெரிந்து கொள்ளும் போது முகடை பயன்படுத்துவோம். அதிக நேரம் திரும்ப திரும்ப செயல்படுவது முகடு. கீழ்காணும் உதாரணங்களை கவனி.

எடுத்துக்காட்டு 9: காலணி கடையில் ஒரு வாரத்தில் விற்கப்பட்ட காலணிகளின் அளவுகள் (அங்குலத்தில்) 7, 9, 10, 8, 7, 9, 7, 9, 6, 3, 5, 5, 7, 10, 7, 8, 7, 9, 6, 7, 7, 7, 10, 5, 4, 3, 5, 7, 8, 7, 9, 7. எந்த அளவு கொண்ட காலணி அடுத்த வாரத்தில் விற்க அதிகளவில் வைக்க வேண்டும்? காரணம் என்ன?

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட பதிவுகளை வரிசையில் எழுத,

3, 3, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 9, 10, 10, 10.

கொடுக்கப்பட்ட பதிவுகளிலிருந்து 7 அங்குலம் காலணிகள் அதிக எண்ணிக்கையில் விற்பனையாகியுள்ளது என்பது நமக்க தெளிவாக தெரிகிறது. இந்த விவரங்களின் முகடு 7. எனவே 7 அங்குல காலணியை அதிக அளவில் விற்பனைக்காக வைக்கப்படவேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 10 : ஒரு இரத்ததான முகாமில் இரத்த தானம் செய்யும் 50 பேரின் இரத்த பிரிவுகள் விவரங்கள் A, AB, B, A, O, AB, O, O, A, AB, B, A, O, AB, O, O, A, B, A, O, AB, O, O, A, AB, B, O, AB, O, B, A, O, AB, O, O, A, AB, B, A, O, AB, O, A, AB, B, A, O, AB, O, Oஎனில் முகடு காண்க.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் பதிவுகளில் A பிரிவு 12 முறை திரும்பத்திரும்ப வருகிறது. B பிரிவு 7 முறை, AB பிரிவு 12 முறை, O பிரிவு 19 முறை வந்துள்ளது.

பதிவுகளின் முகடு 'O' பிரிவு.

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

முகடுக்கு சமமான சில பதிவுகளை சேர்த்தால் முகடு என்னவாகும்?

குறிப்பு :

- முகடு என்பது திரும்ப திரும்ப அதிகமுறை வரும் பதிவுகள்.
- இது பதிவுகளின் எண்ணிக்கை மீது அல்லது பதிவுகளின் மதிப்புகள் மீது ஆதாரப்படுவது இல்லை.
- எண்ணியல் மற்றும் வாய்மொழி பதிவுகளை ஆராய்ந்து பார்க்க முகடு பயன்படுகிறது.
- ஒரே விவரத்திற்கு 2 (அல்லது) 3 (அல்லது) அதற்கு மேற்பட்ட முகடுகள் இருக்கலாம். சில நேரம் முகடுகள் இல்லாமலும் இருக்கலாம்.

பயிற்சி-7.1

1. ஒரு நியாய விலை கடையில் ஒரு வாரத்தில் ஒவ்வொரு நாளும் நடந்த விற்பனையின் கூட்டு சராசரியை காண்க.
   ₹.10000, ₹.10250, ₹.10790, ₹.9865, ₹.15350, ₹.10110
2. பின்வரும் விவரங்களின் சராசரியை காண்க 10.25, 9, 4.75, 8, 2.65, 12, 2.35
3. 8 பதிவுகளின் சராசரி 25, ஒரு பதிவு 11–ஐ நீக்கிய பின்பு சராசரியை காண்க.
4. ஒன்பது பதிவுகளின் கூட்டு சராசரி 38 என கணக்கிடப்படுகிறது. அப்படி கணக்கிடும் போது 27க்கு பதிலாக 72 என எடுத்துக் கொள்ளப்பட்டது. சரியான சராசரியை காண்க.
5. ஐந்து வருடங்களுக்கு முன்பு ஒரு குடும்பத்தின் சராசரி வயது 25 வருடங்கள். தற்போது அக்குடும்பத்தின் சராசரி வயது என்ன?
6. இரண்டு வருடங்களுக்கு முன்பு 40பேரின் சராசரிவயது 11 வருடங்கள். ஒருவர் குழுவிலிருந்து விலகிக்கொண்டார். பிறகு தற்போது சராசரி வயது 12 வருடங்களாக மாற்றப்பட்டது எனில் விலகிய நபரின் வயது என்ன?
7 5, 8, 10, 15, 22 பதிவுகளின் சராசரியிலிருந்து விலகல் மதிப்புகளின் மொத்தத்தை காண்க.
8. 20 பதிவுகளின் சராசரியிலிருந்து கிடைத்த விலகல் மதிப்புகளின் மொத்தம் 100 எனில் விலகல் சராசரியை கண்டுபி?.
9. மாதத் தேர்வில் 12 மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் 4, 21, 13, 17, 5, 9, 10, 20, 19, 12, 20, 14. ஊகித்த சராசரி மற்றும் கூட்டு சராசரியை கணக்கிடவும். மற்றொரு எண்ணை ஊகித்த சராசரியாக கொண்டு மீண்டும் கூட்டு சராசரியை காண்க. ஒரே விடை கிடைத்ததா? விவரங்கள் எழுது?
10. 10 மாணவர்கள் தேர்வில் எடுத்த மதிப்பெண்களின் (25க்கு) சராசரி 15. கரிஷ்மா என்ற மாணவி தன்னை விட அதிகமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ மதிப்பெண்கள் பெற்ற 9 மாணவர்களை விசாரித்த போது. மதிப்பெண்களின் விலகல் மதிப்புகள் –8, –6, –3, –1, 0, 2, 3, 4, 6 எனில் கரீஷ்மாவின் மதிப்பெண்கள் என்ன?
11. 'n' பதிவுகளின் மொத்த விலகல் மதிப்பு 25க்கு 25. அதே 'n' பதிவுகளின் மொத்த விலகல் மதிப்பு 35க்கு –25 எனில் பதிவுகளின் சராசரி என்ன?
12. பதிவுகளின் இடைநிலை அளவை காண்க. 3.3, 3.5, 3.1, 3.7, 3.2, 3.8
13. ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்ட பதிவுகளின் இடைநிலை அளவு 15. பதிவுகள்
    $10, 12, 14, x-3, x, x+2, 25$ எனில் x ன் மதிப்பு என்ன?
14. 10, 12, 11, 10, 15, 20, 19, 21, 11, 9, 10 ன் முகடு கண்டுபிடி.

15. குறிப்பிட்ட விவரங்களின் முகடு x. ஒவ்வொரு பதிவிலிருந்து 3ஐ குறைத்தால், புதிய பதிவுகளின் தொடரின் முகடு காண்க.

16. 1 லிருந்து 100 வரை உள்ள எல்லா இயல் எண்களின் இலக்கங்களில் பயன்படுத்தப்பட்ட எண்களின் முகடு காண்க.

17. வரிசைப்படுத்தப்படாத பதிவுகள் 5, 28, 15, 10, 15, 8, 24. அதே சராசரி மற்றும் இடைநிலை அளவை தரக்கூடிய, முகடு 1 அதிகமாக்கக் கூடிய நான்கு எண்களை சேர்.

18. $x_1, x_2, ..., ..., x_{10}$ என்ற பதிவுகளின் சராசரி 20 எனில் $x_1 + 4, x_2 + 8, x_3 + 12, ..., x_{10} + 40$ களின் சராசரியை காண்.

19. **ஒரு விவரத்திலுள்ள ஒன்பது முழுக்களிலிருந்து** $7, 8, 3, 5, 9$ **மற்றும்** 5 **எனும் ஆறு முழுக்கள் தரப்பட்டன.இந்த ஒன்பது முழுக்களின் மிகப்பெரிய இடைநிலை அளவினை கண்டுபிடி**

20. 9 வெவ்வேறு பதிவுகளின் இடைநிலை 20.இப்பதிவுகளில் நான்கு மிகப்பெரிய எண்கள் ஒவ்வொன்றையும் 2 அதிகரித்தால் கிடைக்ககூடிய புதிய இடைநிலை அளவினை காண்க.

7.2 வரிசைப்படுத்தப்பட்ட விவரங்களின் அமைப்பு

சென்ற வகுப்பில் கொடுக்கப்படும் விவரங்களை நேர்கோட்டுக் குறியீடுகளை கொண்டு வரிசைப்படுத்துவதை நாம் கற்றிருக்கிறோம். விவரங்கள் மிக அதிகமானால் என்ன ஆகும்? விவரங்களை சுலபமாக கணக்கிட குழுக்களாக பிரிக்கலாம். இத்தகைய விவரங்களை வரிசைப்படுத்தப்பட்ட விவரம் என்கிறோம். கீழ்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளை கவனிப்போம்.

கட்டிடங்கள் கட்டும் கம்பெனி தன் ஊழியர்களின் வருவாய்க்கு ஏற்ப வேறுபட்ட திட்டங்களில் வீடுகள் கட்டித்தர திட்டமிட்டிருந்தது. அதற்காக வீடுகட்ட கோரும் 100 ஊழியர்களின் மாத நிகர வருமான விவரங்களை சேகரித்தனர். அவைகள் (ரூபாயில்) 15000, 15750, 16000, 16000,16050, 16400, 16600, 16800, 17000, 17250, 17250................. 75000.

இந்த விவரங்கள் மிக அதிகமாக 100 பதிவுகள் கொண்டது. இவை 15000 லிருந்து 75000 வரையுள்ளது. ஒவ்வொரு பதிவையும் நிகழ்வெண் பட்டியலில் குறிப்பிட்டால் பட்டியல் மிக நீளமாகும். அதற்கு பதிலாக அவற்றை சிறு பிரிவுகளாக கீழ்கண்டவாறு பிரிக்கலாம். 10001 – 20000, 20001 – 30000, . . . , 70001 – 80000.

இந்த சிறு பிரிவுகள் பிரிவு இடைவெளி எனப்படும். 10001 மேலும் 20000க்கு இடையே உள்ள எல்லா பதிவுகளும் 10001 - 20000 பிரிவில் இருக்கும். மேலும் 10001 மற்றும் 20000 என்ற இரண்டு பதிவுகளும் இப்பிரிவிலேயே அடங்கும். இவ்விதமான பிரிவு இடைவெளியை உள்ளடக்கிய பிரிவு என்றும் கூறுவர். இங்கு 10001 என்பது பிரிவின் கீழ் எல்லை , 20000 என்பது பிரிவின் மேல் எல்லை ஆகும்.

7.2.1 பிரிவு நிகழ்வெண் பங்கீட்டின் விளக்கம்

எடுத்துக்காட்டு 11: எதிரே உள்ள பிரிவு நிகழ்வெண் பங்கீட்டு அட்டவணையில் 30 மாணவர்களின் கணித தேர்வு மதிப்பெண்கள் தரப்பட்டுள்ளன.

(i) எத்தனை பிரிவுகளாக பிரிக்கப்பட்டிருக்கின்றன?

வ. எண்	மதிப்பெண்கள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
1	0 – 5	5
2	5 – 10	7
3	10 – 15	10
4	15 – 20	6
5	20 – 25	2

(ii) மூன்றாவது பிரிவில் எத்தனை மாணவர்கள் உள்ளனர்?
(iii) ஒரு மாணவன் 10 மதிப்பெண்கள் எடுத்தால் அவன் 2வது அல்லது 3வது பிரிவில் சேர்வானா?
(iv) 4வது பிரிவில் உள்ள 6 மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் என்ன?
(v) ஐந்தாவது பிரிவில் உள்ள 2 மாணவர்களின் தனித்த மதிப்பெண்கள் என்ன?

விடை

(i) கொடுக்கப்பட்ட விவரங்கள் 5 குழுக்கள் (அ) 5 பிரிவுகளாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.
(ii) மூன்றாவது பிரிவில் மொத்தம் 10 மாணவர்கள் உள்ளனர்.
(iii) இங்கு 10 என்பது 2வது பிரிவின் மேல் எல்லை மற்றும் 3வது பிரிவின் கீழ் எல்லை ஆகும். இவ்வித சூழ்நிலைகளில் மேல் எல்லையானது அப்பிரிவில் சேர்க்கப்படாது. எனவே 10 என்பது 3 வது பிரிவில் சேர்க்கப்படுகிறது.
(iv) 4வது பிரிவில் உள்ள 6 மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் 15லிருந்து 20க்குள் இருக்கும்.
(v) பிரிவு இடைவெளி பங்கீட்டு அட்டவணையில் மாணவர்களின் தனித்த மதிப்பெண்களை காணமுடியாது. அவர்களின் மதிப்புகள் 20லிருந்து 25க்குள் அமைந்திருக்கலாம்.

இதை செய்

எதிரே உள்ள பிரிவு நிகழ்வெண் பங்கீடு அட்டவணையில், மாடிகுடியிருப்பில் வசிக்கும் 90பேரின் வயதுகள் உள்ளன.

(i) இந்த அட்டவணையில் எத்தனை பிரிவுகள் உள்ளன?

(ii) 21-30 பிரிவு இடைவெளியில் எத்தனை பேர் உள்ளனர்?

(iii) இந்த மாடிகுடியிருப்பில் எந்த வயது வரம்புக்குட்பட்டவர்கள் மிக அதிகம்?

வயது	நபர்களின் எண்ணிக்கை
1 – 10	15
11 – 20	14
21 – 30	17
31 – 40	20
41 – 50	18
51 – 60	4
61 – 70	2

(iv) 61-70 பிரிவில், இருப்போரின் வயது 61,70 அல்லது வேறு ஏதேனும் வயதாக இருக்க முடியுமா?

7.2.2. எல்லைகள் மற்றும் வரம்புகள்

ஒரு தேர்வின் மதிப்பெண்களை வரிசைப்படுத்தினால், 1-10, 11-20 ,...... என்ற பிரிவுகளாக பிரிக்கலாம். ஒரு மாணவன் 10.5 மதிப்பெண் எடுத்தால், அது எந்த பிரிவில் அமையும்? 1-10 (அல்லது) 11-20? இப்படிப்பட்ட சூழ்நிலையில் உண்மை எல்லை அல்லது வரம்புகளை பயன்படுத்த வேண்டும்.

எதிரே உள்ள பிரிவு இடைவெளி அட்டவணையை கவனி.

பிரிவு இடைவெளி	
எல்லைகள்	வரம்புகள்
1 – 10	0.5 - 10.5
11 – 20	10.5 – 20.5
21 – 30	20.5 – 30.5
31 – 40	30.5 – 40.5

- முதல் பிரிவின் மேல் எல்லை மற்றும் இரண்டாவது பிரிவின் கீழ் எல்லையின் சராசரி, முதல் பிரிவின் மேல் வரம்பாகவும், இரண்டாவது பிரிவின் கீழ்வரம்பாகவும் அமையும். 10,11ன் சராசரி $\frac{10+11}{2}$ =10.5என்பது வரம்பாகும்.
- 10.5க்கு குறைவாக உள்ள எல்லா பதிவுகளும் 1-10 பிரிவில் இருக்கும். ஆனால் 10.5 என்பது அடுத்த பிரிவு 11-20ல் அமையும். அதாவது 11-20 பிரிவு 10.5-20.5 என்ற வரம்புகளை பெற்றிருக்கும்.
- முதல் பிரிவுக்கும் முன் உள்ள பிரிவின் மேல் எல்லை பூஜ்ஜியம் (0ஆக இருக்கும்) என கற்பனை செய்து முதல் பிரிவின் கீழ் வரம்பை கணக்கிடு

  0, 1 ன் சராசரி $\frac{0+1}{2}$ = 0.5 என்பது முதல் பிரிவின் கீழ் வரம்பாகும்.
- அதேபோல் கடைசி பிரிவின் கீழ் எல்லையை கற்பனை செய்து, கடைசி பிரிவின் மேல் வரம்பை கணக்கிடு. அதாவது 40, 41ன் சராசரி = $\frac{40+41}{2}$ = 40.5 என்பது மேல் வரம்பாகும்.
- இந்த வரம்புகள் பிரிவின் உண்மை எல்லைகள் எனப்படும்.

கீழ்காணும் பிரிவு இடைவெளியை கவனி.

பிரிவுகளை உள்ளடக்கிய பிரிவு இடைவெளி	எல்லைகள்		வரம்புகள்	
	கீழ் எல்லை	மேல் எல்லை	கீழ் வரம்பு	மேல் வரம்பு
1-10	1	10	0.5	10.5
11-20	11	20	10.5	20.5
21-30	21	30	20.5	30.5

பிரிவுகளை உள்ளடக்காத பிரிவு இடைவெளி	எல்லைகள்		வரம்புகள்	
	கீழ் எல்லை	மேல் எல்லை	கீழ் வரம்பு	மேல் வரம்பு
0-10	0	10	0	10
10-20	10	20	10	20
20-30	20	30	20	30

எடுத்துக்காட்டிலிருந்து நாம் கவனித்தது என்னவென்றால் பிரிவுகளை உள்ளடங்கிய பிரிவுகளில் எல்லை மற்றும் வரம்புகள் வித்தியாசப்படும். ஆனால் வரம்புகளுக்கு வெளியடங்கிய பிரிவு இடைவெளியில்

எல்லைகள், வரம்புகள் ஒரே மாதிரியாகும். மேல் வரம்பு, கீழ்வரம்பின் வித்தியாசம் 'பிரிவின் நீளம்' எனப்படுகிறது. இதை 'C' என்ற எழுத்தால் குறிக்கிறோம்.

இதை செய்

1. 30 மாணவர்களின் நீளம் தாண்டுதல் அளவு அட்டவணையிடப்பட்டுள்ளது

நீளம் (செ.மீ)	101 – 200	201 – 300	301 – 400	401 – 500	501 – 600
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	4	7	15	3	1

I. கொடுக்கப்பட்டுள்ள பிரிவு இடைவெளிகள் வரம்புகளுக்கு உள்ளடங்கியதா (அ) வெளியடங்கியதா?

II. இரண்டாவது பிரிவில் எத்தனை மாணவர்கள் உள்ளனர்?

III. 3.01மீட்டர் அல்லது அதற்கு அதிகமாக நீளம் தாண்டியவர்கள் எத்தனை பேர்?

IV. 4.005மீ நீளம் தாண்டியவர்கள் எந்த பிரிவில் உள்ளனர்?

2. மேற்கூறிய பிரிவு இடைவெளியில் வரம்புகளை கணக்கிடவும்.

3. மேற்கூறிய கணக்கில் பிரிவுகளில் ஒவ்வொன்றின் நீளம் என்ன?

7.2.3 வகைப்படுத்தப்பட்ட நிகழ்வெண் பங்கீடு அமைத்தல்

தொகுப்பு மதிப்பீடு (Summative Assessment) 30 மாணவர்கள் கணிதத்தில் பெற்ற மதிப்பெண்களை கவனி. 31, 14, 0, 12, 20, 23, 26, 36, 33,41, 37,25, 22, 14,3, 25, 27, 34, 38, 43, 32, 22, 28, 18, 7, 21, 20, 35, 36, 45, 9, 19, 29, 25, 33, 47, 35, 38, 25, 34, 38, 24, 39, 1, 10, 24, 27, 25, 18, 8. விவரங்களை பார்த்த பிறகு, அவற்றை எத்தனை பிரிவுகளாக பிரிக்கலாம் என ஆலோசி. நிகழ்வெண் பங்கீடு அட்டவணையை எப்படி அமைக்கலாம்? கீழ்கண்ட படிகள் பிரிவுகளின் வகைப்படுத்தப்பட்ட நிகழ்வெண் பங்கீடு அட்டவணையை அமைக்க உதவும்.

பிரிவு இடைவெளி (மதிப்பெண்கள்)	குறியீடுகள்	நிகழ்வெண் (மாணவர்கள் எண்ணிக்கை)
0 – 7	𝍷𝍷𝍷𝍷	4
08 – 15	𝍸 𝍷	6
16 – 23	𝍸 𝍷𝍷𝍷𝍷	9
24 – 31	𝍸 𝍸 𝍷𝍷𝍷	13
32 – 39	𝍸 𝍸 𝍷𝍷𝍷𝍷	14
40 – 47	𝍷𝍷𝍷𝍷	4

படி 1 : விவரங்களின் வீச்சை காண்க.

வீச்சு = மிகப்பெரிய மதிப்பு – மிகச்சிறிய மதிப்பு

= 47 – 0 = 47

படி 2: பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கையை நிர்ணயிக்கவும் (பொதுவாக பிரிவு இடைவெளிகள் 5லிருந்து 8வரை இருக்கும்).

பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கை = 6

$\Rightarrow$ பிரிவு இடைவெளி நீளம் = $\frac{47}{6} = 8$

படி 3: உள்ளடங்கிய பிரிவு இடைவெளிகளை, கொடுக்கப்பட்ட பதிவுகளில் மிக சிறிய பதிவுகளிலிருந்து ஆரம்பிக்கப்படுகிறது. அதாவது 0-7 ,8-15,16-23,.....

படி 4: குறியீடுகளை பயன்படுத்தி (ஒவ்வொரு பிரிவின் கீழ்வரும் பதிவுகளை கணக்கிடவேண்டும்) எடுத்துக்கொண்ட பிரிவு இடைவெளிக்கு பதிவுகளை பங்கிட வேண்டும்.

படி 5: குறியீடுகளை கூட்டி நிகழ்வெண்களை அட்டவணையில் எழுதவேண்டும்.

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

1. கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு நிகழ்வெண் பங்கீடு காண்க. 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7.
2. எண் தொடருக்கு நிகழ்வெண் பங்கீடு அமைக்கவும் 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 9, 11, 12, 12, 13, 13, 13, 14, 14, 14, 15, 16, 17, 18, 18, 19, 20, 20, 21, 22, 24, 24, 25. (குறிப்பு : உள்ளடங்கிய பிரிவை பயன்படுத்து)
3. மேற்கண்ட இரண்டு தொடர்களின் வேறுபாடுகள் யாவை?
4. எந்த நிகழ்வெண் பங்கீட்டிலிருந்து, வகைப்படுத்தப்படாத விவரங்களை திரும்ப எழுதலாம்?

7.2.4 வகைப்படுத்தப்பட்ட நிகழ்வெண் பங்கீட்டின் பண்புகள்

1. பதிவுகளை சிறு குழுக்களாக வசதிக்கேற்ப பிரிக்கலாம். இதை பிரிவு இடைவெளி என்கிறோம்.
2. 5-10 பிரிவு இடைவெளியில் 5கீழ் எல்லை 10மேல் எல்லை ஆகும்.
3. 1-10, 11-20, 21-30, ... என்ற பிரிவுகள் உள்ளடங்கிய பிரிவு இடைவெளிகளாகும். ஏனெனில் குறிப்பிட்ட பிரிவின் கீழ் எல்லையும், மேல் எல்லையும், அந்த குறிப்பிட்ட பிரிவு இடைவெளியை சார்ந்ததாகும்.
4. 0-10, 10-20, 20-30, ... என்ற பிரிவுகள் வெளியடங்கிய பிரிவு இடைவெளிகளாகும். ஏனெனில் குறிப்பிட்ட பிரிவின் கீழ்எல்லை மட்டுமே அப்பிரிவு இடைவெளியை சார்ந்ததாகும். ஆனால் மேல் எல்லை அல்ல.
5. முதல் பிரிவின் மேல் எல்லை, இரண்டாவது பிரிவின் கீழ்எல்லைகளின் சராசரி என்பது முதல் பிரிவின் மேல் வரம்பாகவும் இரண்டாம் பிரிவின் கீழ்வரம்பாகவும் அமையும்.
6. வெளியடங்கிய பிரிவு இடைவெளியில் எல்லைகளும் வரம்புகளும் சமம் ஆகும். ஆனால் உள்ளடங்கிய பிரிவு இடைவெளியில் எல்லைகளும், வரம்புகளும் சமமாகாது.
7. பிரிவின் மேல்வரம்பு, கீழ்வரம்பின் வித்தியாசம் பிரிவின் நீளமாகும்.
8. வகைப்படுத்தப்பட்ட நிகழ்வெண் பங்கீடு அட்டவணையில் பதிவுகளின் தனித்த மதிப்புகள் காணமுடியாது. ஆனால் குறிப்பிட்ட பிரிவின் கீழ் உள்ள ஒவ்வொரு பதிவையும் அப்பிரிவின் மேல்வரம்பு மற்றும் கீழ்வரம்பின் சராசரியாக இருக்கும். இந்த மதிப்பை பிரிவு மதிப்பு (அல்லது) மையமதிப்பு x எனப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 12: 2010ஆம் ஆண்டு 10ஆம் வகுப்பு பொது தேர்வில் 30 மாணவர்களின் மதிப்பெண் சதவீதம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.
45, 56, 75, 68, 35, 69, 98, 78, 89, 90, 70, 56, 59, 35, 46, 47, 13, 29, 32, 39, 93, 84, 76, 79, 40, 54, 68, 69, 60, 59.
இவ்விவரத்தில் தோல்வியடைந்தவர் (0 - 34), மூன்றாம் நிலை (35- 49), இரண்டாம் நிலை (50 - 60), முதல் நிலை (60 - 74) மற்றும் மேலான நிலை (75 - 100) என எடுத்துக்கொண்டு கொடுக்கப்பட்ட பதிவுகளுக்கு நிகழ்வெண் பங்கீடு அட்டவணையை அமைக்கவும்.

தீர்வு : ஏற்கனவே பிரிவு இடைவெளி கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. படி 3லிருந்து தொடரவும்.

படி 3: பிரிவு இடைவெளியை எழுது.

படி 4: இவை உள்ளடங்கிய பிரிவு இடைவெளிகள் ஆகும்.மேல் எல்லை, அதே பிரிவில் அடங்கும் என்பதை நினைவில் கொள். குறியீடுகளை பயன்படுத்தி கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களை வேறுபட்ட பிரிவு இடைவெளிகளில் பங்கிடு.

படி 5: குறியீடுகளை கணக்கிட்டு நிகழ்வெண்ணை அட்டவணையில் எழுது.

வகுப்பு இடைவெளி (மதிப்பெண்)	குறியீடுகள்	நிகழ்வெண்கள் (மாணவர்களின் எண்ணிக்கை)
0 – 34	|||	3
35 – 49	~~||||~~ ||	7
50 – 59	~~||||~~	5
60 – 74	~~||||~~ |	6
75 – 100	~~||||~~ ||||	9

7.2.5. பிரிவு இடைவெளி அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 13: வகைப்படுத்தப்பட்ட நிகழ்வெண் பங்கீட்டு அட்டவணையில் வகுப்பின் மதிப்பெண்கள் (பிரிவு இடைவெளியின் மைய மதிப்புகள்) மேலும் நிகழ்வெண்கள் தரப்பட்டுள்ளன. பிரிவு இடைவெளி காண்க.

வகுப்பு மதிப்பெண்கள்	7	15	23	31	39	47
நிகழ்வெண்கள்	5	11	19	21	12	6

தீர்வு : வகுப்பின் மதிப்பெண்கள், பிரிவு இடைவெளியின் மைய மதிப்பு என நமக்கு தெரியும்.அதாவது வகுப்பு வரம்புகள், அடுத்தடுத்த இரண்டு வகுப்பு மதிப்பெண்களுக்கு இடைப்பட்டது ஆகும்.

படி 1: அடுத்தடுத்து உள்ள இரண்டு மைய மதிப்புகளுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாட்டை காண்க. $h = 15 - 7 = 8$.
(ஒவ்வொரு மைய மதிப்புகளுக்கும் இடையே உள்ள வேறுபாடு சமமாக உள்ளதா என காண்க.)

படி 2: $x - h/2$ மேலும் $x + h/2$க்கு வகுப்பு மதிப்பெண் 'x', என எடுத்துக்கொண்டு ஒவ்வொரு வகுப்பின் மேல்வரம்பு$(x + h/2)$, கீழ்வரம்பு$(x - h/2)$களை கணக்கிடவும்.

எடுத்துக்காட்டாக முதல் வகுப்பின் வரம்புகள் $7 - \frac{8}{2} = 3$ (அ) $7 + \frac{8}{2} = 11$

வகுப்பு மதிப்பெண்கள்	வகுப்பு இடைவெளி	நிகழ்வெண்
7	(7 – 4) – (7 + 4) = 03 – 11	5
15	(15 – 4) – (15 + 4) = 11 – 19	11
23	(23 – 4) – (23 + 4) = 19 – 27	19
31	(31 – 4) – (31 + 4) = 27 – 35	21
39	(39 – 4) – (39 + 4) = 35 – 43	12
47	(47 – 4) – (47 + 4) = 43 – 51	6

7.3 குவிவு நிகழ்வெண்

ஒரு போட்டி தேர்வில் 1000 மாணவர்கள் எழுத்து தேர்வில் பங்குபெற்றனர். அவர்களுடைய தகுதிகளை வகைப் படுத்தப்பட்ட நிகழ்வெண் பங்கீட்டில் எதிரே உள்ள அட்டவணையில் உள்ளது போல் அறிவிக்கின்றனர். சரத், சங்கர் இருவரும் அட்டவணையை பார்த்து விவரங்களை பற்றி விவாதித்தனர்.

பிரிவு இடைவெளி (மதிப்பெண்கள்)	நபர்களின் எண்ணிக்கை
0 – 10	25
10 – 20	45
20 – 30	60
30 – 40	120
40 – 50	300
50 – 60	360
60 – 70	50
70 – 80	25
80 – 90	10
90 – 100	5

சரத் : எத்தனை பேர் இந்த தேர்வில் கலந்துகொண்டனர்?

சங்கர் : 1000 பேர் கலந்து கொண்டதாக தெரிகிறது.

சரத் : இங்கேபார், 360 பேர் 50-60 மதிப்பெண்கள் வரை எடுத்துள்ளனர்.

சங்கர் : தகுதி மதிப்பெண் 60 எனில் எத்தனை பேர் அழைப்பு கடிதம் பெறுவர்?

சரத் : 60 அல்லது அதற்கு மேல் மதிப்பெண்கள் பெற்றவர்கள் மொத்தம் எத்தனை பேர்?

சங்கர் : சரியாக 50 + 25 + 10 + 5. அதாவது 90 பேர் தகுதியுள்ளவர்கள்.

சரத் : ஆனால் 105 வேலை வாய்ப்புகள் உள்ளன. தகுதி மதிப்பெண் 50 ஆக இருக்கலாம்.

சங்கர் : அப்படி இருந்தால் 360 + 50 + 25 + 10 + 5, அதாவது 450பேர் அழைப்பு கடிதம் பெற்று நேர்காணலுக்கு தகுதியுடையவர் ஆவர்.

இதேபோல் நாம் சில முடிவுகளை உருவாக்கலாம்.

90 மற்றும் அதற்கு மேற்பட்ட மதிப்பெண்கள் பெற்ற நபர்களின் எண்ணிக்கை (கீழ்வரம்பு) = 5

9வது பிரிவின் இடைவெளியின் கீழ்வரம்புக்கு சமமாகவும், மற்றும் அதற்கு மேற்பட்ட மதிப்பெண்கள் எடுத்த நபர்களின் எண்ணிக்கை= 10 + 5 = 15

8வது பிரிவு இடைவெளியின் கீழ்வரம்புக்கு சமமாகவும், மற்றும் அதற்கு மேற்பட்ட மதிப்பெண்கள் எடுத்தவர்களின் எண்ணிக்கை = 25 + 15 = 40

7வது பிரிவு இடைவெளியின் கீழ்வரம்புக்கு சமமாகவும், மற்றும் அதற்கு மேற்பட்ட மதிப்பெண்கள் எடுத்த நபர்களின் எண்ணிக்கை = 50 + 40 = 90

அடுத்தடுத்து உள்ள பிரிவு இடைவெளியின் நிகழ்வெண்களை கூட்ட கிடைப்பதே குவிவு நிகழ்வெண்கள் ஆகும்.ஒவ்வொரு குவிவு நிகழ்வெண்ணும்,அந்தந்த பிரிவின் கீழ் வரம்பிற்கு சமமாகவோ (அ) அதிகமாகவோ இருக்கும்.ஆதலால் குவிவு நிகழ்வெண்ணை மேலின குவிவு நிகழ்வெண் என்பர்.மேலின குவிவு நிகழ்வெண்ணை எப்படி எழுதியுள்ளோம் என எதிரே உள்ள அட்டவணையை கவனி.

பிரிவு இடைவெளி மதிப்பெண்கள்	கீழ் எல்லை	நிகழ்வெண் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	மேலின குவிவு நிகழ்வெண்
0 – 10	0	25	25+975 = 1000
10 – 20	10	45	45+930 = 975
20 – 30	20	60	60+870 = 930
30 – 40	30	120	120+750 = 870
40 – 50	40	300	300+450 = 750
50 – 60	50	360	360+ 90 = 450
60 – 70	60	50	50 + 40 = 90
70 – 80	70	25	25 + 15 = 40
80 – 90	80	10	10 + 5 = 15
90 – 100	90	5	5

1. கடைசி பிரிவு இடைவெளியில் உள்ள நிகழ்வெண், அப்பிரிவின் மேலின குவிவு நிகழ்வெண்ணாகும்.
2. ஒன்பதாவது பிரிவு இடைவெளியின் மேலின குவிவு நிகழ்வெண்காண, அதன் நிகழ்வெண்ணையும் பத்தாவது பிரிவு இடைவெளியின் மேலின குவிவு நிகழ்வெண்ணையும் கூட்ட வேண்டும்.
3. மீதமுள்ள எல்லா பிரிவுகளுக்கும் மேலின குவிவு நிகழ்வெண்காண மேற்கூறிய அதே முறையை பின்பற்ற வேண்டும். இதே போல் சில வகையில் கீழின குவிவு நிகழ்வெண்ணை கணக்கிடலாம்.

ஒரு விவரத்தில் உள்ள பதிவுகளின் எண்ணிக்கை குறிப்பிட்ட பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லைக்கு சமமாகவோ (அ) அதிகமாகவோ இருப்பதை, அந்த குறிப்பிட்ட பிரிவு இடைவெளியின் மேலின குவிவு நிகழ்வெண் என்கிறோம்.

உதாரணமாக ஆசிரியர் ஓர் குறிப்பிட்ட நிலையில் குறைந்த மதிப்பெண் எடுத்தவர்களுக்கு உதவ நினைத்தார். அதற்கு கீழின குவிவு நிகழ்வெண்ணைக் கணக்கிட வேண்டியுள்ளது. மாத தேர்வில் 43 மாணவர்களின் மதிப்பெண்களை வரிசைப்படுத்தப்பட்ட நிகழ்வெண் பங்கீட்டு அட்டவணைகளில் தரப்பட்டுள்ளதை கவனி.

பிரிவு இடைவெளி மதிப்பெண்கள்	மேல் எல்லை	ஆட்கள் எண்ணிக்கை	கீழின குவிவு நிகழ்வெண்
0 – 5	5	7	7
5 – 10	10	10	10+7 = 17
10 – 15	15	15	15+17 = 32
15 – 20	20	8	8+32 = 40
20 – 25	25	3	3+40 = 43

1. முதல் பிரிவின் இடைவெளியில் உள்ள நிகழ்வெண்ணையை, கீழின குவிவு நிகழ்வெண்ணில் எழுதலாம்.
2. இரண்டாவது பிரிவு இடைவெளியின் கீழின குவிவு நிகழ்வெண் காண, இரண்டாவது பிரிவு இடைவெளியின் நிகழ்வெண்ணையும் முதல் பிரிவு இடைவெளியின் கீழின குவிவு நிகழ்வெண்ணையும் கூட்ட வேண்டும்.
3. மீதமுள்ள கீழின குவிவு நிகழ்வெண்ணை காண இதே போல் ஒன்றன் பின் ஒன்றாக இதே முறையை பின்பற்ற வேண்டும்.

ஒரு விவரத்தில் உள்ள பதிவுகளின் எண்ணிக்கை, அந்த குறிப்பிட்ட பிரிவு இடைவெளியின் மேல் வரம்பை விட குறைவாக இருப்பதை, அந்த குறிப்பிட்ட பிரிவு இடைவெளியின் கீழின குவிவு நிகழ்வெண் என்கிறோம்.

முயன்று பார்

1. கீழின குவிவு நிகழ்வெண் ________________ உடன் தொடர்புடையது.
2. மேலின குவிவு நிகழ்வெண் ________________உடன் தொடர்புடையது
3. கீழ்கண்ட விவரங்களுக்கு கீழின, மேலின குவிவு நிகழ்வெண்கள் காண்க.

பிரிவு இடைவெளி	1 -10	11 - 20	21 - 30	31 - 40	41-50
நிகழ்வெண்	4	7	12	5	2

4. மொத்த நிகழ்வெண் என்ன? மேலுள்ள கணக்கில் பிரிவின் கீழின குவிவு நிகழ்வெண் என்ன? இதில் நீ அறிவது என்ன?

எடுத்துக்காட்டு 14: கீழின குவிவு நிகழ்வெண் பங்கீடு காண மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு பிரிவுக்கும் நிகழ்வெண் எழுது. மேலும் மேலின குவிவு நிகழ்வெண்ணை எழுது. எத்தனை மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் கீழுள்ள அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது?

பிரிவு இடைவெளி (மதிப்பெண்கள்)	1 -10	11 - 20	21-30	31-40	41-50
கீழின குவிவு நிகழ்வெண் (மாணவர்கள் எண்ணிக்கை)	12	27	54	67	75

தீர்வு :

பிரிவு இடைவெளி (மதிப்பெண்கள்)	கீழின குவிவு நிகழ்வெண்	நிகழ்வெண் (மாணவர்கள் எண்ணிக்கை)	மேலின குவிவு நிகழ்வெண்
1 – 10	12	12	12 + 63 = 75
11 – 20	27	27 - 12 = 15	15 + 48 = 63
21 – 30	54	54 - 27 = 27	27 + 21 = 48
31 – 40	67	67 - 54 = 13	13 + 8 = 21
41 – 50	75	75 - 67 = 8	8

இங்கு குறிப்பிட்டிருக்கும் மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை என்பது நிகழ்வெண்களின் கூடுதல் அல்லது, கடைசி பிரிவு இடைவெளியின் கீழின குவிவு நிகழ்வெண் அல்லது முதல் பிரிவு இடைவெளியின் மேலின குவிவு நிகழ்வெண் ஆகும் அதாவது 75 ஆகும்.

பயிற்சி-7.2

1. ஒரு குடியிருப்பு பகுதியில் உள்ள 45 பேரின் வயதுகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

33	8	7	25	31	26	5	50	25	48	56
33	28	22	15	62	59	16	14	19	24	35
26	9	12	46	15	42	63	32	5	22	11
42	23	52	48	62	10	24	43	51	37	48
36										

பிரிவு இடைவெளி 6 எனக் கொண்டு கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு வகைப்படுத்தப்பட்ட நிகழ்வெண் பங்கீட்டு பட்டியலை தாயரிக்கவும்.

2. 30 வகுப்பறைகளில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை கீழே தரப்பட்டுள்ளது. கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு வெளியடங்கிய பிரிவு இடைவெளி 4 (மாணவர்கள்) என கொண்டு ஒரு நிகழ்வெண் பங்கீட்டு அட்டவணையை நிர்ணயிக்கவும்.

25	30	24	18	21	24	32	34	22	20	22
32	40	28	30	22	26	31	34	15	38	28
20	16	15	20	24	30	25	18			

3. நிகழ்வெண் பங்கீட்டில் பிரிவு இடைவெளிகள் $4-11$, $12-19$, $20-27$, $28-35$, $36-43$. எனில் அடுத்த இரண்டு பிரிவு இடைவெளிகளை எழுது. (i)ஒவ்வொருபிரிவு இடைவெளியின் நீளம் என்ன? (ii)அனைத்து பிரிவுகளின் வரம்புகளை எழுது.(iii)ஒவ்வொரு பிரிவின் வகுப்பு மதிப்புகள்(Class Marks) என்ன?

4. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வகைப்படுத்தப்பட்ட நிகழ்வெண்பங்கீட்டு அட்டவணையில் வகுப்பு மதிப்புகள் தரப்பட்டுள்ளன.

வகுப்பு மதிப்புகள்	10	22	34	46	58	70
நிகழ்வெண்	6	14	20	21	9	5

(i) இந்த விவரங்களின் பிரிவு இடைவெளியை காண் (வெளியடங்கிய பிரிவுகள்)

(ii) கீழின குவிவு நிகழ்வெண்னை காண்.

(iii) மேலின குவிவு நிகழ்வெண்னை காண்.

5. புள்ளியல் தேர்வில் 35 மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் (50க்கு) தரப்பட்டுள்ளன.

35	1	15	35	45	23	31	40	21	13	15
20	47	48	42	34	43	45	33	37	11	13
27	18	12	37	39	38	16	13	18	5	41
47	43									

சமபிரிவு இடைவெளிகள் இருக்குமாறு நிகழ்வெண் பங்கீட்டு பட்டியலை தயாரிக்கவும். அதில் ஒன்று 10-20 இதில் (20 உள்ளடங்கவில்லை)

6. கீழுள்ள நிகழ்வெண் பங்கீட்டு பட்டியலில் பிரிவு வரம்புகளை தயாரிக்கவும். கீழின, மேலின குவிவு நிகழ்ண்ெ பட்டியலையும் தயாரிக்கவும்.

வயது	1 - 3	4 - 6	7 - 9	10 - 12	13 - 15
குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை	10	12	15	13	9

7. குவிவு நிகழ்வெண் அட்டவணை தரப்பட்டுள்ளது. எந்த வகையான குவிவு நிகழ்வெண் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது?ஒவ்வொரு பிரிவு இடைவெளியின் நிகழ்வெண்களை தயாரிக்கவும்.

ஓட்டங்கள்	0 - 10	10 - 20	20-30	30-40	40-50
கிரிக்கெட்டர்களின் எண்ணிக்கை	3	8	19	25	30

8. நூலகத்தில் வாசகர்களின் எண்ணிக்கை தரப்பட்டுள்ளது. குறிப்பிட்ட பிரிவுகளின் நிகழ்வெண்களை எழுதுக. மேலும் கீழின குவிவு நிகழ்வெண் பட்டியலையும் எழுதுக

புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50
மேலின குவிவு நிகழ்வெண்	42	36	23	14	6

7.4. நிகழ்வெண் பங்கீட்டின் வரைபடங்கள்

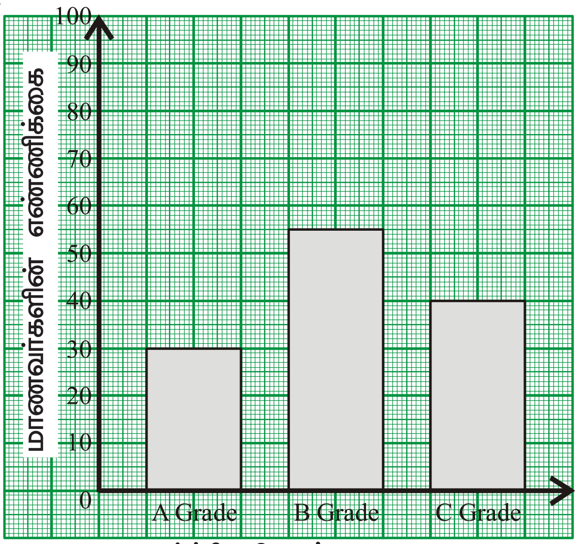
நிகழ்வெண் பங்கீடு என்பது ஒரு ஒழுங்கமைந்த விவரம் (அ) நிகழ்வெண்களுடன் பிரிவு இடைவெளியை கொண்டது. நிகழ்வெண் பங்கீட்டை பட விளக்கங்கள் கம்பி வரைபடங்கள், இரட்டை கம்பி வரை படங்கள் மற்றும் வட்ட வரைபடங்கள் மூலம் காட்டுவதை முன்பே கற்றோம். இந்த வகுப்பில் செவ்வகப்படங்கள் வரைதலை பற்றி படிப்போம். கம்பி வரைபடங்களை முதலில் நினைவு கூர்வோம்.

7.4.1. செவ்வக வரைபடம்

உரிய மதிப்புகளுக்கேற்ப செய்திகளை காட்சிப்படுத்த, ஒரே அளவுள்ள அகலம் மற்றும் வெவ்வேறு நீள அளவுகளை கொண்டு செங்குத்தாக அல்லது கிடையாக வரையப்படும் செவ்வக பட்டைகள் செவ்வக வரைப்படம் எனப்படும். செவ்வக வரைபடம் எதை குறிக்கும் என்பதை பார்க்கலாம். கீழ் உள்ள செங்குத்து செவ்வக வரைபடத்தைப் பற்றி படி.

(i) இந்த செவ்வகவரைபடம் எதை குறிக்கிறது?

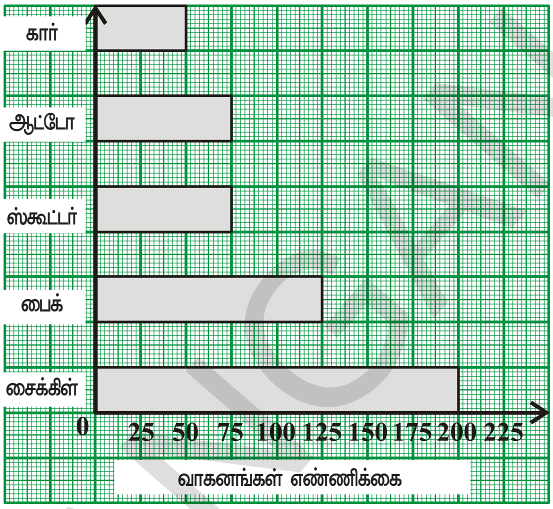
(ii) எத்தனை மாணவர்கள் A, B அல்லது C கிரேடுகளை வாங்கியுள்ளனர்?



தேர்ச்சி விவரம்

(iii) எந்த கிரேடுல்-ல் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை அதிகமாக உள்ளது?

(iv) வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?



இத்தகைய கேள்விகளுக்கு வரைபடத்தை பார்த்து எளிதாக பதிலளிக்கலாம். சில வரைபடங்களில் செவ்வகங்கள் கிடைமட்டமாக கூட வரையப்பட்டுள்ளன. இந்த இரண்டாவது செவ்வக வரைபடத்தை கவனி. நெல்லூர் மாவட்டத்திலுள்ள சங்கம் எனும் கிராமத்தில் உள்ள வாகனங்களை பற்றிய விவரத்தை இது தெரிவிக்கிறது.

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

1. செவ்வக வரைபடத்திலுள்ள எல்லா செவ்வகங்கள்
   (அ) சமநீளம் (ஆ) சமமான அகலம் (இ) சமபரப்பளவு (ஈ)சமமதிப்பு
2. ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் நீளமும், மற்ற செவ்வகங்களின் நீளத்தின் மேல் ஆதாரப்பட்டுள்ளனவா?
3. ஒரு செவ்வக வரைப்படத்தில், ஒரு செவ்வகத்தின் மதிப்பில் ஏற்படும் மாற்றம் மற்ற செவ்வகங்களின் மதிப்பை பாதிக்குமா?
4. செங்குத்து மற்றும் கிடைமட்ட செவ்வக வரைபடங்களை நாம் எங்கு பயன்படுத்துகிறோம்?

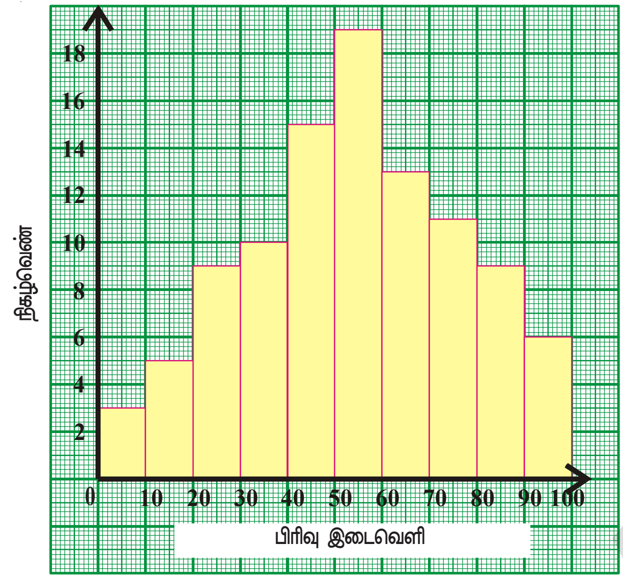
7.5 வகைப்படுத்தப்பட்ட நிகழ்வெண் பங்கீடுகளுக்கான வரைபடங்கள்

தொடர்ச்சியான, வகைப்படுத்தப்பட்ட நிகழ்வெண் பங்கீடுகளுக்கு வரைபடங்களை (வெளியிடங்கிய பிரிவுகளுக்கு) பற்றி நாம் படிக்கலாம். இவற்றில் முதலாவது செவ்வகப்படம் பற்றி பார்போம்.

7.5.1. நிகழ்வுச் செவ்வகம் (Histogram)

7.5.1.1. நிகழ்வுச்செவ்வகப் படங்கள் பற்றிய விளக்கம்

கீழேயுள்ள வகைப்படுத்தப்பட்ட நிகழ்வெண் பங்கீட்டிற்கான நிகழ்வு செவ்வகத்தை கவனிப்போம்.



பிரிவு இடைவெளி (மதிப்பெண்கள்)	நிகழ்வெண் (மாணவர்களின் எண்ணிக்கை)
0 – 10	3
10 – 20	5
20 – 30	9
30 – 40	10
40 – 50	15
50 – 60	19
60 – 70	13
70 – 80	11
80 – 90	9
90 -100	6

(i) வரைப்படத்தில் எத்தனை செவ்வகங்கள் உள்ளன?

(ii) செவ்வகங்களின் உயரங்கள் எதற்கு நேர் விகிதத்தில் வரையப்பட்டுள்ளன?

(iii) எல்லா செவ்வகங்களின் அகலங்கள் சமம், காரணம் என்னவாக இருக்கும்?

(iv) வரைப்படத்தில் நாம் ஏதாவது இரண்டு செவ்வகங்களை இடமாற்றம் செய்யலாமா?

இந்த வரைப்படத்திலிருந்து நீ புரிந்துக் கொண்டது,

(i) 10 பிரிவு இடைவெளிகளின் நிகழ்வெண்களை 10 செவ்வகங்கள் குறிக்கின்றன.

(ii) செவ்வகங்களின் உயரங்கள் நிகழ்வெண்களுக்கு ஏற்ப உள்ளன.

(iii) செவ்வகங்களின் அகலங்கள் சமமாக உள்ளது ஏனெனில் அதன் அகலம் பிரிவு இடைவெளியை குறிக்கிறது. குறிப்பாக இந்த எடுத்துக்காட்டில் பிரிவு இடைவெளிகளின் அகலங்கள் சமமாக உள்ளன.

(iv) இது தொடர்ச்சியான படத்தைக் குறிக்கிறது (வெளியடங்கிய பிரிவுகளில்) ஆகவே எந்த இரு செவ்வகங்களையும் நாம் இடமாற்றம் செய்யமுடியாது.

முயன்று பார்

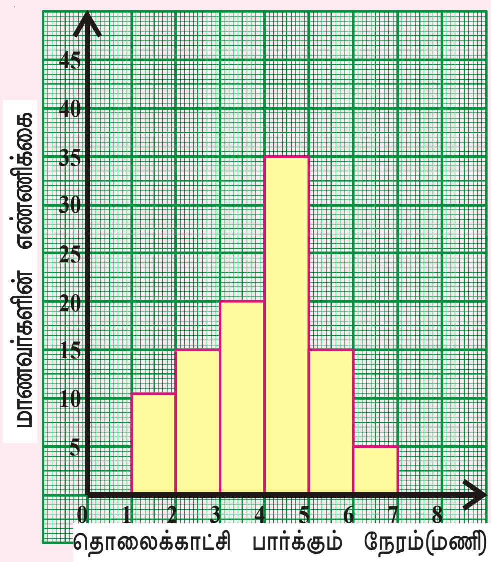
அருகில் உள்ள நிகழ்வுச் செவ்வகத்தை கவனித்து பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளி.

(i) நிகழ்வு செவ்வகத்தின் மூலம் நாம் அறியும் விவரம் என்ன?

(ii) எந்த பிரிவில் அதிகமான மாணவர்கள் உள்ளனர்?

(iii) எத்தனை மாணவர்கள் 5மணி நேரம் (அ) அதற்கு மேல் தொலைக்காட்சி பார்க்கிறார்கள்?

(iv) புள்ளி விவரத்தில் உள்ள மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை என்ன?



7.5.1.2 நிகழ்வு செவ்வகத்தை அமைத்தல்; ஒரு தொலைக்காட்சி நிறுவனம், தங்கள் சேனலை நோக்கும் மக்களின் வயது பிரிவு அறிய முயன்றது. ஒரு பலஅடுக்கு மாடியில் புள்ளி விவரத்தை சேகரித்தனர். அதற்கான நிகழ்வுச் செவ்வகப்படத்தை தயாரிக்கவும்.

பிரிவு இடைவெளி (வயது பிரிவு)	நிகழ்வெண் (பார்ப்ப வர்கள்)	பிரிவு இடைவெளி
11 – 20	10	10.5 – 20.5
21 – 30	15	20.5 – 30.5
31 – 40	25	30.5 – 40.5
41 – 50	30	40.5 – 50.5
51 – 60	20	50.5 – 60.5
61 – 70	5	60.5 – 70.5
எல்லைகள்		வரம்புகள்

படி 1 : ஒரு நிகழ்வுச் செவ்வகபடம் தொடர்ச்சியாக வரையஇருப்பதால், பிரிவு இடைவெளிகள் உள்ளடங்கியவையாக (எல்லை) இருந்தால் அவற்றை வெளியடங்கிய பிரிவு இடைவெளியாக மாற்ற வேண்டும்.

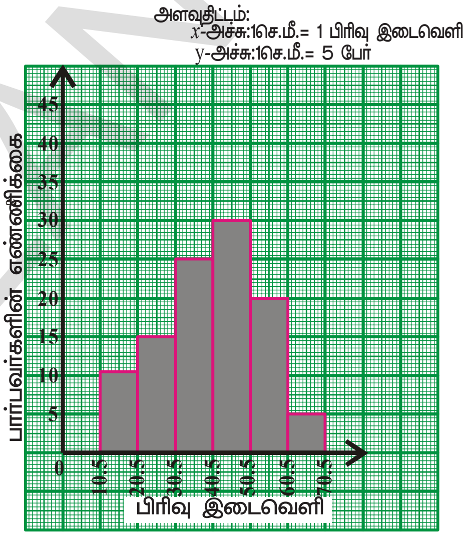
படி 2 : சரியான அளவுதிட்டத்தை எடுத்துக் கொண்டு பிரிவு இடைவெளிகளை X–அச்சில் குறிக்கவும்.

படி 3 : சரியான அளவுதிட்டத்தை எடுத்துக் கொண்டு நிகழ்வெண்களை Y–அச்சில் குறிக்கவும். (இரண்டு அச்சில் இருக்கும் அளவுகள் வெவ்வேறாக இருக்கலாம்)

அளவு திட்டம் : X- அச்சு 1 செ.மீ = 1 பிரிவு இடைவெளி,

Y–அச்சு 1 செ.மீ = 5 நபர்கள்.

படி 4 : பிரிவு இடைவெளிகளை அகலங்களாக கொண்டும், நிகழ்வெண்களை உயரங்களாக கொண்டும் செவ்வகங்களை வரையவும்.



7.5.13 அடியின் அகலத்திற்கேற்ப மாறுபடும் நிகழ்வுச் செவ்வகம்

கீழுள்ள நிகழ்வெண் பட்டியலில், குறிப்பிட்ட பள்ளியில் SSC தேர்வில் வெற்றி பெற்ற மாணவர்களின் சதவீதம் தரப்பட்டுள்ளது.

பிரிவு	இடைவெளி (மதிப்பெண்கள்)	மாணவர்களின் சதவீதம்
தோல்வி	0-35	28
3ஆம் வகுப்பு	35-50	12
2ஆம் வகுப்பு	50-60	16
முதல் வகுப்பு	60-100	44

மேற்கண்ட பட்டியலை கவனித்தால் மாணவர்களின் தேர்ச்சி சதவீதம் எல்லா பிரிவுகளிலும் வேறுபட்டுள்ளது.முதல் வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்ற மாணவர்களின் சதவீதம் 44% மேலும் இது 40 (60-100) என்ற பிரிவு நீளத்தில் பரவியுள்ளது. இரண்டாம் வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்ற மாணவர்களின் சதவீதம் 16%மேலும் இது 10 (50-60) பிரிவு நீளத்தில் பரவியுள்ளது.

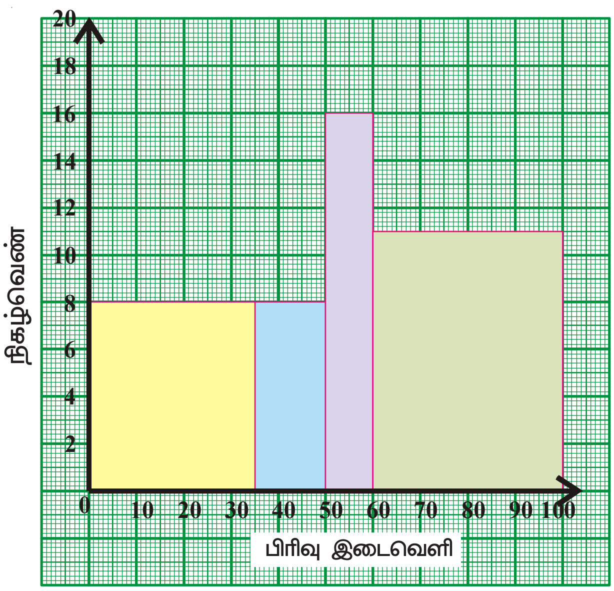
ஒரு அலகு பிரிவு நீளத்திற்கு, (நிகழ்வெண்அடர்த்தி) நிகழ்வெண்களை கணக்கிட்டு, அதன் உயரங்களுக்கு ஏற்ப நிகழ்வு செவ்வகங்கள் அமைக்க வேண்டும். நிகழ்வெண் அடர்த்திகளை காண, எந்த பிரிவு இடைவெளியையும், ஒரு அலகு பிரிவு இடைவெளியாக பயன்படுத்தலாம்.

செவ்வகங்களின் திருத்தப்பட்ட நீளம், அதன் நிகழ்வெண்ணிற்கு நேர்விகிதத்தில் இருக்கும்.

நிகழ்வெண் அடர்த்தி $= \dfrac{\text{பிரிவின் நிகழ்வெண்}}{\text{பிரிவின் நீளம்}} \times$ குறைந்தளவு பிரிவு நீளம்

பிரிவு இடைவெளி (மதிப்பெண்கள்)	மாணவர்களின் சதவீதம்	பிரிவு நீளம்	செவ்வக பட்டையின் நீளம் (நிகழ்வெண் அடர்த்தி)
0 – 35	28	35	$\frac{28}{35} \times 10 = 8$
35 – 50	12	15	$\frac{12}{15} \times 10 = 8$
50 – 60	16	10	$\frac{16}{10} \times 10 = 16$
60 – 100	44	40	$\frac{44}{40} \times 10 = 11$

திருத்தப்பட்ட நீளங்களுடன் நிகழ்வுச் செவ்வகங்களை முன்பு காட்டிய எடுத்துக்காட்டில். உள்ளது போல் அமைக்க வேண்டும்.



படி 1: தேவையான அளவு X–அச்சில் வரைந்து, அதில் பிரிவு இடைவெளிகளை குறிக்கவும்.

படி 2: தேவையான அளவு Y–அச்சில் எடுத்துக் கொண்டு அதில் நிகழ்வெண்களை குறிக்கவும். (இரண்டு அச்சுகளிலும் உள்ள அளவு திட்டம் ஒன்றுபோல் இருக்கத் தேவையில்லை)

படி 3 : அளவுதிட்டம்

X–அச்சு 1 செ.மீ = 1 குறைந்தளவு பிரிவு இடைவெளி

Y–அச்சு 1 செ.மீ = 2 %

படி 4: பிரிவு இடைவெளிகளை அகலங்களாகவும், நிகழ்வெண்களை உயரங்களாகவும் கொண்டு செவ்வகங்களை வரையவும்.

7.5.1.4 மதிப்பெண்களை கொண்ட வகைப்படுத்தப்பட்ட நிகழ்வெண் பங்கீட்டிற்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைதல் ;

எடுத்துக்காட்டு 15: 8ஆம் வகுப்பு படிக்கும் 65 மாணவர்கள் பெற்ற மொத்த மதிப்பெண்களுக்கான பங்கீட்டுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகபடத்தை வரைக.

மதிப்பெண் (மையமதிப்பு)	150	160	170	180	190	200
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	8	10	25	12	7	3

தீர்வு : மதிப்பெண்கள் (மையப்மதிப்பு) தரப்பட்டுள்ளதால், இவற்றிலிருந்து பிரிவு இடைவெளிகளை கண்டறியவும்.

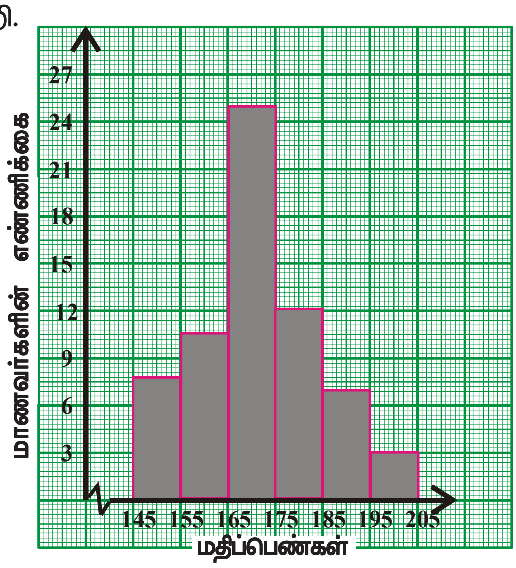
படி 1: இரண்டு அடுத்தடுத்த பிரிவுகளின் வித்தியாசத்தை காண் $h = 160 - 150 = 10$. (பிரிவு இடைவெளிகள் வித்தியாசம், அடுத்தடுத்த பிரிவுகள் அனைத்தும் சமமாக உள்ளதா என் பார்)

படி 2: மையமதிப்பை x ஆக எடுத்துக்கொண்டு, 'x' ஐ $x - \frac{h}{2}$ மற்றும் $x + \frac{h}{2}$ க்கு உட்பட்டு ஒவ்வொரு வகுப்பின் கீழின, மேலின எல்லைகளை கண்டுபிடி.

படி 3: தேவையான அளவை தேர்வு செய்
X- அச்சு 1 செ.மீ = ஒரு பிரிவு இடைவெளி
Y- அச்சு 1 செ.மீ = 4 மாணவர்கள்

படி 4: செவ்வகப்படத்தில் பிரிவு இடைவெளிகளை அடியாகவும் அவற்றிற்கான நிகழ்வெண்களை உயரங்களாகவும் குறி.

மதிப்பெண்கள்	பிரிவு இடைவெளி	நிகழ்வெண் (மாணவர்களின் எண்ணிக்கை)
150	145 – 155	8
160	155 – 165	10
170	165 – 175	25
180	175 – 185	12
190	185 – 195	7
200	195 – 205	3



சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

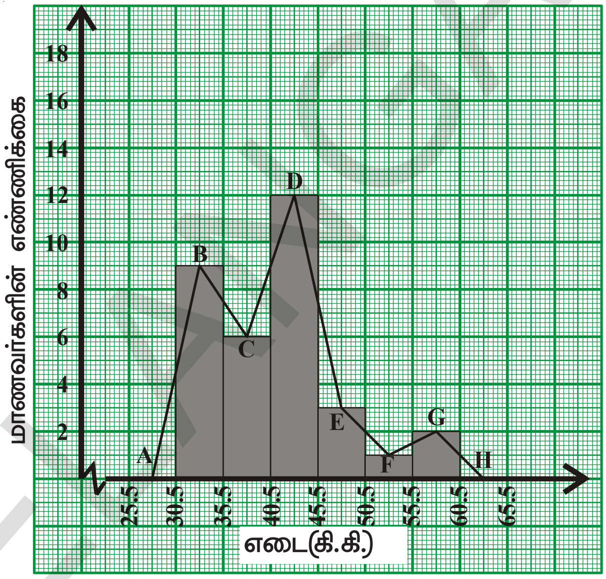
1. பிரிவு வரம்புகளை 'X'-அச்சில் எடுத்துக்கொள்கிறோம் பிரிவு எல்லைகளை அல்ல ஏன்?
2. நிகழ்வு செவ்வகத்தில் செவ்வகங்களின் அகலத்தை நிர்ணயிப்பது எது?
3. செவ்வகங்களின் உயரங்களின் மொத்தக் கூட்டு பலன் எதை தெரிவிக்கும்?

7.5.2. நிகழ்வெண் பலகோணம்

7.5.2.1 நிகழ்வெண் பலகோணத்தின் விளக்கம்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களையும் அவற்றிற்கான நிகழ்வெண்களையும் குறிக்கும் மற்றொரு முறை நிகழ்வெண் பலகோணம் ஆகும். இந்த வரைபடங்களின் பலன்களை அறிவோம்.

அருகிலுள்ள படத்திலுள்ள நிகழ்வெண் செவ்வகங்கள் ஒரு கம்பெனியில் பணிபுரியும் 33 பேரின் எடையை குறிக்கிறது எனக்கொள்.இப்பொழுது செவ்வகங்களின் மேற்பக்க மையங்களை கோட்டுத்துண்டுகள் மூலம் இணைப்போம்.மையங்களை B,C,D,E,F மற்றும் G எனக்கொள். இம்மையங்களை இணைக்கும் போது BCDEFG எனும் வரைபடம் கிடைக்கிறது.இந்த பலகோணத்தை முழுமையாக்க 30.5-35.5 எனும் பிரிவு இடைவெளிக்கு முன் 55.5-60.5எனும் பிரிவு இடைவெளிக்கு பின்னும் பூஜ்ஜிய நிகழ்வெண் பிரிவு இடைவெளிகள் இருப்பதாக கொள்வோம். அவற்றின் மையப்புள்ளிகள் A,H. ABCDEFGH என்பது நிகழ்வெண் பலகோணம் ஆகும்.



பிரிவு இடைவெளிகளுக்கு முன்னும் பின்னும் பிரிவுகள் இல்லாத போது பூஜ்ஜிய நிகழ்வெண்ணோடு பிரிவுகளை சேர்ப்பதால் நிகழ்வெண் பலகோணத்தின் பரப்பளவு நிகழ்வு செவ்வக பரப்பளவுக்கு சமமாக உள்ளது. ஏன்?

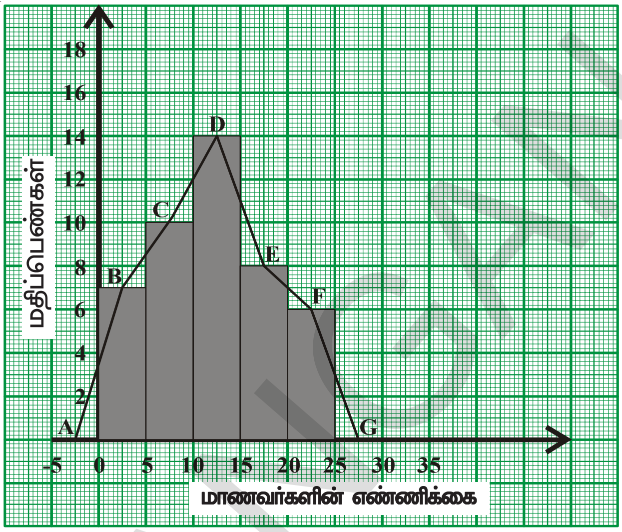
சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

1. முதல்பிரிவு இடைவெளிக்கு முன் பிரிவுகள் இல்லாத போது பலகோணத்தை எப்படி வரையலாம்?
2. நிகழ்வு செவ்வகத்தின் பரப்பளவும், நிகழ்வெண் பலகோணத்தின் பரப்பளவும் சமம். எப்படி என்று காரணம் கூறு.
3. நிகழ்வெண் பலகோணம் வரைய நிகழ்வுசெவ்வகம் வரையவேண்டுமா?
4. ஒரு தனித்த நிகழ்வெண் பங்கீட்டு நிகழ்வெண் பலகோணத்தை வரைய முடியுமா?

7.5.2.5. நிகழ்வெண் பலகோணத்தை அமைத்தல்.

வகுப்பு தேர்வில் 45 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களை (25க்கு என) கொண்டு நிகழ்வெண் பங்கீட்டு பட்டியலில் இருந்து ஒரு நிகழ்வெண் பலகோணத்தை வரை.

பிரிவு இடைவெளி (மதிப்பெண்கள்)	நிகழ்வெண் மாணவர்களின் (எண்ணிக்கை)	மைய மதிப்புகள்
0-5	7	2.5
5-10	10	7.5
10-15	14	12.5
15-20	8	15.5
20-25	6	20.5
	45	



வரைமுறை படிகள்

படி 1: கொடுக்கப்பட்ட பங்கீட்டின் ஒவ்வொரு பிரிவு இடைவெளியின் மைய்புள்ளியைக் காண்க.

படி 2: கொடுக்கப்பட்ட பங்கீட்டின் நிகழ்வுச்செவ்வகம் வரைக. அதன் மையப்புள்ளிகளை செவ்வகங்களின் மேல் குறிக்க. (இங்கு B, C, D, E, F என குறிக்கப்பட்டுள்ளதைக் கவனி).

படி 3: அடுத்தடுத்த மையப்புள்ளிகளை இணை.

படி 4: முதல் பிரிவு இடைவெளியின் முன், கடைசி பிரிவு இடைவெளியின் பின்னும் ஒவ்வொரு பிரிவு இடைவெளியை எடுத்துககொள். அவற்றின் மையமதிப்புகள் A, Hஎனக் கொண்டு அவற்றை அச்சின் மேல் குறி. (இங்கு முதல் பிரிவு இடைவெளி 0 - 5 எனவே அதற்கு முன் இடைவெளி 0 - (-5), எனவே கிடை அச்சை குறைபக்கத்திற்கு நீட்டி அதன் கற்பனை பிரிவு இடைவெளி $-5 - 0$ க்கு மையபுள்ளியை குறி)

படி 5: B ஐ A யுடன் சேர், அவ்வாறே F ஐ Gயுடன் சேர். இப்போது நிகழ்வெண் பலகோணம் கிடைக்கிறது.

நிகழ்வெண் பலகோணத்தை நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரையாமலேயே வரையலாம். இதற்கு விவரத்தின் பிரிவு இடைவெளியின் மையப்புள்ளிகள் தேவை.

இதை செய்: கீழ்கண்டவற்றிக்கு நிகழ்வெண் பலகோணம் வரைக.

(i) ஒரு வகுப்பு மாணவர்களிடையே நடைபெற்ற நண்பர்களின் கிரிக்கெட் விளையாட்டில் எடுத்த ரன்கள்

எடுத்த ரன்கள்	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	3	5	8	4	2

(ii) ஒரு அரங்கத்தில் நடந்த நாடகத்திற்கு விற்ற டிக்கெட்டுகள்.

டிக்கெட்டின் விலை	10	15	20	25	30
விற்ற டிக்கெட்டுகள்	50	30	60	30	20

7.5.2.3. நிகழ்வெண் பலகோணத்தின் பண்புகள்

1. நிகழ்வெண் பலகோணம் என்பது நிகழ்வெண் பங்கீட்டின் (தனித்த/தொடர்) வரைபடம் ஆகும்.
2. வகுப்பின் மதிப்பெண்கள் அல்லது அடுத்தடுத்த பிரிவுகளின் மையமதிப்புகளை $x \rightarrow$ அச்சிலும், அதற்கு ஒத்த நிகழ்வெண்களை $y \rightarrow$ அச்சிலும் எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்.
3. ஒரு நிகழ்வெண் பங்கீட்டிற்கு வரையப்பட்ட நிகழ்வு செவ்வகமும், நிகழ்வெண் பலகோணமும் ஒரே பரப்பினைக் கொண்டதாக இருக்கும்.

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுதுக

1. நிகழ்வு செவ்வகம் என்பது பிரிவு இடைவெளிகளிலுள்ள நிகழ்வெண்களைக் காட்டுகிறது. அது ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்பின் நிகழ்வெண்ணை காட்ட உதவுமா?
2. ஒரு குறிப்பிட்ட புள்ளியில் நிகழ்வெண் பதிவுகளைப் பற்றிய விவரத்தை நிகழ்வெண் பலகோணம் கொடுக்குமா?

7.5.2.4 நிகழ்வுச் செவ்வகம் உதவியில்லாமல் வரிசைப்படுத்தப்பட்ட நிகழ்வெண் பங்கீட்டின் நிகழ்வெண் பலகோணம் அமைத்தல்

நீரிழிவு நோயாளிகளின் கணக்கெடுப்பில் கீழ்கண்ட விவரங்கள் கிடைத்தன.

வயதுகள்	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60
நோயாளிகளின் எண்ணிக்கை	5	9	16	11	3

இப்போது நிகழ்வு செவ்வகம் உதவியில்லாமல் நிகழ்வெண் பலகோணத்தை வரையலாம்.

படி 1: வெவ்வேறு வகுப்புகளின் பிரிவு இடைவெளிகளைக் காண்க.

படி 2: தேவையான அளவுகளை தேர்ந்தெடு:

X - அச்சில் 1 செ.மீ = 1 பிரிவு இடைவெளி

Y - அச்சில் 1 செ.மீ = 2 நோயாளிகள்

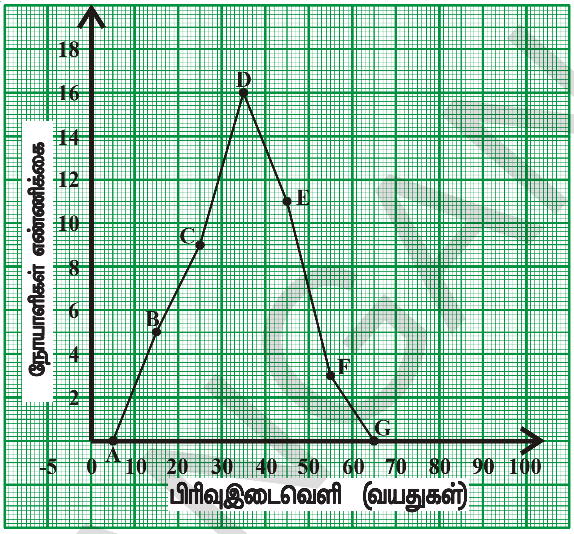
படி 3: x என்பது பிரிவின் மைய மதிப்பையும் f என்பது அதன் ஒத்த நிகழ்வெண்களையும் குறிக்கிறது. இப்போது (x, f) ஐ வரைபடத்தில் குறி.

படி 4: அடுத்தடுத்த புள்ளிகளை கோட்டுத்துண்டுகளால் இணை.

படி 5: மேலும் 2 பிரிவு இடைவெளிகள் உள்ளதாக ஊகித்துக் கொள். ஒன்று முதல் பிரிவின் முன்னும், இரண்டாவது கடைசி பிரிவின் பின்னும் ஒவ்வொன்றும் பூஜ்ஜிய நிகழ்வெண்ணை கொண்டதாகும். மையப்புள்ளிகளை வரைபடத்தில் குறி.

படி 6: பலகோணத்தை முடிக்க.

பிரிவு இடைவெளி (வயதுகள்)	நோயாளிகள் எண்ணிக்கை	பிரிவு மைய மதிப்பு	வரிசை ஜோடி
00 – 10	0	5	(5, 0)
10 – 20	5	15	(15, 5)
20 – 30	9	25	(25, 9)
30 – 40	16	35	(35, 16)
40 – 50	11	45	(45, 11)
50 – 60	3	55	(55, 3)
60 – 70	0	65	(65, 0)



7.5.3. வகைப்படுத்தப்பட்ட நிகழ்வெண்பங்கீட்டில் நிகழ்வெண் வளைவு

மேலே கொடுக்கப்பட்ட குறிப்புகளின்படி நிகழ்வெண் பலகோணத்தை ஒருவளைவின் மூலம் காட்டலாம்.

நிகழ்வுச் செவ்வகத்தின் உதவியில்லாமல் நிகழ்வெண்வளைவை இப்போது நாம் வரையலாம்.

படி 1: பிரிவுகளின் மையமதிப்புகளைக் காண்.

படி 2: அளவுதிட்டத்தை தேர்ந்தெடு:

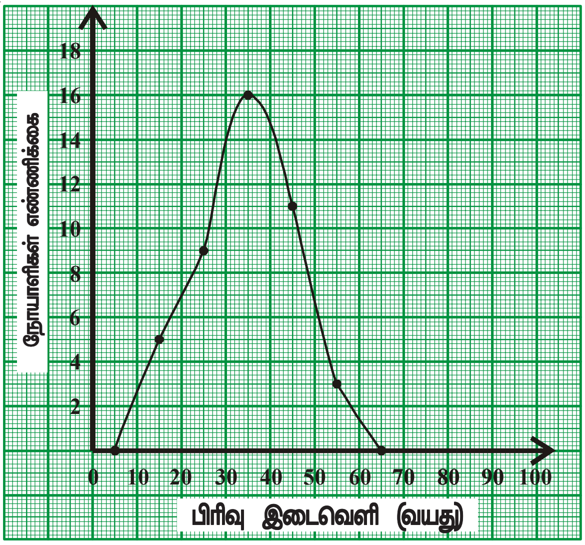
X – அச்சில் 1 செ.மீ = 1 பிரிவு இடைவெளி

Y – அச்சில் 1 செ.மீ = 2 நோயாளிகள்

படி 3: x என்பது பிரிவின் மைய மதிப்பையும் f என்பது அதன் ஒத்த நிகழ்வெண்களையும் குறிக்கிறது. இப்போது (x, f) ஐ வரைபடத்தில் குறி.

படி 4: அடுத்தடுத்த புள்ளிகளை வளைவாக இணை.

பிரிவு இடைவெளி (வயதுகள்)	நோயாளிகள் எண்ணிக்கை	பிரிவு மைய மதிப்பு	வரிசை ஜோடி
0 – 10	0	5	(5, 0)
10 – 20	5	15	(15, 5)
20 – 30	9	25	(25, 9)
30 – 40	16	35	(35,16)
40 – 50	11	45	(45,11)
50 – 60	3	55	(55, 3)
60 – 70	0	65	(65, 0)



7.5.4. குவிவு நிகழ்வெண் பங்கீட்டின் வரைபடம்

வரிசைபடுத்தப்பட்ட நிகழ்வெண் பங்கீட்டின் குவிவு நிகழ்வெண்களுக்கு எதிராக உள்ள பிரிவு இடைவெளிகளின் கீழ்வரம்பு/மேல்வரம்புகளைக் கொண்டு வரைபடத்தில் குறிப்பது குவிவு நிகழ்வெண்வளைவு அல்லது ஓகிவ் (Ogive) வளைவு என்கிறோம். இந்த வளைவுகளின் மூலம் ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணிற்கு முன்னால் அல்லது பின்னால் எத்தனை பதிவுகள் உள்ளன என்பதை அறியலாம்.

7.5.4.1. கீழினக் குவிவு நிகழ்வெண் வளைவு

ஒரு பணியை செய்ய ஒப்பந்ததாரர்களிடமிருந்து பெறப்பட்ட ஒப்பந்தங்கள், நாட்களை அடிப்படையாக கொண்டு கீழ்கண்டவாறு நிகழ்வெண் பங்கீட்டில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

பிரிவு இடைவெளி நாட்கள்	0 - 4	4 - 8	8 - 12	12-16	16-20
ஒப்பந்தங்களின் எண்ணிக்கை	2	5	12	10	3

பிரிவு இடைவெளி (நாட்கள்)	ஒப்பந்தங்களின் எண்ணிக்கை	மேல் வரம்பு	கீழின குவிவு நிகழ்வெண்
		0	0
0 – 4	2	4	2
4 – 8	5	8	7
8 – 12	12	12	19
12 – 16	10	16	29
16 – 20	3	20	32

படி 1: கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பங்கீடு உள்ளடக்கிய பிரிவாக இருந்தால் அதை வெளியடக்கிய பிரிவாக மாற்று.

படி 2: கீழின குவிவு நிகழ்வெண் அட்டவணையை தயார்செய்.

படி 3: பிரிவு இடைவெளிகளின் மேல்வரம்புகளை X –அச்சிலும், அவற்றின் ஒத்த குவிவு நிகழ்வெண்களை Y– அச்சிலும் குறி.

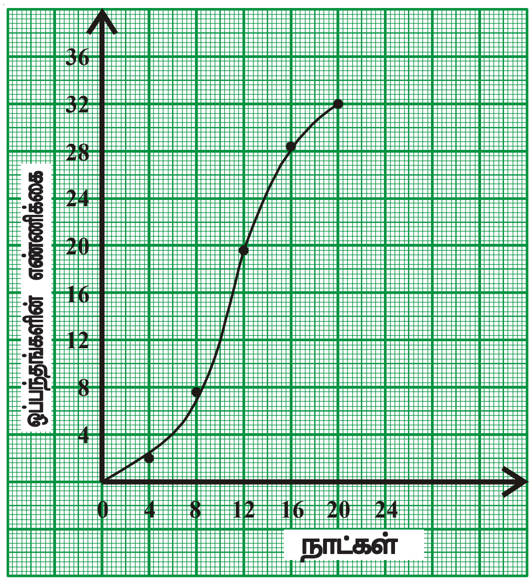
தேவையான அளவுகளை தேர்ந்தெடு :

X-அச்சில் 1 செ.மீ = 1 பிரிவு இடைவெளி

Y- அச்சில் 1 செ.மீ = 4 ஒப்பந்தங்கள்

படி 4: முதல் பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் வரம்பையும் குறி. (முதல் பிரிவு இடைளிக்கு முன்புள்ள மேல் வரம்பு)

படி 5: எல்லா புள்ளிகளையும் வரைய கீழின பங்கீட்டு வளைவு கிடைக்கும்.



இவ்வாறே மேலின குவிவு நிகழ்வெண் வளைவை, மேலின குவிவு நிகழ்வெண்களை Y அச்சிலும் ஒத்த கீழ் வரம்புகளை X அச்சிலும் எடுத்துக் கொண்டு வரையலாம்.

பயிற்சி-7.3

1. கீழ்கண்ட அட்டவணை 45 மாணவர்களின் வெவ்வேறு நிலைகளில் உள்ள நுண்ணறிவு ஈவு(IQ)பற்றிய நிகழ்வெண் பங்கீட்டைக் கொடுக்கிறது. இந்த விவரத்திற்கு ஒரு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைக.

நுண்ணறிவு ஈவு(IQ)	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110	110-120	120-130
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	2	5	6	10	9	8	5

2. 7ம் வகுப்பு முழு ஆண்டுத் தேர்வில் 600 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த விவரத்திற்கு ஒரு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைக.

மதிப்பெண்கள்	360	400	440	480	520	560
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	100	125	140	95	80	60

3. ஒரு தொழிற்சாலையில் வேலைசெய்யும் 250 வேலையாட்களின் வாரசம்பளம் கீழே அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் நிகழ்வுச்செவ்வகம் மற்றும் நிகழ்வெண் பலகோணத்தையும் ஒரே வரைபடத்தில் வரைக.

வாரசம்பளம்	500-550	550-600	600-650	650-700	700-750	750-800
வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை	30	42	50	55	45	28

4. கீழே கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பங்கீட்டில் ஒரு மண்டலத்தில் ஆரம்பப்பள்ளியில் வேலை செய்யும் 60 ஆசிரியர்களின் வயதுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. நிகழ்வுச் செவ்வகத்தை பயன்படுத்தாமல் நிகழ்வெண் பலகோணம் மற்றும் நிகழ்வெண் வளைவு வரைக. (வெவ்வேறு வரைபடங்களை உபயோகிக்கவும்)

வயதுகள்	24 – 28	28 – 32	32 – 36	36 – 40	40 – 44	44 – 48
ஆசிரியர்களின் எண்ணிக்கை	12	10	15	9	8	6

5. கீழ்கண்ட பங்கீட்டு அட்டவணையில் பிரிவு இடைவெளிகளை உபயோகித்து கீழின, மேலின குவிவு நிகழ்வெண் வளைவுகளை வரைக.

மதிப்பெண்கள்	5ஐவிட குறைவு	10ஐவிட குறைவு	15ஐவிட குறைவு	20ஐவிட குறைவு	25ஐவிட குறைவு
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	2	8	18	27	35

நாம் கற்றவை

- கூட்டுசராசரி = $\dfrac{x_1+x_2+x_3+......+x_n}{n}$ (அ) $\overline{x} = \dfrac{\sum x_i}{N}$ (சுருக்கமாக எழுதுதல்) மற்றும் $\sum x_i$ என்பது x_i களின் மொத்தம் $i = 1,2,....n$
- கூட்டுசராசரி = ஊகித்த சராசரி + விலகல்களின் சராசரி அல்லது $\overline{x}$ $= A + \dfrac{\sum(x_i - A)}{N}$
- எண் விவரங்களை பகுப்பாய்வு செய்ய கூட்டுசராசரி பயன்படுகிறது.
- வகைபடுத்தப்பட்ட விவரங்களின் மையமதிப்பை (Mid Value) இடைநிலை அளவு தெரிவிக்கிறது.
- எண் விவரங்களை பகுப்பாய்வு செய்ய இடைநிலை அளவு பயன்படுகிறது மற்றும் குறிபாக பெரிய வித்தியாசம் உடைய சில பதிவுகள் காண பயன்படுகிறது.
- முகடு எண் விவரங்களையும், வாய்மொழி விவரங்களையும் பகுப்பாய்வு செய்ய பயன்படுகிறது.
- முகடு என்பது ஒரு விவரத்தில் மீண்டும் மீண்டும் வரும் பதிவு ஆகும்.ஒரு விவரத்திற்கு ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட முகடு இருக்கலாம்.
- வகைப்படுத்தப்படட பதிவுகளை அவற்றின் நிகழ்வெண்களுடன் அட்டவணைப்படுத்துவதை நிகழ்வெண் பங்கீடு அல்லது பங்கீட்டு அட்டவணை என்கிறோம்.
- பிரிவுகள் மேல், கீழ் வரம்புகளின் வித்தியாசத்தை பிரிவு இடைவெளியின் நீளம் 'C' எனக் குறிக்கிறோம்.
- குறிப்பிட்ட பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லையை விட விவரங்களில் உள்ள பதிவுகளின் எண்ணிக்கை சமமாகவோ (அ) அதிகமாகவோ இருப்பதை அந்த குறிப்பிட்ட பிரிவு இடைவெளியின் மேலின குவிவு நிகழ்வெண் ஆகும்.
- ஒரு விவரத்தில் உள்ள பதிவுகளின் எண்ணிக்கை ஒரு குறிப்பிட்ட பிரிவு இடைவெளியின் மேல் வரம்பை விட குறைவாக இருந்தால் அது இந்த குறிப்பிட்ட பிரிவு இடைவெளியின் கீழின குவிவு நிகழ்வெண் ஆகும்.
- வகைப்படுத்தப்பட்ட நிகழ்வெண் பங்கீட்டின் பிரிவு இடைவெளிகள் மாறுபடும்போது நிகழ்வெண் அடர்த்தியை பொறுத்து நாம் நிகழ்வுச்செவ்வகத்தில் செவ்வகங்கள் அமைப்பது அவசியமாகிறது.

நிகழ்வெண் அடர்த்தி = $\dfrac{\text{பிரிவுகளின் நிகழ்வெண்}}{\text{பிரிவுகள் நீளம்}} \times$ குறைந்தளவு பிரிவு நீளம்

- நிகழ்வெண் பலகோணம் என்பது நிகழ்வெண் பங்கீட்டின் (உள்ளடக்கிய /வெளியடக்கிய) வரைபட விளக்கம் ஆகும்.
- நிகழ்வெண் பலகோணம் அல்லது நிகழ்வெண் வளைவை வரைய பிரிவு இடைவெளிகளின் மையமதிப்புகளை X-அச்சிலும் ஒத்த நிகழ்வெண்களை Y- அச்சிலும் குறிக்க வேண்டும்.
- ஒரு விவரத்திற்கு வரையப்பட்ட நிகழ்வெண் பலகோணம் மற்றும் நிகழ்வுச் செவ்வக வரைப்படத்தின் பரப்புகள் ஒன்றே.
- வகைப்படுத்தப்பட்ட நிகழ்வெண் பங்கீட்டின் குவிவு நிகழ்வெண்களுக்கு எதிராக / மேல்வரம்புகளைக் கொண்டு வரைப்படத்தில் குறிப்பது குவிவு நிகழ்வெண் வளைவு அல்லது ஓஜிவ் வளைவு என்கிறோம்.

ஆழ்ந்த சிந்தனை(Thinking Critically)

சில வரைபடங்கள்,படங்களுடன் கூடிய விவரங்களை பரிசோதித்து மனிதர்களின் ஆலோசனை முறை, அவர்களின் ஆழ்ந்த சிந்தனையின் மீது ஆதாரப்பட்டிருக்கும். கீழ்கண்ட படங்களை பரிசோதித்து கீழ்கண்ட கேள்விகளுக்கு விடையளிக்கவும். விடைக்கான வழிமுறைகளை மீண்டும் சரிபார்க்கவும்.

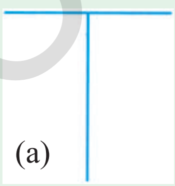
(a) கிடைக்கோடு,நிலைக்கோடு இவற்றில் எது நீளமானது?

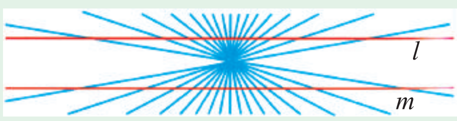
(b) l ,m கோடுகள் இணைக்கோடுகளா?

(c) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ இவற்றில் எது பெரியது?

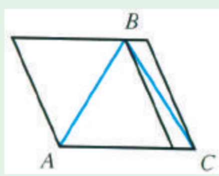
(d) படத்திலுள்ள பலகோணத்திற்கு எத்தனை பக்கங்கள் உள்ளன? அப்பலகோணம் சதுரத்தை குறிக்கிறதா?

(e) படத்தை கீழ்நோக்கி பார்க்கவும். நான்கு கம்பங்கள் மேல்நோக்கி வருவது போன்று காணப்படுகிறதா? அத்துடன் சிறிய கம்பங்களும் உள்ளனவா? கூறுக.

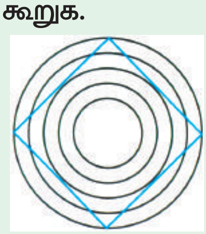

(a)

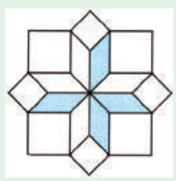


(b)



(c)


(d)


(e)

அத்தியாயம் 8

வடிவியல் படங்களை ஆராய்தல்

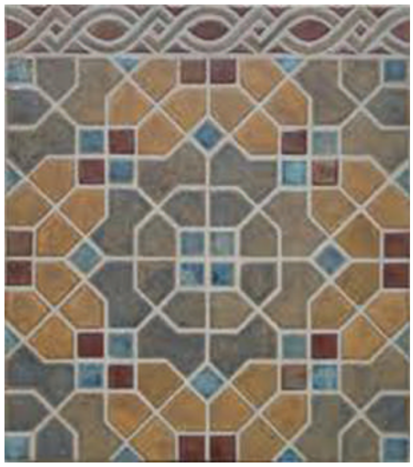
8.0 அறிமுகம்

நாம் அன்றாட வாழ்க்கையில் பல விதமான வடிவியல் கருத்துகளை பார்க்கின்றோம். நேர்முகமாகவோ மறைமுகமாகவோ வடிவியலோடு தொடர்புடைய பொருட்கள் மற்றும் செயல்கள் இருக்கின்றன. இந்த பொருள்கள் (அ) செயல்கள் வடிவியல் பண்புகள் மற்றும் பயன்பாடுகளை பெற்றிருக்கும்.

கீழே உள்ள படங்களை பார்க்கவும். இதனுள் அடங்கியுள்ள பலவகையான வடிவியல் படங்கள் மற்றும் அமைப்புகள் யாவை? நீங்கள் இயற்கையில் சில வடிவங்கள் ஒன்று போலவும், சில வடிவொத்தவைகளாகவும் மற்றும் சில வடிவியல் அமைப்புகள் தரையில் பரவி இருப்பதையும் நீங்கள் காணலாம்.

இவ்வாறான வடிவொத்த வடிவங்கள், ஒன்றுபோல் உள்ள வடிவங்கள் மற்றும் சமச்சீர் வடிவங்கள் அல்லது அமைப்புகளை இந்த படத்தில் உன்னால் குறிப்பிட முடியுமா?

படம். 8.1 (அ)



படம். 8.1(ஆ)

படத்தில் சன்னல்களின் வடிவங்கள் வடிவொத்ததாக உள்ளன. முக்கோண வடிவ முன்தோற்றம் ஒன்று போல் உள்ளது. தரையில் பரப்பப்பட்டுள்ள அமைப்புகள் சமச்சீர் படங்களாக உள்ளன.

எப்படி இந்த வடிவியல் வடிவங்கள், அமைப்புகள் குறிப்புகள் நம் அன்றாட வாழ்வில், எவ்வாறு முக்கியத்துவம் பெற்றிருக்கிறது என்பதை நாம் கற்கலாம்.

8.1 சர்வசமம்

ஒரே அளவு மற்றும் ஒரே வடிவம் கொண்ட பல பொருட்களை நம் அன்றாட வாழ்க்கையில் நாம் பயன்படுத்துவதை நீங்கள் பார்த்திருப்பீர்கள். எடுத்துக்காட்டாக மின்விசிறியின் இறகுகள் ஒரே அளவு மற்றும் வடிவில் உள்ளன.

படம். 8.2

சர்வசமத்திற்கு நம் அன்றாட வாழ்வில் அடுத்த உதாரணம்.

நீ ஒரு ஒலியகத்திற்கு சென்று அங்கு உள்ள CD க்களை பார். அதில் நீ என்ன அறிகிறாய்?

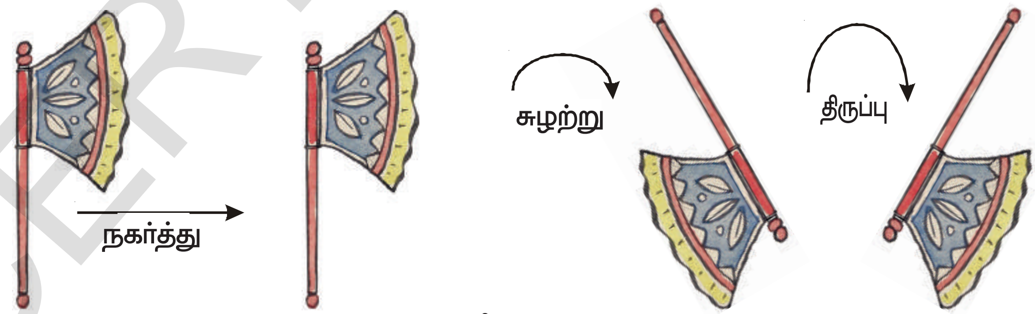
அங்கு எல்லா CDக்களும் ஒரே அளவு மற்றும் வடிவம் உள்ளவையாக இருக்கின்றன. அவைகளை ஒன்றன் மீது ஒன்று வைத்தால் அவைகள் ஒன்றோடொன்று சரியாக பொருந்தும். ஒவ்வொரு CDயின் முகங்கள் சர்வ சமமாக உள்ளது என்று கூறலாம்.

இப்போது அஞ்சல் அட்டைகளை ஒன்றின் மேல் ஒன்று வைக்கவும். அஞ்சல் அட்டைகளும் ஒரே அளவு மற்றும் வடிவம் பெற்றிருப்பதை நீங்கள் காணலாம். அவைகள் ஒன்றுக்கு ஒன்று சர்வசமமாக உள்ளன.

வடிவங்களில் சர்வசமம்

கீழே உள்ள படங்களை உற்றுநோக்கு.

(i)



படம். 8.3

மேலே உள்ள அனைத்து படங்களின் நிலைகள் மாறியிருந்தாலும் ஒரே படத்தை குறிக்கிறதா?

இங்கு ஒரே படம் நகர்த்தப்பட்டிருக்கிறது, சுழற்றப்பட்டிருக்கிறது மற்றும் இவை அனைத்தும் கைவிசிறியைக் குறிக்கின்றன.

அனைத்து படங்களையும் ஒன்றன் மீது ஒன்று வைத்தால், நீ என்ன காண்கிறாய்?

அவையாவும் சரியாக ஒன்றின் மீது ஒன்று அமரும் அவை ஒரே அளவு மற்றும் வடிவம் கொண்டவை.

ஒரே அளவு மற்றும் வடிவம் கொண்ட படங்களை என்னவென்று அழைக்கிறோம் என்பது நினைவிருக்கிறதா?

ஒரே அளவு மற்றும் வடிவம் கொண்ட படங்கள் சர்வசமம் படங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

திருப்புதல் (Flip) : ஒரு கோட்டை பொருத்து, ஒரு சமதள படத்தை திருப்புவதால் (அ) பிரதிபலிப்பதின் மூலம் உண்மையான வடிவத்தின் பிம்பமாக (Mirror Image) மாற்றும் செயலை 'திருப்புதல்' என்பர்.

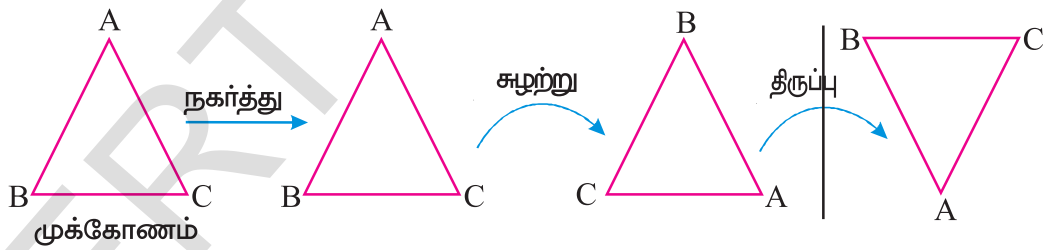
ஒரு வடிவத்தை திருப்புதல் (அ) பிரதிபலித்தல் செய்த பிறகு பிரதிபலித்தல் கோட்டிலிருந்து உண்மையான வடிவத்தின் ஒவ்வொரு புள்ளிக்கும் இடையேயான தூரமும் மேலும் அக்கோட்டிலிருந்து பிம்பத்தில் உள்ள உண்மையான வடிவத்திற்கு ஒத்த ஒவ்வொரு புள்ளிக்கும் இடையேயான தூரமும் சமம்.

சுழற்சி (Rotation):

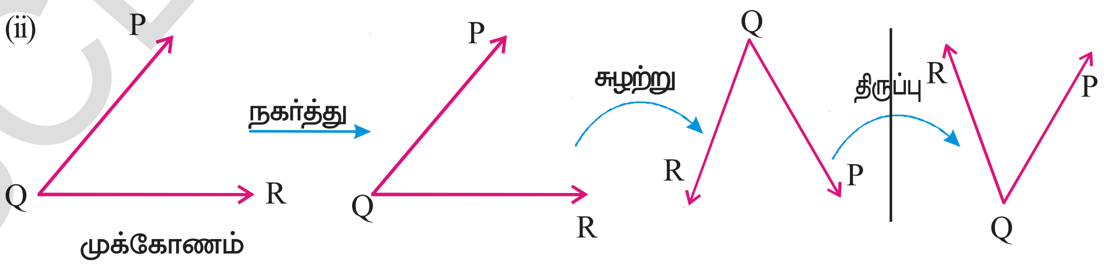
ஒரு புள்ளியை மையமாக கொண்டு வட்டமாக சுழற்றுவதை சுழற்சி என்பர். சுழற்றப்பட்ட வடிவத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு புள்ளிக்கும் மையத்திற்கும் இடையே உள்ள தூரம் சமம். ஒவ்வொரு புள்ளியும் மையத்தை அடிப்படையாக கொண்டு வட்டத்தை உருவாக்கும்.

ஒரு முழுசுழற்சி என்பது 360^{0}.

(i)



(ii)



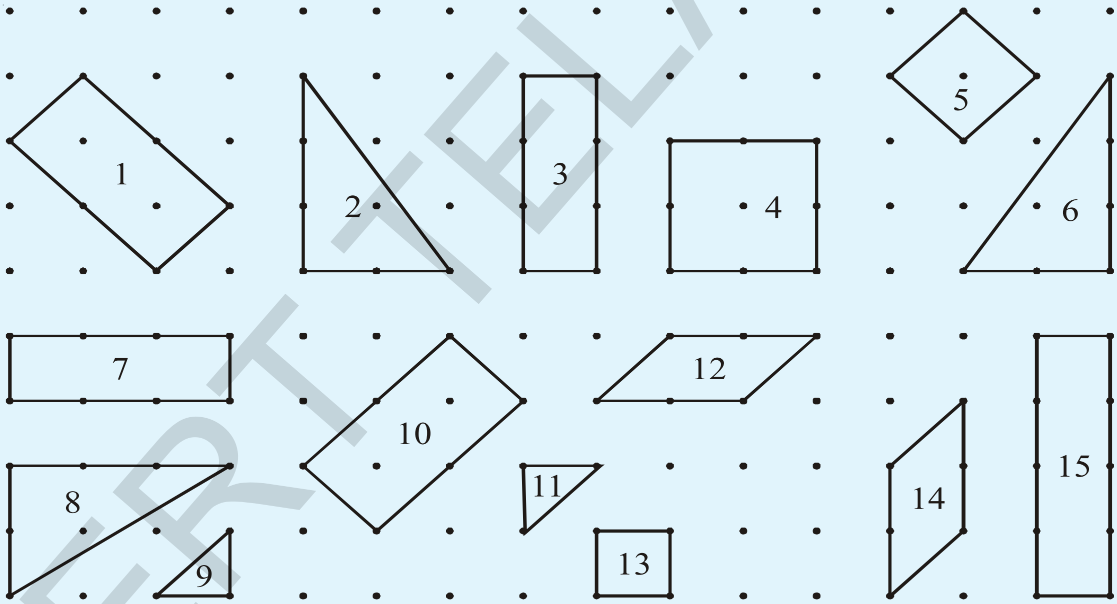
கோட்டுத்துண்டு

மேலே உள்ள எல்லா வகைகளிலும் நிரையில் முதல் படத்தை நகர்த்தி சுழற்றினால் மற்றும் படத்தின் அளவில் மற்றும் வடிவத்தில் ஏதேனும் மாற்றம் உள்ளதா? இல்லை, ஒவ்வொரு நிலையிலும் உள்ள படங்கள் சர்வசமமாக உள்ளன. அவை ஒரே படத்தை குறிக்கின்றன. ஆனால் வெவ்வேறு நிலைகளில் உள்ளன.

இரண்டு வடிவங்கள் சர்வசமம் எனில் அவற்றை சுழற்றுவதில் கூட சர்வசமங்களாகவே இருக்கும். அவற்றின் கண்ணாடி பிம்பங்களை உருவாக்கினால் கூட, அந்த வடிவங்கள் சர்வசமமாகவே இருக்கும். $\cong$ என்பது சர்வசமத்தை குறிக்கும் குறியீடு ஆகும்.

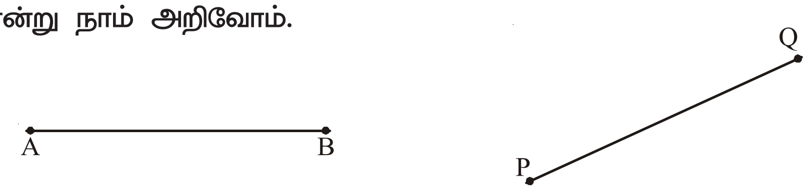
இதை செய்

கீழே உள்ள ஜோடிப் படங்களில் எவை சர்வசமம் என்பதை குறிப்பிடு.



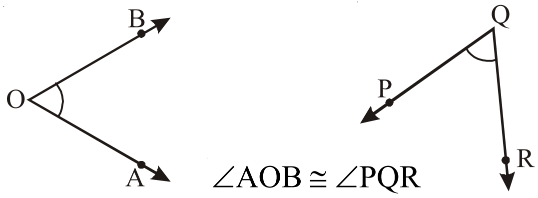
எப்போது இரண்டு (a) கோட்டுத்துண்டுகள் (b) கோணங்கள் (c) முக்கோணங்கள் சர்வசமம் என உன்னால் கூற முடியும்?

(a) இரண்டு கோட்டுத்துண்டுகள் ஒரே அளவு நீளம் இருந்தால் அவை சர்வசமம் என்று நாம் அறிவோம்.



நீளம் AB = நீளம் PQ எனவே $AB \cong PQ$

(b) இரண்டு கோணங்கள் ஒரே அளவு என்றால் அவை சர்வசமம்.



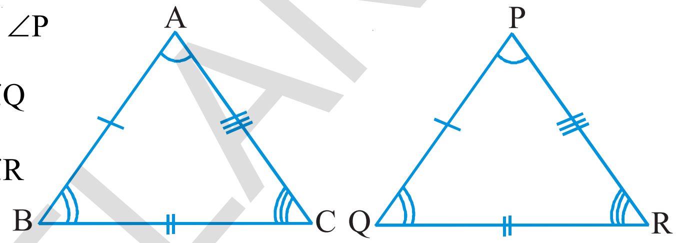
(c) இரண்டு முக்கோணங்கள் ΔABC, ΔPQR களில் எல்லா ஜோடி ஒத்த பக்கங்கள் சமமாக இருந்தால் (அ) ஒத்த கோணங்கள் சமமாக இருந்தால் ΔABC, ΔPQR ஆகிய முக்கோணங்கள் சர்வசம முக்கோணங்கள் ஆகும்.

i.e. $AB = PQ$ மற்றும் $\angle A = \angle P$

$BC = QR$ $\angle B = \angle Q$

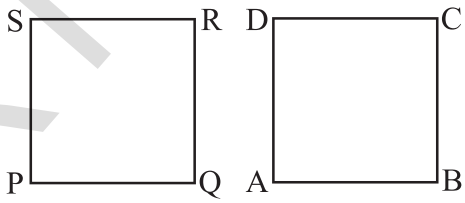
$CA = RP$ $\angle C = \angle R$

$\Delta ABC \cong \Delta PQR$.



இப்போது இரண்டு பல கோணங்கள் சர்வசமமா என்று உன்னால் கூறமுடியுமா?

நாம் அதை ஓர் உதாரணத்துடன் விவாதிக்கலாம். இரண்டு சதுரங்கள் ABCD மற்றும் PQRS. எடுத்துக்கொள். ஒரு சதுரத்தை மற்றொரு சதுரத்தின் மேல் அமர்த்தினால், அதாவது சதுரம் ABCD மேல், சதுரம் PQRS, ஐ வைத்தால் அவை ஒன்றுக்கொன்று சரியாக பொருத்தும்.



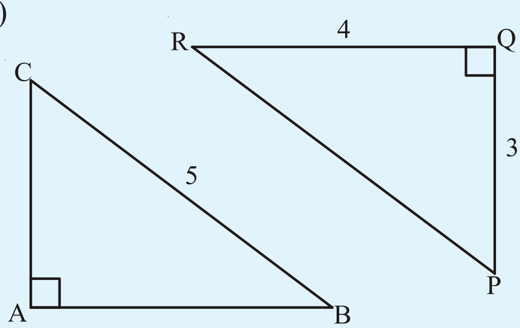
அதாவது சதுரங்களின் முனைகள் ஒன்றுக்கு ஒன்று சரியாக பொருந்தினால் அந்த இரண்டு சதுரங்கள் சர்வசமம் எனலாம்.

இரண்டு வடிவியல் வடிவங்கள் ஒன்றின் மேல் ஒன்று சரியாக பொருந்தினால் அவை இரண்டும் சர்வசமம் ஆகும். இரண்டு பலகோணங்களின் ஒத்த பக்கங்கள் சமமாகவும், ஒத்த கோணங்கள் சமமாகவும் இருந்தால் அவை இரண்டும் சர்வசமம் ஆகும்.

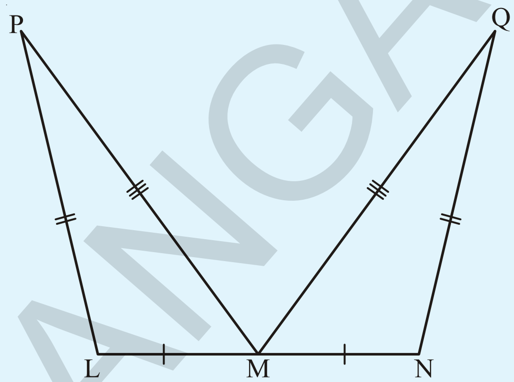
இதை செய்

கீழே உள்ள படங்களை பார்த்து அவை சர்வசமமாக உள்ளனவா எனக்கூறு. காரணம் கூறு. அவற்றை பெயரிடுக.

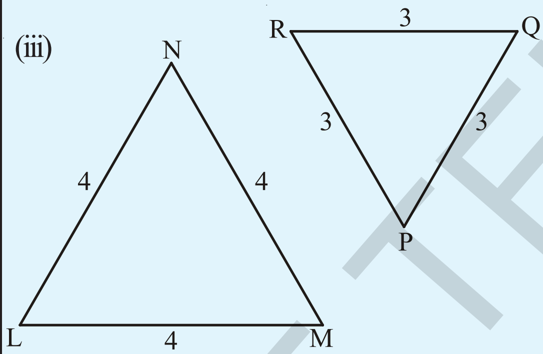
(i)



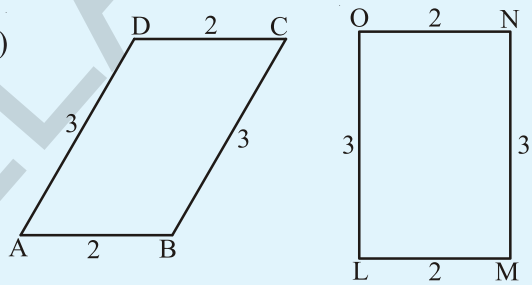
(ii)



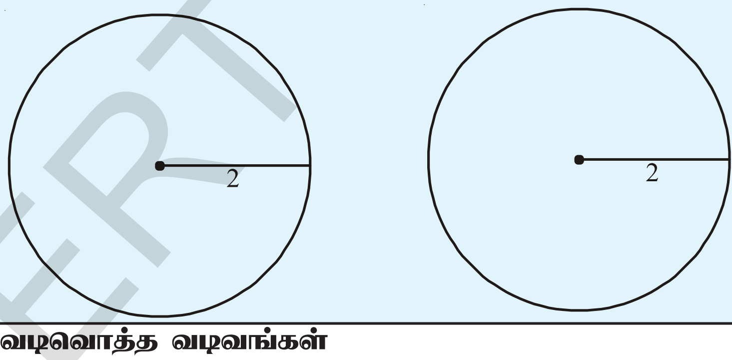
(iii)



(iv)



(v)



8.1.2 வடிவொத்த வடிவங்கள்

நம் புத்தகங்களில், சில படங்களில் நம்மை சுற்றியுள்ள பொருட்களை போல் பார்த்து இருக்கின்றோம். உதாரணத்திற்கு யானைகள், புலிகள், ஒரு பெரிய கட்டிடத்தின் முகப்பு தோற்றம் போன்றவற்றின் படங்கள். அவை அனைத்தும் அதன் உண்மையான அளவிற்கு வரையப்பட்டவையா?

இல்லை, அவை சாத்தியம் அல்ல. சில படங்கள் உண்மையான பொருட்களை விட சிறியதாகவும், சில படங்கள் பெரியதாகவும், இருக்கும்.

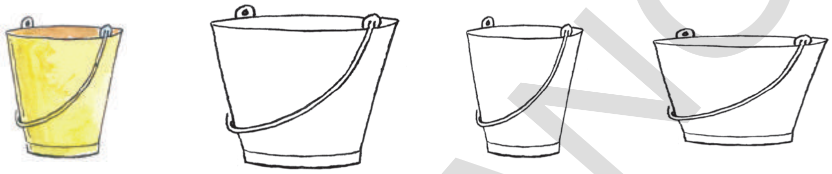
இதை செய்

கீழ்கண்ட படங்களில் எவை முதல் படத்தை போல உள்ளன எனக்காட்டு.

(a)

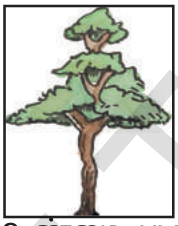
(i) (ii) (iii)

(b)



(i) (ii) (iii)

ஒரு தாளின் மேல் ஒரு மரத்தின் படம் வரையப்பட்டிருக்கிறது. உண்மையான படத்தை போல உள்ளது, என்பதை எப்படி நாம் அறிவது?



உண்மை படம்

வரையப்பட்ட படம்

இங்கு ஒரு பொருளும் அதனை வெவ்வேறு அளவுகளால் குறைக்கப்பட்ட வடிவமும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. எந்த குறைப்பு உண்மையான பொருளை ஒத்திருக்கிறது?.

3

4

உண்மைபொருள்

3

3

குறைப்பு- 1

2

4

குறைப்பு- 2

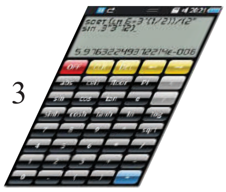
2.25

3

குறைப்பு- 3

2.25

3



குறைப்பு- 4

இவை எல்லாவற்றையும் உற்றுநோக்கும் போது குறைப்பு- 3 உண்மையான பொருளை ஒத்து இருக்கிறது என்று கூறலாம்.ஏன்?

உண்மை பொருள் மற்றும் குறைப்பு- 3 இன் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதங்களை காண்.நீ அறிவது என்ன?

$$\frac{\text{உண்மை பொருளின் நீளம்}}{\text{குறைப்பு- 3 இன் நீளம்}} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{\text{உண்மை பொருளின் அகலம்}}{\text{குறைப்பு- 3 இன் அகலம்}} = \frac{3}{2.25} = \frac{3 \times 4}{2.25 \times 4} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

ஒத்த பக்கங்களின் விகிதங்கள் சமமாக இருப்பதை காணலாம். இங்கு எல்லா ஒத்த கோணங்களும் செங்கோணங்கள்.மேலும் சமமானவை.

எனவே "இரண்டு பல கோணங்களின் ஒத்தகோணங்கள் சர்வசமமாகவும் மற்றும் ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமத்தில் இருந்தால், அவை இரண்டும் வடிவொத்தவை"என்று கூறலாம். மேலும் எல்லா குறைப்புகளின் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதங்களை கண்டுபிடி.

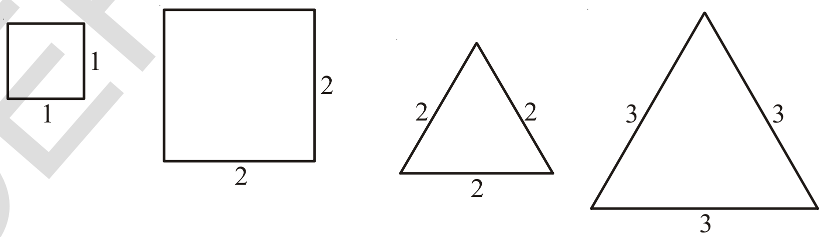
வடிவொத்தவையின் பயன்பாடுகளை நாம் எங்கே காண முடியும்?

பொறியியல் வல்லுனர்கள் தாங்கள் கட்ட இருக்கும் கட்டிடத்தைப் போன்ற மாதிரி படத்தை வரைகிறார்கள். D.T.P. இயங்கச்செய்பவர் தகுந்த விகிதத்தில் banners தயாரிக்க கணிப்பொறியில் படம் வரைகிறார்கள். புகைப்படக்காரர், உண்மை பொருளின் பிம்பம், தகுந்த விகிதசமத்தில் இருக்குமாறு நகலை தயாரிக்கிறார். அறிவியல் கருவிகளின் படங்கள், புறவரிப்படங்கள்(maps) ஆகியவை உண்மை பொருளை ஒத்திருக்கும்.

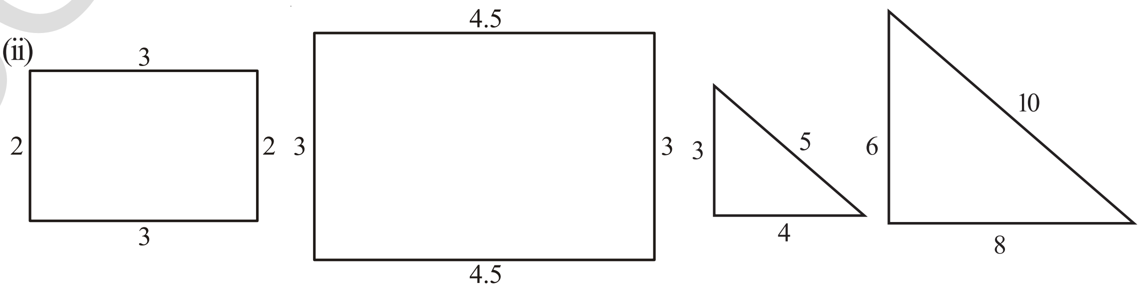
வடிவொத்ததை சரிபார்த்தல்

கீழ் கண்ட வடிவொத்த படங்களின் ஜோடிகளை உற்றுநோக்கு.அவைகளின் பக்கங்களை அளந்து, அவற்றின் ஒத்தபக்கங்களின் விகிதத்தை கண்டுபிடி. மேலும் ஒத்தகோணங்களை கண்டுபிடி. நீ கவனித்தது என்ன?

(i)



(ii)



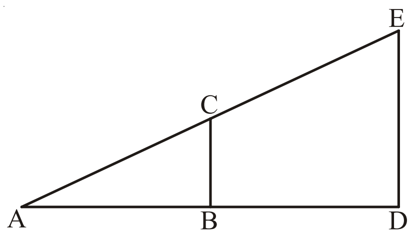
முன்பக்கம் கொடுத்த படங்களின் மூலம் கீழே உள்ள அட்டவணையை நிரப்புக.

ஒத்தப் பக்கங்களின் விகிதங்கள்	**ஒத்தக்கோணங்கள்**
(i) சதுரம் $= \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	$(90^o,90^o,90^o,90^o) = (90^o,90^o,90^o,90^o)$
(ii) சமபக்க முக்கோணம் $= \frac{2}{3} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$	$(60^o,60^o,60^o) = (60^o,60^o,60^o)$
(iii) செவ்வகம் $= \frac{2}{3} = \ldots\ldots\ldots$	$(90^o,90^o,90^o,90^o) = (90^o,90^o,90^o,90^o)$
(iv) செங்கோண முக்கோணம் $= \frac{3}{6} = \ldots\ldots$	(......., ..., ...,) = (......., ..., ...,)

இந்த ஒவ்வொரு எடுத்துக்காட்டு ஜோடிகளில், ஒத்தப்பக்கங்கள் சமமாகவும்,ஒத்த கோணங்கள் சமமாகவும் இருக்கின்றன.மற்றொரு எடுத்துக்காட்டை பார்ப்போம்.

பக்கத்தில் உள்ள படத்தில் இரண்டு ஒத்த முக்கோணங்கள்,

ΔABC மற்றும் ΔADE யை $\Delta ABC \sim \Delta ADE$ என்று எழுதலாம், இவற்றை ஒன்றின் மீது ஒன்று அமர்த்தலாம்.



ஒத்த கோணங்களின் ஜோடிகள் சமம் ஆகும்.

அதாவது $\angle A \cong \angle A$

$\angle B \cong \angle D$ (ஏன்?)

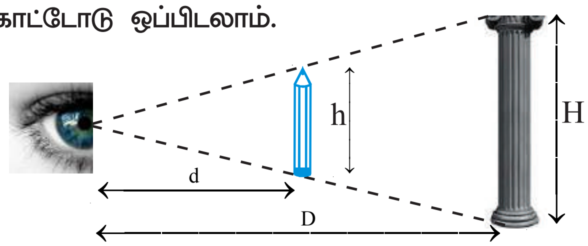
$\angle C \cong \angle E$ (ஏன்?)

மேலும் ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமம் என்று கூறலாம்.

(i.e.) $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$

எடுத்துக்காட்டு : ஒரு சிறுமி தன் கையில் ஒரு பென்சிலை நெடுக்காக பிடித்துகொண்டு, ஒரு தூணிலிருந்து ஒரு குறிப்பிட்ட தூரத்தில் நின்று கொண்டு, தூணை நோக்கி நீட்டினாள். படத்தில் காட்டியது போல் பென்சில் தூணோடு முழுவதும் சரியாக இருப்பதை கண்டால் இந்த எடுத்துக்காட்டை முந்தைய எடுத்துக்காட்டோடு ஒப்பிடலாம்.

$$\frac{\text{தூணின் உயரம்(H)}}{\text{பென்சிலின் நீளம்(h)}} = \frac{\text{சிறுமிக்கும்,தூணுக்கும் இடையே உள்ள தூரம்(D)}}{\text{அவள் கையின் நீளம்(d)}}$$



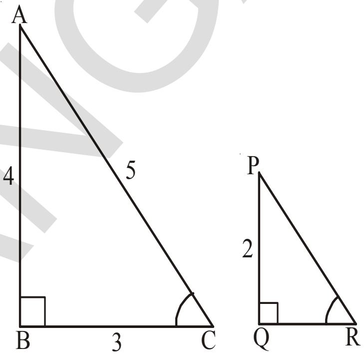
பென்சிலின் நீளம், கரத்தின் நீளம், தூணின் தூரம் ஆகிய அளவுகளை அளந்து தூணின் உயரத்தை மதிப்பிடலாம்.

இதை செய்

உன் கையில் ஒரு அளவு கோலை நெடுக்காக பிடித்துக்கொண்டு நீட்டு உன் பள்ளி கட்டிடத்தை முழுவதும் அளவு கோலால் மறைக்கும் படி நீட்ட முயற்சி செய்.

(கட்டிடத்திலிருந்து நீ நிற்கும் தூரத்தை சரி செய்.)படம் வரைந்து, பள்ளி கட்டிடத்தின் உயரத்தை மதிப்பீடு செய்.

எடுத்துக்காட்டு 1: இங்கு அடுத்துள்ள படத்தில் Δ ABC ~ Δ PQR, மற்றும் $\angle C = 53^0$. பக்கம் PR யையும் $\angle$P யையும் கண்டுபிடி.



தீர்வு : Δ ABC ~ Δ PQR

இரண்டு முக்கோணங்கள் வடிவொத்தது எனில் ஒத்த கோணங்கள் சமம் மேலும் ஒத்த பக்கங்கள் விகித சமத்தில் இருக்கும்.

$$\frac{PR}{AC} = \frac{PQ}{AB} \Rightarrow \frac{PR}{5} = \frac{2}{4}$$

$$PR = \frac{2}{4} \times 5 = 2.5$$

மீண்டும்

$\angle R = \angle C = 53^o$

ஒரு முக்கோணத்தில் மூன்று கோணங்களின் மொத்தம் 180^o ஆகும்.

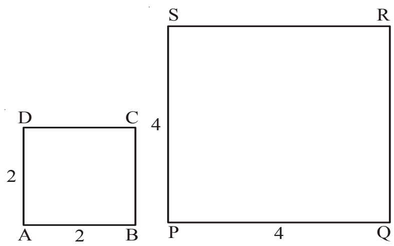
$$\text{i.e.} \quad \angle P + \angle Q + \angle R = 180^o$$

$$\angle P + 90^o + 53^o = 180^o$$

$$\angle P = 180^o - 143^o = 37^o$$

எடுத்துக்காட்டு 2: வெவ்வேறு அளவுகள் கொண்ட இரண்டு சதுரங்கள் வரைக. அவை வடிவொத்தவை என்று நீ கூற முடியுமா? விளக்கு. அவற்றின் சுற்றளவு பரப்பளவுகளை காண்.அவற்றின் விகிதத்தை காண். நீ அறிவது என்ன?

தீர்வு : 2செ.மீ. 4செ.மீ. கொண்ட அளவுகள் கொண்ட இரண்டு சதுரங்களை நாம் வரையலாம். எல்லா பக்கங்களும் விகிதசமத்தில்



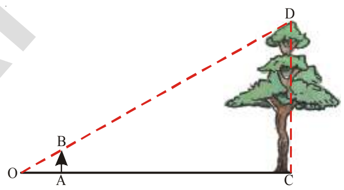
இருப்பதால் $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CD}{RS} = \frac{DA}{SP} =$

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

அனைத்து ஒத்த கோணங்கள் ஜோடிகள் 90^o ஆகும். எனவே சதுரம்ABCD ~ சதுரம் PQRS

ABCD யின் சுற்றளவு $= 4 \times 2 = 8$ செ.மீ.
PQRS யின் சுற்றளவு $= 4 \times 4 = 16$ செ.மீ.
இவற்றின் சுற்றளவுகளின் விகிதம் $= 8 : 16 = 1 : 2$ அவற்றின் சுற்றளவுகளின் விகிதம், அவற்றின் ஒத்த பக்கங்களின் விகித்திற்கு சமமாக உள்ளது.
ABCD யின் பரப்பளவு $= 2 \times 2 = 4$ செ.மீ.^{2}
PQRS யின் பரப்பளவு $= 4 \times 4 = 16$ செ.மீ^{2}
இவற்றின் பரப்பளவுகளின் விகிதம் $= 4 : 16 = 1 : 4 = 1^2 : 2^2$
= அவற்றின் ஒத்த பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் விகிதம்.

எடுத்துக்காட்டு 3: ஜெகதீஷ் என்பவன் ஒரு மரத்தின் உயரத்தின் அளவை தோராயமாக கூற மரத்திலிருந்து 50செ.மீ மீட்டர் தூரத்தில் கையில் அளவுகோலை நெடுக்காக பிடித்துக்கொண்டு நின்றான். படத்தில் காட்டியவாறு படம் வரைந்தான். அளவுகோல் அளவுபடி மரத்தின் உயரம் 15செ.மீ. மற்றும் அவனுக்கும் மரத்திற்கும் இடையே உள்ள தூரம் 50செ.மீ. மரத்தின் உண்மையான உயரத்தை கண்டுபிடி.



தீர்வு : படத்தில் இருந்து $\Delta OAB \sim \Delta OCD$
இரண்டு சர்வசம முக்கோணங்களின் ஒத்தபக்கங்கள் விகிதசமத்தில் இருக்கும்.

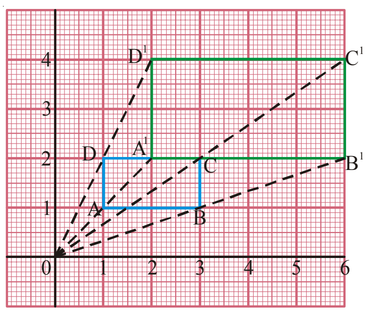
$$\therefore \frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD} = \frac{OB}{OD}$$

$$\therefore \frac{0.5}{50} = \frac{0.15}{CD} \Rightarrow CD = \frac{50 \times 0.15}{0.5} = 15 \text{ .மீ}$$

$\therefore$ மரத்தின் உயரம் $= 15$.மீ

வடிவொத்த விரிவாக்கம் (Dilations)

சில நேரங்களில் படங்களை பெரிதாக்க வேண்டிய அவசியம் நமக்கு இருக்கும்,எடுத்துக்காட்டாக cutout தயாரிப்பது மற்றும் சில நேரங்களில் உண்மையான படத்தை ஒத்து இருக்குமாறு குறைத்தல் செய்யவேண்டி இருக்கும்.



நம் தினசரி வாழ்க்கையில் உண்மையான படங்களை அதேபோல் பெரிதாக்குவதோ அல்லது குறைப்பதோ செய்ய வேண்டி உள்ளது. இவ்வாறு படங்களை பெரிதாக்குதல் அல்லது குறைத்தல் முறை வடிவொத்த விரிவாக்கம் எனப்படும்.

கீழ்கண்ட A, B, C, D ஐ உற்றுநோக்கு. இது கட்டத்தாளின் மீது வரையப்பட்ட ஒரு செவ்வகம்.

A, B, C, D என்ற ஒவ்வொரு முனையும் 'O' லிருந்து இரண்டு மடங்கு தூரத்திற்கு முறையே A^1, B^1, C^1 மற்றும் D^1 வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது .

A^1, B^1, C^1, D^1 ஆகியவை ABCD செவ்வகத்தின் பக்கங்கள் இருமடங்கு உள்ளவாறு சேர்க்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு O என்பது வடிவொத்த விரிவாக்க மையம் ஆகும். மேலும்

$\frac{OA^1}{OA} = \frac{2}{1} = 2$ என்பது அளவுகோல் காரணி 'k' என்று அழைக்கப்படும்.

இதை செய்

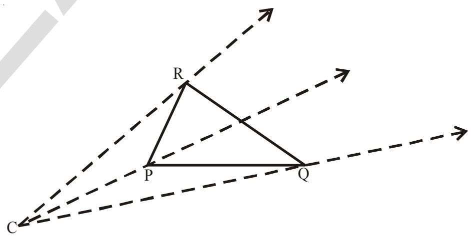
1. ஒரு கட்டத்தாளின் மீது ஒரு முக்கோணத்தை வரை. அதை அளவுகோல் காரணி 3 இருக்குமாறு பெரிதாக்கு. இரண்டு படங்களும் வடிவொத்தவையா?
2. ஏதேனும் ஒரு படத்தின் நீட்சியை விரிவாக்க முயற்சி செய். அளவுகோல் காரணி 4,5 உள்ளவாறு சதுரங்களை வரைக. நீ கவனிப்பது என்ன?

8.2.1 பெரிதாக்குதல் :

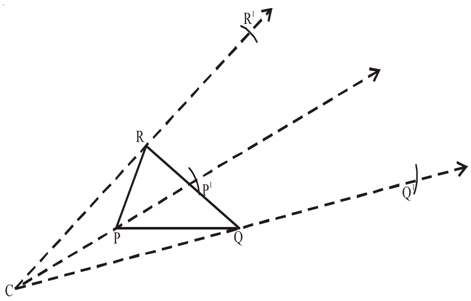
எடுத்துக்காட்டு 4: அளவுகோல் மற்றும் கவராயத்தை பயன்படுத்தி ஏதேனும் ஒரு முக்கோணத்தை $k = 2$, இருக்குமாறு பெரியதாக்கி வரைக.

தீர்வு :

படி 1: Δ PQR வரைக. முக்கோணத்தின் மேல் அமையாத வடிவொத்த விரிவாக்க மையம் Cஐ தேர்ந்தெடு C-உடன் ஒவ்வொரு முக்கோணத்தின் உச்சியை(Vertex) சேர்த்து நீட்டு.



படி 2: கவராயத்தை பயன்படுத்தி நீட்சியின் மேல் P^1, Q^1 மற்றும் R^1 என்ற மூன்று புள்ளிகளை குறி.

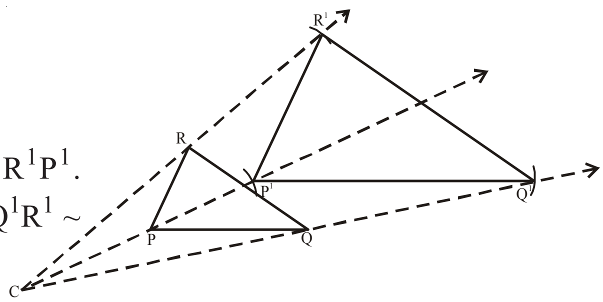


$CP^1 = k\,(CP) = 2\,CP$

$CQ^1 = 2\,CQ$

$CR^1 = 2\,CR$

படி 3: P^1Q^1, Q^1R^1 மற்றும் R^1P^1. களைச் சேர். அது $\Delta P^1Q^1R^1 \sim \Delta\, \Delta PQR$ என்பதை கவனி.



பயிற்சி 8.1

1. தினசரி வாழ்க்கையில் நீ பயன்படுத்தும் ஐந்து ஜோடி சர்வசம படங்களின் பெயர்களை எழுது.

2. (அ) இரண்டு சர்வசம படங்களை வரை. அவை வடிவொத்தவையா? விவரி.

   (ஆ) இரண்டு வடிவொத்த வடிவங்களை எடுத்துக்கொள். அவற்றில் ஒன்றை ஒரு சுழற்சி சுற்றினால் வடிவொத்த வடிவங்கள் அப்படியே இருக்குமா?

3. $\Delta ABC \cong \Delta NMO$, எனில் ஒத்த கோணங்கள் மற்றும் ஒத்த பக்கங்களை எழுது.

4. கீழ்கண்ட கூற்றுக்கள் சரியா? எனக்கூறு. காரணத்தை விவரி.

   (அ) 3 செ.மீ. பக்க அளவுள்ள இரண்டு சதுரங்களில் ஒன்றை 45^0 க்கு சுழற்றினால் அவை சர்வசமம்

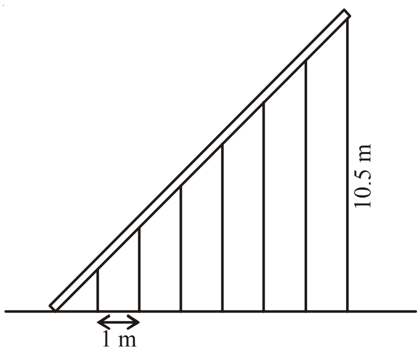
   (ஆ) கர்ணம் 4 செ.மீ. உள்ள இரண்டு செங்கோண முக்கோணங்கள் சர்வசமம்.

   (இ) 4 செ.மீ. ஆரமுள்ள இரண்டு வட்டங்கள் சர்வசமம்.

   (ஈ) 4 செ.மீ. பக்க அளவுள்ள இரண்டு சமபக்க முக்கோணங்கள் ΔABC மற்றும் ΔLHN ஆகியவை சர்வசமம் அல்ல.

   (உ) ஒரு பலகோணத்தின் கண்ணாடியில் தெரியும் அதன் பிம்பம், உண்மையான பலகோணத்திற்கு சர்வசமம்.

5. சதுரபுள்ளி காகிதத்தின் மேல் ஒரு பலகோணத்தை வரைக. மேலும் சர்வசம படங்களை வெவ்வேறு திசைகளில் வரை. மற்றும் அவற்றின் கண்ணாடி பிம்பங்களையும் வரை.



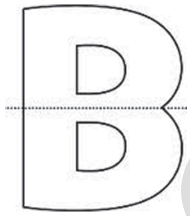
6. ஒரு சதுரபுள்ளி தாள் அல்லது கட்ட காகிதத்தை பயன்படுத்தி ஒரு செவ்வகத்தை வரைக. அதன் வடிவொத்த படத்தை வரைக. இரண்டின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவை கண்டுபிடி. அவற்றின் விகிதங்களை ஒத்த பக்கங்களின் விகிதத்தோடு ஒப்பிடு.

7. படத்தில் காட்டியவாறு ஒரு இரும்பு சாய்வை உருவாக்க 7 தூண்கள் பயன்படுத்தப்படுகிறது. ஒவ்வொரு இரண்டு தூண்களுக்கிடையே உள்ள தூரம் 1 மீ மேலும் கடைசி தூணின் உயரம் 10.5 செ.மீ. தூணின் உயரத்தை காண்.

9. ஏதேனும் அளவுகளை கொண்டு ஒரு நாற்கரம் வரைக. அளவுகோல் காரணி 3 இருக்குமாறு பெரிதாக்கு. அவற்றின் ஒத்த பக்கங்களை வரை. அவைகள் வடிவொத்தவைகளாக உள்ளனவா என்று சரிபார்.

8.3 சமச்சீர்

கீழ்கண்ட படங்களை பார். இவற்றை சரிபாதியாக மடித்தால் ஒரு பாதி படம் மற்றொரு பாதி படத்தின் மேல் சரியாக பொருந்தும்.

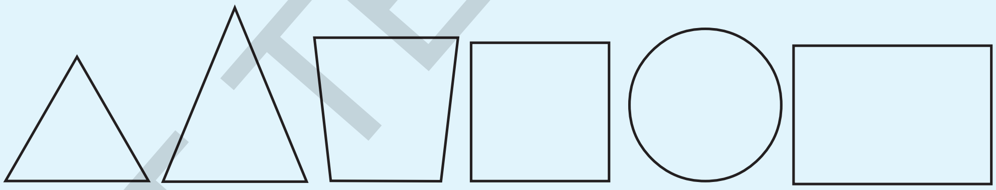


இவ்வாறான படங்களை என்னவென்று அழைப்பது? ஒரு பாதி படம் மற்றொரு பாதி படத்தின் மீது சரியாக பொருந்துமாறு மடிக்கப்படுவதால் ஏற்படும் கோட்டை என்னவென்று அழைக்கிறோம்? கீழ் வகுப்புகளில் படித்ததை நினைவு கூறுங்கள்.

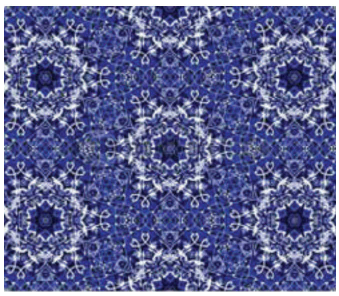
அவைகள் சமச்சீர் படங்கள் என அழைக்கப்படுகின்றன. அவற்றை சரிபாதியாக பிரிக்கும் கோடு சமச்சீர் கோடு எனப்படும்.

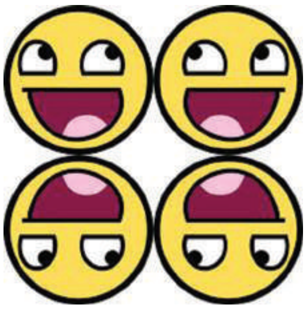
இதை செய்

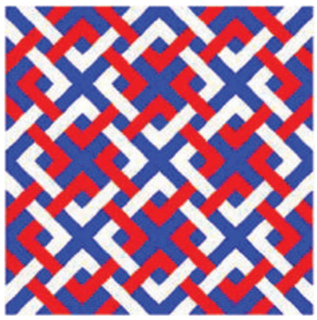
கீழ்கண்ட படங்களின் சமச்சீர் கோடுகளை வரைக.



நம்மைச் சுற்றி நாம் பார்க்கும் சமச்சீர் படங்களை உற்றுநோக்கு.







இந்த வடிவங்கள் அனைத்தும் பலவகையான சமச்சீரினால் உருவானவை. இங்கு புகைப்பட மாயஜாலத்தை கொண்டு நாயின் முகம் சரியான சமச்சீரில் இருக்குமாறு தயாரிக்கப்பட்டது. நடுவில் உள்ள நெடுக்கான கோட்டை கவனித்தாயா?

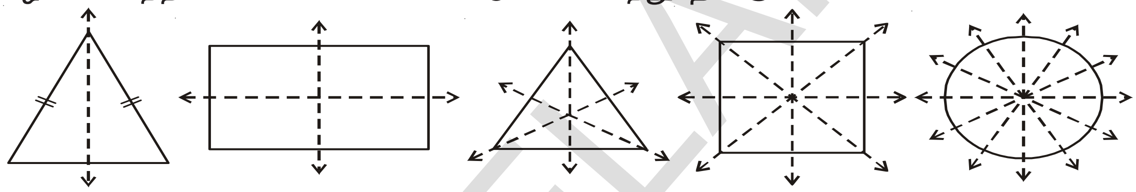
இது சமச்சீர் கோடு அல்லது கண்ணாடி கோடு எனப்படும்.

இந்த சமச்சீர், பிரதிபலிப்பு சமச்சீர் அல்லது கண்ணாடி சமச்சீர் என்று நாம் அழைக்கிறோம்.

ஒரு குளத்தில் ஏற்படுகின்ற ஒரு மலையின் பிரதிபலிப்பு இதுவும் பிரதிபலிப்பு சமச்சீர் ஆகும். மலையின் அடியையும், அதன் பிம்பத்தையும் பிரிக்கும் கோடு அதன் சமச்சீர் கோடாகும். இது சரியான சமச்சீர் அல்ல.ஏனெனில் அடிப்பகுதி குளத்தின் நீர்ப்பரப்பில் மங்கலாக தெரிகிறது.

8.3.1 சுழற்சி சமச்சீர்

கீழ்கண்டவற்றில் உள்ள சமச்சீர் கோடுகளை உற்றுநோக்கு.



வெவ்வேறு வடிவியல் படங்கள். வெவ்வேறு எண்ணிக்கையில் சமச்சீர் அச்சுகளை பெற்றிருக்கும்.

மேலே உள்ள ஒவ்வொரு படத்தையும் அதன் மையத்தைப் பொறுத்து சுழற்று. ஒரு முழுச்சுற்று சுழற்றும்போது அது எத்தனை முறை ஆரம்பநிலையோடு ஒத்திருக்கிறது என்று கண்டுபிடி.

உதாரணமாக, செவ்வகம் இரண்டு கோடுகள் அல்லது இரண்டு சமச்சீர் அச்சுகளை பெற்றிருக்கிறது. செவ்வகத்தை அதன் மையத்தைப் பொறுத்து சுழற்றும்போது அதன் வடிவம் ஆரம்பநிலையை இரண்டு முறை ஒத்திருக்கிறது.

இந்த எண்ணிக்கை சுழற்சியின் வரிசை எனப்படுகிறது.

கீழ்கண்ட அட்டவணையில் உன்னுடைய கண்டுபிடிப்பை நிரப்பு.

வடிவியல் படங்கள்	சமச்சீர் அச்சின் எண்ணிக்கை	ஆரம்பநிலையோடு ஒத்திருக்கும் எண்ணிக்கை	சுழற்சியின் வரிசை
இருசமபக்க முக்கோணம்	....	....	....
செவ்வகம்	2	2	2
சமபக்க முக்கோணம்	....	....	....
சதுரம்	....	....	....
வட்டம்	....	....	....

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

1. ஒரு வடிவியல் படத்தின் சுழற்சியின் எண்ணிக்கைக்கும் சமச்சீர் அச்சின் எண்ணிக்கைக்கும் உள்ள தொடர்பு என்ன?
2. ஒரு ஒழுங்கான பலகோணத்திற்கு எத்தனை சமச்சீர் அச்சுகள் உள்ளன? ஒரு ஒழுங்கு பலகோணத்தின் பக்கங்களுக்கும் சுழற்சியின் வரிசைக்கும் ஏதேனும் தொடர்பு உள்ளதா?

8.3.2 சமச்சீர் புள்ளி

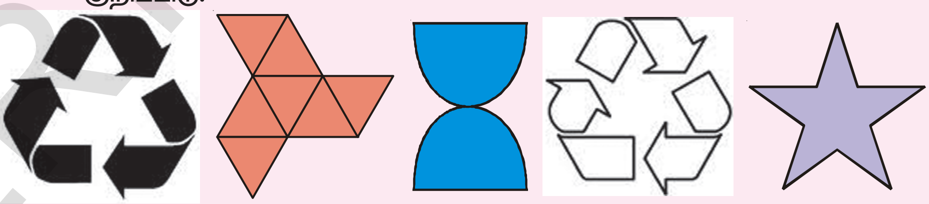
அடுத்துள்ள படத்தை கவனி. இதற்கு சமச்சீர் கோடு உள்ளதா? இதற்கு சமச்சீர் கோடு இல்லை. ஆனால் வேறுவகையான சமச்சீரை பெற்றுள்ளது. மேலிருந்து அல்லது கீழிருந்து பார்க்கும்போது ஒரே மாதிரியாக தெரிவிக்கிறது..அதாவது எந்த இரண்டு எதிர்பக்கங்களில் இருந்தும் ஒரே மாதிரியாக தெரிவிக்கிறது. இது சமச்சீர் புள்ளி எனப்படும். இந்த படத்தின் ஒவ்வொரு பகுதியும் ஒரு பொருத்தமான புள்ளியை பெற்றிருப்பதை நீ உற்றுநோக்கலாம். அதன் மையம் வழியே ஒரு கோடு வரைந்தால், அது படத்தின் கோட்டின் இரு புறங்களிலும் சமமான தூரத்தில் வெட்டுகிறது. மேலும் சில கோடுகளை மையம் வழியே வரைந்து சரிபார். இந்த படம் சமச்சீர் புள்ளியை பெற்றிருக்கிறது எனலாம்.

சமச்சீர் புள்ளியை பெற்றுள்ள சில ஆங்கில எழுத்துக்களை நாம் உற்று நோக்கலாம்.

X H I S N Z

இதை செய்

1. கீழே உள்ளவற்றில் எவை சமச்சீர் புள்ளியை பெற்றுள்ளன என்பதை குறிப்பிடு.



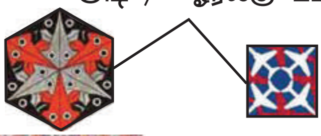
2. மேற்கண்ட படங்களில் எவை சமச்சீராக உள்ளன?
3. சமச்சீர் கோட்டிற்கும், சமச்சீர் புள்ளிக்கும் இடையேயுள்ள தொடர்பை உன்னால் கூற முடியுமா?

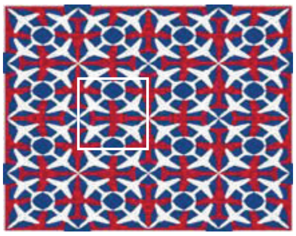
8.3.3 சமச்சீரின் பயன்பாடுகள்

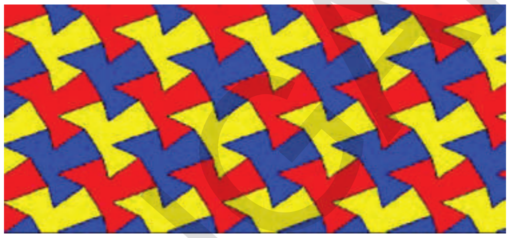
- நாம் பயன்படுத்தும் பெரும்பாலான பொருட்களில் குறைந்தது ஒரு வகையான சமச்சீர் இருக்கும்.
- இயந்திரத்தால் உருவாக்கப்படும் பெரும்பாலான பொருட்கள் சமச்சீர் கொண்டவையாக இருக்கும். இது உற்பத்தியை அதிகப்படுத்துகிறது.

இந்த அமைப்புகளை உற்றுநோக்கு

அடி / ஓரலகு படம்







இவற்றை நீ எங்கே காண்கிறாய்? இந்த அமைப்புகளை தரையின் வடிவங்களிலும், துணியில் போடப்படும் வண்ணங்களிலும் நாம் காணலாம்.

இந்த அமைப்புகள் எவ்வாறு உருவாக்கப்படுகின்றன?

சர்வசம படங்கள் அல்லது கண்ணாடி பிம்பங்களை ஒன்றின் பக்கத்தில் ஒன்றை எல்லா திசைகளிலும் இடைவெளி இல்லாமல் அமைப்பதின் மூலம் இந்த அமைப்புகள் உருவாக்கப்படுகின்றன. இது பதித்தல் (அ) தரைவிரிப்புகள் எனப்படுகிறது. இது படத்தின் அழகை மிகுதிப்படுத்துகிறது.

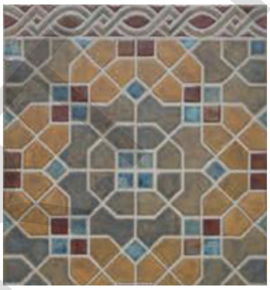
முழுவதும் சமச்சீராக இருக்கிறதா?

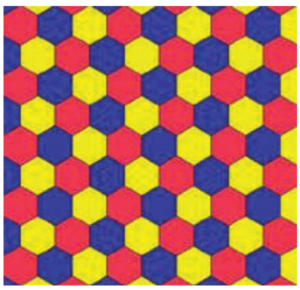
பதித்தலுக்கு பயன்படுத்தப்பட்ட அடிபடங்கள் சமச்சீராக உள்ளனவா?

அடிபடம் / ஓரலகு படங்கள் சமச்சீராக இருந்தாலும் படம் (ஆ) ல் சில அமைப்புகள் மட்டும் சமச்சீராக உள்ளதை நீ கவனிக்கலாம்.

படம் (அ) ல் சமச்சீரை பெற்றிருக்கவில்லை என்பதை அறியலாம்.

கீழ்கண்டவற்றை உற்றுநோக்கு.



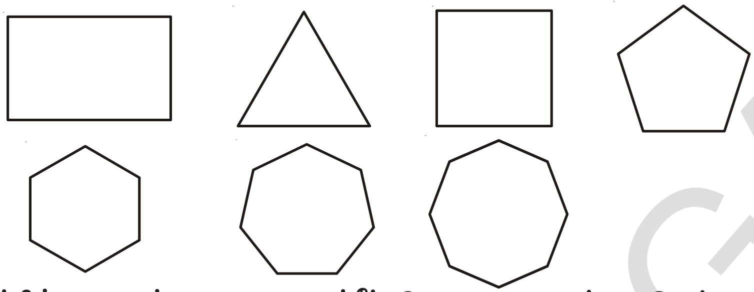


பதிக்க பயன்படுத்தப்பட்ட அடிவடிவங்கள் அரை செவ்வகம், செவ்வகம், அரை சதுரங்கள், சதுரங்கள், சமபக்க முக்கோணங்கள், அரை சமபக்க முக்கோணங்கள் ஆகியவை ஆகும்.பெரும்பாலான தரைவிரிப்புகள் இந்த வடிவங்களால் உருவாக்கப்படுகிறது.

பயிற்சி - 8.2

1. ஆங்கில எழுத்துகளின் பெரிய வடிவங்களை வெட்டி உன்னுடைய பதிவேட்டில் ஒட்டு. ஒவ்வொரு எழுத்திற்கும் முடிந்த அளவு சமச்சீர் கோடுகளை வரை.
   (அ) சமச்சீர் தன்மை இல்லாத எழுத்துக்கள் எத்தனை?
   (ஆ) ஒரே ஒரு சமச்சீர் கோட்டை பெற்றுள்ள எழுத்துக்கள் எத்தனை?
   (இ) இரண்டு சமச்சீர் கோடுகளை பெற்றுள்ள எழுத்துக்கள் எத்தனை?
   (ஈ) சுழற்சி சமச்சீரை பெற்றுள்ளவை எவை?
   (உ) சமச்சீர் புள்ளியை பெற்றுள்ளவை எவை?

2. கீழ்கண்ட படங்களுக்கு சமச்சீர் கோட்டை வரை. எது சமச்சீர் புள்ளியை பெற்றுள்ளது? சமச்சீர் புள்ளிக்கும், சமச்சீர் அச்சுகளுக்கும் ஏதேனும் தொடர்பு உள்ளதா?



3. முன் புறத்தில் குறைந்தது ஒரு சமச்சீர் கோடாவது உள்ள இயற்கைப் பொருட்கள் சிலவற்றை கூறு.

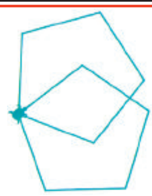
4. ஏதேனும் ஒரு தரைவிரிப்புகளை வரை. உன்னுடைய தரைவிரிப்பில் உள்ள அடிப்படை வடிவங்களை எழுது.

இதுவரை நாம் விவாதித்தது

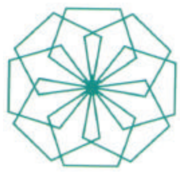
- ஒரே மாதிரியான வடிவமும் அளவும் கொண்ட படங்கள் சர்வ சமம் எனப்படும்.
- ஒரே மாதிரியான வடிவம் ஆனால் வெவ்வேறான அளவும் கொண்ட படங்கள் வடிவொத்தவை எனப்படும்.
- வடிவங்களை நகர்த்துதல், சுழற்றுதல் (அ) திருப்புதல்(flip) செய்யும்போது வடிவொத்த / சர்வசமம் மாறாது.
- படங்கள் சமச்சீர் தன்மை அல்லது சமச்சீர் அற்றவையாக இருக்கலாம்.
- சில படங்களுக்கு ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட சமச்சீர் கோடுகள் இருக்கலாம்.
- சுழற்சி சமச்சீரில் படத்தை மையப்புள்ளியை பொருத்து சுழற்றும்போது இரண்டு அல்லது மூன்று முறை ஆரம்ப நிலையில் தோன்றும்.
- ஆரம்ப நிலையில் தோன்றும் எண்ணிக்கை வரிசை எனப்படும்.
- படங்களை பெரிதாக்குதல் அல்லது குறைத்தல் Dilation எனப்படும்.
- சமதளத்தை இடைவெளி இல்லாமல் படங்களால் மீண்டும் மீண்டும் அமைப்பதை பதித்தல் (அ) தரைவிரிப்பு எனப்படும்.
- சமதளத்தை இடைவெளி இல்லாமல் படங்களை மீண்டும் மீண்டும் அமைப்பதை பதித்தல் (அ) தரைவிரிப்பு (Tersellation)எனப்படும்.

பலகோணத்தை சுழற்றுதல்

கீழ்கண்ட வழிமுறை n பக்கங்களை கொண்ட பலகோணத்தை வரைய பயன்படுகிறது.



ஒரு வட்டத்தினுள் சுழற்சிகளை மீண்டும் மீண்டும் செய்வதால் சுவாரஸ்யமான படங்களை வரையலாம். 360^{0}ஐ தொடர்ச்சியாக உருவான படங்களின் எண்ணிக்கையால் வகுத்தால் சுழற்சி கோணம் கிடைக்கும். கீழ்கண்ட படத்தில் தொடர்ச்சியாக உருவான படங்களின் எண்ணிக்கை 8.



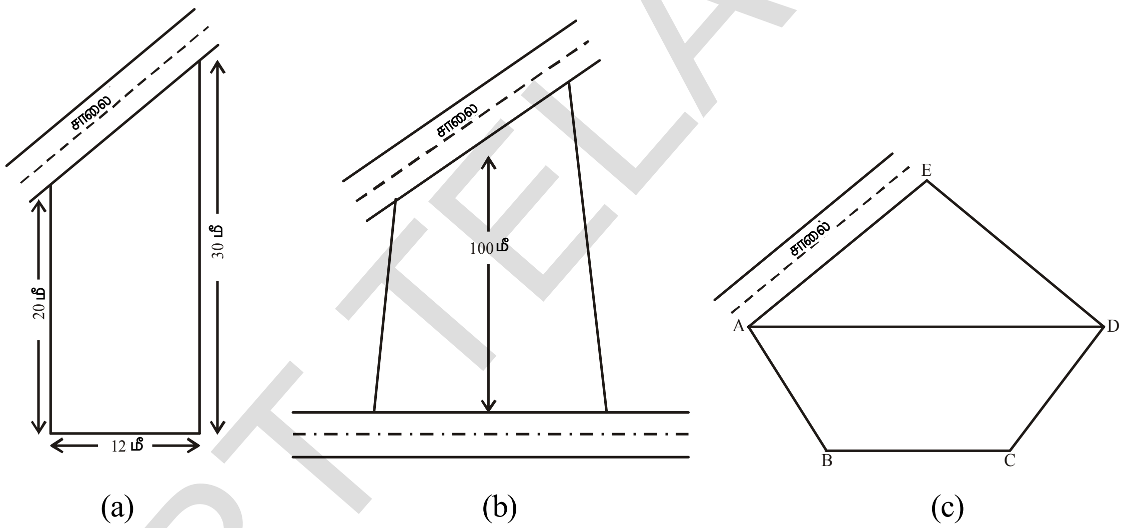
ஒரு சதுரத்தை எடுத்துக்கொண்டு, அதன் உச்சி மற்றும் மூலை விட்டங்களின் மையப்புள்ளியை பொருத்து சுழற்றினால் எந்த படங்கள் உருவாகும்?

அத்தியாயம் 9

சமதளபடங்களின் பரப்பளவுகள்

9.0 அறிமுகம்

சாம் தனக்கு வீடுகட்டுவதற்காக வீட்டுமனை ஒன்றை வாங்கநினைத்தான். சாம் பார்வையிட்ட சில வீட்டுமனைகளின் வடிவங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

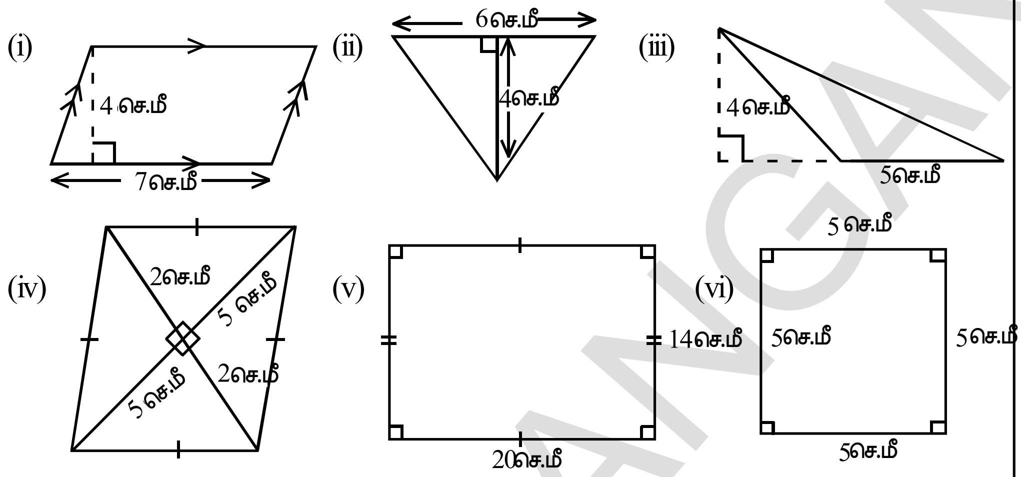


படம் 9.1

மனை (a) சரிவக வடிவில் உள்ளது. மனை (b) நாற்கர வடிவில் உள்ளது. மனை (c) ஐங்கோண வடிவில் உள்ளது. மேற்கண்ட வடிவங்களின் பரப்பளவுகளை கண்டறிந்து அந்த இடத்தில் வீடு கட்ட நினைத்தான் சாம்.செவ்வகம், சதுரம், இணைகரம், முக்கோணம் மேலும் சாய்சதுரங்களின் பரப்புகளை எவ்வாறு கண்டறியலாம் என படித்துள்ளோம். இந்த அத்தியாயத்தில் சரிவகம், நாற்கரம், வட்டம் மேலும் வட்ட கோணபகுதிகளின் பரப்புகளை எவ்வாறு கண்டறியலாம் என்பதை படிக்கலாம். அதற்கு முன் செவ்வகம் சதுரம், இணைகரம் மேலும் சாய்சதுரம் தொடர்பான பரப்பளவுகளை பற்றி சிலவற்றை நினைவு கூர்வோம்.

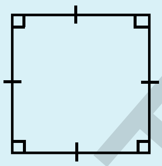
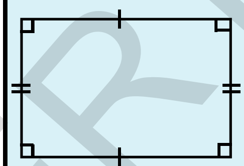
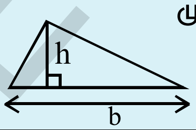
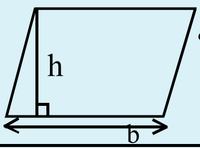
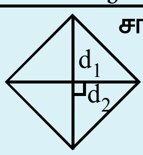
இதை செய்

1. கீழ் உள்ள படங்களின் பரப்பளவுகளை கண்டுபிடி:



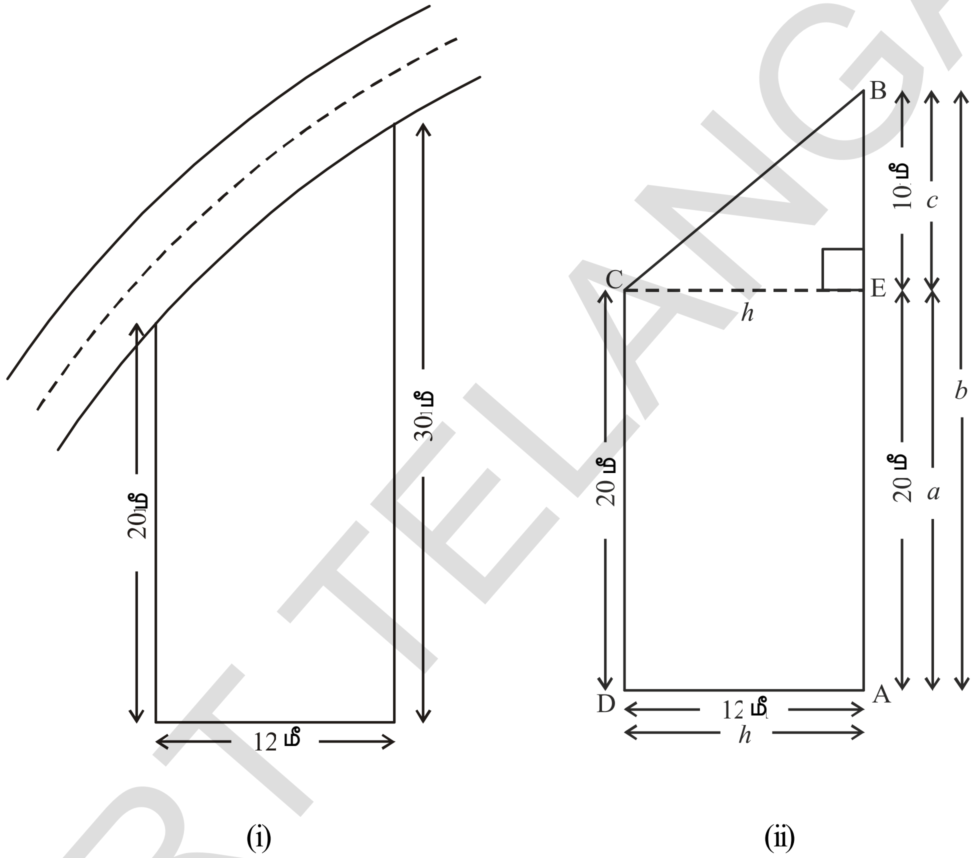
படம் 9.2

2. கீழ்உள்ள அட்டவணையில் சில சமதளபடங்களின் அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது அவை முற்றுபெறாமலும் உள்ளன. விடுபட்ட விவரங்களை கண்டுபிடி?

படம்	அளவுகள்	பரப்பளவு	கொடுக்கபட்டுள்ள வடிவத்தின் பரப்பளவு
 சதுரம்	சதுரத்தின் பக்க அளவு 15 செ.மீ	A = பக்கம் x பக்கம்	....
 செவ்வகம்	நீளம் = 20செ.மீ அகலம்=	A = $l \times b$	280செ.மீ^{2}
 முக்கோணம்	அடிப்பக்கம்=5செ.மீ உயரம் = ...	A =.........	60செ.மீ^{2}
 இணைகரம்	உயரம் = 7.6செ.மீ அடிப்பக்கம்=.........	A = b × h	38செ.மீ^{2}
 சாய்சதுரம்	d_1 = 4 செ.மீ d_2 = 3 செ.மீ	....	....

9.1 சரிவகத்தின் பரப்பளவு

குமார் முக்கிய சாலையின் அருகே ஒரு வீட்டுமனையை வாங்கினான் (படம் 9.3) அந்த மனை பக்கத்தில் உள்ள செவ்வகம் போல் இல்லாமல் ஒரு ஜோடி இணை பக்கத்தை மட்டும் கொண்டுள்ளது. எனவே அது ஏறக்குறைய சரிவகவடிவில் உள்ளது. அதனுடைய பரப்பளவை உன்னால் கண்டறியமுடியுமா?



படம். 9.3

நாம் படத்தில் காட்டியபடி மனையின் முனைகளுக்கு பெயரிடுவோம் $CE \perp AB$, வரையும்போது மனை இரு பாகங்களாக பிரிகிறது. அதில் ஒன்று செவ்வகவடிவம் மற்றொன்று முக்கோணவடிவம். (செங்கோணமுக்கோணம்) படம் 9.3 (ii).

ΔECBன் பரப்பளவு = $\frac{1}{2}\ h \times c = \frac{1}{2} \times 12 \times 10 = 60$ மீ^{2}

செவ்வகம் ADCE ன் பரப்பளவு = $AE \times AD = 20 \times 12 = 240$ மீ^{2}

சரிவகம் ABCDன் பரப்பளவு = Δ முக்கோணம் ECBன் பரப்பளவு+செவ்வகம்ADCEன் பரப்பளவு

= 60 + 240 = 300 மீ^{2}

இரண்டு பரப்பளவுகளை இணைத்து மொத்த பரப்பளவையும் கண்டறிவோம்.

$\therefore$ ABCDன் பரப்பளவு = ADCE ன் பரப்பளவு + ECBன் பரப்பளவு

$\overline{AD} = \overline{EC} = h$

$\overline{AE} = a,\ \overline{AB} = b$

$$= (h \times a) + \frac{1}{2}(h \times c)$$

$$= h\left(a + \frac{1}{2}c\right)$$

$$= h\left(\frac{2a+c}{2}\right)$$

$$= h\left(\frac{2a+c}{2}\right) = \frac{h}{2}(a+a+c)$$

$$= \frac{1}{2}h\,(a+b) \qquad (\because\ c+a=b)$$

$= \frac{1}{2}$ உயரம் (இணைபக்கங்களின் கூடுதல்)

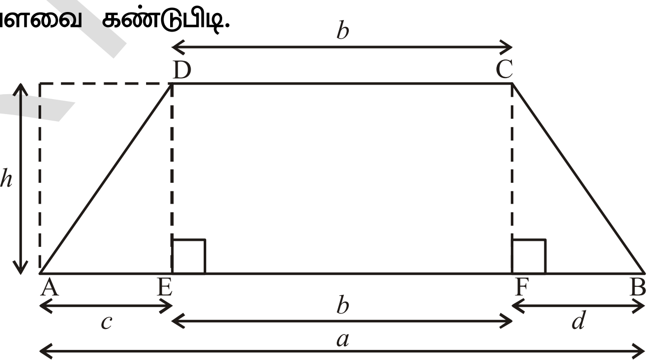
h,b மேலும் a ன் மதிப்புகளை மேலுள்ள கூற்றில் பிரதியிடும் போது

இங்கு	$h = 12$
	$a = 20$
	$b = 30$

சரிவகம் ABDEன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}h\,(a+b)$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times (30+20) = 300$ மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 1 : இங்கு ஒரு விளையாட்டு மைதானத்தின் படம் உள்ளது அதன் பரப்பளவை கண்டுபிடி.



படம். 9.4

தீர்வு : மேற்காணும் படத்தில் ஒரு முக்கோணம் மற்றும் ஒரு செவ்வகமாக பிரிக்கமுடியாது. எனவே இதற்கு பதிலாக இரண்டு முக்கோணங்கள் மற்றும் செவ்வகமாக பிரித்து கொள்வோம். $DE \perp AB$ மேலும் $CF \perp AB$ வரை. எனவே சரிவகம் ABCD மூன்று பாகங்களாக பிரிக்கபட்டுள்ளது. ஒன்று DEFC எனும் செவ்வகம் மற்றொன்று ΔADE மேலும் ΔCFB எனும் இரண்டு முக்கோணங்கள்.

சரிவகம் ABCDன் பரப்பளவு = ΔADE ன் பரப்பளவு +செவ்வகம் DEFCன் பரப்பளவு+ ΔCFB பரப்பளவு

$$= (\frac{1}{2} \times h \times c) + (b \times h) + (\frac{1}{2} \times h \times d)$$

$$= h\left[\frac{1}{2}c + b + \frac{1}{2}d\right]$$

$$= h\left[\frac{c + 2b + d}{2}\right]$$

$$= h\left[\frac{c + b + d + b}{2}\right]$$

$$= h\left[\frac{a + b}{2}\right] \qquad (\because c + b + d = a)$$

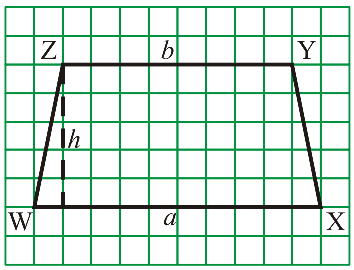
எனவே நாம் சரிவகத்திற்கான பரப்பளவு காணும் வாய்ப்பாட்டை பின்வருமாறு எழுதலாம்

$$= \text{உயரம்}\left[\frac{\text{இணைபக்கங்களின் கூடுதல்}}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{2} \text{ இணைபக்கங்களுக்கு இடைபட்டதூரம் x இணைபக்கங்களின் கூடுதல்}$$

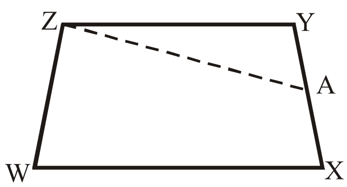
செயல்

1. ஒரு வரைபடதாளில் wxyz எனும் சரிவகத்தை வரைந்து படம்9.5(i)ல் காட்டியபடி வெட்டி எடு.



படம் 9.5 (i)

2. படம்9.5 (ii)ல் காட்டியபடி xy பக்கத்தை இரு சமபாகங்களாக மடித்து xyன் மையபுள்ளியை கண்டறிந்து A என பெயரிடவும்.9.5 (ii)



படம் 9.5 (ii)

3. AZ எனும் கோட்டை வரை.

4. ZA ன் வழியே WXAZன் சரிவகத்தை இரண்டு துண்டுகளாக வெட்டவும். இப்போது Δ ZYA வை படம் 9.5(iii) படத்தில் காட்டியபடி AY ஐ AXன் மேல் வைத்து X,Y ஒன்றும்படி செய்யவும் இப்போது நமக்கு Δ WZBகிடைக்கிறது

இப்பெரிய முக்கோணத்தின் அடிபக்கத்தின் நீளம் என்ன? முக்கோணத்தின் பரப்பளவை கண்டறியும் ஒரு கூற்றை எழுதுக.

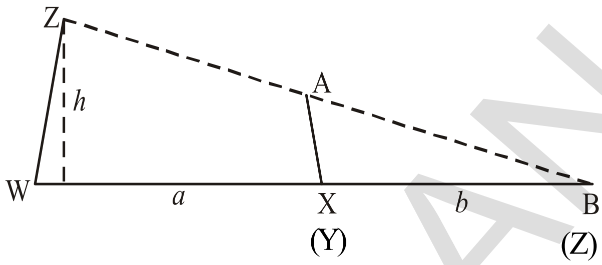


Fig. 9.5 (iii)

5. முக்கோணம் WZB ன் பரப்பளவும், சரிவகம் WXAZ ன் பரப்பளவும் ஒரே விதமாக இருக்குமா?எவ்வாறு?

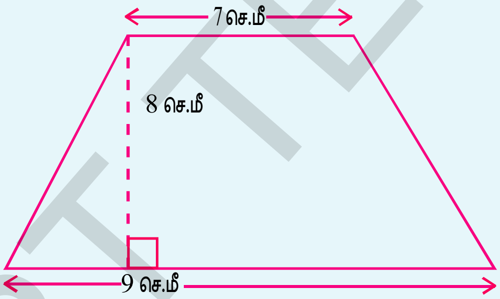
WXAZ சரிவகத்தின் பரப்பளவு = முக்கோணம் WZB ன் பரப்பளவு

$= \frac{1}{2}$ உயரம் $\times$ அடிபக்கம் $= \frac{1}{2} \times h \times (a+b)$

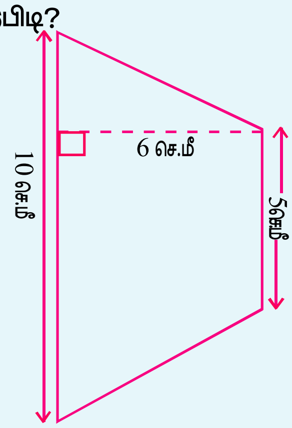
குறிப்பு : வரைப்படதாளின் சதுரங்களை கணக்கிட்டு பரப்பளவை சரிபார்த்துகொள்.

இதை செய்

1. கீழ்வரும் சரிவகங்களின் பரப்பளவுகளை கண்டுபிடி?



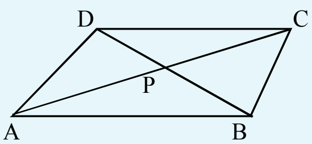
படம்.9.6 (i)



படம்.9.6 (ii)

2. ஒரு சரிவகத்தின் பரப்பளவு 16செ.மீ^{2}. இணைபக்கங்களில் ஒன்றின் நீளம் 5செ.மீ மேலும் இணைபக்கங்களுக்கு இடைபட்டதூரம் 4செ.மீ எனில் மற்றொரு இணைபக்கத்தின் நீளத்தை கண்டுபிடி. இந்த சரிவகத்தை வரைப்படதாளின் மீது வரைந்து பரப்பளவை சரிபார்த்து கொள்.

3. ABCD என்பது 100ச.செ.மீ பரப்பளவாக கொண்டு இணைகரமாகும். P என்பது இணைகரத்தின் உள்ளே உள்ள ஏதாவது ஒரு புள்ளி எனில் $\Delta APB + \Delta CPD$ யின் பரப்பளவை கண்டுபிடி?



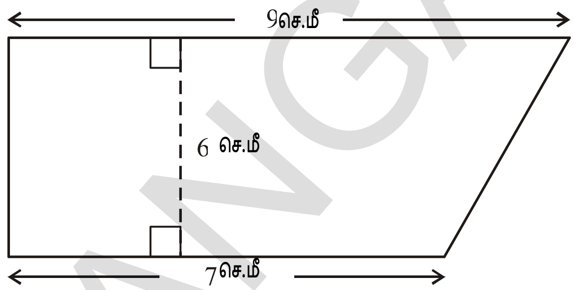
தீர்க்கப்பட்ட எடுத்துக்காட்டுகள்

எடுத்துக்காட்டு 2 : ஒரு சரிவகத்தின் இணைபக்கங்களின் நீளங்கள் முறையே 9செ.மீ மேலும் 7செ.மீ இணைபக்கங்களுக்கு இடைபட்ட தூரம் 6செ.மீ எனில் சரிவகத்தின் பரப்பளவை கண்டுபிடி?

தீர்வு : சரிவகத்தின் இணைபக்கங்களின் நீளங்கள் முறையே 9செ.மீ, 7செ.மீ.

இணைபக்கங்களின் நீளங்களின் கூடுதல் (9 + 7) செ.மீ = 16செ.மீ

இணைபக்கங்களுக்கு இடைபட்டதூரம் = 6செ.மீ



சரிவகத்தின் பரப்பளவு = $\frac{1}{2}$ (இணைபக்கங்களின் நீளங்களின் கூடுதல்) $\times$ (இணைபக்கங்களுக்கு இடைபட்ட தூரம்)

= ($\frac{1}{2} \times 16 \times 6$) செ.மீ^{2}

= 48செ.மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 3 : சரிவகத்தின் பரப்பளவு 480செ.மீ^{2}. இணை பக்கங்களில் ஒன்றின் நீளம் 24செ.மீ மேலும் இணைபக்கங்களுக்கு இடைபட்டதூரம் 8செ.மீ எனில் மற்றொரு இணைபக்கத்தின் நீளத்தை கண்டுபிடி

தீர்வு : ஒரு இணைபக்கத்தின் நீளம் = 24செ.மீ

மற்றொரு இணைபக்கத்தின் நீளம்'x' செ.மீ எனக் கொள்க.

சரிவகத்தின் பரப்பளவு = 480 செ.மீ^{2}

இணைபக்கங்களுக்கு இடைபட்ட தூரம் = 8 செ.மீ

$\therefore$ சரிவகத்தின் பரப்பளவு

= $\frac{1}{2} \times$ (இணைபக்கங்களின் நீளங்களின் கூடுதல்) $\times$ (இணைபக்கங்களுக்கு இடைபட்டதூரம்)

$$\therefore \quad 480 = \frac{1}{2} \times (24 + x) \times 8$$
$$\Rightarrow \quad 480 = 96 + 4x$$
$$\Rightarrow \quad 480 - 96 = 4x$$
$$\Rightarrow \quad 4x = 384$$
$$\Rightarrow \quad x = \frac{384}{4} = 96 \text{ செ.மீ}$$

எடுத்துக்காட்டு 4: ஒரு சரிவகத்தின் இணைபக்கங்களின் நீளங்களின் விகிதங்கள் முறையே 4:1. இவைகளுக்கு இடைபட்ட தூரம் 10செ.மீ. சரிவகத்தின் பரப்பளவு 500செ.மீ^{2} எனில் இணைபக்கங்களின் நீளங்களை கண்டுபிடி.

தீர்வு : சரிவகத்தின் பரப்பளவு = 500செ.மீ^{2}

சரிவகத்தின் இணைபக்கங்களுக்கு இடைபட்ட தூரம் =10 செ.மீ

சரிவகத்தின் இணைபக்கங்களின் நீளங்களின் விகிதம் = 4 : 1

இணைபக்கங்களின் நீளங்கள் $4x$ செ.மீ மேலும் x செ.மீ எனக் கொள்க.

சரிவகத்தின் பரப்பளவு = $\frac{1}{2}$ (இணைபக்கங்களின் மொத்தம்) $\times$ (இணைபக்கங்களுக்கு இடைபட்ட தூரம்)

$$\Rightarrow \quad 500 = \frac{1}{2}(x + 4x) \times 10$$

$$\Rightarrow \quad 500 = (x + 4x)\, 5$$

$$\Rightarrow \quad 500 = 25x$$

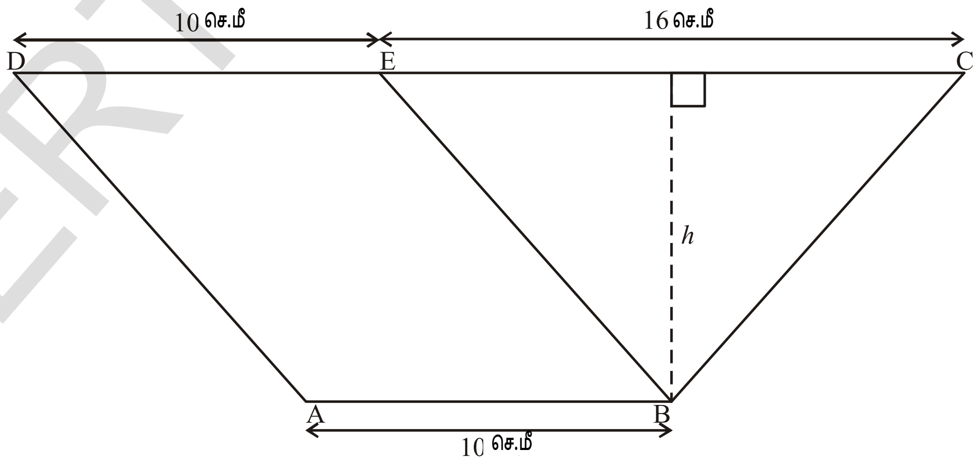
$$\Rightarrow \quad x = \frac{500}{25} = 20\text{செ.மீ}$$

$\therefore$ ஒரு இணைபக்கம் = 20செ.மீ

$\therefore$ மற்றொரு இணைபக்கம் $= 4x = 4 \times 20 = 80$செ.மீ

($\because$ இணைபக்கங்கள் 4:1 விகிதத்தில் உள்ளது.)

எடுத்துக்காட்டு 5 : கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் ABED ஓர் இணைகரம் இதில் AB = DE = 10 செ.மீ மேலும் Δ BEC ன் பரப்பளவு 72செ.மீ^{2}. CE = 16செ.மீ எனில் சரிவகம் ABCD ன் பரப்பளவை கண்டுபிடி?



படம்.9.7

தீர்வு: Δ BEC ன் பரப்பளவு = $\frac{1}{2} \times$ அடிபக்கம் $\times$ உயரம்

$$72 = \frac{1}{2} \times 16 \times h$$

$$h = \frac{72 \times 2}{16} = 9 \text{ செ.மீ}$$

சரிவகம் ABCD ல்

AB = 10 செ.மீ

DC = DE + EC (∵ DE = AB)

= 10 செ.மீ + 16 செ.மீ = 26 செ.மீ

∴ சரிவகம் ABCDன் பரப்பளவு

$= \frac{1}{2} \times$ (இணைபக்கங்களின் கூடுதல்) × (இணைபக்கங்களுக்கு இடைபட்ட தூரம்)

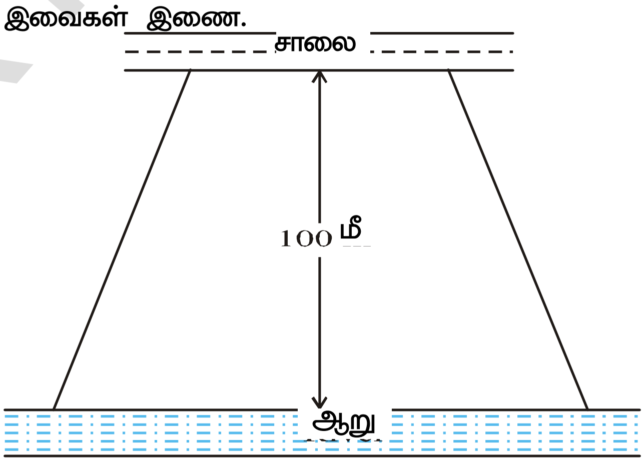
$= \frac{1}{2}(AB+BC)\,h$

$= \frac{1}{2}(10 + 26) \times 9$ செ.மீ^{2}

= 18 × 9 செ.மீ^{2}

= 162 செ.மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 6:மோகன் நதிகரையோரமாக நிலம் வாங்க விரும்பினான். கீழுள்ள படம் விற்பனைக்கு உள்ள நதிகரையோர நிலத்தின் படமாகும். நதிகரை பக்கத்தின் நீளம் சாலையோர பக்கத்தின் நீளத்தை போல் இருமடங்கு மேலும் இவைகள் இணை.



படம்.9.8

இந்நிலத்தின் பரப்பளவு 10,500மீ^{2} .சாலைக்கும் நதிக்கும் இடைபட்ட தூரம் 100மீ. நதிகரையோர பக்கத்தின் நீளத்தை கண்டுபிடி?

தீர்வு : சாலையோர பக்கத்தின் நீளம் x மீ என்க.

நதிகரையோர பக்கத்தின் நீளம் = $2x$ மீ.

இரண்டிற்கும் இடைபட்ட தூரம் = 100 மீ.

நிலத்தின் பரப்பளவு = $\frac{1}{2}$ (இணைபக்கங்களின் நீளங்களின்கூடுதல்) $\times$ (இடைபட்ட தூரம்)

$$10{,}500 = \frac{1}{2}(x + 2x) \times 100$$

$$10{,}500 = 3x \times 50$$

$$x = \frac{10{,}500}{3 \times 50} = 70 \text{ மீ.}$$

$\therefore$ நதிக்கரையோர பக்கத்தின் நீளம் = $2x = 2 \times 70$

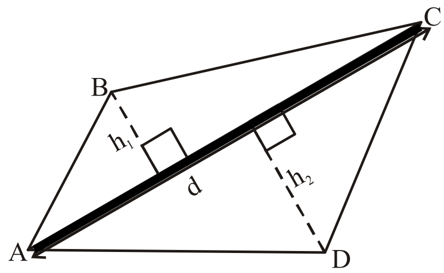
= 140 மீ

9.2 நாற்கரத்தின் பரப்பளவு

நாற்கரத்தின் ஒரு மூலைவிட்டம் அதை இரு முக்கோணங்களாக பிரிக்கிறது. இந்த முக்கோண அளவீடு நாற்கரங்களின் பரப்பளவை கண்டறிய பயன்படுகிறது.

மகேஷ் ABCD எனும் நாற்கரத்தை AC எனும் மூலைவிட்டம் வரைந்து இரண்டு முக்கோணங்களாக பிரித்தான். முக்கோணத்தின் பரப்பளவை இரண்டு அளவுகளை கொண்டு கண்டறியலாம் என நமக்கு தெரியும். ஒன்று அதன் அடிபக்கம் மற்றொன்று அதன் அடிபக்கத்திலிருந்து செங்குத்து உயரம்.

மகேஷ் D, B களிலிருந்து AC க்கு இரண்டு செங்குத்து கோடுகளை வரைந்தான். அந்த உயரங்களுக்கு h_1 மேலும் h_2 முறையே பெயரிட்டான்.



படம்.9.9

நாற்கரம் ABCD ன் பரப்பளவு = ΔABC ன் பரப்பளவு + ΔADCன் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2} \times AC \times h_1 + \frac{1}{2} AC \times h_2$$

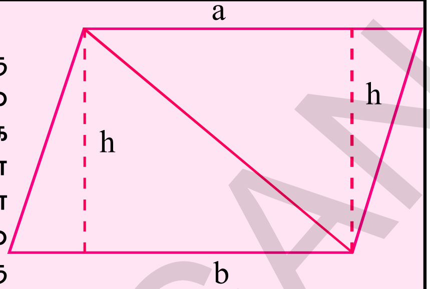
$$= \frac{1}{2} AC[h_1 + h_2]$$

நாற்கரம் ABCD பரப்பளவு = $\frac{1}{2} d(h_1 + h_2)$

இங்கு d என்பது மூலைவிட்டம் ACன் நீளமாகும்

முயன்று பார்

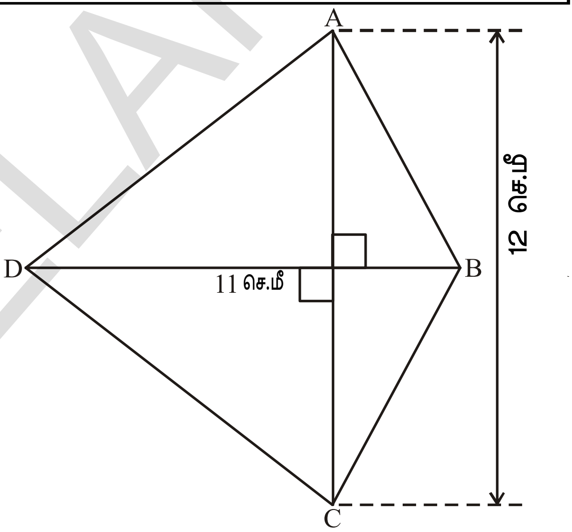
இணைகரமும் ஒரு நாற்கரம் என நமக்கு தெரியும். நாற்கரத்தை மூலைவிட்டம் வழியே இரண்டு முக்கோணங்களாக பிரிப்போம். இரண்டு முக்கோணங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதல் இணைகரத்தின் பரப்பளவு ஆகும். இந்த முறை நாம் ஏற்கனவே அறிந்துள்ள சூத்திரத்திற்கு ஒத்துபோகுமா?



படம்.9.10

நாற்கரத்தின் பரப்பளவு = $\frac{1}{2}$ × (மூலைவிட்டத்தின் நீளம்) × மூலைவிட்டத்திற்கு இரண்டு எதிர் முனையிலிருந்து வரையப்பட்ட செங்குத்து கோட்டின் நீளங்களின் மொத்தம்.

எடுத்துக்காட்டு 7 : ABCD நாற்கரத்தின் பரப்பளவை கண்டுபிடி



படம்9.11 (i)

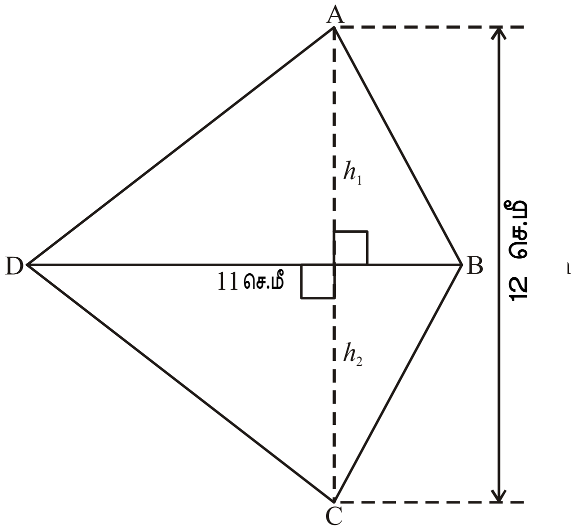
தீர்வு : நாற்கரம் ABCD பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2} d(h_1 + h_2)$$

மூலைவிட்டத்திற்கு இரண்டு எதிர்முனையிலிருந்து வரையப்பட்ட செங்குத்து கோட்டின் நீளங்களின் மொத்தம்.

$AC = (h_1 + h_2)$

$h_1 + h_2 = 12$ செ.மீ.



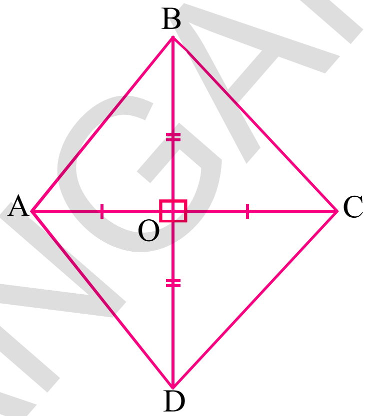
படம் 9.11 (ii)

BD மூலைவிட்டத்தின் நீளம் = 11 செ.மீ.

$\therefore$ நாற்கரத்தின் பரப்பளவு = $\frac{1}{2}d(h_1 + h_2) = \frac{1}{2} \times 12 \times 11 = 6 \times 11 = 66$ செ.மீ^{2}.

9.3 சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவு

சாய்சதுரத்தை இரண்டு முக்கோணங்களாக பிரிப்பதன் மூலம் அதன் பரப்பளவை கண்டறிவோம்.இம்முறை முக்கோண அளவீடு(Triangulation) எனப்படும். ABCD ஒரு சாய்சதுரம். சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து இருசமவெட்டிகள் என நாம் அறிவோம்.



படம் 9.12

$\therefore$ OA = OC, OB = OD

மேலும் $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD$

$= \angle AOD = 90^0$

ABCD சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு = Δ ABCன் பரப்பளவு + Δ ADCன் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2} \times AC \times OB + \frac{1}{2} \times AC \times OD$$

$$= \frac{1}{2} \times AC\,(OB+OD)$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BD \qquad (\because \quad OB + OD = BD)$$

எனவே சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு = $\frac{1}{2} \times d_1d_2$, இங்கு d_1, d_2 என்பவைகள் மூலைவிட்டங்கள். வேறு விதமாக கூறவேண்டுமானால் சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவு அதன் மூலைவிட்டங்களின் பெருக்கல்பலனில் பாதியாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 8 : ஒரு சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் 10செ.மீ மேலும் 8.2 செ.மீ எனில் அதன் பரப்பளவை கண்டுபிடி.

தீர்வு : சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவு = $\frac{1}{2} \times d_1d_2$ இங்கு d_1, d_2 ஆகியவை மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள்

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 8.2$ செ.மீ^{2}

$= 41$செ.மீ^{2}

9.4 நிலங்களை அளத்தல்

ஒரு நில அளவையர் தனது குறிப்பேட்டில் ஒரு நிலத்தின் அளவை பின்வருமாறு குறித்துள்ளார். நிலத்தின் பரப்பளவை கண்டுபிடி?

	S வரை	
	200	
25 T வரை ←	160	
	110	→ 60 R வரை
25 L வரை ←	70	
	30	→ 40 Q வரை
	Pலிருந்து	

மேற்காணும் படம் கீழ்கண்ட விவரங்களை கொடுக்கிறது.

1. நிலம் அறுங்கோண வடிவில் உள்ளது. இதன் முனைகள் P,Q,R,S,T, மேலும் L.
2. PS மூலைவிட்டமாக உள்ளது
3. முனைகள் Q மேலும் R மூலைவிட்டத்தின் ஒரு பக்கத்திலும் T மேலும் L மறுபக்கத்திலும் உள்ளது.
4. Q விலிருந்து Aக்கு வரையப்படும் செங்குத்து கோடு 40மீ அளவுகொண்டது.
5. அளவு புத்தகத்தில் அளவுகளைக் கீழிருந்து மேலாக படிக்க வேண்டும்.
6. நிலம் 2 முக்கோணங்களாகவும் 2 சரிவகங்களாகவும் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.

படத்திலிருந்து பின்வரும் அளவுகளை கண்டறியலாம்.

AC = PC - PA

= 110 - 30 = 80 மீ

CS = PS - PC

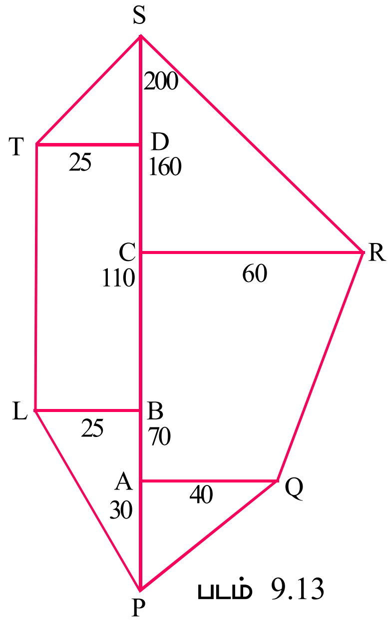
= 200 - 110 = 90 மீ

DS = PS - PD

= 200 - 160 = 40 மீ

BD = PD - PB

= 160 - 70 = 90 மீ



படம் 9.13

ΔAPQ ன் பரப்பளவு = $\frac{1}{2} \times b \times h$ சதுர அலகுகள்

$= \frac{1}{2} \times 30 \times 40 = 600$ ச.மீ

சரிவகம் AQRC ன் பரப்பளவு = $\frac{1}{2} \times h(a + b)$

$= \frac{1}{2} \times AC\ (AQ + CR)$

$= \frac{1}{2} \times 80 \times (40 + 60)$

$= \frac{1}{2} \times 80 \times 100$

$= 4000$ ச.மீ.

ΔCRS ன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times CR \times CS = \frac{1}{2} \times 60 \times 90 = 2700$ ச.மீ.

சரிவகம் PLTS பரப்பளவு = $\frac{1}{2} \times h(a + b)$

$= \frac{1}{2} \times LB\ (TL + SP)$

$= \frac{1}{2} \times 25(90 + 200) \quad (\because TL = BD = 90)$

$= \frac{1}{2} \times 25 \times 290$

$= 3625$ ச.மீ

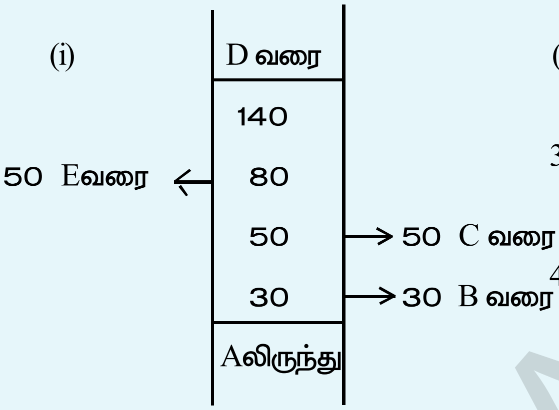
நிலத்தின் பரப்பளவு $= 600 + 4000 + 2700 + 3625$

$= 10,925$ ச.மீ.

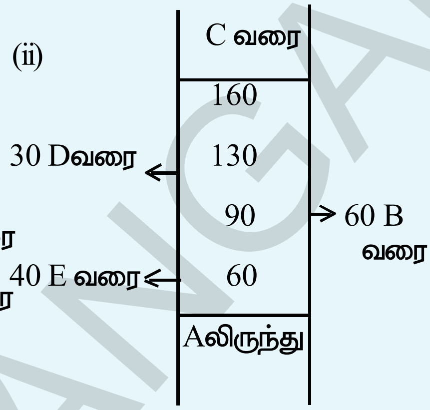
இதை செய்

ஒரு நில அளவையரின் குறிப்பேட்டில் ஒரு நிலத்தின் விவரங்கள் கீழ்கண்டவாறு உள்ளன. அந்நிலத்தின் பரப்பளவை கண்டுபிடி

(i)



(ii)

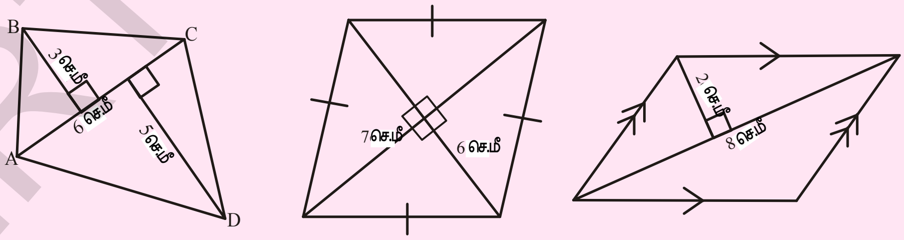


சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

ஓர் இணைகரத்தின் மூலைவிட்டம் இணைகரத்தை இரண்டு சர்வசம முக்கோணங்களாக பிரிக்கிறது. இது போலவே சரிவகத்தின் மூலைவிட்டமும் சரிவகத்தை இரண்டு சர்வசம முக்கோணங்களாக பிரிக்குமா?

முயன்று பார்

பின்வரும் நாற்கரங்களின் பரப்பளவுகளை கண்டுபிடி.



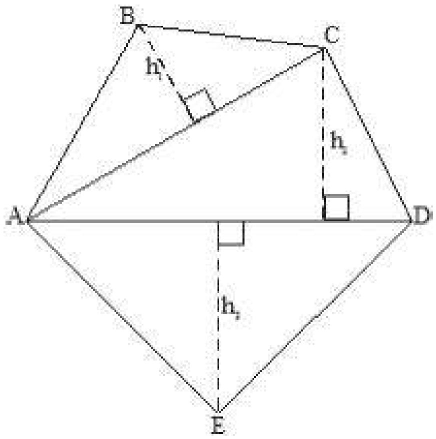
(i) (ii) (iii)

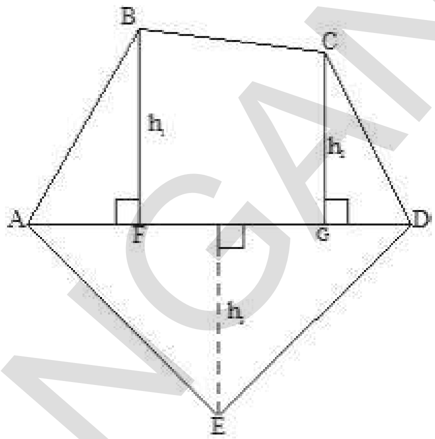
படம்.9.13

9.5 பலகோணத்தின் பரப்பளவு

ஒரு பலகோணத்தை பல எளிய வடிவங்களாக பிரித்தால் (முக்கோணம், செவ்வகம்.) பலகோணத்தின் பரப்பளவு கிடைக்கும். ஒவ்வொரு பகுதியின் பரப்பளவை மதிப்பீடு செய்து கூட்டினால் தேவையான மொத்த பரப்பளவும் கிடைக்கும்.

கீழ்வரும் ஐங்கோணத்தை கவனி : (படம் 9.14)





படம்.9.14

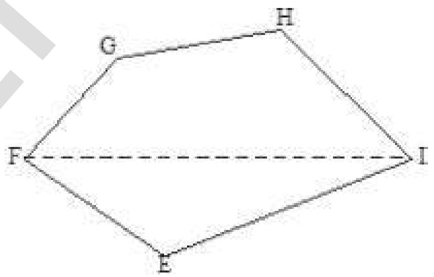
படம் (i) : ஐங்கோணம் ABCDE யில் $\overline{AC}, \overline{AD}$ எனும் மூலைவிட்டங்களை வரையும் போது இந்த ஐங்கோணம் மூன்று பாகங்களாக பிரிகிறது.

எனவே ஐங்கோணம் ABCDE ன் பரப்பு = ΔABC ன் பரப்பு + ΔACD ன் பரப்பு + ΔAED ன் பரப்பு
படம்(ii) : ஐங்கோணத்திற்கு ADஐ மூலைவிட்டமாகவும் அதற்கு செங்குத்தாக BF மேலும் CG வரையும் போது ஐங்கோணம் ABCDE நான்கு பாகங்களாக பிரிக்கிறது. எனவே

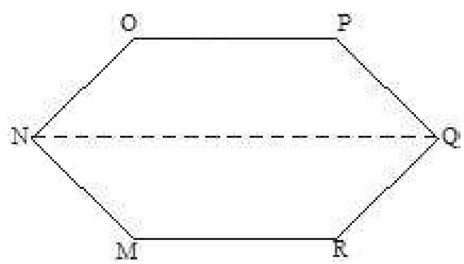
ஐங்கோணம் ABCDE ன் பரப்பளவு = செங்கோண முக்கோணம் AFBன் பரப்பு + சரிவகம் BFGCன் பரப்பு + செங்கோண ΔCGD ன் பரப்பளவு + ΔAED ன் பரப்பளவு
ஏன்? (சரிவகம் BFGC ன் இணை பக்கங்களை கண்டுபிடி).

முயன்று பார்

(i) பின்வரும் பலகோணத்தை பல பாகங்களாக பிரித்து (முக்கோணம் மேலும் சரிவகம்) பரப்பளவை கண்டுபிடி.



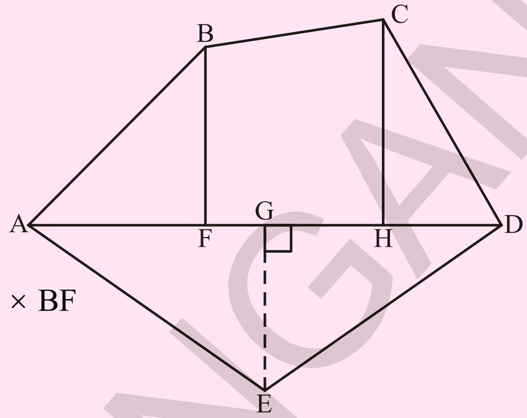
EFGHI ன் மூலைவிட்டம் FI



MNOPQR ன் மூலைவிட்டம் NQ

படம் 9.15

(ii) பலகோணம் ABCDE நான்கு பாகங்களாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. AD = 8cm, AH = 6 cm, AF = 3cm மேலும் BF = 2cm, CH = 3cm EG = 2.5cm எனில் பலகோணம் ABCDE ன் பரப்பளவு = ΔAFB பரப்பு + ...



படம் 9.16

Δ AFB பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times AF \times BF$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = \ldots.$

சரிவகம் FBCHன் பரப்பளவு

$$= FH \times \frac{(BF + CH)}{2}$$

$$= 3 \times \frac{(2+3)}{2} \qquad [\because FH = AH - AF]$$

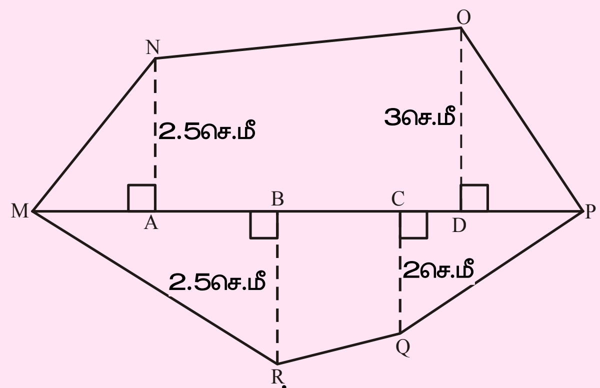
Δ CHDன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times HD \times CH = \ldots.$

Δ ADEன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times AD \times GE = \ldots.$

எனவே பலகோணம் ABCDEன் பரப்பளவு = ...

(iii) படம் 9.17லுள்ள பலகோணம் MNOPQR ன் பரப்பளவை கண்டுபிடி இங்கு MP = 9 செ.மீ, MD = 7 செ.மீ, MC = 6 செ.மீ, MB = 4 செ.மீ, MA = 2 செ.மீ

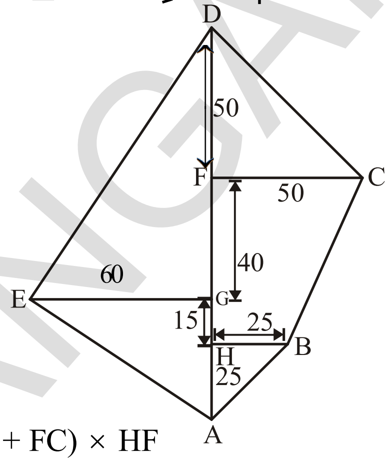
NA, OC, QD மேலும் RB மூலைவிட்டம் MPக்கு செங்குத்து



படம். 9.17

எடுத்துக்காட்டு 9: கீழுள்ள வடிவத்தின் பரப்பளவை கண்டுபிடி? எல்லா அளவுகளும் மீட்டரில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

தீர்வு : ABCDEன் பரப்பளவு = Δ ABH பரப்பளவு + சரிவகம் BCFHன் பரப்பளவு + Δ CDF பரப்பளவு + Δ DEG பரப்பளவு + Δ AEG பரப்பளவு



Δ ABHன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times AH \times HB$

$= \frac{1}{2} \times 25 \times 25$

$= \frac{625}{2}$ மீ^{2} $= 312.5$ மீ^{2}

சரிவகம் BCFHன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times (HB + FC) \times HF$

$= \frac{1}{2}(25 + 50) \times 55$மீ^{2}

$= \frac{75 \times 55}{2}$ மீ^{2} $= 2062.5$ மீ^{2}

Δ CDFன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times FC \times DF$

$= \frac{1}{2} \times 50 \times 50$ மீ^{2} $= 1250$மீ^{2}

Δ AEDன் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times AD \times EG$

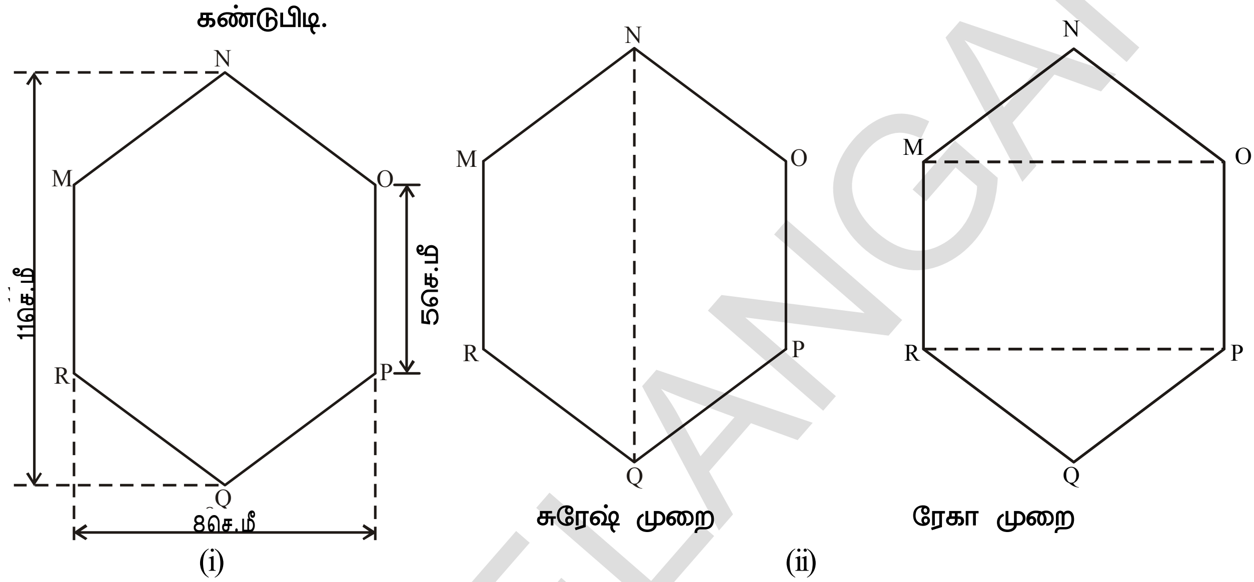
$= \frac{1}{2} \times 130 \times 60$

$= 3900$ மீ^{2}

எனவே, ABCDE ன் பரப்பளவு = 312.5 மீ^{2}+2062.5 மீ^{2} + 1250 மீ^{2} + 3900 மீ^{2}

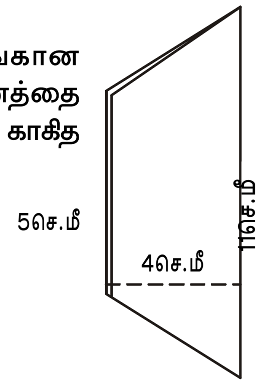
= 7525மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 10 : அறுங்கோணம் MNOPQRன் ஒவ்வொரு பக்கமும் 5செ.மீ மேலும் NQல் சமச்சீர் ஆகும். சுரேஷ், ரேகா ஆகியோர் வெவ்வேறு வழிகளில் இதை பிரித்தனர். இந்த அறுங்கோணத்தின் பரப்பளவை இரு வழிகளிலும் கண்டுபிடி.



படம் 9.19

தீர்வு : சுரேஷ் மேற்கொண்ட முறைப்படி இது ஓர் ஒழுங்கான அறுங்கோணம் எனவே **NQ** இந்த அறுங்கோணத்தை இரண்டு சர்வசம சரிவகமாக பிரிக்கிறது. இதை நீ காகித மடிப்பின் மூலம் சரிப்பார்க்கலாம்.



படம்9.20

இப்போது MNQR சரிவகத்தின் பரப்பளவு

$= 4 \times \frac{11+5}{2}$

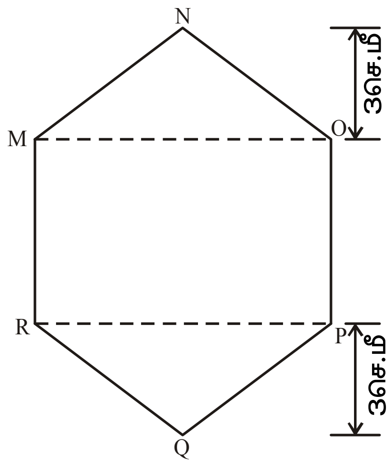
$= 2 \times 16 = 32$ செ.மீ^{2}

எனவே அறுங்கோணம் MNOPQR ன் பரப்பளவு

$= 2 \times 32 = 64$ செ.மீ^{2}

ரேகா பயன்படுத்திய முறை

ΔMNO மற்றும் ΔRPQ முதலியவை குத்துயரம் 3செ.மீ கொண்ட சர்வசம முக்கோணங்கள். இதை நீ வெட்டி எடுத்து ஒரு முக்கோணத்தின் மேல் மற்றொன்றை வைத்து சரிபார்க்கலாம்.



படம் 9.21

ΔMNOன் பரப்பளவு$= \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$ செ.மீ^{2}

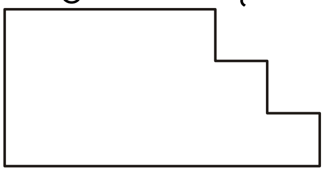
$=$ ΔRPQ பரப்பளவு

நாற்கரம் MOPRன் பரப்பளவு $= 8 \times 5 = 40$ செ.மீ^{2}

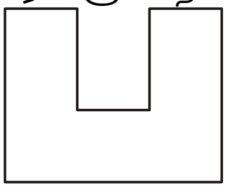
எனவே, அறுங்கோணம் MNOPQRன் பரப்பளவு $=$ $40+12+12 = 64$ செ.மீ^{2}.

பயிற்சி - 9.1

1. கொடுக்கப்பட்ட வடிவங்களை விவரங்களுக்கேற்ப பிரி?

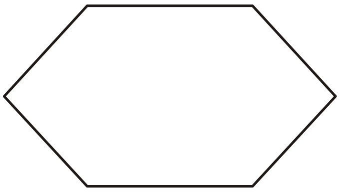


(i) மூன்று செவ்வகங்கள்

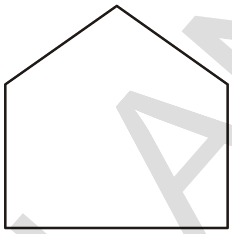


(ii) மூன்று செவ்வகங்கள்

(iii) இரண்டு சரிவகங்கள்

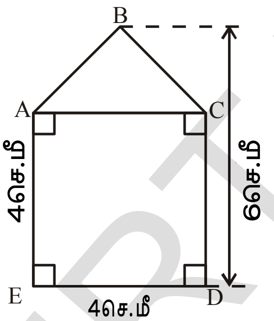


(iv) 2 முக்கோணங்கள் மேலும் ஒரு செவ்வகம்

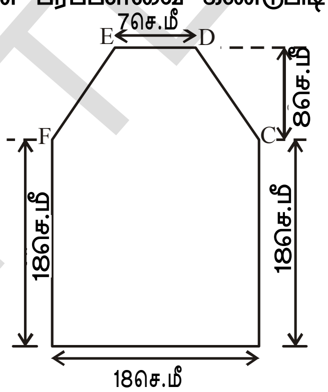


(v) 3 முக்கோணங்கள்

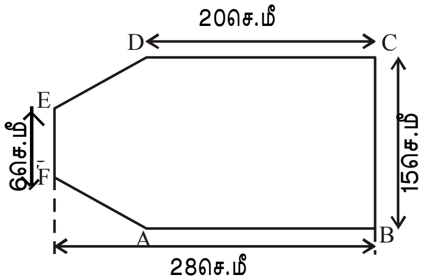
2. பின்வரும் வடிவங்களின் பரப்பளவை கண்டுபிடி?



(i)



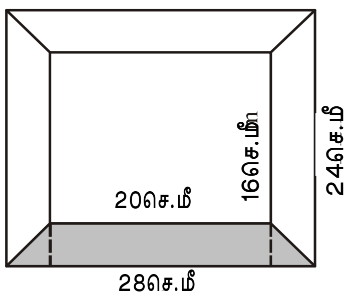
(ii)



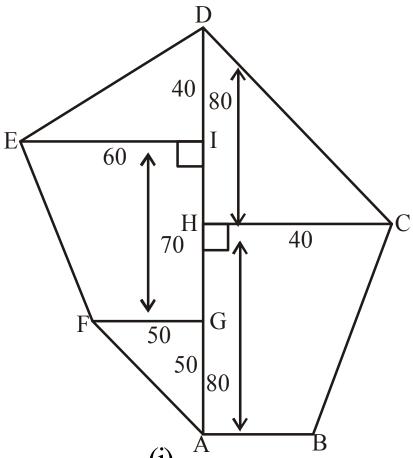
(iii)

3. மூலைவிட்டம் AC = 10 செ.மீ B மேலும் D லிருந்து AC க்கு வரையப்படும் செங்குத்து கோட்டு நீளங்கள் 5செ.மீ, 6செ.மீ உடைய நாற்கரம் ABCD ன் பரப்பளவை கண்டுபிடி?

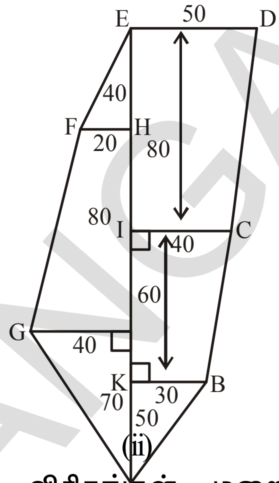
4. அருகிலுள்ள படத்தில் வெளிபுறத்தின் அளவுகள் 28 செ.மீ × 24 செ.மீ மேலும் உட்புறத்தின் அளவுகள் 20 செ.மீ × 16 செ.மீ. எனில் நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவை கண்டுபிடி. வெளிப்புற மேலும் உட்புற சட்டங்களின் அகலங்கள் சமம்.



5. பின்வரும் நிலங்களின் பரப்பளவுகளை கண்டுபிடி? எல்லா அளவுகளும் மீட்டரில் தரப்பட்டுள்ளது.



(i)

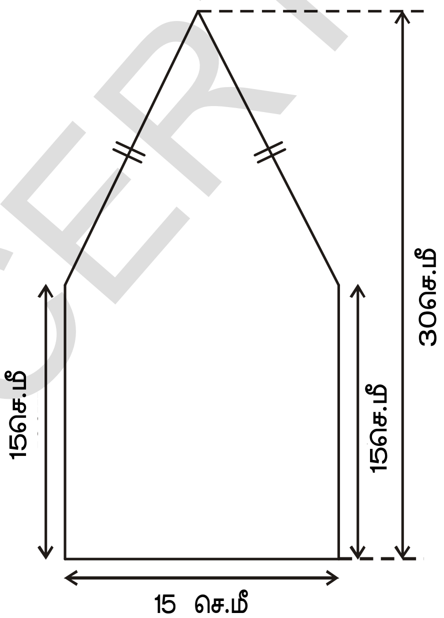


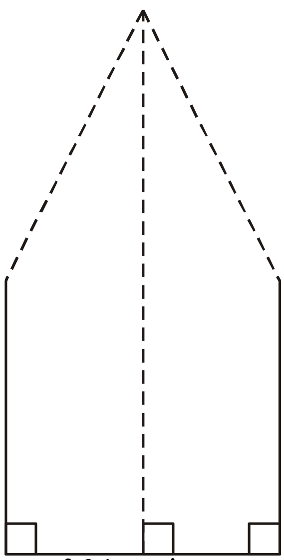
(ii)

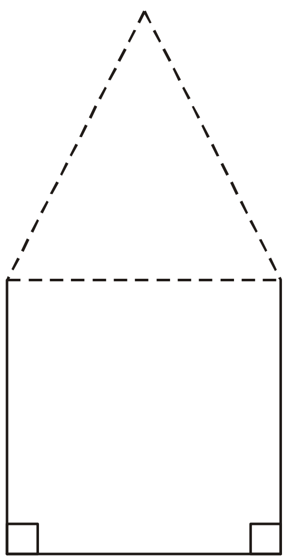
6. சரிவகத்தின் இணைபக்கங்களின் நீளங்களின் விகிதங்கள் முறையே 5:3 அவற்றுக்கு இடைபட்ட தூரம் 16செ.மீ. சரிவகத்தின் பரப்பளவு 960செ.மீ.^{2}எனில் இணைபக்கங்களின் நீளங்களை கண்டுபிடி.

7. ஒரு கட்டிடத்தின் தரைப்பகுதி சாய்சதுர வடிவமுடைய 3000 சதுரகற்களால் புதைக்கபட்டுள்ளது. சாய்சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்களின் நீளங்கள் 45செ.மீ மேலும் 30செ.மீ. ஒரு சதுர மீட்டர் கல் ரூ.20எனில் மொத்த தரைக்கு ஆகும் செலவு என்ன?

8. பின்வரும் ஐங்கோண வடிவ படங்களின் பரப்பளவை ஜோதி மற்றும் ரேகா இருவழிகளில் கண்டறிந்தனர் எனில் ஐங்கோண பரப்பளவை கண்டுபிடி.

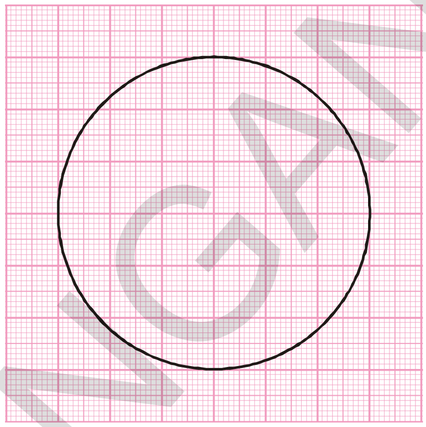



ஜோதியின் படம்

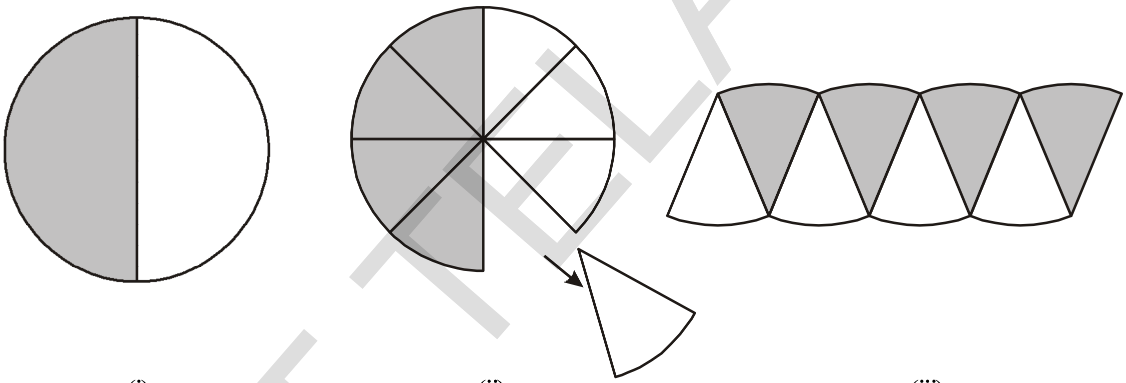

ரேகாவின் படம்

9.6 வட்டத்தின் பரப்பளவு

சில நேரங்களில் நாம் வட்டத்தின் பரப்பளவை கண்டறிய வேண்டி வரும். இப்போது வட்டத்தின் பரப்பளவை வரைபட தாளை பயன்படுத்தி கண்டறியலாம். 4செ.மீ ஆரமுடைய வட்டத்தை ஒரு வரைபட தாளின்மீது வரையவும். வட்டத்திற்குள் உள்ள சதுரங்களை கணக்கிடு. இதன் விளிம்புகள் நேராக இருக்காது. இம்முறையில் வட்டத்தின் தோராயமான பரப்பளவை மட்டுமே கண்டறியமுடியும். வட்டத்தின் பரப்பளவை துல்லியமாக கண்டறிய வேறொரு முறை உள்ளது.

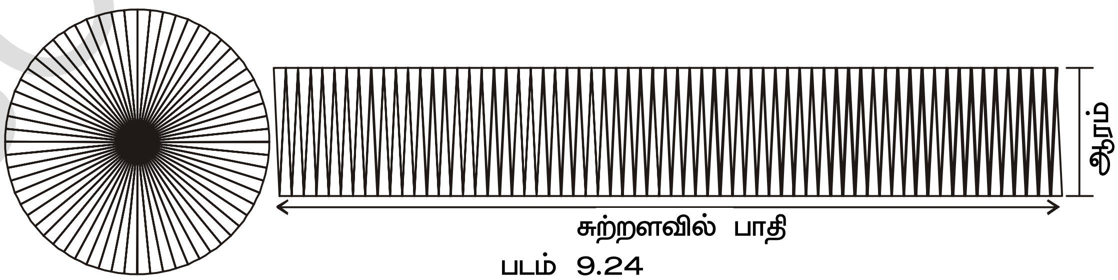


படம் 9.22



(i) (ii) படம் 9.23 (iii)

ஒரு வட்டத்தை வரைந்து அதன் பாதி பகுதியை நிழலிடவும். அந்த வட்டத்தை எட்டு பாகங்களாக மடிக்கவும். படம் 9.23 (i) மேலும் (ii) எட்டு துண்டுகளை வெட்டி எடுத்து படம் 9.23 (iii)ல் காட்டியபடி அமைக்கவும். இது பார்ப்பதற்கு இணைகரம் போல் தெரிகிறது. வட்டத்தை 64வட்ட கோண பகுதிகளாக வெட்டி எடுத்து தனியாக அமைக்கும் போது செவ்வக வடிவம் கிடைக்கும். படம் 9.24.



படம் 9.24

இந்த செவ்வகத்தின் அகலம் என்ன? செவ்வகத்தின் அகலம் வட்டத்தின் ஆரத்திற்கு (r) சமம். நாம் வட்டத்தை 64 வட்ட கோண பகுதிகளாக பிரித்தோம். ஆகையால் ஒவ்வொரு பக்கமும் 32 வட்டகோண பகுதிகள் இருக்கும் எனவே செவ்வகத்தின் நீளம் 32 வட்டகோண பகுதிகளின் நீளம் ஆகும். (இது சுற்றளவில் பாதி)

எனவே வட்டத்தின் பரப்பளவு = உருவாக்கப்பட்ட செவ்வகத்தின் பரப்பளவு

$= l \times b$

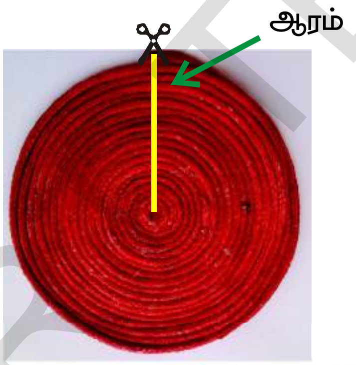
= (சுற்றளவில் பாதி) × ஆரம்

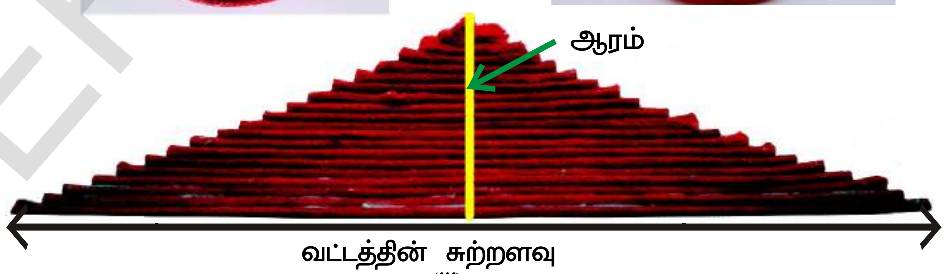
$= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r = \pi r^2$

எனவே வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \pi r^2$

கயிற்றின் மூலம் செயல் :

யூதர்களின் "தால்மட்" (Talmud) எனும் புத்தகத்தில் $A = \pi r^2$ சூத்திரத்தை கண்டறிய சிறப்பான முறை ஒன்று உள்ளது. ஒரு வட்டத்தின் உட்பகுதி அனைத்தையும் கயிற்றால் சுற்றவும். இந்த கயிறை ஆரத்தின் வழியே வெட்டவும். ஒவ்வொரு கயிறும் நேராக இருக்கும். இவற்றை படத்தில் காட்டி உள்ளபடி அடுக்கவும். நமக்கு இருசமபக்க முக்கோணம் கிடைக்கிறது.





(iii)

இருசமபக்க முக்கோணத்தின் அடிபாகம் வட்டத்தின் சுற்றளவிற்கு சமம். இதன் உயரம் வட்டத்தின் ஆரத்திற்கு சமம்.

எனவே முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2} \times$ அடிபக்கம் $\times$ உயரம்

$$= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r$$

$$= \pi r^2$$

$\therefore$ எனவே வட்டத்தின் பரப்பளவு = πr^2

முயன்று பார்

வெவ்வேறு ஆரமுடைய வட்டங்களை வரைப்படதாளின்மீது வரையவும். சதுரங்களை கணக்கிட்டு பரப்பளவுகளை கண்டுபிடி? சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி பரப்பளவுகளை கண்டுபிடி? இரண்டையும் ஒப்பிட்டுபார்.

எடுத்துக்காட்டு 11: ஒரு கம்பி 27.5செ.மீ பக்க அளவுடைய சதுரமாக வளைக்கப்படுகிறது. பின்னர் அதே கம்பி நீட்டித்து வட்டமாக வளைக்கப்படுகிறது எனில் வட்டத்தின் ஆரம் என்ன?

தீர்வு : கம்பியின் நீளம் = சதுரத்தின் சுற்றளவு

= (27.5×4) செ.மீ = 110 செ.மீ.

இந்த கம்பி வட்டமாக வளைக்கப்படும் போது கம்பியின் நீளம் சுற்றளவுக்கு சமமாகும்.

வட்டத்தின் சுற்றளவு = 110 செ.மீ.

எனவே 110 = $2\pi r$ செ.மீ

வட்டத்தின் சுற்றளவு = $2\pi r = 2 \times \frac{22}{7} \times r$ செ.மீ

$= \frac{44}{7} r$ செ.மீ

$\therefore \quad 110 = \frac{44}{7} r$

$\Rightarrow \quad r = \frac{100 \times 7}{44}$ செ.மீ

= 17.5 செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 12: ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவு 22செ.மீ. அதன் பரப்பளவை கண்டுபிடி.மேலும் அரைவட்டத்தின் பரப்பளவையும் காண்க.

தீர்வு : வட்டத்தின் ஆரம் r செ.மீ எனக் கொள்க.

சுற்றளவு = $2\pi r$

$\therefore \quad 2\pi r = 22$

$2 \times \frac{22}{7} \times r = 22$

$r = 22 \times \frac{7}{22} \times \frac{1}{2} = 3.5$ செ.மீ

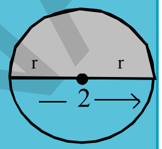
$\therefore$ வட்டத்தின் ஆரம் = 3.5செ.மீ

வட்டத்தின் பரப்பளவு $\pi r^2 = \left(\frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}\right)$ செ.மீ^{2}

$= 38.5$ செ.மீ^{2}

அரை வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \frac{1}{2}\pi r^2 . = \frac{1}{2} \times 38.5 = 19.25$ செ.மீ^{2}

அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு எவ்வளவு ஒரு வட்டத்தை அதன் விட்டம் இரு சமபாகங்களாக பிரிக்கிறது படத்தில் நிழலிடபட்ட பகுதியின் பரப்பளவு என்ன தெரியுமா அது ஒரு அரைவட்டம்

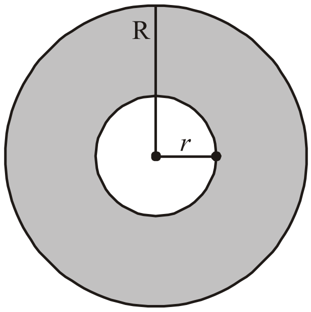


அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு = $\pi r^2/2$

அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு எவ்வளவு?

9.7 வட்டபாதை (அல்லது) வட்டவலயத்தின் பரப்பளவு

ஒரு பூங்காவில் வட்டவடிவ பாதை உள்ளது. இதன் வெளிவட்டம் மேலும் உள்வட்டம் பொது மைய வட்டங்களாகும். இப்பொழுது வட்டபாதையின் பரப்பளவை கண்டறிவோம்.



வெளிவட்டம் மேலும் உள்வட்டங்களின் பரப்பளவுகளின் வித்தியாசம் வட்டபாதையின் பரப்பளவு ஆகும்.

வெளி வட்டத்தின் ஆரம் 'R' மற்றும் உள் வட்டத்தின் ஆரம் 'r' எனில்

வட்ட பாதையின் பரப்பளவு = வெளிவட்டத்தின் பரப்பளவு – உள்வட்டத்தின் பரப்பளவு

$= \pi r^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$

எனவே,

வட்டபாதையின் பரப்பளவு (அல்லது) வட்ட வலயத்தின் பரப்பளவு =

$\pi(R^2 - r^2)$ அல்லது $\pi(R + r)(R - r)$

இங்கு R, r முறையே வெளி, உள் வட்டங்களின் ஆரங்களாகும்.

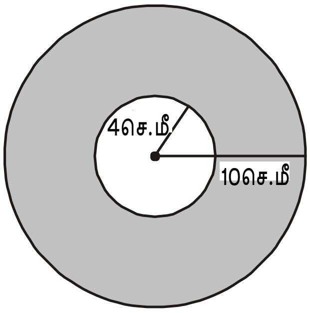
எடுத்துக்காட்டு 13: அருகில் உள்ள படத்தை கவனி. அதில் ஒரே மையம் கொண்ட இருவட்டங்கள் உள்ளன. பெரிய வட்டத்தின் ஆரம் 10செ.மீ சிறிய வட்டத்தின் ஆரம் 4செ.மீ எனில் கீழ்கண்டவற்றை கண்டறி.

(i) பெரிய வட்டத்தின் பரப்பளவு

(ii) சிறிய வட்டத்தின் பரப்பளவு

(iii) நிழலிடபட்ட பகுதியின் பரப்பளவு

(இங்கு $\pi = 3.14$)



தீர்வு: (i) பெரிய வட்டத்தின் ஆரம் = 10 செ.மீ

எனவே பெரிய வட்டத்தின் பரப்பளவு = πR^2

= 3.14 × 10 × 10 = 314 செ.மீ^{2}

(ii) சிறிய வட்டத்தின ஆரம் = 4 செ.மீ

சிறிய வட்டத்தின் பரப்பளவு = πr^2

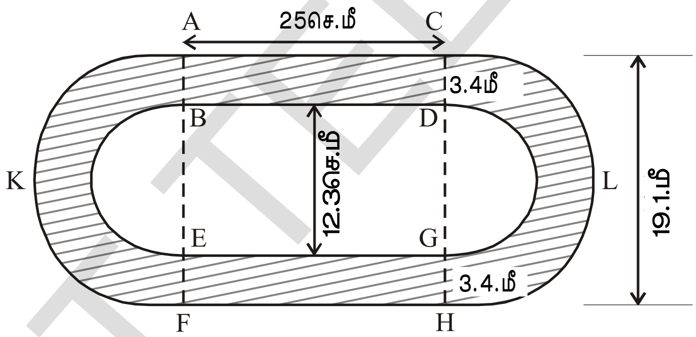
= 3.14 × 4 × 4 = 50.24 செ.மீ^{2}

(iii) நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = பெரியவட்டத்தின் பரப்பளவு − சிறிய வட்டத்தின் பரப்பளவு

= (314 - 50.24) செ.மீ^{2}

= 263.76 செ.மீ^{2}.

எடுத்துக்காட்டு 14 : கீழ்கண்ட படத்தில் நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவை கண்டுபிடி;



தீர்வு : நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = செவ்வகம் ABDCன் பரப்பளவு + செவ்வகம் EFHG பரப்பளவு + அரைவட்டவலயம் AKFEB பரப்பளவு + அரைவட்டவலயம் CLHGD பரப்பளவு

$$= (25 \times 3.4) + (25 \times 3.4) + \frac{1}{2}\pi[(9.55)^2 - (6.15)^2] + \frac{1}{2}\pi[(9.55)^2 - (6.15)^2]$$

$$= [85 + 85 + \frac{22}{7} \times 15.7 \times 3.4]\text{மீ}^2$$

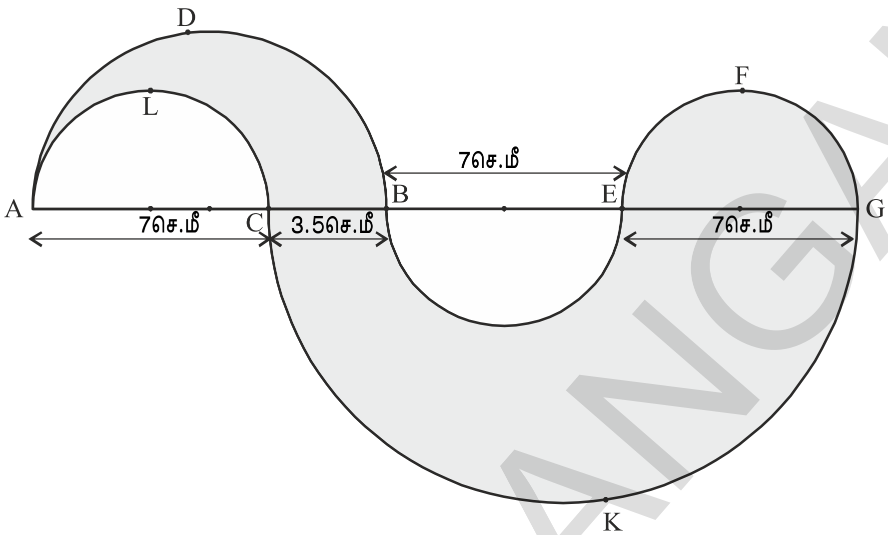
$$= (170 + 167.77)\text{மீ}^2$$

$$= 337.77\text{மீ}^2$$

$$R = \frac{19.1}{2} = 9.55$$

$$r = \frac{12.3}{2} = 6.15$$

எடுத்துக்காட்டு 15: கீழ்கண்ட படத்தில் நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவை கண்டுபிடி



தீர்வு : நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = ADBCLA பரப்பளவு+ EFGE பரப்பளவு + BEGKCB பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2}\times\pi\left[\left(\frac{10.5}{2}\right)^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2\right]+\frac{1}{2}\pi\left(\frac{7}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\pi\left[\left(\frac{17.5}{2}\right)^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2\right] \text{செ.மீ}^2$$

$$= \left(\frac{1}{2}\times\frac{22}{7}\times\frac{35}{4}\times\frac{7}{4}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{22}{7}\times\frac{49}{4}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{22}{7}\times\frac{21}{4}\times\frac{49}{4}\right) \text{செ.மீ}^2$$

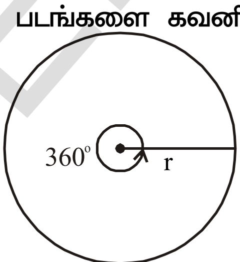
$$= \left(\frac{385}{16}+\frac{77}{4}+\frac{1617}{16}\right) \text{செ.மீ}^2$$

$$= \left(\frac{2310}{16}\right) \text{செ.மீ}^2$$

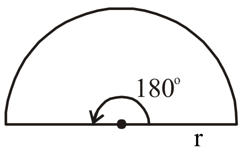
$$= 144.375 \text{ செ.மீ}^2$$

9.8 வில்லின் நீளம்

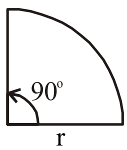
கீழ்கண்ட படங்களை கவனித்து பின்வரும் அட்டவணையை பூர்த்தி செய்க.



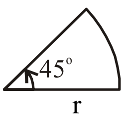
(i)



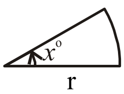
(ii)



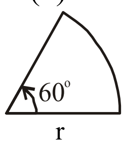
(iii)



(iv)



(v)



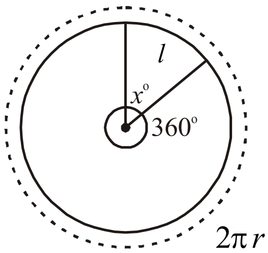
(vi)

படம்	கோணம்	வில்லின்நீளம்	வில்லின் நீளத்திற்கும் கோணத்திற்கும் இடையே உள்ள உறவு
(i)	360^0	$2\pi r$	$\frac{360^0}{360^0} \times 2\pi r = 2\pi r$
(ii)	180^0	πr	$\frac{180^0}{360^0} \times 2\pi r = \pi r$
(iii)	90^0	$\frac{\pi r}{2}$	________
(iv)	45^0	$\frac{\pi r}{4}$	________
(v)	x^o	l	$\frac{x^0}{360^0} \times 2\pi r = l$
(vi)	60^0	$\frac{\pi r}{3}$	________

மேற்கண்ட விவரங்களில் இருந்து நாம் அறிவது வட்டகோணப்பகுதியின் வில்லின் நீளம் (l) = $\frac{x^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r$ இங்கு 'r' என்பது வட்டத்தின் ஆரம். 'x' என்பது வட்ட கோணப் பகுதியின் வில் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம். வட்டகோணப்பகுதியின் வில்லின் நீளம் l எனில்

$$\frac{2\pi r}{l} = \frac{360^0}{x^0}$$

$$l = \frac{x^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r$$



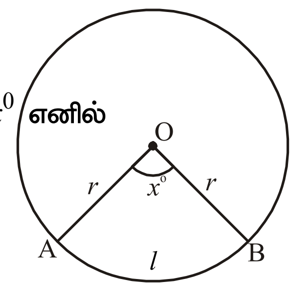
9.9 வட்டகோணப் பகுதியின் பரப்பளவு

இரண்டு ஆரங்கள் மேலும் ஒரு வில்லால் சூழப்படும் வட்டத்தின் ஒரு பகுதியை வட்டகோணப்பகுதி என்கிறோம்.

r ஆரமுடைய வட்டத்தின் பரப்பளவு = πr^2

வட்டகோணப்பகுதியின் வில் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம் x^0 எனில் வட்டகோணப்பகுதியின் பரப்பளவும் அதன் கோணமும் நேர்விகிதசமம்.

வட்டகோணப்பகுதியின் பரப்பளவு : வட்டத்தின் பரப்பளவு = $x^0 : 360^0$



எனவே வட்டகோணப்பகுதி OAB ன் பரப்பளவு = $\frac{x^\circ}{360^\circ}$ × வட்டத்தின் பரப்பளவு

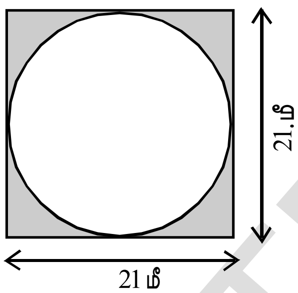
வட்ட கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு OAB = $\frac{x^o}{360^o} \times \pi r^2$ $[\pi r^2 = \pi r \times \frac{2r}{2}]$

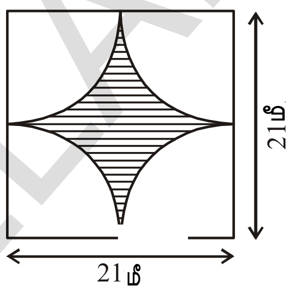
$$= \frac{x^o}{360^o} \times 2\pi r \times \frac{r}{2}$$

$$= l \times \frac{r}{2}$$

$A = \frac{lr}{2}$ (l என்பது வட்டக்கோணப் பகுதியின் நீளம்)

எடுத்துக்காட்டு 13: பின்வரும் படங்களில் நிழலிட்ட பகுதியின் பரப்பளவு கண்டுபிடி;





தீர்வு : **(i)** நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு

= (21மீ பக்க அளவு கொண்ட சதுரத்தின் பரப்பளவு) - (21மீ ஐ விட்டமாக கொண்ட வட்டத்தின் பரப்பளவு)

விட்டம் 21மீ எனில் ஆரம் = $\frac{22}{2}$ =10.5மீ

∴ நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = $(21 \times 21) - \left(\frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}\right)$ மீ^{2}

= 441 - 346.5

= 94.5 மீ^{2}

(ii) நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = (21மீ பக்க அளவு கொண்ட சதுரத்தின் பரப்பளவு) - ($4 \times$ வட்டகோண பகுதியின் பரப்பளவு)

$$= (21 \times 21) - \left(4 \times \frac{90^o}{360^o} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}\right) \text{ மீ}^2$$

$$= (21 \times 21) - \left(4 \times \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}\right)$$

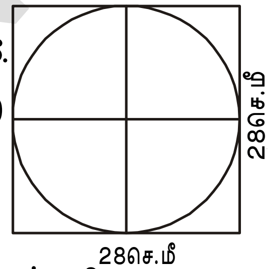
$= (441 - 346.5)$ மீ^{2}

$= 94.5$ மீ^{2}

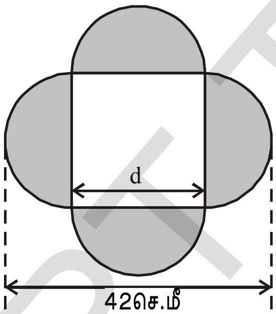
பயிற்சி - 9.2

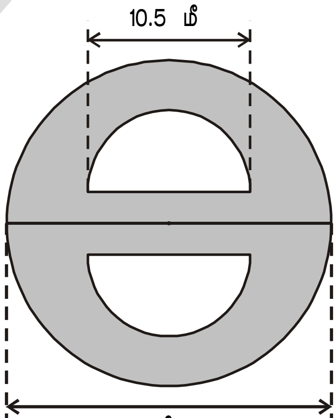
1. 36செ.மீ $\times$ 25செ.மீ அளவுகள் உடைய செவ்வக வடிவ தாளில் இருந்து 3.5செ.மீ விட்டம் உடைய 56சிறிய வட்டங்கள் வெட்டி எடுக்கபடுகிறது. செவ்வக தாளில் மீதமுள்ள பகுதியின் பரப்பளவை கண்டுபிடி.

2. அருகில் உள்ள படத்தில் சதுரத்திற்குள் அமைந்துள்ள வட்டத்தின் பரப்பளவை கண்டுபிடி. சதுரத்தின் பக்கம் 2.5செ.மீ.
(குறிப்பு : வட்டத்தின் விட்டம் சதுரத்தின் பக்க அளவிற்கு சமம்)



3. கீழ்வரும் படங்களில் நிழலிடப்பட்ட பகுதிகளின் பரப்பளவை கண்டுபிடி.



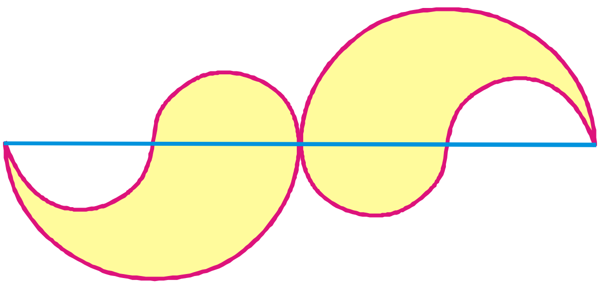


(குறிப்பு : $d + \frac{d}{2} + \frac{d}{2} = 42$)

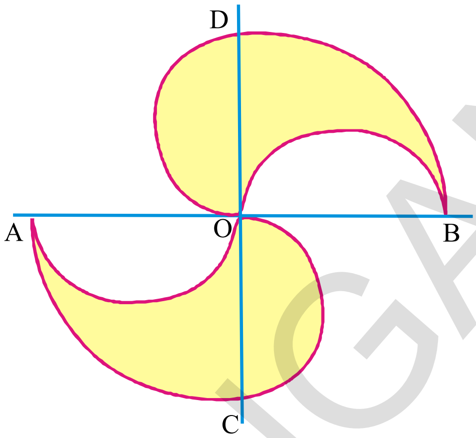
$d = 21$

$\therefore$ சதுரத்தின் பக்கம் 21 செ.மீ

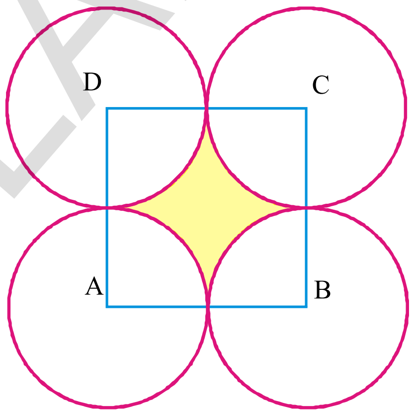
4. அருகில் உள்ளபடம் சமமான ஆரங்கள் உடைய நான்கு சிறிய அரை வட்டங்களையும், சமமான ஆரங்களை உடைய இரண்டு பெரிய அரை வட்டங்களையும் கொண்டுள்ளது. ஒவ்வொரு பெரிய ஆரமும் 42செ.மீ நீளமுடையது. நிழலிட்ட படத்தின் பரப்பளவை காண்க.



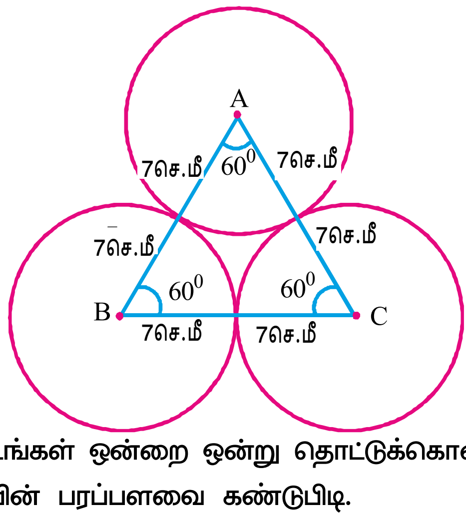
5. அருகில் உள்ளபடம் நான்கு அரை வட்டங்களையும் இரண்டு கால் வட்டங்களையும் கொண்டுள்ளது. $OA = OB = OC = OD = 14$ செ.மீ எனில் நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவை கண்டுபிடி.



6. அருகில் உள்ள படத்தில் A, B, C மேலும் D ஆகியவை சமமான ஆரங்கள் உடைய நான்கு வெளி தொடு வட்டங்களின் மைய புள்ளிகள் ஆகும். ABCD என்பது 7செ.மீ பக்க அளவு உடைய ஒரு சதுரம். நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவை கண்டுபிடி.



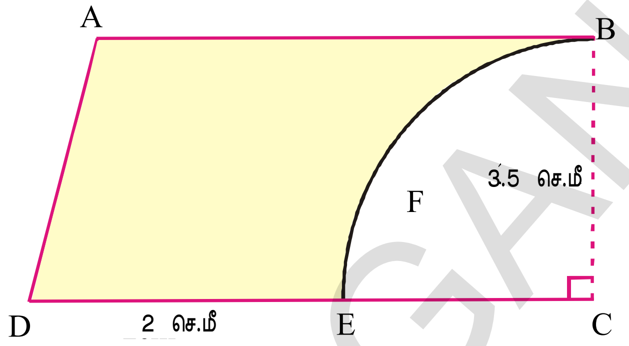
7. சமபக்க முக்கோணத்தின் பரப்பளவு $49\sqrt{3}$ செ.மீ^{2}. முக்கோணத்தின் முனைகளை மையமாகவும் அவற்றின் பக்க அளவுகளில் பாதியை ஆரமாகவும் கொண்டு மூன்று வட்டங்கள் வரையபட்டுள்ளது. வட்டத்திற்குள் அடைபடாத முக்கோணத்தின் பரப்பளவு என்ன?



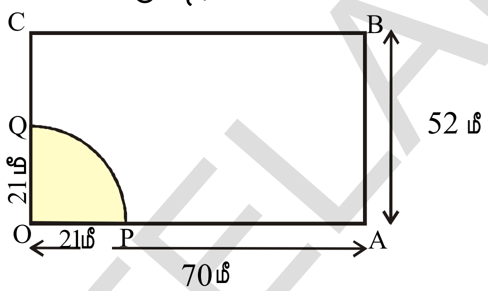
8. (i) 'a' எனும் சமமான ஆரம்கொண்ட 4 வட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று தொட்டுக்கொண்டு உள்ளன. அவற்றிற்கு இடைப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவை கண்டுபிடி.

(ii) 24செ.மீ பக்க அளவுடைய ஒரு சதுரத்தின் நான்கு முனைகளிலும் சமமான ஆரமுடைய வட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று தொடுமாறு வரையபட்டுள்ளது. வட்டங்களுக்கு மத்தியில் உள்ள காலி இடத்தின் பரப்பளவை கண்டுபிடி.

9. ABCD என்பது சரிவக வடிவமுடைய அட்டை, மேலும் $AB // CD$ மேலும் $\angle BCD = 90^{0}$, இதில் இருந்து கால்பகுதி வட்டம் வெட்டி எடுக்கப்படுகிறது. $AB = BC = 3.5$ செ.மீ மேலும் $DE = 2$ செ.மீ. மீதமுள்ள பகுதியின் பரப்பளவை கண்டுபிடி.(இங்கு $\pi = \frac{22}{7}$)



10. 70மீ $\times$ 52மீ அளவுகளுடைய செவ்வகவடிவ புல்வெளியின் ஒரு முனையில் குதிரை ஒன்று 21மீ நீளமுடைய கயிற்றால் கட்டப்பட்டுள்ளது எனில் குதிரை மேயக்கூடிய பகுதியின் பரப்பளவை கண்டுபிடி?



நாம் கற்றவை

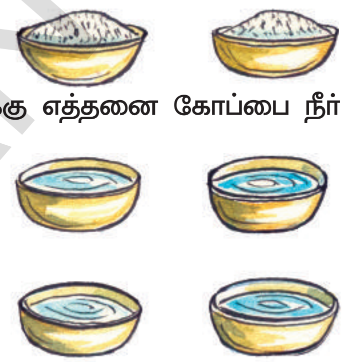
சரிவகத்தின் பரப்பளவு = $\frac{1}{2}$ (இணைபக்கங்களின் நீளங்களின் கூடுதல்) $\times$ (இணை பக்கங்களுக்கு இடைப்பட்டதூரம்)

- நாற்கரத்தின் பரப்பளவு = $\frac{1}{2} \times$ மூலைவிட்டத்தின்நீளம் $\times$ எதிர்பக்கத்திலிருந்து மூலைவிட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட குத்துகோடுகளின் நீளங்களின் மொத்தம்
- சாய் சதுரத்தின் பரப்பளவு = மூலைவிட்டங்களின் பெருக்கற்பலன்/2.
- வட்டத்தின் பரப்பளவு = πr^2 இங்கு 'r' வட்டத்தின் ஆரம்
- வட்டவலயத்தின் பரப்பளவு = $\pi(R^2 - r^2)$ அல்லது $\pi(R + r)(R - r)$ இங்கு R, r என்பவை முறையே வெளிவட்ட ஆரம் மற்றும் உள்வட்டஆரம்.
- வட்ட கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு = $\frac{x^0}{360^0} \times \pi r^2$ இங்கு x° என்பது இரண்டு ஆரங்களுக்கு இடையே அடைபடும் வட்டகோண பகுதியின் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம். r என்பது வட்டத்தின் ஆரம்.அல்லது $A = \frac{lr}{2}$ இங்கு l என்பது வட்ட கோணப்பகுதியின் வில்லின் நீளம், r என்பது வட்டத்தின் ஆரம்.

அத்தியாயம் **10**

நேர் மற்றும் தலைகீழ் விகிதசமம்

10.0 அறிமுகம்



கோபி என்பவர் தினமும் 2 கோப்பை அரிசியை சமைக்க 4 கோப்பை தண்ணீரை பயன்படுத்துவார். இன்று அவர் வீட்டிற்கு சில விருந்தினர் வருகின்றனர். அவர் 6கோப்பை அரிசியை சமைக்க வேண்டும். 6 கோப்பை அரிசியை சமைக்க அவருக்கு எத்தனை கோப்பை நீர் தேவைப்படுகிறது?

இந்த மாதிரியான நிறைய சூழ்நிலைகள் நாம் அன்றாட வாழ்கையில் சந்திக்க நேரிடுகிறது. இதில் நாம் கவனிக்க வேண்டியது என்னவென்றால், ஒரு அளவில் ஏற்படும் மாற்றம் மற்றொரு அளவில் மாற்றத்தை கொண்டு வருகிறது. எடுத்துக்காட்டாக

(i) பள்ளிக்கு வருகை தரும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை அதிகரித்தால் அன்று மதிய உணவின் அளவு என்னவாகும்? அதிக அளவிலான மதிய உணவு தேவைப்படும்.

(ii) நாம் வங்கியில் அதிக அளவிலான பணத்தை சேமிக்கும் போது நாம் பெறும் வட்டியை பற்றி என்ன சொல்லலாம்? நிச்சயமாக நாம் பெறும் வட்டி தொகை அதிகமாகும்.

(iii) நாம் வாங்கும் பொருட்களின் எண்ணிக்கை குறையும் போது அதற்கான தொகை என்னவாகும்? தெளிவாக அதன் மொத்த தொகை குறையும்.

(iv) 40 தேநீர் பொட்டலங்களின் எடை 1.6கி.கி எனில் 20தேநீர் பொட்டலங்களின் எடை என்ன? தெளிவாக 20 தேநீர் பொட்டலங்களின் எடை குறையும்.

மேலே உள்ள எடுத்துகாட்டுகளிலிருந்து நாம் கவனிக்க வேண்டியது என்னவென்றால் ஒரு அளவின் மாற்றம் மற்றொரு அளவிற்கு மாற்றத்தை கொண்டுவருகிறது.

இதை செய்

இந்த மாதிரியான ஒரு அளவின் மாற்றம் மற்றொரு அளவிற்கு மாற்றத்தை கொண்டு வருகிறது என்பதற்கு 5 சந்தர்பங்களை எழுதுக.

கோபிக்கு தண்ணீரின் அளவு எவ்வளவு தேவைப்படுகிறது என்பதை நாம் எப்படி காண்பது?இதற்கு பதில், வேண்டுமெனில் மேலும் சில மாற்றங்களின் வகைகளை நாம் பார்க்கலாம்.

10.1 நேர்விகித சமம்

ஒரு பள்ளியின் வனவிழாவிற்காக சுற்றுச்சூழல் அணியின் தலைமை, மரகன்று நடும் பணியை செய்ய முடிவு செய்தது. சுற்றுச்சூழல் அணியிலுள்ள ஒவ்வொரு வகுப்பும் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

வகுப்பு	VI	VII	VIII	IX	X
சுற்று சூழல் அணியில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	5	7	10	12	15

ஒவ்வொரு மாணவனும் 2செடிகளை நடவேண்டும், எனில் ஒவ்வொரு வகுப்பிற்கும் எத்தனை செடிகள் தேவைப்படும் என கண்டுபிடி.

வகுப்பு	VI	VII	VIII	IX	X
சுற்றுச்சூழல் அணியில் உள்ள மாணவர்கள் எண்ணிக்கை	5	7	10	12	15
தேவைப்படும் செடிகளின் எண்ணிக்கை	10	14	20	24	30

தேவைப்படும் செடிகளின் எண்ணிக்கையை பற்றி என்ன சொல்வாய்? செடிகளின் எண்ணிக்கைக்கும் மற்றும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கைக்கும் இடையே ஏதாவது மாற்றத்தை நீ காண்கிறாயா?இரண்டும் அதிகரிக்கின்றனவா? அல்லது குறைகின்றனவா?

$$\frac{\text{தேவைப்படும் செடிகளின் எண்ணிக்கை}}{\text{மாணவர்களின் எண்ணிக்கை}} = \frac{10}{5}=\frac{14}{7}=\frac{20}{10}=\ldots\ldots=\frac{2}{1} = 2$$ என்பது நிலையான ஒன்று. இது விகிதசமத்தின் மாறிலி என்று அழைக்கப்படுகிறது. இங்கு விகிதம் ஒரே மாதிரியாக இருப்பதால் நேர்விகிதசமம் என்று கூறுகிறோம்.

x, y எனும் ஏதேனும் இரண்டு அளவுகள் ஒன்றாக குறைகிறது (அ) அதிகரிக்கிறது எனில் $\frac{x}{y}$ என்பது மாறிலியாக இருக்கும் (k என கொள்க). எனவே x, y நேர்விகித சமத்தில் இருக்கிறது என சொல்லலாம். இதை $x \propto y$ என எழுதலாம், மற்றும் x, y ற்கு நேர் விகித சமமாக உள்ளது என படிக்கலாம்.

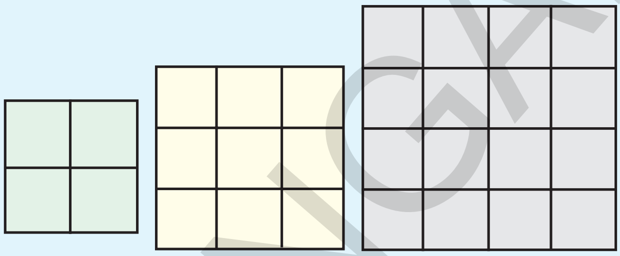
$\therefore \quad \frac{x}{y} = \text{k} \quad \Rightarrow x = ky,\ k$ என்பது விகித சமத்தின் மாறிலியாகும்.

y_1 மற்றும் y_2 ஆகிய yன் மதிப்புகள், xன் மதிப்புகளான x_1 மற்றும் x_2 க்கு ஒத்து இருக்கிறது எனில் $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}$

இதை செய்

1. நேர்விகித சமத்திற்கு 3 சூழ்நிலைகளை எழுது.
2. 2, 3, 4 மற்றும் 5செ.மீ பக்கங்களையுடைய சில சதுரங்களை எடுத்துக் கொள்வோம். சதுரங்களின் பரப்பளவைக் கண்டு கீழ் உள்ள அட்டவணையை நிரப்பு

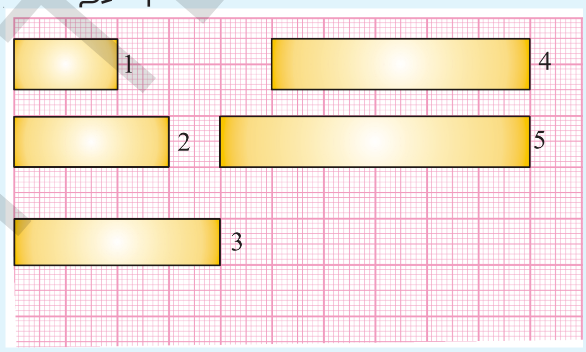
பக்கம்(செ.மீல்	பரப்பளவு செ.மீ^{2}ல்
2	
3	
4	
5	



என்ன கவனித்தாய்? மாறுப்பட்ட பக்க அளவைக் கொண்டு ஏற்படும் சதுரங்களின் பரப்பளவில் மாற்றம் காண்கிறாயா? மேலும் பக்கங்களின் நீளத்தைக் கொண்டு ஏற்படும் சதுரங்களின் பரப்பளவை கண்டுபிடி. அதன் விகிதம் சமமாக உள்ளதா? நிச்சயமாக இல்லை.

$\therefore$ இந்த மாற்றம் நேர்விகித சமம் இல்லை.

3. கீழ் உள்ளவை, கட்டதாளில் உள்ள சமமான அகலங்களை கொண்ட செவ்வகங்கள் ஆகும். ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவை கண்டுபிடித்து அட்டவணையை நிரப்புக.



செவ்வகம்	1	2	3	4	5
நீளம் (செ.மீ)					
பரப்பளவு(செ.மீ^{2})					

பரப்பளவு, நீளத்திற்கு நேர் விகித சமமாக உள்ளதா?

4.. கட்டத்தாளை எடுத்துக்கொண்டு ஒரே அளவுடைய நீளம் மற்றும் வெவ்வேறு அளவுடைய அகலம் கொண்ட செவ்வகங்களை உருவாக்கு. ஒவ்வொன்றிற்கும் பரப்பளவை கண்டுபிடி. அகலம் மற்றும் பரப்பளவைக் கொண்டு நீ என்ன முடிவு செய்தாய்?

எடுத்துக்காட்டு 1: ஒரே அளவுடைய 65 தேநீர் பொட்டலங்களின் விலை ரூ.2600, எனில் 75 பொட்டலங்களின் விலை என்ன?

தீர்வு : தேநீர் பொட்டலங்களை வாங்கும் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும் போது விலையும் அதிகரிக்கும் என்பது நமக்குத் தெரியும். எனவே தேநீர் பொட்டலங்களின் விலை தேநீர் பொட்டலங்களின் எண்ணிக்கைக்கு நேர்மாறாக உள்ளது.

தேநீர் பொட்டலங்களின் எண்ணிக்கை (x)	65	75
விலை (y)	2600	?

எனவே $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$ இங்கு x_1= 65 y_1 = 2600 x_2 = 75 y_2 = ?

பிரதியிடும்போது $\frac{65}{2600} = \frac{75}{y_2} \Rightarrow y_2 = \frac{75 \times 2600}{65}$ = ரூ.3000

∴ 75 பொட்டலங்களின் விலை ரூ.3000.

எடுத்துக்காட்டு 2: ரயில் நிலையத்தின் அருகே, கார் நிறுத்தும் இடத்தில் உள்ள கட்டணங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

மணியின் எண்ணிக்கை (x)	நிறுத்தும் கட்டணம் (y)
4 மணிவரை	ரூ. 60
8 மணிவரை	ரூ. 100
12 மணிவரை	ரூ. 140
24 மணிவரை	ரூ. 180

நிறுத்தும் கட்டணம் மற்றும் நிறுத்தும் மணி நேர்மாறலில் இருக்கிறதா என சரிபார்.

தீர்வு: இரண்டு மதிப்புகளும் படிப்படியாக உயர்வதை நாம் பார்க்கலாம்.

அவை நேர்விகித சமத்தில் உள்ளதா? $\frac{x}{y}$ ன் மதிப்பு என்ன?

அது மாறிலியாக இருந்தால், அவை நேர் விகிதசமத்தில் இருக்கும். இல்லை என்றால் அவை நேர் விகிதசமத்தில் இருக்காது. கீழ் உள்ளவற்றில் சரிப்பார்க்கலாம்.

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{60}, \frac{8}{100}, \frac{12}{140}, \frac{24}{180}$$

இவையாவும் சமமில்லை என்பதை நீ சுலபமாக கவனிக்கலாம். ஆகவே அவை நேர்விகிதசமத்தில் இல்லை.

எடுத்துக்காட்டு 3: 8மீ உயரம் உள்ள கம்பத்தின் நிழல் 10மீ நீளமாக உள்ளது.. இதே நிபந்தனையில் 40மீ நீளமுள்ள நிழலை கொண்ட மரத்தின் உயரம் என்ன?

தீர்வு : நிழலின் நீளம், கம்பத்தின் உயரத்திற்கு நேர்விகிதத்தில் உள்ளது.

எனவே $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$ இங்கு $x_1 = 8$மீ $y_1 = 10$மீ $x_2 = ?$ $y_2 = 40$மீ

பிரதியிடு $\frac{8}{10} = \frac{x_2}{40} \Rightarrow x_2 = \frac{8 \times 40}{10} = 32$மீ

எனவே மரத்தின் உயரம் 32மீ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 4: 50லி கொள்ளளவுக் கொண்ட ஒரு தொட்டியை 5மணி நேரத்தில் ஒரு குழாய் நிரப்பும். 75லி கொள்ளளவு கொண்ட ஒரு தொட்டியை நிரப்ப எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?

தீர்வு: தொட்டியில் உள்ள நீரின் கனஅளவு $\propto$ நிரப்புவதற்கு தேவையான நேரம்.

எனவே இங்கு $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$ இங்கு $x_1 = 50$*லி* $y_1 = 5$*மணி* $x_2 = 75$*லி* $y_2 = ?$

$\frac{50}{5} = \frac{75}{y_2} \Rightarrow y_2 = \frac{75 \times 5}{50} = \frac{\cancel{375}^{15}}{\cancel{50}_{2}} = 7\frac{1}{2}$ மணி

75லி கொள்ளளவு உள்ள தொட்டியை நிரப்ப தேவையான நேரம் $7\frac{1}{2}$ மணியாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5: 20மீ துணியின் விலை ரூ.1600 எனில் 24.5மீ துணியின் விலை என்ன?

தீர்வு : விலை, துணியின் நீளத்திற்கு நேர்விகிதத்தில் உள்ளது. எனவே $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$

எனவே $x_1 = 20$மீ $y_1 =$ ரூ.1600, $x_2 = 24.5$மீ மற்றும் $y_2 = ?$

பிரதியிடு $\frac{20}{1600} = \frac{24.5}{y_2} \Rightarrow x_2 = \frac{1600 \times 24.5}{20} =$ ரூ.1960

∴ எனவே 24.5மீ துணியின் விலை ரூ.1960.

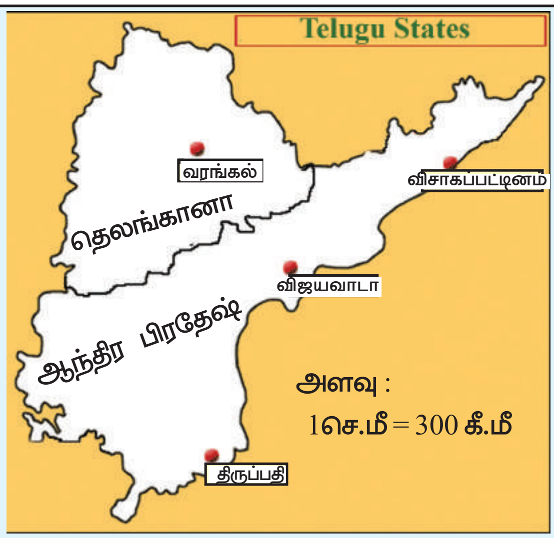
இதை செய்

பக்கத்தில் உள்ள படத்தில் தூரத்தின் அளவைக் கொண்டு (i) விஜயவாடா மற்றும் விசாகபட்டிணம் (ii) திருப்பதி–வரங்கல் இடையே உள்ள சரியான தூரத்தை கணக்கிடுக. இங்கு படத்தின் அளவுகோல்

1 செ.மீ : 30000000 செ.மீ

அல்லது

1 செ.மீ = 300 கி.மீ



பயிற்சி-10.1

1. ஒரு குறிப்பிட்ட தரத்தை உடைய 5மீ துணியின் விலை ₹.210 ஆகும். (i) 2மீ (ii) 4மீ (iii) 10மீ (iv) 13மீ அளவுடைய அதே தரத்துணியின் விலையைக் கண்டுபிடி.
2. அட்டவணையை நிரப்புக.

ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கை	1	4	7	12	20
ஆப்பிள்களின் விலை ₹	8	....	....	....	....

3. 48 நெல்மூட்டைகளின் விலை ₹.16,800 எனில் 36 நெல் மூட்டைகளின் விலையைக் கண்டுபிடி.
4. நான்கு நபர்களைக் கொண்ட ஒரு குடும்பத்தின் மாதச் செலவு ₹.2,800 எனில் 3 நபர்களையுடைய குடும்பத்தின் மாதச் செலவைக் கண்டுபிடி.
5. ஒரு கப்பலின் நீளம் 28மீ, அதன் பாய்மரத்தின் உயரம் 12மீ ஆகும். இதேபோல் ஒரு மாதிரி கப்பலின் பாய்மரத்தின் உயரம் 9செ.மீ எனில் அந்த மாதிரி கப்பலின் நீளம் என்ன?
6. 5மீ 60செ.மீ உயரம் உள்ள ஒரு நெட்டை கம்பத்தினால் விழும் நிழலின் நீளம் 3மீ20செ.மீ. அதே சமயத்தில் (i) 10மீ50செ.மீ உயரமுள்ள கம்பத்தினால் விழும் நிழலின் நீளத்தையும் (ii) 5மீ நீளமுள்ள நிழலைஉடைய கம்பத்தின் உயரத்தையும் கண்டுபிடி.
7. சரக்கு ஏற்றப்பட்ட ஒரு சரக்கு வண்டி 25நிமிடத்தில் 14கி.மீ பயணம் செய்யும். அதே வேகத்தில் 5மணி நேரத்தில் அந்த வண்டி எவ்வளவு தூரம் பயணம் செய்யும்?
8. 12 கனமான காகித தாள்களின் எடை 40கி. அதே காகித தாள்கள் $16\frac{2}{3}$ கி.கி எடை இருந்தால் அதில் உள்ள தாள்கள் எத்தனை?
9. ஒரு புகைவண்டி 75கி.மீ/மணி சீரான வேகத்தில் செல்கிறது.
   (i) 20நிமிடத்தில் எவ்வளவு தூரம் செல்லும்?
   (ii) 250கி.மீ தூரம் செல்ல எவ்வளவு நேரம் தேவைப்படும்?
10. மீச்சிறு மின்னணு (Microchip) கருவியின் திட்டத்தின் அளவுகோல் 40:1. திட்டத்தின் நீளம் 18செ.மீ எனில் மின்னணு கருவியின் உண்மையான நீளம் என்ன?
11. ஒரு வரைபடம், மருத்துவர்கள் மற்றும் வழக்கழிஞர்களின் சராசரி வயது 40 என கொண்டுள்ளது. மருத்துவர்களின் சராசரி 35 மற்றும் வழக்கழிஞர்களின் சராசரி 50 எனில் மருத்துவர்களின் எண்ணிக்கைக்கும், வழக்கறிஞர்களின் எண்ணிக்கைக்கும் உள்ள விகிதத்தை கண்டுபிடி?

செயல்திட்டம்

1. இந்திய வரைப்படத்தை எடுத்துக்கொள். அங்கு பயன்படுத்திய அளவை குறித்துகொள். ஏதாவது இரண்டு நகரங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரத்தை அளக்கவும். அவைகளுக்கிடையே உள்ள உண்மையான தூரத்தை கணக்கிடுக.
2. 5 நபர்களுக்கு அல்வா செய்ய கீழேயுள்ள பொருட்கள் தேவைபடுகிறது. சுஜி/ரவை = 250கி, சர்க்கரை = 300கி, நெய்=200கி, தண்ணீர்=500மி.லி விகிதசமம் கருத்தை பயன்படுத்தி உன் வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களுக்கு அல்வா தயாரிக்க தேவையான பொருட்களின் அளவை மதிப்பிடு.

10.2 தலைகீழ் விகிதசமம்

ஒரு பார்சல் கம்பெனியில் சில பார்சல்கள் பட்டுவாடா செய்ய வேண்டி இருந்தது. 36 நபர்களை வைத்துக்கொண்டால் 12 நாட்களில் முடியும். 18 நபர்களை கொண்டு பட்டுவாடா செய்தால் 24 நாட்கள் ஆகும். ஆட்களின் எண்ணிக்கை பாதியாகும்போது நாட்களின் எண்ணிக்கை இருமடங்கு ஆகிறது என்பதை பார். ஒரு வேளை கம்பெனி 72 நபர்களை வைத்துக் கொண்டால், நாட்கள் பாதியாகுமா?

ஆம். நாம் கீழே உள்ள அட்டவணையை பார்ப்போம்.

$\div 2$ $\div 4$ $\times 2$ $\times 3$

ஆட்களின் எண்ணிக்கை	36	18	9	72	108
தேவையான காலம்	12	24	48	6	4

$\times 2$ $\times 4$ $\div 2$ $\div 3$

ஒரு கம்பெனி பார்சல்கள் அனைத்தும் ஒரே நாளில் பட்டுவாடா செய்ய வேண்டும் எனில் எத்தனை ஆட்கள் தேவைப்படும்?

இரண்டு அளவுகளின் மாறுதல்களில், ஒன்றின் அளவு அதிகரிக்கும் போது அதே விகிதத்தில் மற்றொன்றின் அளவு குறைகிறது.அதே போல் ஒன்றின் அளவு குறையும் போது அதே விகிதத்தில் மற்றொன்றின் அளவு அதிகரிக்கிறது, இதை தலைகீழ் விகிதசமம் என்கிறோம். மேலே கூறப்பட்டுள்ள எடுத்துகாட்டில் ஆட்களின் எண்ணிக்கையும் நாட்களின் எண்ணிக்கையும் ஒன்றுக்கொன்று தலைகீழ் விகித சமமாக உள்ளது.

குறியீட்டு வடிவில் இதை கீழ்கண்டவாறு சொல்லலாம்.

$$\text{தேவையான நாட்களின் எண்ணிக்கை} \propto \frac{1}{\text{தேவையான ஆட்களின் எண்ணிக்கை}}$$

x, y தலைகீழ் விகித சமத்தில் உள்ளது எனில் $x \propto \frac{1}{y}$

$x = \frac{k}{y}$ இங்கு k என்பது விகித சமத்தின் மாறிலியாகும்.

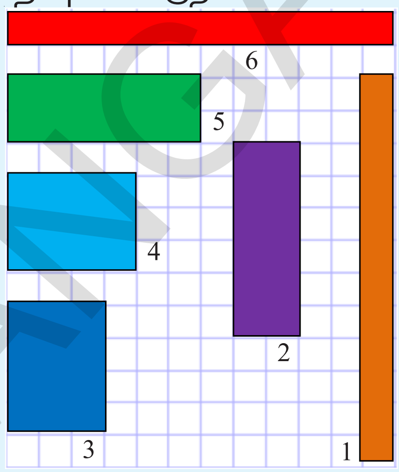
$xy = k$.

y ன் மதிப்புகளான y_1 மற்றும் y_2 ஆகியவைகளின் மதிப்புகள், x ன் மதிப்புகளான x_1 மற்றும் x_2 க்கு ஒத்து இருந்தால் $x_1y_1 = x_2y_2 (= k)$, (அ) $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$.

இதை செய்

1. நீ பார்த்த தலைகீழ் விகிதசமத்தின் 3 சூழ்நிலைகளை எழுதுக.
2. கட்டத்தாளின் மேல் அடுத்தடுத்தாற்போல் உள்ள 12 சதுரங்களை பயன்படுத்தி பல்வேறு பரிமாணங்களில் செவ்வகங்களை உருவாக்கு. அங்கு உருவான செவ்வகங்களின் நீளத்தையும், அகலத்தையும் கணக்கிடு. கீழ்உள்ள அட்டவணையில் மதிப்புகளை குறி.

செவ்வகம் எண்	நீளம் (செ.மீல்)	அகலம் (செ.மீ.ல்)	பரப்பளவு (ச.செ.மீல்)
1	$l1$……	$b1$……	……....
2	$l2$……	$b2$……	……....
3	$l3$……	$b3$……	……....
4	$l4$……	$b4$……	……....
5	$l5$……	$b5$……	……....
6	$l6$……	$b6$……	……....



நீ என்ன கவனித்தாய்? நீளம் அதிகரித்தால் அகலம் குறைகிறது மற்றும் மறுதலையாகவும் அதேபோல் உள்ளது. (மாறா பரப்பளவில்) நீளமும், அகலமும் ஒன்றுக்கொன்று தலைகீழ் விகிதசமத்தில் இருக்கிறதா?

எடுத்துக்காட்டு 6: 36 ஆட்கள் ஒரு சுவற்றை கட்ட 12 நாட்கள் ஆகும். 16 ஆட்கள் அந்த சுவற்றைக் கட்ட எத்தனை நாட்கள் ஆகும்?

தீர்வு : ஆட்கள் குறையும் போது, சுவற்றை கட்டுவதற்கான நேரம் அதேவிகிதத்தில் அதிகரிக்கும். எனவே ஆட்களின் எண்ணிக்கை, நாட்களின் எண்ணிக்கைக்கு தலைகீழாகவே இருக்கும்.

எனவே இங்கு $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$

x_1 = 36வேலையாட்கள், y_1 = 12 நாட்கள்

x_2 = 16 வேலையாட்கள் மற்றும் y_2 = ?நாட்கள்

ஆட்களின் எண்ணிக்கை	நாட்களின் எண்ணிக்கை
36	12
16	y_2

பிரதியிடுக, $\frac{36}{16} = \frac{y_2}{12} \Rightarrow y_2 = \frac{12 \times 36}{16}$ = 27 நாட்கள்.

எனவே, 16 ஆட்கள் சுவற்றை கட்ட 27 நாட்கள் ஆகும்.

வேலையாட்கள் குறையும் போது

$36 \div x = 16 \Rightarrow x = \frac{36}{16}$

எனவே நாட்கள் அதே விகிதத்தில் அதிகரிக்கும்.

i.e. $x \times 12 = \frac{36}{16} \times 12$

$= 27$ நாட்கள்

சிந்தித்து விவாதி, எழுது.

ஒவ்வொரு மாற்றமும் விகிதசமத்தில் உள்ளது என நாம் கூறமுடியுமா?

ஒரு புத்தகத்தில் 100 பக்கங்கள் உள்ளன. படித்த பக்கங்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் படிக்காமல் விட்ட பக்கங்களின் எண்ணிக்கையும் எப்படி மாறுபடும்?

படித்த பக்கங்களின் எண்ணிக்கை (x)	10	20	30	50	70
படிக்காமல் விட்ட மீதி பக்கங்கள் (y)	90	80	70	50	30

படித்து முடித்த பக்கங்கள் படிப்படியாக அதிகரிக்கும் போது படிக்காமல் விட்ட பக்கங்களின் எண்ணிக்கை என்னவாகிறது? விவரி.

பயிற்சி-10.2

1. கீழ் உள்ள அட்டவணையை கவனித்து அதில் எந்த இரண்டு மாறிகளின் ஜோடிகள் (இங்கு x மற்றும் y) தலைகீழ் விகிதசமத்தில் உள்ளது என கண்டுபிடி.

(i)

x	50	40	30	20
y	5	6	7	8

(ii)

x	100	200	300	400
y	60	30	20	15

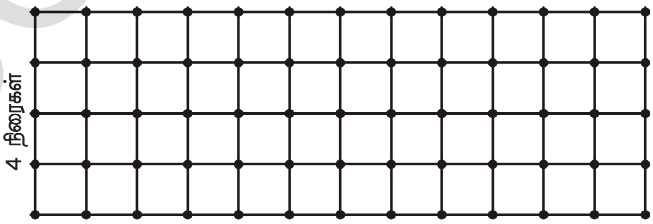
(iii)

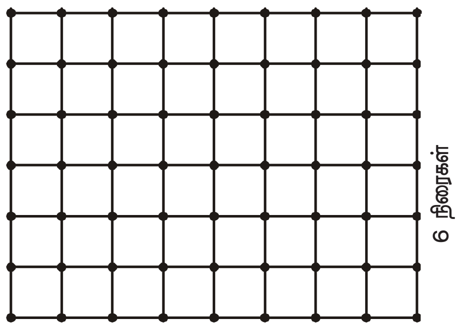
x	90	60	45	30	20	5
y	10	15	20	25	30	25

2. ஒரு பள்ளி, புத்தகங்கள் வாங்குவதற்காக ₹.6000 செலவிடுகிறது. இந்த விவரத்தை கொண்டு கீழ் உள்ள அட்டவணையை நிரப்புக.

ஒவ்வொரு புத்தகத்தின் விலை (₹.ல்)	40	50		75	
வாங்கிய புத்தகங்களின் எண்ணிக்கை	150		100		75

3. ஒரு கட்டத்தாளை எடுத்துக்கொண்டு வெவ்வேறு நிரை, நிரல்களைக் கொண்டு 48 சதுரங்களை அமை.





நிரைகளின் எண்ணிக்கை (R)	2	3	4	6	8
நிரல்களின் எண்ணிக்கை (C)	---	---	12	8	---

என்ன கவனித்தாய்? R அதிகரித்தால், C குறையும்

(i) Is $R_1 : R_2 = C_2 : C_1$?

(ii) Is $R_3 : R_4 = C_4 : C_3$?

(iii) R மற்றும் C ஒன்றுக்கொன்று தலைகீழ் விகிதசமத்தில் உள்ளதா?

(iv) இதை 36 கட்டங்களைக் கொண்டு செய்க.

வகுப்பு செயல்திட்டம்

உங்கள் வகுப்பில் ஒரு வாரத்தில் வந்த மாணவர்கள் மற்றும் வராத மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை கொண்டு ஒரு அட்டவணையை தயார்செய்.

உன் நண்பர்களுடன் விவாதித்து உன்னுடைய குறிப்பை உன் பதிவேட்டில் எழுது.

நாம் இங்கு சில எடுத்துக்காட்டுகளை தீர்க்கலாம்.

வாரத்தின் நாட்கள்	வந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை (x)	வராத மாணவர்களின் எண்ணிக்கை (y)	$x.y$
திங்கள்			
செவ்வாய்			
புதன்			
வியாழன்			
வெள்ளி			
சனி			

எடுத்துக்காட்டு 7 : ஒரு விடுதியில் 100 மாணவர்களுக்கான உணவு பொருட்கள் 40 நாட்களுக்கு தேவையான அளவு இருக்கிறது. 4 நாட்கள் கழித்து 20 மாணவர்கள் அதிகமாக விடுதியில் சேர்ந்தால் உணவு பொருட்கள் எத்தனை நாட்களுக்கு போதுமானதாகும்?

தீர்வு: மாணவர்களின் எண்ணிக்கை அதிகமானதால், உணவுப் பொருட்களும் அதேவிகிதத்தில் குறைந்து தீர்ந்து போகும்.எனவே இது தலைகீழ்விகித சமம் ஆகும்.

	உணவு பொருட்கள் தேவைப்படும் நாட்கள்	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
	40	100
4 நாட்கள் கழித்து	36 ↓	↑ 100
	x	120

கையிருப்பு அரிசி 100 மாணவர்களுக்கு 36 நாட்களுக்கு போதுமானது எனில் 120 மாணவர்களுக்கு எத்தனை நாட்களுக்கு போதுமானதாகும் என்பது கேள்வியாகும்.

$$\frac{36}{x} = \frac{120}{100}$$

$$x = \frac{\overset{3}{\cancel{36}} \times 10\cancel{0}}{\cancel{12}\,\cancel{0}} = 30 \text{ நாட்கள்}$$

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை அதிகரிப்பதால்

$$100 \times x = 120 \Rightarrow x = \frac{120}{100}$$

ஆகவே நாட்களின் எண்ணிக்கை அதே விகிதத்தில் குறையும் i.e. $36 \div x$

$$= 36 \div \frac{120}{100}$$

$$\Rightarrow 36 \times \frac{100}{120} = 30 \text{ நாட்கள்}$$

எடுத்துக்காட்டு 8: ஒரு கார் 60கி.மீ/ம வேகத்தில் பயணம் செய்து சேர வேண்டிய இடத்திற்கு 4மணி நேரத்தில் சென்றடைகிறது. அதே கார் 80கி.மீ/ம வேகத்தில் சென்றால் எத்தனை மணி நேரத்தில் சென்றடையும்?

தீர்வு: வேகம் அதிகரித்தால், அதே விகித சமத்தில் எடுத்துக்கொள்ளும் நேரமும் குறையும். எனவே எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் அதே தூரத்திற்கு வாகனத்தின் வேகத்திற்கு தலைகீழ் விகிதமாக இருக்கும்.

முறை I

வேகம்	நேரம்
60 ↓	4 ↑
80	x

$$\frac{60}{80} = \frac{x}{4}$$

$$60 \times 4 = 80 \times x$$

$$x = \frac{60 \times 4}{80} = 3 \text{ மணி}$$

(or)

முறை II

வேகம்	நேரம்
$x \times$ 60	4 $\div x$
80	y

$$60 \times x = 80$$

$$x = \frac{60}{80}$$

$$4 \div \frac{80}{60} = y$$

$$y = \frac{4 \times 60}{80} = 3 \text{ மணி}$$

எடுத்துக்காட்டு 9 : ஒரு நீர் தொட்டியை 1 மணி 20நிமிடம் நிரப்ப 6 குழாய்கள் தேவைப்படுகிறது. அதே மாதிரி வகையை சார்ந்த 5 குழாய்கள் கொண்டு நீரை நிரப்ப எவ்வளவு நேரம் தேவைப்படும்?

தீர்வு : நீர் தொட்டியை நிரப்ப தேவையான நேரத்தை x நிமிடம் என வைத்துக் கொள்ளலாம். எனவே நமக்கு கீழுள்ள அட்டவணை கிடைக்கும்.

குழாய்களின் எண்ணிக்கை	6	5
நேரம் (நிமிடம்)	80	x

குழாய்களின் எண்ணிக்கை குறைய, நீர் தொட்டியை நிரப்ப நேரம் அதிகரிக்கும்.

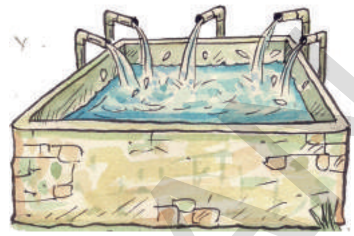
எனவே இது தலைகீழ் விகித சமம் ஆகும்.

எனவே, $80 \times 6 = x \times 5$ $[x_1 y_1 = x_2 y_2]$

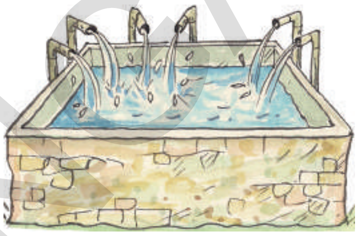
(அ) $\frac{80 \times 6}{5} = x$

(அ) x = 96 நிமிடம்.

5 குழாய்களால் நீர் தொட்டியை நிரப்ப 96நிமி. (அ) 1மணி 36நி.ஆகும்.



5 குழாய்கள் உள்ள தொட்டி



6 குழாய்கள் உள்ள தொட்டி

பயிற்சி-10.3

1. சிரி என்பவளிடம் 1கி. ₹.8 வீதத்தில் 5 கிலோ உருளைகிழங்கு வாங்க தேவையான பணம் உள்ளது. அதே பணத்தைக் கொண்டு கிலோ ₹.10 எனும் வீதத்தில் எத்தனை கிலோ வாங்க முடியும்?
2. ஒரு முகாமில் 70 நாட்களுக்கு 500 நபர்களுக்கு உணவு இருப்பில் உள்ளது. மேலும் 200 நபர்கள் அதிகமாக முகாமில் சேர்ந்தால் எவ்வளவு நாட்களுக்கு போதுமானதாக இருக்கும்?
3. 36 ஆட்கள் ஒரு வேலையை 12 நாட்களில் முடிப்பார்கள். 9 ஆட்கள் அவ்வேலையை எத்தனை நாட்களில் முடிப்பார்கள்?
4. சைக்கிள் சவாரி செய்யும் ஒருவர் 28கி.மீ தூரத்தை 2மணி நேரங்களில் செல்வார். 56கி.மீ தூரத்தை அதே வேகத்தில் எத்தனை மணி நேரத்தில் செல்வார்.
5. ஒரு கப்பல் ஒரு குறிப்பிட்ட தூரத்தை 10மணி நேரத்தில் 16 கடல்மை/மணி வேகத்தில் கடக்கும். அதே தூரத்தை 8மணி நேரத்தில் கடக்கும் போது எவ்வளவு வேகம் அதிகரிக்கும்? (கடல்மைல் என்பது கடல் தூரத்தை அளக்கும் அளவின் அலகு ஆகும்.அதாவது 1852 மீட்டர்கள்)
6. ஒரு நீர்தொட்டியை $1\frac{1}{2}$ மணிநேரத்தில் நிரப்ப 5 குழாய்கள் தேவைப்படுகிறது. அரைமணி நேரத்தில் தொட்டியை நிரப்ப எத்தனை குழாய்கள் தேவைப்படும்?
7. 15 ஆட்கள் ஒரு சுவற்றை 48மணி நேரத்தில் கட்டுவார்கள். 30மணி நேரத்தில் அதே சுவற்றை கட்ட எத்தனை ஆட்கள் தேவைப்படும்?
8. ஒரு பள்ளியில் ஒரு நாளுக்கு 8 பிரிவேளைகள் ஒவ்வொன்றும் 45நிமிட காலம் நடக்கும். ஒரு நாளுக்கு 6 பிரிவேளைகள் என்றால் எவ்வளவு நிமிட கால அவகாசம் ஒவ்வொரு பிரிவேளைக்கும் கிடைக்கும். (பள்ளியின் மணி நேரம் இரண்டிற்கும் ஒன்றே)

9. Z என்பது x க்கு நேர்மாறாலாகவும் y க்கு தலைகீழாகவும் மாறுபடுகிறது. xக்கு 12% அதிகரிப்பதையும் மற்றும் y க்கு 20% அதிகரிப்பதையும் கொண்டு z ல் அதிகரிக்கும் சதவீதத்தை கண்டுப்படி.
10. $x + 1$ ஆண்கள் ஒரு வேலையை $x + 1$ நாட்களில் செய்வர். $(x + 2)$ ஆண்கள் அதே வேலையை எத்தனை நாட்களில் செய்து முடிப்பர்?
11. 24மீ சுற்றளவுக் கொண்ட ஒரு செவ்வகத்தின் நீளத்தை 1மீ அதிகரித்தால் அது அகலத்திலும், பரப்பளவிலும் மாறுபடும். கீழே உள்ள அட்டவணையை பயன்படுத்தி நீளத்திற்கேற்ப அகலமும், பரப்பளவும் எவ்வாறு மாறுபடுகிறது என்பதைப்பார். என்ன கவனித்தாய்? நீ கவனித்ததை உன் பதிவேட்டில் குறி.

நீளம்(செ.மீ.ல்)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
அகலம்(செ.மீ.ல்)	11	10	....	....	....	....	....	......	.....
பரப்பளவு (செ.மீ.^{2})	11	20	....	....	....	....	....	......	.....

10.3 கலப்பு விகிதசமம்

சில நேரங்களில் ஒரு அளவில் ஏற்படும் மாற்றம், இரண்டு (அ) அதற்கு அதிகமான அளவுகளில் ஒரே விகிதசமத்தில் ஏற்படும் மாற்றங்களை சார்ந்திருக்கும் நாம் முதல் அளவின் விகிதத்துடன் மற்ற இரண்டு அளவுகளின் கலப்பு விகிதத்தோடு சமம் செய்யலாம்.

(i) ஓர் அளவு மற்ற இரண்டு அளவுகளுடன் நேர் விகித சமமாக இருக்கலாம்.
(ii) ஓர் அளவு மற்ற இரண்டு அளவுகளுடன் தலைகீழ் விகித சமமாக இருக்கலாம்.
(iii) ஓர் அளவு மற்ற இரண்டு அளவுகளில் ஒன்றுடன் நேர்விகித சமமாகவும் மற்றதுடன் தலைகீழ் விகிதசமமாக இருக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 10: 35 மாணவர்களுக்கு 24 நாட்களுக்கு ஆகும் உணவுச் செலவு ₹.6300. 25 மாணவர்களுக்கு 18 நாட்களுக்கு ஆகும் உணவுச் செலவு எவ்வளவு?

தீர்வு: இங்கு மூன்று அளவுகள், அதாவது உணவுச் செலவு, மாணவர்களின் எண்ணிக்கை மேலும் நாட்களின் எண்ணிக்கை இருக்கின்றன.

உணவுச் செலவு (₹.ல்)	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	நாட்களின் எண்ணிக்கை
6300	35	24
? (x)	25	18
$6300 : x$	$35:25 = 7:5$	$24:18 = 4:3$

உணவுச் செலவு மாணவர்களின் எண்ணிக்கைக்கு நேர்விகித சமத்தில் இருக்கிறது.

உணவுச் செலவு $\propto$ மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

$6300 : x = 7:5$

மறுபடியும் உணவுச் செலவு, நாட்களின் எண்ணிக்கைக்கு நேர்விகித சமத்தில் இருக்கிறது.

உணவுச் செலவு $\propto$ நாட்களின் எண்ணிக்கை

$6300 : x = 4 : 3$

ஆகவே உணவுச் செலவு இரண்டு மதிப்பையும் சார்ந்துள்ளது. அதாவது மாணவர்களின் எண்ணிக்கை மேலும் நாட்களின் எண்ணிக்கை. எனவே இந்த இரண்டு மாறிகளுக்கும் கலப்பு விகிதசமம் எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

உணவுச் செலவு $\propto$ மாணவர்களின் எண்ணிக்கையின் விகிதம் மற்றும் நாட்களின் எண்ணிக்கையின் விகிதம் ஆகியவற்றின் கலப்புவிகிதம்.

$6300 : x = 7 : 5$ மற்றும் $4 : 3$ன் கலப்பு விகிதம்.

$6300 : x = 7 \times 4 : 5 \times 3$

$6300 : x = 28 : 15$

மத்திய உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் = கோடி உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன்

$28 \times x = 15 \times 6300$

$$x = \frac{15 \times 6300}{28}$$

x =₹.3375.

₹.3375 என்பது தேவையான உணவுச் செலவாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 11: 24 வேலையாட்கள் ஒரு நாளுக்கு 6மணி நேரம் வேலை செய்து 14 நாட்களில் முடிப்பார்கள். ஒவ்வொரு வேலையாட்களும் ஒரு நாளுக்கு 7 மணிநேரம் வேலை செய்தால் அதே வேலையை 8 நாட்களில் முடிப்பர் எனில் எத்தனையாட்கள் தேவைபடுவர்?

தீர்வு : மூன்று ராசிகள் உள்ளது. வேலை ஆட்களின் எண்ணிக்கை, ஒரு நாளின் நேரத்தின் எண்ணிக்கை மற்றும் நாட்களின் எண்ணிக்கை.

வேலை ஆட்களின்	ஒரு நாளில் வேலை செய்யும் நேரத்தின்எண்ணிக்கை (மணிகளில்)	நாட்களின் எண்ணிக்கை
24	6	14
? (x)	7	8
$24 : x$	$6 : 7$	$14 : 8 = 7 : 4$

வேலை ஆட்கள் எண்ணிக்கை, ஒரு நாளின் வேலை செய்யும் நேரத்தின் எண்ணிக்கைக்கு தலைகீழ் விகிதத்தில் உள்ளது.

$$\text{வேலை ஆட்களின் எண்ணிக்கை} \propto \frac{1}{\text{ஒரு நாளின் வேலை செய்யும் நேரத்தின் எண்ணிக்கை(மணிகளில்)}}$$

24 : x = 6 : 7 ன் தலைகீழ்விகிதம் (அதாவது) 7 : 6

$\Rightarrow$ 24 : x நேர்விகிதசமம் 7 : 6.

மறுபடியும், நாட்களின் எண்ணிக்கை வேலையாட்களின் எண்ணிக்கைக்கு தலைகீழ் விகித சமத்தில் உள்ளது.

வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை $\propto \dfrac{1}{\text{நாட்களின் எண்ணிக்கை}}$

24: x = 7 : 4 ன் தலைகீழ்விகிதம் (அதாவது) 4 : 7

வேலையாட்கள் இரு மாறிகளை சார்ந்து உள்ளனர் அதாவது நாட்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் ஒரு நாளின் வேலை செய்யும் நேரத்தின் எண்ணிக்கை. எனவே. வேலையாட்களின் எண்ணிக்கை $\propto$ ஒரு நாளின் வேலை செய்யும் நேரத்தின் எண்ணிக்கையின் தலைகீழ் விகிதம் மற்றும் நாட்களின் எண்ணிக்கைக்கு தலைகீழ் விகிதம் ஆகியவற்றின் கலப்பு விகிதம்.

24 : x = 7 : 6 மற்றும் 4 : 7ன் கலப்பு விகிதம்

24 : x = 7 $\times$ 4 : 6 $\times$ 7

24 : x = 4 : 6

24 : x = 2 : 3

மத்திய உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் = கோடி உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன்.

2 $\times$ x = 24 $\times$ 3

x = 36

∴ தேவையான வேலையாட்கள் = 36.

மாற்று முறை

$$\frac{24}{x} = \frac{7}{6} \times \frac{4}{7}$$

$$\frac{24}{x} = \frac{2}{3}$$

$$2 \times x = 24 \times 3$$

$$x = \frac{72}{2} = 36$$

எடுத்துக்காட்டு 12: 12 வண்ணம் பூசுபவர்கள் 180மீ நீளமுள்ள சுவற்றிற்கு வண்ணம் பூச 3 நாட்கள் ஆகும். 200மீ நீளமுள்ள சுவற்றை 5 நாட்களில் வண்ணம் பூச எத்தனை வண்ணம் பூசுபவர்கள் தேவைப்படுவார்கள்?

தீர்வு: இங்கு வண்ணம் பூசுபவர்களின் எண்ணிக்கை சுவற்றின் நீளத்திற்கு நேர்விகிதசமமாகவும் நாட்களின் எண்ணிக்கைக்கு தலைகீழ் விகிதசமமாகவும் உள்ளது.

வண்ணம் பூசுபவர்களின் எண்ணிக்கை	சுவற்றின் நீளம் (மீ)	நாட்கள் எண்ணிக்கை
12	180	3
x	200	5
12 : x	180 : 200 = 9 : 10	3 : 5

வர்ணம் பூசுபவர்களின் எண்ணிக்கை α சுவற்றின் நீளம்

12 : x = 9 : 10 ---- ① மற்றும்

வண்ணம் பூசுபவர்கள் $\alpha \dfrac{1}{\text{நாட்களின் எண்ணிக்கை}}$

$12 : x = 3 : 5$ன் தலைகீழ் விகிதம்

$12 : x = 5 : 3$ ---- (2)

(1) மற்றும் (2) விருந்து

$12 : x = 9 : 10$ மற்றும் $5 : 3$ ன் கலப்பு விகிதம்

$= (9 : 10) \times (5 : 3)$

$= 9 \times 5 : 10 \times 3$

$= 45 : 30 = 3 : 2$

$12 : x = 3 : 2$ (கோடி உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் = மத்திய உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன்)

$3 \times x = 12 \times 2$

$$x = \frac{24}{3} = 8$$

∴ தேவையான வண்ணம் பூசுபவர்களின் எண்ணிக்கை = 8

மாற்று முறை

$$\frac{12}{x} = \frac{9}{10} \times \frac{5}{3}$$

$$\frac{12}{x} = \frac{3}{2}$$

$$12 \times 2 = 3 \times x$$

$$x = \frac{\overset{4}{\cancel{12}} \times 2}{\cancel{3}} = 8$$

பயிற்சி-10.4

1. 8 ஆட்களுக்கு 20 நாட்களுக்கு ₹.480 மதிப்புள்ள அரிசி தேவைப்படுகிறது. 12 ஆட்களுக்கு 15 நாட்களுக்கு தேவைப்படும் அரிசியின் விலை என்ன?

2. 10 ஆட்கள் 75 கி.மீ நீளமான சாலையை 5 நாட்களில் போட்டு முடிப்பார்கள். 15 ஆட்கள் 45 கி.மீ நீளமுள்ள சாலையை போட எத்தனை நாட்களாகும்?

3. 24 ஆட்கள் நாளொன்றுக்கு 8மணி நேரம் வீதம் வேலை செய்து ஒரு வேலையை 15 நாட்களில் முடிப்பார்கள். அதே வேலையை 20 ஆட்கள் நாளொன்றுக்கு 9மணி நேரம் வீதம் வேலை செய்தால் எத்தனை நாட்களில் முடிப்பார்கள்?

4. 175 ஆட்கள் 3150மீ நீளமுள்ள கால்வாயை 36 நாட்களில் தோண்டி முடிப்பார்கள், 3900மீ நீளமுள்ள கால்வாயை 24 நாட்களில் தோண்டி முடிக்க எத்தனை ஆட்கள்தேவை?

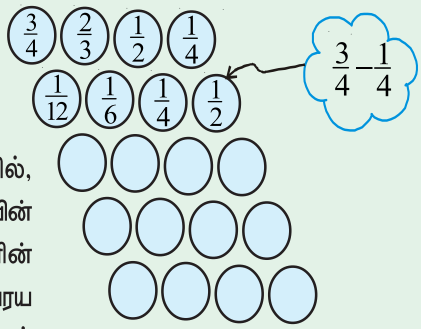
5. 14 தட்டச்சர்கள் ஒரு புத்தகத்தின் அச்சுக்காக ஒரு நாளில் 6மணி நேரம் தட்டச்சு செய்தால் 12 நாட்களில் முடிப்பர். அதே வேலையை 4 தட்டச்சர்கள் 7மணி நேரம் வேலையைச் செய்தால் எத்தனை நாட்களில் முடிப்பார்கள்?

நாம் கற்றவை

- x மற்றும் y நேர்விகித சமத்தில் இருந்தால், இரண்டு அளவுகளும் ஒரே விகிதத்தில் மாறுபடும். $\frac{x}{y} = k$ (அ) $x = ky$. இதை நாம் $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$ (அ) $x_1y_2 = x_2y_1$ என எழுதலாம். (yன் மதிப்புகளான y_1, y_2 xன் மதிப்புகளான x_1, x_2க்கு முறையே ஒத்துள்ளது).
- x மற்றும் y தலைகீழ் விகித சமத்தில் இருக்கும் போது அவற்றிற்கு இடையே உள்ள உறவு $xy = k$ என இருக்கும், k என்பது ஒரு மாறிலியாகும். y ன் மதிப்புகளான y_1, y_2 ஆகியவை x ன் மதிப்புகளாகிய x_1 மற்றும் x_2 ஆகிய மதிப்புகளுடன் முறையே ஒத்திருத்தல் $x_1y_1 = x_2y_2$ (= k), or $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$.
- ஒரே விகிதசமத்தில் ஓர் அளவு அதிகரிக்கும்போது (குறைந்தால்) அது மற்றொரு அளவு குறையும் (அதிகரித்தால்). நாம் அதை மற்றொரு அளவிற்கு தலைகீழ் விகிதத்தில் உள்ளது எனச் சொல்லலாம். முதல் அளவுகளான $(x_1 : x_2)$ ஆகிய விகிதம் இரண்டாவது அளவுகளான $(y_1 : y_2)$ ஆகியவற்றிற்கு தலைகீழ்விகிதத்தில் உள்ளது. இரண்டின் விகிதங்களும் ஒன்றாக இருந்தால் இதன் மறுதலையை விகிதசமத்தில் கூறலாம். மேலும் இதனை தலைகீழ் விகிதசமம் என்றும் கூறுகிறோம்.

விகிதங்களின் வித்தியாசம் காணல்(Diffy with fractions)

இந்த செயல்பாட்டில் கடைபிடிக்கப்படும் வழிமுறை(process) Diffy என்றழைக்கப்படும். எண்களின் தொடர்ச்சியான வேறுபாடுகளை பயன்படுத்தும் வழிமுறையை கொண்டுள்ளதால் இப்பெயர் பெற்றது.இந்த செயல்முறை கழித்தலில் பயிற்சி அளிக்க பயன்படுகிறது.



படி 1 : படத்தில் காட்டியுள்ளது போல் வட்ட வரிசைகளை ஏற்படுத்தி, முதல் வரிசையில் உள்ள நான்கு வட்டங்களில் நான்கு விகிதங்கள் எடுத்துக் கொள்.

படி 2 : இரண்டாவது வரிசையின் முதல் மூன்று வட்டங்களில், அந்தந்த வட்டங்களுக்கு மேல் உள்ள முதல் வரிசையின் வலது, இடது புற வட்டங்களில் உள்ள விகிதங்களின் வித்தியாசத்தை எழுது. அவ்வாறு கழிக்கும் போது , பெரய விகிதத்திலிருந்து சிறிய விகிதத்தை கழிக்க வேண்டும் என்பதை நினைவில் கொள். நான்காவது வட்டங்களில் உள்ள விகிதங்களின் வித்தியாசததை எழுது.

படி 3 : இந்த படிகளை, பல வட்டவரிசைகளுக்கு தொடர்ந்து செய்க. வரிசையில் உள்ள வட்டங்களில் ‘0’ விகிதங்கள் வரும் வரை தொடர்ந்து செய்க.

படி 4 : முதல் வரிசையில் விகிதங்களை மாற்றி அமைத்து, படிகள் 1,2 மற்றும் 3-ஐ பல முறை செய்க.

முதல் வரிசையை $\frac{2}{7}, \frac{4}{5}, \frac{3}{2}, \frac{5}{6}$ -ஐ விகிதங்களாக கொண்டு fraction Diffy -ஐ விளையாடு.

அத்தியாயம் 11

இயற்கணித கோவைகள்

11.0 அறிமுகம்

கீழ்கண்ட கோவைகளை பார்

(i) $3+8-9$ (ii) $\frac{1}{3}xy$ (iii) 0 (iv) $3x+5$ (v) $xy-3$ (vi) $15+0-19$ (vii) $3x/y\,(y\neq 0)$

இதில் (i), (iii) மேலும் (vi) முதலியன எண் கோவைகள். (ii), (iv), (v) மேலும் (vii) முதலியன இயற்கணித கோவைகள்.

இவற்றிற்கிடையே உள்ள வித்தியாசத்தை நீ காண்கிறாயா?

கோவைகள் யாவும் மாறிகள், மற்றும் மாறிலிகளை கொண்டு இருக்கும் என்பதை அறிந்துக் கொண்டால் நீ எண்ணற்ற கோவைகளை அமைக்கலாம்.. $3x+5$, என்ற கோவையில் x ஓர் மாறி, 3,5 போன்றவை மாறிலிகள். $3x$ என்பது இயற்கணித உறுப்பு, 5 என்பது எண்உறுப்பு. $4xy+7$ என்ற கோவையானது x, y என்ற மாறிகளையும் 4,7 என்ற மாறிலிகளையும் கொண்டு அமைக்கப்பட்டது.

இங்கு $3xy$ என்பது ஓர் உறுப்பையும் $2xy+pq-3$ என்பது மூன்று உறுப்புகளையும் கொண்டுள்ளது.

எனவே உறுப்புகள் யாவும் மாறிகள் மேலும் மாறிலிகளை கொண்டுள்ளது. உறுப்புகளின் கூடுதல் அல்லது கழித்தல் அமைப்பை கோவைகள் என்பர்.

$3x+5$ எனும் கோவையின் மதிப்பு ஏதேனும் ஓர் எண் என்று நமக்குத் தெரியும். $x=2$ எனும் போது $3x+5$ என்ற கோவையின் மதிப்பு 3 (2) + 5 = 6 + 5 = 11 என நாம் அறிவோம். x ன் வெவ்வேறு மதிப்புகளுக்கு $3x+5$ என்ற கோவைக்கு வெவ்வேறு மதிப்புகள் கிடைக்கும்.

இதை செய்

1. கீழ்கண்ட இயற்கணித கோவைகளில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை கண்டுபிடி
   $5xy^2$, $5xy^3-9x$, $3xy+4y-8$, $9x^2+2x+pq+q$.
2. xன் பல்வேறு மதிப்புகளுக்கு $3x+5$ன் மதிப்பை கண்டுபிடி

$5xy^2, 5xy^3-9x$, $3xy+4y-8$ என்ற மேலும் சில இயற்கணித கோவைகளை எடுத்துக்கொள்வோம். இவற்றில் $5xy^2$ என்பது ஓருறுப்பு கோவை, $5xy^3-9x$ என்பது ஈருறுப்புகோவை. மேலும் $3xy+4y-8$ என்பது மூவுறுப்பு கோவை என்பது தெளிவாக தெரிகிறது.

ஓருறுப்பு கோவையிலுள்ள மாறிகளின் அடுக்குகளின் கூடுதல் அந்த ஓருறுப்பு கோவையின் படி ஆகும்.

$5x^2y$ என்ற ஓருறுப்பு கோவையின் படி 3, என்று உனக்குத் தெரியும். மேலும் $5xy^3-9x$ என்ற ஈருறுப்பு கோவையின் படி 4, அதேபோல்

ஒரு கோவையில் உள்ள உறுப்புகளின் அதிகமான படியை அக்கோவையின் படி என்பர்.

ஒரு கோவையில் ஒன்று, இரண்டு, மூன்று உறுப்புகள் இருந்தால் அவற்றை முறையே ஓருறுப்பு, ஈருறுப்பு மற்றும் மூவுறுப்பு கோவைகள் என்பர். பொதுவாக பூஜ்ஜியமற்ற குணகங்களை கொண்ட ஒன்று (அ) அதற்கு மேற்பட்ட உறுப்புகளை உள்ளடக்கிய இயற்கணித கோவையை பல்லுறுப்பு கோவைகள் என்பர்.

11.1 ஓரின மேலும் வேரின உறுப்புகள்

கீழ்கண்ட உறுப்புகளை கவனி

$2x,\ 3x^2,\ 4x,\ -5x,\ 7x^3$

இவற்றுள் $2x$, $4x$ மேலும் $-5x$ ஆகியவை சம அடுக்கை கொண்ட ஒரே மாறிகளை கொண்டுள்ளது. இவைகளை ஓரின உறுப்புகள் என்கிறோம். ஓரின உறுப்புகளுக்கு ஒரே மாதிரியான எண் குணகம் இருக்கவேண்டிய அவசியம் இல்லை. $8p$ மேலும் $8q$ ஏன் ஓரின உறுப்பு அல்லவ? $8p$ மேலும் $8pq$ ஏன் ஓரின உறுப்பு அல்லவ? $8p$ மேலும் $8p^2$ ஓரின உறுப்பல்ல ஏன்?

இதை செய்

1. பின்வருவனவற்றுள் ஓரின உறுப்புகளை கண்டுபிடி
   $ax^2y,\ 2x,\ 5y^2,\ -9x^2,\ -6x,\ 7xy,\ 18y^2.$
2. $5pq^2$ க்கு 3ஓரின உறுப்புகளை எழுது.

11.2 இயற்கணித கோவைகளின் கூட்டல் மேலும் கழித்தல்

எடுத்துக்காட்டு 1: கூட்டு $5x^2+3xy+2y^2$ மற்றும் $2y^2-xy+4x^2$

தீர்வு: ஓரின உறுப்புகள் ஒன்றன் கீழ் ஒன்றாக வரும்படி கோவைகளை எழுதுக

$$\begin{array}{rrrrrr} & 5x^2 & + & 3xy & + & 2y^2 \\ + & 4x^2 & - & xy & + & 2y^2 \\ \hline & 9x^2 & + & 2xy & + & 4y^2 \\ \hline \end{array}$$

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

1. $2pq$ மேலும் $4pq$ன் கூடுதல் $8p^2q^2$ என ஷீலா கூறுகிறாள். அவள் கூறியது சரியா? உனது கருத்தை கூறு.
2. $4x$ மேலும் $7y$ ன் கூடுதல் $11xy$ என ரகுமான் கூறினான். நீ இதை ஏற்று கொள்கிறாயா?

எடுத்துக்காட்டு 2: $12xy+4x^2-3y^2$ ல் இருந்து $2xy+9x^2$ ஐ கழி.

தீர்வு: கழிக்கும் கோவையை முதலிலும், கழிக்கப்படும் கோவையை அதன் கீழேயும் ஓரின உறுப்புகள் ஒன்றன் கீழ் ஒன்றாக வருமாறு எழுதுவேண்டும்.

$$\begin{array}{l} 12xy + 4x^2 - 3y^2 \\ \ \ 2xy + 9x^2 \\ (-)\quad\ (-) \\ \hline 10xy - 5x^2 - 3y^2 \\ \hline \end{array}$$

கழிக்கப்படும் கோவையயின் ஒவ்வொரு உறுப்பின் குறியை மாற்றி பின்னர் கூட்டவும்.

குறிப்பு : ஓர் எண்ணின் கழித்தல் என்பது அவ்வெண்ணின் கூட்டல் எதிர்மாறியை கூட்டுவதற்கு சமம். அதாவது-3ஐ கழிப்பது +3ஐ கூட்டுவதற்கு சமம். இதுபோலவே $9x^2$ ஐ கழிப்பது $-9x^2$ ஐ கூட்டுவதற்கு, $-3xy$ ஐ கழிப்பது $+3xy$ ஐ கூட்டுவதற்கு சமம்.

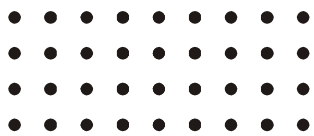
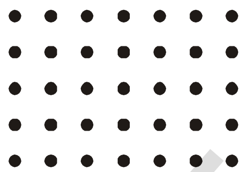
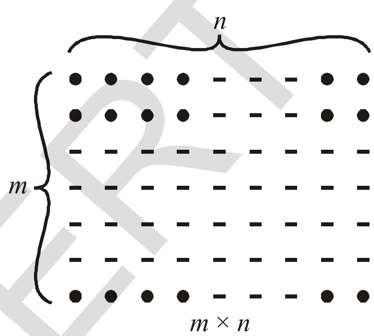
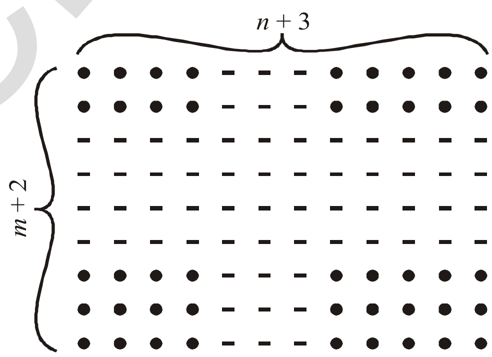
இதை செய்

1. $A = 2y^2 + 3x - x^2$, $B = 3x^2 - y^2$ மேலும் $C = 5x^2 - 3xy$ எனில்
(i) $A + B$ (ii) $A - B$ (iii) $B + C$ (iv) $B - C$ (v) $A + B + C$ (vi) $A + B - C$ ஐ கண்டுபிடி.

11.3 இயற்கணித கோவைகளின் பெருக்கல்

அறிமுகம்

(i) பின்வரும் புள்ளிகளின் அமைப்பை கவனி.

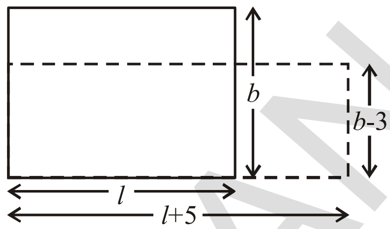
புள்ளிகளின் அமைப்பு	புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை நிரை × நிரல்
	4×9
	5×7
	$m \times n$
	$(m + 2) \times (n + 3)$

மொத்த புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையை கண்டறிய வேண்டுமானால் நிரைகளில் உள்ள கோவைகளின் எண்ணிக்கையை நிரல்களில் உள்ள கோவைகளின் எண்ணிக்கையோடு பெருக்க வேண்டும்.

இங்கு நிரைகளின் எண்ணிக்கை இரண்டு அதிகமாக்கப்பட்டிருக்கிறது அதாவது m+2 மற்றும் நிரல்களின் எண்ணிக்கை 3அதிகமாக்கப்பட்டிருக்கிறது அதாவது n+3

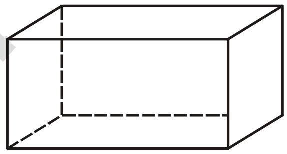
(ii) இரண்டு கோவையை பெருக்க மற்றொரு நிகழ்வை இப்பொழுது சிந்திப்பாயா?

அமினா எழுந்து செவ்வகத்தின் பரப்பளவை கூறலாம் என்று கூறினாள். செவ்வகத்தின் பரப்பளவு lxb. இங்கு l என்பது நீளம், b என்பது அகலம். செவ்வகத்தின் நீளத்தை 5 அலகுகள் அதிகமாக்கி அதாவது $(l+5)$அகலத்தை 3 அலகுகள் குறைக்கும் போது அதாவது $(b\text{-}3)$ ஏற்படும் புதிய செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $(l + 5) \times (b - 3)$ சதுர அலகுகள்.



செவ்வகத்தின் பரப்பளவை கண்டறிய வேண்டுமானால் $l\times b$ மேலும் $(l+5)\times(b-3)$இயற்கணித கோவைகளை பெருக்க வேண்டும்

(iii) கனசெவ்வகத்தின் கனஅளவை சிந்தி? (கொடுக்கப்பட்ட கனசெவ்வக பெட்டியின் கனஅளவு அதன் நீள, அகல மேலும் உயரத்தின் பெருக்கற்பலனுக்கு சமம்).



(iv) பொருட்களை வாங்கும் போது பெருக்கலை செய்கிறோம் என சித்ரா கூறினாள். எடுத்துக்காட்டாக ஒரு டஜன் வாழைப்பழத்தின் விலை ₹P என்க. மேலும் பள்ளிக்கு தேவைப்படும் வாழைப்பழங்களின் எண்ணிக்கை z டஜன்கள் என்க. எனவே நாம் கொடுக்கவேண்டியது = ₹ $p \times z$

ஒரு வேளை டஜன் வாழைப்பழத்தின் விலை ₹2 குறைகிறது. மேலும் நமக்கு தேவைப்படும் வாழைப்பழங்களில் 4 டஜன் குறைகிறது என்போம். பிறகு 1 டஜன் பழத்தின் விலை = ₹ $(p - 2)$

தேவைப்படும் வாழைப்பழங்கள் = $(z - 4)$ டஜன்கள்,

எனவே நாம் செலுத்த வேண்டியது = ₹ $(p - 2) \times (z - 4)$

முயன்று பார்

இயற்கணித கோவைகளை பெருக்க வேண்டிவரும் சூழ்நிலைகள் ஏதேனும் இரண்டினை கூறமுடியுமா?

குறிப்பு : வேகம் மேலும் காலம் பற்றி சிந்தி

அசல், வட்டி வீதம், செலுத்த வேண்டிய வட்டி பற்றி சிந்தி.

மேற்கண்ட எல்லா எடுத்துக்காட்டுகளிலும் இரண்டு அல்லது அதற்கு அதிகமான அளவுகளை மட்டுமே பெருக்கினோம். அளவுகள் இயற்கணித கோவைகளில் கொடுக்கப்படும் போது நாம் அவற்றின் பெருக்கற்பலனை கண்டறிய வேண்டும். இதன் பொருள் என்னவெனில் இயற்கணித கோவைகளை எவ்வாறு பெருக்கவேண்டும் என நாம் தெரிந்து இருக்க வேண்டும் என்பதே ஆகும். இதை நுட்பமாக செய்வோம். இரண்டு ஓருறுப்பு கோவைகளை எவ்வாறு பெருக்கலாம் எனப்பார்ப்போம்.

11.4 ஓர் ஒருறுப்பு கோவையை மற்றொரு ஒருறுப்பு கோவையால் பெருக்குதல்

11.4.1 இரண்டு ஒருறுப்பு கோவைகளை பெருக்குதல்

$$4 \times x = x + x + x + x = 4x$$

மேலும் $4 \times (3x) = 3x + 3x + 3x + 3x = 12x$

என்று நமக்குத் தெரியும், இப்பொழுது பின்வரும் பெருக்கலை கவனி.

(i) $x \times 3y = x \times 3 \times y = 3 \times x \times y = 3xy$

(ii) $5x \times 3y = 5 \times x \times 3 \times y = 5 \times 3 \times x \times y = 15xy$

(iii) $5x \times (-3y) = 5 \times x \times (-3) \times y$

$= 5 \times (-3) \times x \times y = -15xy$

(iv) $5x \times 4x^2 = (5 \times 4) \times (x \times x^2)$

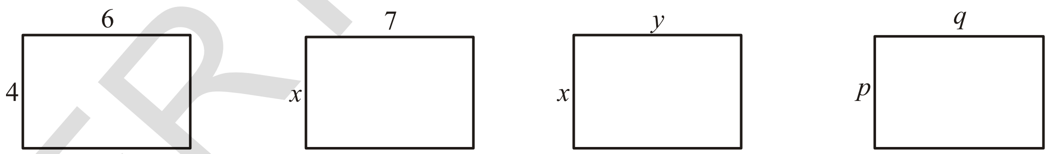
$= 20 \times x^3 = 20x^3$

(v) $5x \times (-4xyz) = \{5 \times (-4)\} \times (x \times xyz)$

$= -20 \times (x \times x \times yz) = -20x^2yz$

இயற்கணித கோவைகளின் பெருக்கற்பலனை காண முதலில் ஒரே அடிமானம் கொண்ட மாறிகளின் அடுக்குகளை கூட்டவேண்டும். நாம் இப்பொழுது அடுக்கு குறிகளின் விதிகளை பயன்படுத்துவோம்.

பின்வருவனவற்றை கவனி. பின்னர் காலியிடங்களை நிரப்பு.



பரப்பு = 4 × 6 = 24அலகுகள் பரப்பு=$x \times 7$ = ...பரப்பு = $x \times y$ =........ பரப்பு = ... ×....... = ...

பின்வரும் பெருக்கலை கவனி:-

1. $7x \times 5y = (7 \times 5) \times (x \times y) = 35xy$
2. $3x \times (-2y) = \{3 \times (-2)\} \times (x \times y) = -6xy$
3. $(-4x) \times (-6y) = (-4) \times (-6) \times (x \times y) = 24xy$
4. $3x \times 5x^2 = (3 \times 5) \times (x \times x^2) = 15x^3$
5. $(-2x^2) \times (-4x^2) = (-2) \times (-4) \times x^2 \times x^2 = 8x^4$

குறிப்பு (i) இரண்டு மிகை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் ஒரு மிகை முழு.
(ii) இரண்டு குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலனும் ஒரு மிகை முழு.
(iii) ஒரு மிகை மற்றும் ஒரு குறை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் ஒரு குறை முழு.

இதை செய்

1. அட்டவணையை நிரப்பு:

முதல் ஓருறுப்பு கோவை	$2^{வது}$ ஓருறுப்பு கோவை	இரண்டு ஓருறுப்பு கோவைகளின் பெருக்கற்பலன்
$2x$	$-3y$	$2x \times (-3y) = -6xy$
$-4y^2$	$-2y$	....
$3abc$	$5bcd$	....
mn	$-4m$	....
$-3mq$	$-3nq$	....

2. இரண்டு ஓருறுப்பு கோவைகளின் பெருக்கற்பலன் எப்பொழுதும் ஓருறுப்பு கோவையாக இருக்குமா என சரிபார்.

11.4.2 மூன்று அல்லது பல ஓருறுப்பு கோவைகளை பெருக்குதல்

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகளை கவனி

எடுத்துக்காட்டு 3: $5x, 6y, 7z$ ன் பெருக்கற்பலனை காண்.

வகை I

$5x \times 6y \times 7z = (5x \times 6y) \times 7z$

$= 30xy \times 7z$

$= 210xyz$

வகை II

$5x \times 6y \times 7z = 5 \times x \times 6 \times y \times 7 \times z$

$= 5 \times 6 \times 7 \times x \times y \times z$

$= 210\, xyz$ (முதலில் குணகங்களை பெருக்கு. பிறகு மாறிகளை பெருக்கு)

எடுத்துக்காட்டு 4: கண்டுபிடி $3x^2y \times 4xy^2 \times 7x^3y^3$

தீர்வு: $= 3 \times 4 \times 7 \times (x^2y) \times (xy^2) \times (x^3y^3)$

$= 84 \times x^2 \times y \times x \times y^2 \times x^3 \times y^3$

$= 84 \times (x^2 \times x \times x^3) \times (y \times y^2 \times y^3)$

$= 84 \times x^6 \times y^6 = 84x^6y^6.$

எடுத்துக்காட்டு 5: $3x, -4xy, 2x^2, 3y^2, 5x^3y^2$ ன் பெருக்கற்பலனை கண்டுபிடி.

தீர்வு: $3x \times (-4xy) \times 2x^2 \times 3y^2 \times 5x^3y^2$

$= [3 \times (-4) \times 2 \times 3 \times 5] \times (x \times x \times x^2 \times x^3) \times (y \times y^2 \times y^2)$

$= -360x^7y^5.$

பயிற்சி - 11.1

1. பின்வரும் ஜோடிகளின் பெருக்கற்பலனை கண்டுபிடி:

(i) $6, 7k$ (ii) $-3l, -2m$ (iii) $-5t^2, -3t^2$ (iv) $6n, 3m$ (v) $-5p^2, -2p$

2. பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக.

X	$5x$	$-2y^2$	$3x^2$	$6xy$	$3y^2$	$-3xy^2$	$4xy^2$	x^2y^2
$3x$	$15x^2$	….	….	….	….	….	….	….
$4y$	….	….	….	….	….	….	….	….
$-2x^2$	$-10x^3$	$4x^2y^2$	….	….	….	….	….	….
$6xy$	….	….	….	….	….	….	….	….
$2y^2$	….	….	….	….	….	….	….	….
$3x^2y$	….	….	….	….	….	….	….	….
$2xy^2$	….	….	….	….	….	….	….	….
$5x^2y^2$	….	….	….	….	….	….	….	….

3. பின்வரும் அட்டவணையில் கனச்செவ்வக பெட்டிகளின் நீளம், அகலம், உயரங்கள் தரப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் கனஅளவுகளை கண்டுபிடி.

வ.எண்	நீளம்	அகலம்	உயரம்	கனஅளவு$(v) = l \times b \times h$
1.	$3x$	$4x^2$	5	$v = 3x \times 4x^2 \times 5 = 60x^3$
2.	$3a^2$	4	$5c$	$v =$ …………………
3.	$3m$	$4n$	$2m^2$	$v =$ …………………
4.	$6kl$	$3l^2$	$2k^2$	$v =$ …………………
5.	$3pr$	$2qr$	$4pq$	$v =$ …………………

4. பின்வரும்ஒருறுப்பு கோவைகளின் பெருக்கற்பலனை கண்டுபிடி.

(i) xy, x^2y, xy, x (ii) a, b, ab, a^3b, ab^3 (iii) kl, lm, km, klm

(iv) pq, pqr, r (v) $-3a, 4ab, -6c, d$

5. $A = xy$, $B = yz$ மேலும் $C = zx$, எனில் $ABC =$ ……….

6. $P = 4x^2$, $T = 5x$ மேலும் $R = 5y$, எனில் $\frac{PTR}{100} =$ ……….

7. நீயே சொந்தமாக சில ஒருறுப்பு கோவைகளை எழுதி அவற்றின் பெருக்கல்பலனை கண்டுபிடி.

11.5 ஈருறுப்பு மற்றும் மூவுறுப்பு கோவைகளை ஒருறுப்பு கோவையால் பெருக்குதல்

$5x$ என்ற ஒருறுப்பு கோவையை $6y+3$ என்ற ஈருறுப்பு கோவையால் பெருக்கு. பெருக்கலின் பல்வேறு படிகள்:

படி	தகவல்	வழிமுறை
1.	ஒருறுப்பு, ஈருறுப்பு கோவைகளின் பெருக்கலுக்கு பெருக்கல் குறியிடு.	$5x \times (6y+3)$
2.	**பங்கீட்டு வதியை பயன்படுத்து :** ஒருறுப்பு கோவையுடன் ஈருறுப்பு கோவையின் முதல் உறுப்பை பெருக்கு. பிறகு ஒருறுப்பு கோவையுடன் ஈருறுப்பு கோவையின் இரண்டாவது உறுப்பை பெருக்கு. இரண்டையும் கூட்டு.	$(5x \times 6y) + (5x \times 3)$
3.	இவற்றை சுருக்கு	$30xy + 15x$

எனவே $5x$ மற்றும் $6y+3$ ன் பெருக்கற்பலன்

தீர்வு : $5x(6y + 3) = 5x \times (6y + 3)$

$= (5x \times 6y) + (5x \times 3)$

$= 30xy + 15x$

எடுத்துக்காட்டு6: $(-4xy)(2x - y)$ன் பெருக்கற்பலனை காண்

தீர்வு: $(-4xy)(2x - y) = (-4xy) \times (2x - y)$

$= (-4xy)\times 2x + (-4xy) \times (-y)$

$= -8x^2y + 4xy^2$

எடுத்துக்காட்டு7: $(3m - 2n^2)(-7mn)$ ன் பெருக்கற்பலனை காண்

தீர்வு : $(3m - 2n^2)(-7mn) = (3m - 2n^2) \times (-7mn)$

$= (-7mn) \times (3m - 2n^2)$ ∵ மாற்றுப் பண்பு

$= ((-7mn) \times 3m) - ((-7mn) \times 2n^2)$

$= -21m^2 n + 14mn^3$

இதை செய்

1. பெருக்கற்பலனை கண்டுபிடி: (i) $3x(4ax + 8by)$ (ii) $4a^2b(a-3b)$ (iii) $(p + 3q^2)pq$ (iv) $(m^3 + n^3)5mn^2$

2. ஓர் ஒருறுப்பு கோவை மற்றும் ஓர் ஈருறுப்பு கோவை ஆகியவற்றின் பெருக்கற்பலனில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையை காண்க.

11.5.2 மூவுறுப்பு கோவையை ஓர் ஒருறுப்பு கோவையால் பெருக்குதல்

$2x$ என்ற ஒருறுப்பு கோவை மற்றும் $(3x + 4y - 6)$ என்ற மூவுறுப்பு கோவையை எடுத்துக்கொள்வோம்.

அவைகளின் பெருக்கல்= $2x \times (3x + 4y - 6)$

$= (2x \times 3x) + (2x \times 4y) + (2x \times (-6))$ (பங்கீட்டு விதி)

$= 6x^2 + 8xy - 12x$

ஒருறுப்பு மற்றும் மூவுறுப்புக் கோவைகளின் பெருக்கற்பலனில் அதிகபட்சமாக எத்தனை உறுப்புகள் இருக்கும்?

பயிற்சி - 11.2

1. அட்டவணையை நிரப்பு.

வ.எண்	முதல்கோவை	இரண்டாம் கோவை	பெருக்கல்
1	$5q$	$p+q-2r$	$5q(p+q-2r)=5pq+5q^2-10qr$
2	$kl+lm+mn$	$3k$	………………………………
3	ab^2	$a+b^2+c^3$	………………………………
4	$x-2y+3z$	xyz	………………………………
5	$a^2bc+b^2cd-abd^2$	$a^2b^2c^2$	………………………………

2. $4y(3y+4)$ ஐ சுருக்குக.

3. $x(2x^2-7x+3)$ ஐ சுருக்கி (i) $x = 1$, (ii) $x = 0$ எனில் அதன் மதிப்பை கண்டுபிடி.

4. $a(a-b), b(b-c), c(c-a)$ ன் பெருக்கற்பலனை கூட்டு.

5. $x(x+y-r), y(x-y+r), z(x-y-z)$ ன் பெருக்கற்பலனை கூட்டு.

6. $2x(5x-y)$ ன் பெருக்கற்பலனை $3x(x+2y)$ ன் பெருக்கற்பலனில் இருந்து கழி.

7. $6k(2k+3l-2m)$ ன் பெருக்கற்பலனிலிருந்து $3k(5k-l+3m)$ ன் பெருக்கற்பலனை கழி.

8. சுருக்குக. : $a^2(a-b+c)+b^2(a+b-c)-c^2(a-b-c)$

11.6 ஓர் ஈருறுப்பு கோவையை ஓர் ஈருறுப்பு கோவை அல்லது மூவுறுப்பு கோவைகளால் பெருக்குதல்

11.6.1 ஈருறுப்பு கோவையை ஈருறுப்பு கோவையால் பெருக்குதல்

$5x+6y$ மற்றும் $3x - 2y$ என்ற இரண்டு ஈருறுப்பு கோவைகளை எடுத்துக்கொள். இவற்றின் பெருக்கற்பலனை காண்போம்.

பெருக்கல் வழிமுறை

படி	தகவல்	வழிமுறை
1.	இரண்டு ஈருறுப்பு கோவைகளின் பெருக்கலை எழுது	$(5x+6y)(3x-2y)$
2.	**பங்கீட்டு விதியை பயன்படுத்து :** முதல் ஈருறுப்பு கோவையின் முதல் உறுப்புடன் இரண்டாவது ஈருறுப்பு கோவையை பெருக்கு முதல் ஈருறுப்பு கோவையின் இரண்டாவது உறுப்புடன் இரண்டாவது ஈருறுப்பு கோவையை பெருக்கு இரண்டையும் கூட்டு	$5x(3x-2y)+6y(3x-2y)$ $= (5x\times 3x)-(5x\times 2y) + (6y\times 3x)-(6y\times 2y)$
3.	சுருக்கு	$(5x\times 3x)-(5x\times 2y) + (6y\times 3x)-(6y\times 2y)$ $=15x^2 - 10xy +18xy - 12y^2$
4.	ஓரின உறுப்புகளை கூட்டு.	$15x^2+8xy-12y^2$

$5x+6y$ *மேலும்* $3x - 2y$ *ன் பெருக்கல்*

$= (5x + 6y)(3x - 2y)$

$= 5x(3x - 2y) + 6y(3x - 2y)$ (பங்கீட்டு விதியை பயன்படுத்து)

$= (5x \times 3x) - (5x \times 2y) + (6y\times 3x)-(6y\times 2y)$

$=15x^2- 10xy + 18xy - 12y^2$

$= 15x^2+8xy - 12y^2$

இதை செய்

1. பெருக்கற்பலனை கண்டுபிடி

   (i) $(a - b)(2a + 4b)$ (ii) $(3x + 2y)(3y - 4x)$

   (iii) $(2m - l)(2l - m)$ (iv) $(k + 3m)(3m - k)$

2. இரண்டு ஈருறுப்பு கோவைகளின் பெருக்கல் பலனில் உள்ள அதிகபட்ச உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை எத்தனை?

11.6.2 ஓர் ஈருறுப்பு கோவையை ஒரு மூவுறுப்பு கோவையால் பெருக்குதல்

$2x + 3y$ என்ற ஈருறுப்பு கோவையையும் $3x + 4y - 5z$ என்ற மூவுறுப்பு கோவையையும் எடுத்துக்கொள்.

இப்போது $2x + 3y$ ஐ $3x + 4y - 5z$ ஆல் பெருக்கு

பெருக்கல் வழிமுறை

படி	தகவல்	வழிமுறை
1.	ஈருறுப்பு கோவை மற்றும் மூவுறுப்பு கோவைகளின் பெருக்கற்பலனை பெருக்கல் குறியீட்டு வடிவில் எழுது	$(2x+3y)\times(3x+4y-5z)$
2.	பங்கீட்டு விதியை பயன்படுத்து: ஈருறுப்பு கோவையின் முதல் உறுப்புடன் மூவுறுப்பு கோவையை பெருக்கு ஈருறுப்பு கோவையின் இரண்டாவது உறுப்புடன் மூவுறுப்பு கோவையை பெருக்கு இரண்டையும் கூட்டு	$2x(3x+4y-5z)+3y(3x+4y-5z)$
3.	சுருக்கு	$(2x\times3x)+(2x\times4y)-(2x\times5z)$ + $(3y\times3x)+(3y\times4y)-(3y\times5z)$ $6x^2+8xy-10xz+9xy+12y^2-15yz$
4.	ஓரின உறுப்புகளை கூட்டு	$6x^2+17xy-10xz+12y^2-15yz$

$(2x+3y)$ மேலும் $(3x+4y-5z)$ ஐ பெருக்கு.

$= (2x+3y)(3x+4y-5z)$

$= 2x(3x+4y-5z)+3y(3x+4y-5z)$ (பங்கீட்டு விதியை பயன்படுத்து)

$= (2x\times3x)+(2x\times4y)-(2x\times5z)+ (3y\times3x)+(3y\times4y) - (3y\times5z)$

$=6x^2 +8xy - 10xz + 9xy+12y^2- 15yz$

$= 6x^2+17xy - 10xz +12y^2 - 15yz$

ஈருறுப்பு மற்றும் மூவுறுப்பு கோவைகளின் பெருக்கற்பலனில் அதிகபட்சம் எத்தனை உறுப்புகள் இருக்கும்?

பயிற்சி - 11.3

1. ஈருறுப்பு கோவைகளை பெருக்குக

(i) $2a-9$ and $3a+4$ (ii) $x-2y$ and $2x-y$

(iii) $kl+lm$ and $k-l$ (iv) m^2-n^2 and $m+n$

2. பெருக்கற்பலனை கண்டுபிடி:

(i) $(x+y)(2x-5y+3xy)$ (iii) $(a-2b+3c)(ab^2-a^2b)$

(ii) $(mn-kl+km)(kl-lm)$ (iv) $(p^3+q^3)(p-5q+6r)$

3. சுருக்குக:

(i) $(x-2y)(y-3x)+(x+y)(x-3y)-(y-3x)(4x-5y)$

(ii) $(m+n)(m^2-mn+n^2)$

(iii) $(a-2b+5c)(a-b)-(a-b-c)(2a+3c)+(6a+b)(2c-3a-5b)$

(iv) $(pq-qr+pr)(pq+qr)-(pr+pq)(p+q-r)$

4. a, b, c என்பவை மிகை மெய்யெண்களாக இருக்கும்போது $\frac{a+b-c}{c}=\frac{a-b+c}{b}=\frac{-a+b+c}{a}$ எனில் $\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$.ன் மதிப்பைக் காண்க.

11.7 முற்றொருமை என்றால் என்ன?

கீழ்கண்ட சமன்பாட்டை கவனி $a(a-2)=a^2-2a$

a ன் ஏதேனும் ஒரு மதிப்பிற்கு சமன்பாட்டின் இருபக்கங்களின் மதிப்பை காண்க.

a=5, எனில் $\quad$ LHS = 5(5-2) = 5×3 = 15

RHS = 5^2-2(5) = 25 - 10 =15

இந்த சமன்பாட்டில் a = 5 எனில் LHS = RHS

இதே போல a = -2

LHS = (-2)(-2-2) = (-2)×(-4) = 8

RHS = $(-2)^2$-2(-2) = 4+4 = 8

இங்கு a=-2 எனும் போது LHS = RHS ஆகிறது.

a ன் எல்லா மதிப்புகளுக்கும் இந்த சமன்பாடு மெய்யாகிறது. எனவே இந்த சமன்பாட்டை முற்றொருமை என்பர்.

பின்வரும் சமன்பாட்டை கவனி $a(a+1) = 6$

a =2 அல்லது -3 எனும் போது மட்டும் இந்த சமன்பாடு மெய்யாகிறது. மற்ற மதிப்புகளுக்கு மெய்யல்ல. எனவே $a(a + 1) = 6$ எனும் சமன்பாடு முற்றொருமை அல்ல.

ஒரு சமன்பாட்டில் உள்ள மாறிகளுக்கு எந்த மதிப்பு கொடுத்தாலும் அந்த சமன்பாடு மெய்யானால் அது முற்றொருமை எனப்படும்.

ஒரு சமன்பாட்டில் மாறிகளின் குறிப்பிட்ட மதிப்புகளுக்கு மட்டும் உண்மையாகும். ஆனால் முற்றொருமையில் மாறிகளுக்கு எந்த மதிப்பு கொடுத்தாலும் அது உண்மையாகும். எனவே முற்றொருமைகளை எல்லா மதிப்புகளுக்கும் உண்மையான சமன்பாடு என்பர்.

முற்றொருமைகளை நாம் '≡' என்ற குறியை பயன்படுத்துவோம். இதை நாம் சர்வசமம் [Identically equal to] எனபடிக்கிறோம்.

11.8 சில முக்கியமான முற்றொருமைகள்

சில முற்றொருமைகள் கணக்குகளை தீர்க்கும் போது நமக்கு மிகவும் உதவிகரமாக இருக்கும். முற்றொருமைகளை பெருக்கலில் பயன்படுத்தும் போது அதை சிறப்பு பெருக்கல் என்பர். நாம் தற்போது மூன்று முக்கியமான முற்றொருமைகளை படிப்போம். இவை ஈருறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் ஆகும்.

$(a+b)^2$ ஐ எடுத்துக் கொள்.

இப்போது,

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)(a+b)\\ &= a(a+b)+b(a+b)\\ &= a^2+ab+ba+b^2 = a^2+ab+ab+b^2 \qquad (ab = ba \text{ என்பதால்})\\ &= a^2+2ab+b^2\end{aligned}$$

எனவே $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ (I)

a=2, b=3, என பிரதியிட (LHS) ல் நமக்கு கிடைப்பது $= (a+b)^2 = (2+3)^2 = 5^2 = 25$

$(\text{RHS}) = a^2+2ab+b^2 = 2^2+2(2)(3)+3^2 = 4+12+9 = 25$

LHS, RHS ஐ கவனி. LHS, RHS ன் மதிப்புகள் சமம்.

முற்றொருமை (I)ஐ சில குறைமுழுக்கள், மிகைமுழுக்கள், பின்னங்களுக்கு சோதித்துபார்.

இதை செய்

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவை முற்றொருமைகளா? இல்லையா?சரிபார்.

(a, b, c ஐ மிகை முழுக்களாக எடுத்துக்கொள்.)

(i) $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

(ii) $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

(iii) $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

மேலும் ஒரு முற்றொருமையை கவனி,

$(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$,

$$\begin{aligned}(x+a)(x+b) &= x(x+b)+a(x+b)\\ &= x^2+bx+ax+ab\\ &= x^2+(a+b)x+ab\end{aligned}$$

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

$x = 2, a = 1$ மேலும் $b = 3$, என பிரதியிட்டு மேற்கண்ட முற்றொருமையை சோதித்துபார்.

- நீ கண்டது என்ன? LHS = RHS ஆகுமா?
- x, a, b க்கு வெவ்வேறு மதிப்புகளை பிரதியிடு மேற்கண்ட முற்றொருமையை சரிபார்.
- a, b எல்லா மதிப்புகளுக்கும் எப்பொழுதும் LHS=RHS ஆக இருக்குமா?

இதை செய்

$(x + p)(x + q) = x^2 + (p + q)x + pq$ என எடுத்துகொள்.

(i) 'p' க்கு பதிலாக q ஐ பிரதியிடு. நீ கவனித்தது என்ன?

(ii) 'q' க்கு பதிலாக p ஐ பிரதியிடு. நீ கவனித்தது என்ன?

(iii) நீ கவனித்த முற்றொருமை யாது?

11.9 முற்றொருமைகளின் பயன்பாடு

எடுத்துக்காட்டு 8: $(3x + 4y)^2$ ஐ கண்டுபிடி.

தீர்வு : $(3x+4y)^2$ என்பது இரண்டு ஈருறுப்பு கோவையின் பெருக்கற்பலன். அவை இரண்டும் சமமான உறுப்புகள் $(3x + 4y)$ மேலும் $(3x + 4y)$ஐ கொண்டுள்ளது. இதை ஓர் ஈருறுப்பு கோவையை மற்றொரு ஈருறுப்பு கோவையால் பெருக்கல் மூலமாக விரிவாக்கலாம். இந்த பெருக்கற் பலனுடன் முற்றொருமையை ஒப்பிட்டு, $a = 3x$ $b = 4y$ எனலாம். முதலாம் முற்றொருமை $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ல் a,b க்கு பதிலாக $3x$, $4y$ களை பிரதியிட நமக்கு கிடைப்பது.

$$(3x + 4y)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(4y) + (4y)^2$$

$$= 9x^2 + 24xy + 16y^2$$

இங்கு $a = 3x,\ b = 4y$
முற்றொருமை $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

எடுத்துக்காட்டு 9 : 204^2 ஐ கண்டுபிடி

$$204^2 = (200 + 4)^2$$
$$= (200)^2 + 2(200)(4) + 4^2$$
$$= 40000 + 1600 + 16$$
$$= 41616$$

இங்கு $a = 200,\ b = 4$
முற்றொருமை $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

இதை செய்

கண்டுபிடி: (i) $(5m + 7n)^2$ (ii) $(6kl + 7mn)^2$ (iii) $(5a^2 + 6b^2)^2$ (iv) 302^2
(v) 807^2 (vi) 704^2

(vii) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, இங்கு $a = 3m$ and $b = 5n$ ஐ பிரதியிட்டு முற்றொருமையை சரிபார்.

எடுத்துக்காட்டு 10: $(3m - 5n)^2$ ஐ கண்டுபிடி

தீர்வு : $(3m - 5n)^2 = (3m)^2 - 2(3m)(5n) + (5n)^2$

$$= 9m^2 - 30mn + 25n^2$$

இங்கு $a = 3m,\ b = 5n$
முற்றொருமை $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

எடுத்துக்காட்டு11 : 196^2 *ஐ கண்டுபிடி*

$$196^2 = (200-4)^2$$
$$= 200^2 - 2(200)(4) + 4^2$$
$$= 40000 - 1600 + 16$$
$$= 38416$$

இங்கு $a = 200$, $b = 4$
முற்றொருமை $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

இதை செய்

கண்டுபிடி: (i) $(9m-2n)^2$ (ii) $(6pq-7rs)^2$ (iii) $(5x^2-6y^2)^2$
(iv) 292^2 (v) 897^2 (vi) 794^2

எடுத்துக்காட்டு 12: $(4x+5y)(4x-5y)$ *ஐ கண்டுபிடி*

தீர்வு: $(4x+5y)(4x-5y) = (4x)^2 - (5y)^2$
$$= 16x^2 - 25y^2$$

இங்கு $a = 4x$, $b = 5y$
முற்றொருமை $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

எடுத்துக்காட்டு 13: 407×393 *ஐ கண்டுபிடி*

தீர்வு : $407 \times 393 = (400+7)(400-7)$
$$= 400^2 - 7^2$$
$$= 160000 - 49$$
$$= 159951$$

இங்கு $a = 400$, $b = 7$
முற்றொருமை $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

எடுத்துக்காட்டு 14: $987^2 - 13^2$ *ஐ கண்டுபிடி*

தீர்வு : $987^2 - 13^2 = (987+13)(987-13)$
$$= 1000 \times 974 = 974000$$

இங்கு $a = 987$ and $b = 13$ முற்றொருமை
$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

இதை செய்

கண்டுபிடி: (i) $(6m+7n)(6m-7n)$ (ii) $(5a+10b)(5a-10b)$
(iii) $(3x^2+4y^2)(3x^2-4y^2)$ (iv) 106×94 (v) 592×608 (vi) $92^2 - 8^2$
(vii) $984^2 - 16^2$

எடுத்துக்காட்டு 15: 302×308 *ஐ கண்டுபிடி*

தீர்வு : $302 \times 308 = (300+2)(300+8)$
$$= 300^2 + (2+8)(300) + (2)(8)$$
$$= 90000 + (10 \times 300) + 16$$
$$= 90000 + 3000 + 16 = 93016$$

இங்கு $x = 300, a = 2, b = 8$ 2 $(x+a)(x+b)$
$= x^2 + (a+b)x + ab$

எடுத்துக்காட்டு 16: 93×104 *ஐ கண்டுபிடி*

தீர்வு : $93 \times 104 = (100 + (-7))(100 + 4)$

இங்கு $x = 100, a = -7, b = 4$ முற்றொருமை $(x + a)(x + b) = x^2 + (a+b)x + ab$

$$\begin{aligned} 93 \times 104 &= (100 - 7)(100 + 4) \\ &= 100^2 + (-7 + 4)(100) + (-7)(4) \\ &= 10000 + (-3)(100) + (-28) \\ &= 10000 - 300 - 28 \\ &= 10000 - 328 = 9672 \end{aligned}$$

நேரடியாக பெருக்கி பெருக்கற்பலனை கண்டறிவதை விட முற்றொருமைகளை பயன்படுத்தி பெருக்கற்பலன்களை கண்டறிவது எளிதாக உள்ளது என்பதை கவனித்தாயா?

பயிற்சி - 11.4

1. பொருத்தமான முற்றொருமையை பயன்படுத்தி கீழ்கண்ட பெருக்கற்பலனை கண்டுபிடி

   (i) $(3k + 4l)(3k + 4l)$ (ii) $(ax^2 + by^2)(ax^2 + by^2)$

   (iii) $(7d - 9e)(7d - 9e)$ (iv) $(m^2 - n^2)(m^2 + n^2)$

   (v) $(3t + 9s)(3t - 9s)$ (vi) $(kl - mn)(kl + mn)$

   (vii) $(6x + 5)(6x + 6)$ (viii) $(2b - a)(2b + c)$

2. பொருத்தமான முற்றொருமையை பயன்படுத்தி கீழ்கண்டவற்றின் மதிப்புகளை கண்டுபிடி

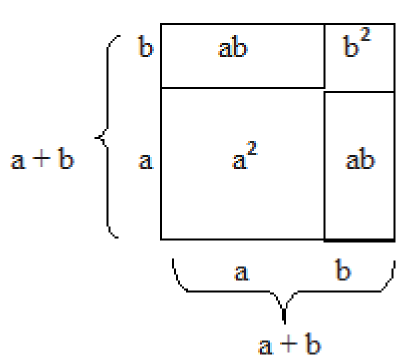
   (i) 304^2 (ii) 509^2 (iii) 992^2 (iv) 799^2

   (v) 304×296 (vi) 83×77 (vii) 109×108 (viii) 204×206

11.10 வடிவியல் முறையில் முற்றொருமைகளை சரிபார்த்தல்

11.10.1 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ என்ற முற்றொருமையை வடிவியல் முறையில் சரிபார்த்தல்

பின்வரும் சதுரத்தை கவனி:



$(a + b)$ பக்க அளவுள்ள சதுரத்தை எடுத்துக்கொள்.

இதன் பரப்பளவு = பக்கத்தின் வர்க்கம் = $(a+b)^2$

படத்தில் காட்டி உள்ளபடி சதுரத்தை நான்கு பகுதிகளாக பிரி. இதில் a மேலும் b ஐ பக்க அளவுகளாக கொண்ட இரண்டு சதுரங்களும், a ஐ நீளமாகவும் b ஐ அகலமாகவும் கொண்ட இரண்டு செவ்வகங்களும் உள்ளன.

கொடுக்கப்பட்ட சதுரத்தின் பரப்பளவு இந்த நான்கு பகுதிகளின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலுக்கு சமம் என்பது தெளிவாகிறது.

கொடுக்கப்பட்ட சதுரத்தின் பரப்பளவு

= a ஐ பக்க அளவாக கொண்ட சதுரத்தின் பரப்பளவு + a,b ஐ அளவுகளாக கொண்ட செவ்வகத்தின் பரப்பளவு + b, a ஐ அளவுகளாக கொண்ட செவ்வகத்தின் பரப்பளவு + b ஐ பக்க அளவாக கொண்ட சதுரத்தின் பரப்பளவு

$= a^2 + ab + ba + b^2$

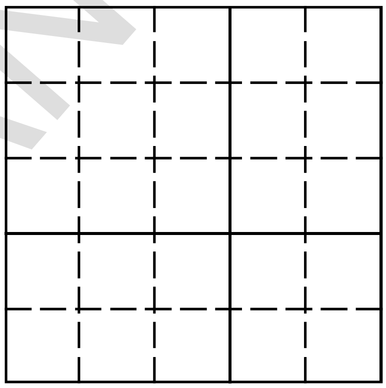
$= a^2 + 2ab + b^2$

எனவே, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

எடுத்துக்காட்டு 17: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ என்ற முற்றொருமையை $a = 3, b = 2$ என எடுத்துக்கொண்டு வடிவியல் முறையில் சரிபார்.

தீர்வு : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$a + b$, அதாவது 3 + 2 ஐ பக்க அளவாக கொண்ட சதுரத்தை வரை



மொத்த சதுரத்தின் பரப்பளவு L.H.S.=(3 + 2)^2 = 5^2 = 25

R.H.S.= 3 அலகுகள் பக்க அளவாக கொண்ட சதுரத்தின் பரப்பளவு+

2 அலகுகள் பக்க அளவாக கொண்ட சதுரத்தின் பரப்பளவு+

3அலகுகள்,2 அலகுகள் பக்க அளவாக கொண்ட செவ்வகத்தின் பரப்பளவு+

2அலகுகள்,3 அலகுகள் பக்க அளவாக கொண்ட செவ்வகத்தின் பரப்பளவு+

$= 3^2 + 2^2 + 3 \times 2 + 3 \times 2$

$= 9 + 4 + 6 + 6 = 25$

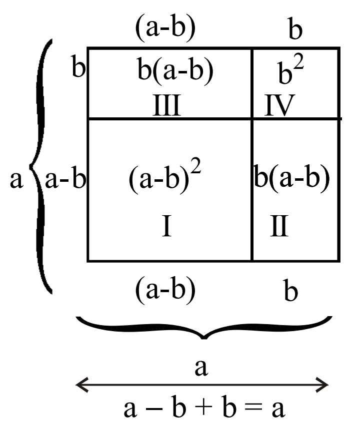
L.H.S. = R.H.S.

$\therefore$ எனவே முற்றொருமை சரிபார்க்கப்பட்டது.

11.10.2 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ என்ற முற்றொருமையை வடிவியல் முறையில் சரிபார்த்தல்.

சதுரத்தின் பக்கம் a என எடுத்துக்கொள்.

- சதுரத்தின் பரப்பளவு = பக்கம் × பக்கம் = a^2
- சதுரம் நான்கு பகுதிகளாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது.
- இதில் a-b ஐ பக்க அளவுகளாக கொண்ட இரண்டு சதுரங்களும், a-bஐ நீளமாகவும் bஐ அகலமாகவும் கொண்ட இரண்டு செவ்வகங்களும் உள்ளன.



படம் I ன் பரப்பளவு = ‘a’ அலகு பக்கம் உடைய முழுசதுரத்தின் பரப்பளவு

– II ம் படத்தின் பரப்பளவு

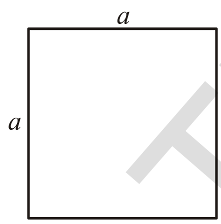
– III ம் படத்தின் பரப்பளவு

– IV ம் படத்தின் பரப்பளவு

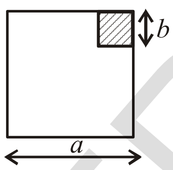
$$(a-b)^2 = a^2 - b\,(a-b) - b\,(a-b) - b^2$$
$$= a^2 - ab + b^2 - ab + b^2 - b^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

11.10.3 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ என்ற முற்றொருமையை பின்வரும் அளவுகளை கொண்டு வடிவியல் முறையில் சரிபார்.

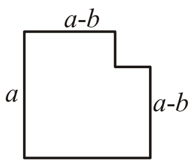
$a^2 - b^2$ = a அலகு பக்கமுடைய சதுரத்தின் பரப்பளவு – b அலகு பக்கமுடைய சதுரத்தின் பரப்பளவு. பின்வரும் சதுரத்தை கவனி.



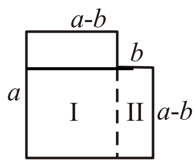
b அலகு பக்கமுடைய சதுரத்தை வெட்டிஎடு. $(b < a)$



நாம் பெறுவது



இது இரு பகுதிகளை கொண்டுள்ளது



எனவே $a^2 - b^2$ = படம் I ன் பரப்பளவு + படம் II ன் பரப்பளவு

$$= a\,(a-b) + b\,(a-b)$$
$$= (a-b)\,(a+b)$$

எனவே $a^2 - b^2 \equiv (a-b)\,(a+b)$

பயிற்சி - 11.5

1. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ எனும் முற்றொருமையை பின்வரும் அளவுகளை கொண்டு வடிவியல் முறையில் சரிபார்.

   (i) $a = 2$ அலகுகள், $b = 4$ அலகுகள்

(ii) $a = 3$ அலகுகள், $b = 1$ அலகு

(iii) $a = 5$ அலகுகள், $b = 2$ அலகுகள்

2. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ என்ற முற்றொருமையை பின்வரும் அளவுகளை கொண்டு வடிவியல் முறையில் சரிபார்

(i) $a = 3$ அலகுகள், $b = 1$ அலகு

(ii) $a = 5$ அலகுகள், $b = 2$ அலகுகள்

3. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ என்ற முற்றொருமையை பின்வரும் அளவுகளை கொண்டு வடிவியல் முறையில் சரிபார்.

(i) $a = 3$ அலகுகள், $b = 2$ அலகுகள்

(ii) $a = 2$ அலகுகள், $b = 1$ அலகு

நாம் கற்றவை

1. பல்வேறு சூழ்நிலைகளில் இயற்கணித கோவைகளை பெருக்க வேண்டி வரும். உதாரணமாக : பக்கங்களை, கோவைகளாக கொடுக்கப்படும்போது செவ்வகத்தின் பரப்பளவை கண்டுபிடித்தல்.
2. இரு ஒருறுப்பு கோவைகளின் பெருக்கற்பலன் ஓர் ஒருறுப்பு கோவையே.
3. ஒருறுப்பு கோவையை பல்லுறுப்பு கோவையில் பெருக்க, நாம் பல்லுறுப்பு கோவையின் ஒவ்வொரு உறுப்புடனும் ஒருறுப்பு கோவையை பெருக்க வேண்டும்.
4. ஈருறுப்பு கோவை (மூவுறுப்பு கோவை)யை பல்லுறுப்பு கோவைகளால் பெருக்கும்போது நாம் பல்லுறுப்பு கோவைகளின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் ஈருறுப்பு கோவையின் ஒவ்வொரு உறுப்பால் பெருக்க வேண்டும். இவ்வாறான பெருக்கலில் ஓரின உறுப்புகளை ஒன்றாக சேர்த்து எழுத வேண்டும்.
5. ஒரு சமன்பாடு, அதில் உள்ள மாறிகளின் எல்லா மதிப்புகளுக்கும் மெய்யானால் அது ஒரு முற்றொருமை எனப்படும். அவ்வாறில்லாமல் ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்புகளுக்கு மட்டும் மெய்யானால் அது முற்றொருமை ஆகாது.
6. கீழ்கண்டவை முற்றொருமைகள் ஆகும்:
   - $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (I)
   - $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (II)
   - $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ (III)
   - $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ (IV)
7. மேற்காணும் முற்றொருமைகள் இயற்கணித கோவைகளை வர்கப்படுத்தியும், பெருக்கவும் பயன்படுகிறது. அதுமட்டுமல்லாமல் எண்களின் பெருக்கற்பலனை எளிதில் கண்டறிய உதவும் ஒரு மாற்று முறையாகவும் பயன்படுகிறது.

அத்தியாயம் 12

காரணிப்படுத்துதல்

42 எனும் எண்ணை எடுத்துக்கொள். 42ஐ இரண்டு எண்களின் பெருக்கல்பலனாக எழுது.

$$\begin{aligned} 42 &= 1 \times 42 \\ &= 2 \times 21 \\ &= 3 \times 14 \\ &= 6 \times 7 \end{aligned}$$

1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 மற்றும் 42 என்பவை 42 ன் காரணிகள். இந்த காரணிகளில் எவை பகா எண்கள்?

42 ஐ பகா எண்களின் பெருக்கல்பலனாக எழுத முடியுமா? முயற்சி செய்.

ரபி இவ்வாறு செய்தான்	சிரிஷா இவ்வாறு செய்தாள்	அக்பர் இவ்வாறு செய்தான்
$42 = 2 \times 21$ $= 2 \times 3 \times 7$	$42 = 3 \times 14$ $= 2 \times 3 \times 7$	$42 = 6 \times 7$ $= 2 \times 3 \times 7$

நீ கவனித்தது என்ன? நாம் கவனித்தது என்னவென்றால் $2 \times 3 \times 7$ என்பது ஒவ்வொரு வகையிலும் பகா எண்களின் பெருக்கல்பலனாக உள்ளது.

இப்பொழுது '70' எனும் எண்ணை எடுத்துக்கொள்.

70 ன் காரணிகள் 1, 2, 5, 7, 10, 14, 35 மற்றும் 70.

$$\begin{aligned} 70 &= 1 \times 70 \\ &= 2 \times 35 \\ &= 5 \times 14 \\ &= 7 \times 10 \end{aligned}$$

70 ஐ $2 \times 5 \times 7$ எனும் பகா காரணிகளின் பெருக்கல்பலனாக எழுதலாம்.

ஓர் எண்ணை பகா காரணிகளின் பெருக்கல்பலனாக எழுதும் அமைப்பை அந்த எண்ணின் பகா காரணிகளின் பெருக்கல் என்று அழைக்கிறோம்.

இதை செய்

கீழே உள்ள எண்களை பகா காரணிகளின் பெருக்கல்பலனாக எழுதுக.

(அ) 48 (ஆ) 72 (இ) 96

இவ்வாறே இயற்கணித கோவைகளையும் அவற்றின் பெருக்கல்பலனாக எழுதலாம். பலவிதமான இயற்கணித கோவைகளையும் அவற்றின் பெருக்கல்பலனாக எழுத அறிந்துக்கொள்ளலாம்.

12.1 இயற்கணித கோவைகளின் காரணிகள் :

கீழ்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளை கவனி.

$7yz = 7(yz) \rightarrow$ 7 மற்றும் yz என்பன காரணிகள்.

$= 7y(z) \rightarrow 7y$ மற்றும் z என்பன காரணிகள்.

$= 7z(y) \rightarrow 7z$ மற்றும் y என்பன காரணிகள்.

$= 7 \times y \times z \rightarrow 7, y$ மற்றும் z என்பன காரணிகள்.

$7, y, z$ என்பனவைகள் மிகச்சிறிய காரணிகள் மிகச்சிறிய காரணிகள்'சுருக்க முடியாதவை' ('*irreducible*') எனும் வார்த்தையை பகா எண் என்பதற்கு பதிலாக இயற்கணிதத்தில் பயன்படுத்துகிறோம். எனவே $7 \times y \times z$ என்பது $7yz$ன் மிகச்சிறிய காரணிகள் வடிவமாகும். ஆனால் $7 \times (yz)$ (அ) $7y(z)$ (அ) $7z(y)$ என்பவை மிகச்சிறிய காரணிகள் அல்ல என்பதையும் கவனிக்க வேண்டும்.

> 1 என்பது $7yz$ இன் காரணி எனவே $7yz = 1 \times 7 \times y \times z$. 1 என்பது எந்த ஒரு எண்ணிற்கும் காரணியாகும். ஆனால் 1ஐ தனித்த காரணியாக எழுத இயலாது.

$7y(z+3)$ஐ எடுத்துக்கொள்

$7y\,(z + 3) = 7 \times y \times (z+3).$

இங்கு $7, y, (z + 3)$ என்பன மேலும் பிரிக்க இயலாத மிகச்சிறிய காரணிகள் ஆகும்.

இவ்வாறே $5x\,(y+2)\,(z+3) = 5 \times x \times (y + 2) \times (z + 3)$

இங்கு 5 , x , $(y + 2)$, $(z + 3)$ என்பன மிகச்சிறிய காரணிகள்.

இதை செய்

1. கீழ்கண்டவற்றின் காரணிகள் காண்க.

(அ) $8x^2yz$ (ஆ) $2xy\,(x + y)$ (இ) $3x + y^3z$

12.2 காரணிப்படுத்துதலின் அவசியம்

இயற்கணித கோவைகளை காரணிப்படுத்தும் போது,அக்கோவைகளை அவற்றின் காரணிகளின் பெருக்கல்பலனாக எழுதுகிறோம். இந்த காரணிகள் எண்கள், இயற்கணித மாறிகள் அல்லது இயற்கணித கோவைகளின் உறுப்பாக இருக்கலாம்.

$23a + 23b + 23c$ ஐ எடுத்துக்கொள். இதை $23(a + b + c)$, என எழுதலாம். இங்கு 23 மற்றும் $(a + b + c)$ என்பன மிகச்சிறிய காரணிகள். 23 என்பது எண் காரணி, $(a + b + c)$ என்பது இயற்கணித காரணி.

(i) $x^2y + y^2x + xy$ (ii) $(4x^2 - 1) \div (2x - 1)$ என்பவைகளில் முதலாவதை $x^2y + y^2x + xy = xy(x + y + 1)$ என சுருங்கிய வடிவில் எழுதலாம்.

இரண்டாவது இயற்கணித கோவை $(4x^2 - 1) \div (2x - 1)$

$$\frac{4x^2 - 1}{2x - 1} = \frac{(2x)^2 - (1)^2}{2x - 1}$$

$$= \frac{(2x+1)(2x-1)}{(2x-1)}$$

$$= (2x + 1)$$

மேற்கண்ட உதாரணங்களிலிருந்து காரணிப்படுத்தல், இயற்கணித கோவைகளை சுருக்கவும் வகுக்கவும் பயன்படுகிறது என அறிகிறோம்.

இப்பொழுது இயற்கணித கோவைகளை காரணிப்படுத்தும் சில முறைகளை விவாதிக்கலாம்.

12.3 பொதுக்காரணி முறை

$3x + 12$ ஐ காரணிப்படுத்தலாம்.

இரு உறுப்புகளின் மிகச்சிறிய காரணிகளாக பகுக்க நமக்கு கிடைப்பது

$3x + 12 = (3 \times x) + (2 \times 2 \times 3)$

இரு உறுப்புகளின் பொது காரணி என்ன?

3ஐ பொதுகாரணியாக எடுக்க, நமக்கு கிடைப்பது

$3 \times [x + (2 \times 2)] = 3 \times (x + 4) = 3\ (x + 4)$

எனவே $3x + 12$ என்பது $3\ (x + 4)$ என்பதே ஆகும்.

3 மற்றும் $(x + 4)$ என்பன $3x + 12$ ன் காரணிகள்.

மேலும் நாம் அறிவது 3 மற்றும் $(x + 4)$என்பன மிகச்சிறிய காரணிகள், தற்போது $6ab+12b$ என்ற கோவையை காரணிப்படுத்துவோம்.

$6ab+12b = (\underline{\mathbf{2 \times 3}} \times a \times \underline{\mathbf{b}}) + (2 \times \underline{\mathbf{2 \times 3 \times b}})$

$= \underline{\mathbf{2 \times 3 \times b}} \times (a + 2) \quad = 6b\ (a + 2)$

குறிப்பு: $6ab$ மற்றும் $12b$ ன் HCF $6b$

$\therefore\ 6ab + 12b = 6b\ (a + 2)$

எடுத்துக்காட்டு 1 : காரணிப்படுத்துக. (அ) $6xy + 9y^2$ (ஆ) $25\ a^2b + 35ab^2$

தீர்வு : (அ) $6xy + 9y^2$

$6\,x\,y = 2 \times \underline{3} \times x \times \underline{y}$ மற்றும் $9y^2 = 3 \times \underline{3 \times y} \times y$

3 மற்றும் 'y' என்பன இரு உறுப்புகளின் பொதுகாரணி

எனவே, $6xy + 9y^2$

$= (2 \times \underline{3} \times x \times \underline{y}) + (3 \times \underline{3 \times y} \times y)$ (உறுப்புகளை இணைப்பதால்)

$= \underline{3 \times y} \times [(2 \times x) + (3 \times y)]$

$\therefore\ 6xy + 9y^2 = 3y(2x + 3y)$

விரிவாக்கத்தின் காரணிகளின் அமைப்பை ஒரே ஒரு உறுப்பாகவே எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும் என்பதை கவனி.

(ஆ) $25a^2b + 35ab^2 = (5 \times \underline{5} \times a \times \underline{a \times b}) + (\underline{5} \times 7 \times \underline{a \times b} \times b)$

$= \underline{5 \times a \times b} \times [(5 \times a) + (7 \times b)]$

$= 5ab\,(5a + 7b)$

$\therefore\ 25a^2b + 35ab^2 = 5ab\,(5a + 7b)$

எடுத்துக்காட்டு 2: காரணிப்படுத்துக. $3x^2 + 6x^2y + 9xy^2$

$3x^2 + 6x^2y + 9xy^2 = (\underline{3 \times x} \times x) + (2 \times \underline{3 \times x} \times x \times y) + (3 \times \underline{3 \times x} \times y \times y)$

$= \underline{3 \times x}\,[x + (2 \times x \times y) + (3 \times y \times y)]$

$= 3x\,(x + 2xy + 3y^2)$ ($3 \times x$ ஐ பொதுக்காரணியாக்குவதால்)

$\therefore\ 3x^2 + 6x^2y + 9xy^2 = 3x\,(x + 2xy + 3y^2)$

இதை செய்

காரணிப்படுத்துக (அ) $9a^2 - 6a$ (ஆ) $15a^3b - 35ab^3$ (இ) $7lm - 21lmn$

12.4 குழு உறுப்புகளால் காரணிப்படுத்துதல்

$ax + bx + ay + by$. என்பதை கவனி. x என்பது முதல் இரண்டு உறுப்புகளின் பொது காரணி மற்றும் கடைசி இரண்டு உறுப்புகளின் பொதுகாரணி y. ஆனால் இவைகளுக்கு எந்த ஒரு உறுப்பும் பொதுக்காரணியாக இல்லை. இவைகளுக்கு இவ்வாறு காரணி காணலாம்.

குழு உறுப்புகளாக பிரிக்க, $(ax + bx) + (ay + by)$

$(ax + bx) + (ay + by) = x(a+b) + y(a+b)$ (ஒவ்வொரு குழுவிலிருந்தும் பொதுக்காரணிகளை பிரித்தால்)

$= (a+b)(x+y)$ (குழுவிலிருந்து பொதுக்காரணிகளை பிரித்தால்)

$ax + bx + ay + by$ ன் விரிவு என்பது அவற்றின் காரணிகளின் பெருக்கல்பலனாகும். $(a+b)$ மற்றும் $(x+y)$, எனும் காரணிகள் மேலும் பிரிக்க முடியாத மிகச்சிறிய காரணிகளாகும்.

மேற்கண்ட கோவையை மற்றொரு முறையிலும் காரணிப்படுத்தலாம்.

$ax + ay + bx + by = (ax + ay) + (bx + by)$

$= a(x + y) + b(x + y)$

$= (x + y)(a + b)$

காரணிகளை வரிசை மாற்றி எழுதினாலும் ஒன்றே என்பதை கவனி.

இதை செய்

காரணிப்படுத்துக. (அ) $5xy + 5x + 4y + 4$ (ஆ) $3ab + 3b + 2b + 2$

எடுத்துக்காட்டு 3: காரணிப்படுத்துக. $6ab - b^2 - 2bc + 12ac$

தீர்வு : **படி 1:** அனைத்து உறுப்புகளின் பொதுகாரணி உள்ளதா என கவனி. அப்படி ஏதுமில்லை.

படி 2: முதல் இரண்டு உறுப்புகளை குழுமாற்றி அமைத்தால்,

$6ab - b^2 = b(6a - b)$ ———I

கடைசி இரண்டு உறுப்புகளை வரிசைமாற்றம் செய்ய நமக்கு கிடைப்பது $12ac - 2bc$.

எனவே $12ac - 2bc = 2c(6a - b)$ ———II

படி 3: I மற்றும் II இணைத்தால்

$6ab - b^2 - 2bc + 12ac = b(6a - b) + 2c(6a - b)$

$= (6a - b)(b + 2c)$

$(6a-b)$ எனும் பொதுகாரணி எடுக்க.

எனவே $6ab - b^2 - 2bc + 12ac$ ன் காரணிகள் $(6a - b)$ மற்றும் $(b + 2c)$

பயிற்சி - 12.1

1. கீழ்கண்ட உறுப்புகளின் பொதுகாரணிகளை கண்டுபிடி.

(அ) $8x, 24$ (ஆ) $3a, 21ab$ (இ) $7xy, 35x^2y^3$ (ஈ) $4m^2, 6m^2, 8m^3$

(உ) $15p, 20qr, 25rp$ (ஊ) $4x^2, 6xy, 8y^2x$ (எ) $12x^2y, 18xy^2$

2. கீழ்கண்ட பல்லுறுப்புக்கோவைகளை காரணிப்படுத்துக.

(அ) $5x^2 - 25xy$ (ஆ) $9a^2 - 6ax$ (இ) $7p^2 + 49pq$

(ஈ) $36a^2b - 60a^2bc$ (உ) $3a^2bc + 6ab^2c + 9abc^2$

(எ) $4p^2 + 5pq - 6pq^2$ (ஏ) $ut + at^2$

3. கீழ்கண்டவற்றை காரணிப்படுத்துக.

(அ) $3ax - 6xy + 8by - 4ab$ (ஆ) $x^3 + 2x^2 + 5x + 10$

(இ) $m^2 - mn + 4m - 4n$ (ஈ) $a^3 - a^2b^2 - ab + b^3$ (உ) $p^2q - pr^2 - pq + r^2$

12.5 முற்றொருமையை பயன்படுத்தி காரணிப்படுத்துதல்

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b)\ (a - b) = a^2 - b^2$ என்பவைகள் இயற்கணித முற்றொருமைகள்.

தரப்பட்டுள்ள பல்லுறுப்புக்கோவைகள் மேற்கண்ட முற்றொருமைகளின் வலது புறத்தில் உள்ளதுபோல் இருந்தால் இந்த முற்றொருமைகளை பயன்படுத்தி காரணிப்படுத்தலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 4: காரணிப்படுத்துக. $x^2 + 10x + 25$

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்டுள்ள பல்லுறுப்புக்கோவை மூன்று உறுப்புகளை கொண்டிருக்கிறது. முதல் மற்றும் மூன்றாம் உறுப்புகள் முழு வர்க்கங்கள். அதாவது x^2 மற்றும் $25\ (5^2)$. மேலும் மைய உறுப்பு மிகை குறியை கொண்டிருக்கிறது. மேற்கண்டபடி $\boldsymbol{a^2 + 2ab + b^2}$, என எழுதலாம்.

எனவே $x^2 + 10x + 25 = (x)^2 + 2\ (x)\ (5) + (5)^2$

$a^2 + 2ab + b^2$ என்பதற்கு இடதுபுறம் உள்ளதோடு மேற்கண்டதை ஒப்பிடு. அதாவது $(a + b)^2$. இங்கு $a = x$ மற்றும் $b = 5$

எனவே $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2 = (x + 5)\ (x + 5)$

எடுத்துக்காட்டு 5: காரணிப்படுத்துக $16z^2 - 48z + 36$

தீர்வு : தரப்பட்டுள்ள கோவையிலிருந்து பொது எண் காரணிகளை காண,

$16z^2 - 48z + 36 = (4 \times 4z^2) - (4 \times 12z) + (4 \times 9) = 4(4z^2 - 12z + 9)$

$4z^2 = (2z)^2$; $9 = (3)^2$ மற்றும் $12z = 2\ (2z)\ (3)$

$4z^2 - 12z + 9 = (2z)^2 - 2\ (2z)\ (3) + (3)^2$ ஏனெனில் $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

$= (2z - 3)^2$

எனவே , $16z^2 - 48z + 36 = 4(4z^2 - 12z + 9) = 4\ (2z - 3)^2$

$= 4(2z - 3)(2z - 3)$

எடுத்துக்காட்டு 6: காரணிப்படுத்துக. $25p^2 - 49q^2$

தீர்வு : தரப்பட்டுள்ள கோவை இரண்டு முழு வர்க்கங்களின் வித்தியாசம் என அறியலாம். அதாவது $a^2 - b^2$ எனும் வடிவில் உள்ளது.

எனவே முற்றொருமை $a^2 - b^2 = (a+b)\ (a-b)$ என்பதை பயன்படுத்தலாம்.

$25p^2 - 49q^2 = (5p)^2 - (7q)^2$

$= (5p + 7q)\ (5p - 7q)\ [\because a^2 - b^2 = (a + b)\ (a - b)]$

எனவே $25p^2 - 49q^2 = (5p + 7q)\ (5p - 7q)$

எடுத்துக்காட்டு 7: காரணிப்படுத்துக. $48a^2 - 243b^2$

தீர்வு : இந்த இரண்டு உறுப்புகளும் முழு வர்க்கங்களாக இல்லை, ஆனால் 3 என்பது பொதுக்காரணியாக உள்ளது.

அதாவது $48a^2 - 243b^2 = 3\,[16a^2 - 81b^2]$

$= 3\,[(4a)^2 - (9b)^2]$ மீண்டும் $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$= 3\,[\,(4a + 9b)\,(4a - 9b)]$

$= 3\,(4a + 9b)\,(4a - 9b)$

எடுத்துக்காட்டு 8: காரணிப்படுத்துக. $x^2 + 2xy + y^2 - 4z^2$

தீர்வு : முதல் மூன்று உறுப்புகள் $(x + y)^2$ எனும் வடிவில் உள்ளது. மேலும் நான்காவது உறுப்பு முழு வர்க்கமாக உள்ளது.

ஆகவே $x^2 + 2xy + y^2 - 4z^2 = (x + y)^2 - (2z)^2$

$= [(x + y) + 2z]\,[(x + y) - 2z]$

$= (x + y + 2z)\,(x + y - 2z)$

$\boxed{a^2 - b^2 = (a+b)\,(a-b)}$

எடுத்துக்காட்டு 9: காரணிப்படுத்துக. $p^4 - 256$

தீர்வு : $p^4 = (p^2)^2$ மற்றும் $256 = (16)^2$

ஆகவே $p^4 - 256 = (p^2)^2 - (16)^2$

$= (p^2 - 16)\,(p^2 + 16)$

$= (p+4)\,(p-4)\,(p^2 + 16)$ $\boxed{\text{மீண்டும் } p^2 - 16 = (p+4)\,(p-4)}$

12.6 $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ எனும் வடிவில் உள்ள காரணிகள்.

$x^2 + 12x + 35$, $x^2 + 6x - 27$, $a^2 - 6a + 8$, $3y^2 + 9y + 6$.... போன்ற உறுப்புகளை கவனி. இந்த பல்லுறுப்புக்கோவைகளில் மாறிலி உறுப்புகள் முழு வர்க்கங்களாக இல்லாததால் மேற்கண்ட முற்றொருமைகளை பயன்படுத்தி காரணிப்படுத்த இயலாது.

$x^2 + 12x + 35$ எடுத்துக்கொள்.

இந்த உறுப்புகள் அனைத்திலும் காரணிப்படுத்த குழு உறுப்புகளாக பிரிக்க இயலாது. மைய உறுப்பையும், மாறிலி உறுப்பையும் பிரித்து $x^2 + (a + b)x + ab$ எனும் முற்றொருமை வடிவில் குழுக்களாக்கு.

மாறிலி உறுப்பை முடிந்தவரை இரண்டு காரணிகளில் பெருக்கல்பலனாக எழுதவும்.

$35 =$	1×35	$1 + 35 = 36$
	$(-1) \times (-35)$	$-1 - 35 = -36$
	5×7	$5 + 7 = 12$
	$(-5) \times (-7)$	$-5 - 7 = -12$

மைய உறுப்பை இரண்டாக பிரித்த பிறகு அவற்றின் கெழுக்களின்(Coefficients) மொத்தம் எவ்வளவு? $5 + 7 = 12$

$\therefore\ x^2 + 12x + 35 \;=\; x^2 + 5x + 7x + 35 \quad (\because\ 12x = 5x + 7x)$

$= x\,(x + 5) + 7\,(x + 5)$ (பொது காரணிகளை தனியாக எடுக்க)

$= (x + 5)\,(x + 7)$ ($(x + 5)$ என்பது பொது காரணி)

மேற்கண்டதிலிருந்து $x^2 + (a + b)\,x + ab$ எனும் வடிவில் உள்ளதை $(x + a)\,(x + b)$ என காரணிப்படுத்தலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 10: காரணிப்படுத்துக. $m^2 - 4m - 21$

தீர்வு : $m^2 - 4m - 21$ ஐ $x^2 + (a + b)\,x + ab$ உடன் ஒப்பிடு.

$ab = -21$, மற்றும் $a+b = -4$. ஆகவே $(-7) + 3 = -4$ மற்றும் $(-7)(3) = -21$

எனவே, $m^2 - 4m - 21 = m^2 - 7m + 3m - 21$

$= m\,(m - 7) + 3\,(m - 7)$

$= (m - 7)\;(m + 3)$

எனவே $m^2 - 4m - 21 = (m - 7)\,(m + 3)$

-21 ன் காரணிகள் மற்றும் அவற்றின் மொத்தம்	
$-1 \times 21 = -21$	$-1 + 21 = 20$
$1 \times (-21) = -21$	$1 - 21 = -20$
$\boxed{-7 \times 3 = -21}$	$\boxed{-7 + 3 = -4}$
$-3 \times 7 = -21$	$-3 + 7 = 4$

எடுத்துக்காட்டு 11: காரணிப்படுத்துக. $4x^2 + 20x - 96$

தீர்வு : 4 என்பது அனைத்து உறுப்புகளில் பொதுகாரணி

ஆகவே $4x^2 + 20x - 96 = 4\,[x^2 + 5x - 24]$

இப்பொழுது $x^2 + 5x - 24$

$= x^2 + 8x - 3x - 24$

$= x\,(x + 8) - 3(x + 8)$

$= (x + 8)(x - 3)$

ஃ $4x^2 + 20x - 96 = 4(x + 8)(x - 3)$

-24 ன் காரணிகள் மற்றும் அவற்றின் மொத்தம்	
$-1 \times 24 = -24$	$-1 + 24 = 23$
$1 \times (-24) = -24$	$1 - 24 = -23$
$\boxed{-8 \times 3 = -24}$	$\boxed{3 - 8 = -5}$
$-3 \times 8 = -24$	$-3 + 8 = 5$

பயிற்சி - 12.2

1. கீழ்கண்ட பல்லுறுப்புக்கோவைகளை காரணிப்படுத்துக.

(அ) $a^2 + 10a + 25$ (ஆ) $l^2 - 16l + 64$ (இ) $36x^2 + 96xy + 64y^2$

(ஈ) $25x^2 + 9y^2 - 30xy$ (உ) $25m^2 - 40mn + 16n^2$

(ஊ) $81x^2 - 198\,xy + 121y^2$ (எ) $(x+y)^2 - 4xy$ (குறிப்பு : முதலில் $(x + y)^2$ ஐ விரிவுப்படுத்துக)

(ஏ) $l^4 + 4l^2m^2 + 4m^4$

2. கீழ்கண்டவற்றை காரணிப்படுத்துக.

(அ) $x^2 - 36$ (ஆ) $49x^2 - 25y^2$ (இ) $m^2 - 121$

(ஈ) $81 - 64x^2$ (உ) $x^2y^2 - 64$ (ஊ) $6x^2 - 54$

(எ) $x^2 - 81$ (ஏ) $2x - 32x^5$ (ஐ) $81x^4 - 121x^2$

(ஒ) $(p^2 - 2pq + q^2) - r^2$ (ஓ) $(x + y)^2 - (x - y)^2$

3. கீழ்கண்டவற்றை காரணிப்படுத்துக.

(அ) $lx^2 + mx$ (ஆ) $7y^2 + 35Z^2$ (இ) $3x^4 + 6x^3y + 9x^2Z$

(ஈ) $x^2 - ax - bx + ab$ (உ) $3ax - 6ay - 8by + 4bx$ (ஊ) $mn + m + n + 1$

(எ) $6ab - b^2 + 12ac - 2bc$ (ஏ) $p^2q - pr^2 - pq + r^2$ (ஐ) $x(y+z) - 5(y+z)$

4. கீழ்கண்டவற்றை காரணிப்படுத்துக.

(அ) $x^4 - y^4$ (ஆ) $a^4 - (b+c)^4$ (இ) $l^2 - (m - n)^2$

(ஈ) $49x^2 - \frac{16}{25}$ (உ) $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$ (ஊ) $4(a+b)^2 - 9(a - b)^2$

5. கீழ்கண்டவற்றை காரணிப்படுத்துக.

(அ) $a^2 + 10a + 24$ (ஆ) $x^2 + 9x + 18$ (இ) $p^2 - 10q + 21$ (ஈ) $x^2 - 4x - 32$

6. $x^2 + 3xy + x + my - m$ என்பது x மற்றும் y ல் முழுக்களின் கெழுக்களோடு இரண்டு நேரிய காரணிகளை பெற்றுள்ளது எனில் 'm' ன் மதிப்புகளைக் காண்க.

12.7 பல்லுறுப்புக்கோவைகளின் வகுத்தல்

வகுத்தல் என்பது பெருக்கல் தலைகீழி ஆகும்.

$3x \times 5x^3 = 15x^4$ ஐ எடுத்துக்கொள்.

எனவே $15x^4 \div 5x^3 = 3x$ மேலும் $15x^4 \div 3x = 5x^3$

இவ்வாறே $6a(a + 5) = (6a^2 + 30)$

ஃ $(6a^2 + 30) \div 6a = a + 5$

மற்றும் $(6a^2 + 30) \div (a+5) = 6a.$

12.8 ஒருறுப்புக்கோவையை மற்றொரு ஒருறுப்புக்கோவையால் வகுத்தல்

$24x^3 \div 3x$ ஐ எடுத்துக்கொள்.

$$\therefore 24x^3 \div 3x$$

$$= \frac{2\times2\times2\times3\times x\times x\times x}{3\times x}$$

$$= \frac{(3\times x)(2\times2\times2\times x\times x)}{(3\times x)} = 8x^2$$

எடுத்துக்காட்டு 12: கீழ்கண்ட வகுத்தல்களை செய்.

(அ) $70x^4 \div 14x^2$ (ஆ) $4x^3y^3z^3 \div 12xyz$

தீர்வு : (அ) $70x^4 \div 14x^2 = \dfrac{2\times5\times7\times x\times x\times x\times x}{2\times7\times x\times x}$

$= \dfrac{5\times x\times x}{1}$

$= 5x^2$

(ஆ) $4x^3y^3z^3 \div 12xyz = \dfrac{4\times x\times x\times x\times y\times y\times y\times z\times z\times z}{12\times x\times y\times z}$

$= \dfrac{1}{3}x^2y^2z^2$

12.9 பல்லுறுப்புக்கோவையை ஒருறுப்புக்கோவையால் வகுத்தல்

மூவுறுப்புக்கோவை வகுத்தலை காண்போம்.

$6x^4+10x^3+8x^2$ ஐ $2x^2$ என்ற ஓருறுப்புக்கோவையால் வகுத்தல்

$6x^4 + 10x^3 + 8x^2 = [2 \times 3 \times x \times x \times x \times x] + [2 \times 5 \times x \times x \times x] + [2 \times 2 \times 2 \times x \times x]$

$= \underline{(2x^2)}(3x^2) + \underline{(2x^2)}(5x) + \underline{2x^2}(4)$

$= 2x^2[3x^2 + 5x + 4]$

$2x^2$ பொதுகாரணி என்பதை கவனி

இப்பொழுது $(6x^4 + 10x^3 + 8x^2) \div 2x^2$

$= \dfrac{6x^4+10x^3+8x^2}{2x^2} = \dfrac{2x^2(3x^2+5x+4)}{2x^2}$

$= (3x^2 + 5x + 4)$

மற்றொரு முறையில், பல்லுறுப்புக்கோவையில் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் ஓருறுப்புக்கோவையால் வகுத்தல் (நீக்கல் முறை) மூலம் செய்யலாம்.

$(6x^4 + 10x^3 + 8x^2) \div 2x^2$

$= \dfrac{6x^4}{2x^2} + \dfrac{10x^3}{2x^2} + \dfrac{8x^2}{2x^2}$

$= 3x^2 + 5x + 4$

இங்கு தொகுதியில் உள்ள பல்லுறுப்புக்கோவையின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் பகுதியில் உள்ள ஓருறுப்புக்கோவையால் வகுக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 13 : $30(a^2bc + ab^2c + abc^2)$ ஐ $6abc$ ஆல் வகு.

தீர்வு : $30(a^2bc + ab^2c + abc^2)$

$= 2 \times 3 \times 5\,[(a \times a \times b \times c) + (a \times b \times b \times c) + (a \times b \times c \times c)]$

$= 2 \times 3 \times 5 \times a \times b \times c\ (a + b + c)$

ஆகவே $30(a^2bc + ab^2c + abc^2) \div 6abc$

$$= \frac{2\times3\times5\times abc(a+b+c)}{2\times3\times abc}$$

$= 5(a + b + c)$

மற்றொரு முறையில் $30(a^2bc + ab^2c + abc^2) \div 6abc$

$$= \frac{30a^2bc}{6abc} + \frac{30ab^2c}{6abc} + \frac{30abc^2}{6abc}$$

$= 5a + 5b + 5c$

$= 5(a + b + c)$

12.10 பல்லுறுப்புக்கோவையை பல்லுறுப்புக்கோவையால் வகுத்தல்

$(3a^2 + 21a) \div (a+7)$ ஐ எடுத்துக்கொள்.

சரிபார்ப்பதற்காக முதலில் நாம் $3a^2 + 21a$ ஐ காரணிப்படுத்துவோம். பிறகு காரணிகளை பகுதியுடன் ஒப்பிடலாம்.

$$(3a^2 + 21a) \div (a+7) = \frac{3a^2+21a}{a+7}$$

$$= \frac{3a(a+7)}{a+7} = 3a$$

$= 3a$

எடுத்துக்காட்டு 14: $39y^3(50y^2 - 98)$ ஐ $26y^2(5y+7)$ ஆல் வகு.

தீர்வு : $39y^3(50y^2 - 98) = 3 \times 13 \times y \times y \times y \times [2\,(25y^2 - 49)]$

$= 2 \times 3 \times 13 \times y \times y \times y \times [(5y)^2 - (7)^2]$ $\boxed{a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)}$

$= 2 \times 3 \times 13 \times y \times y \times y \times [(5y + 7)\ (5y - 7)]$

$= 2 \times 3 \times 13 \times y \times y \times y \times (5y + 7)\,(5y - 7)$

மேலும் $26y^2(5y + 7) = 2 \times 13 \times y \times y \times ((5y + 7)$

$\therefore \quad [\,39y^3(50y^2 - 98)\,] \div [\,26y^2(5y + 7)\,]$

$$= \frac{[2 \times 3 \times 13 \times y \times y \times y(5y+7)(5y-7)]}{[2 \times 13 \times y \times y \times (5y+7)]}$$

$$= 3y\,(5y - 7)$$

எடுத்துக்காட்டு 15: $m^2 - 14m - 32$ ஐ $m+2$ ஆல் வகு.

தீர்வு : $m^2 - 14m - 32 \quad = m^2 - 16m + 2m - 32$

$= m(m - 16) + 2(m - 16)$

$= (m - 16)(m+2)$

$(m^2 - 14m - 32) \div m+2 \quad = (m - 16)(m+2) \div (m+2)$

$= (m - 16)$

எடுத்துக்காட்டு 16: $42(a^4 - 13a^3 + 36a^2)$ ஐ $7a(a - 4)$ ஆல் வகு.

தீர்வு : $42(a^4 - 13a^3 + 36a^2) \quad = 2 \times 3 \times 7 \times a \times a \times (a^2 - 13a + 36)$

$= 2 \times 3 \times 7 \times a \times a \times (a^2 - 9a - 4a + 36)$

$= 2 \times 3 \times 7 \times a \times a \times [a\,(a - 9) - 4(a - 9)]$

$= 2 \times 3 \times 7 \times a \times a \times [(a - 9)(a - 4)]$

$= 2 \times 3 \times 7 \times a \times a \times (a - 9)\,(a - 4)$

$42\,(a^4 - 13a^3 + 36a^2) \div 7a\,(a - 4) = 2 \times 3 \times 7 \times a \times a \times (a - 9)(a - 4) \div 7a(a - 4)$

$= 6a\,(a - 9)$

எடுத்துக்காட்டு 17: $x(3x^2 - 108)$ ஐ $3x(x - 6)$ ஆல் வகு.

தீர்வு : $x(3x^2 - 108) \quad = x \times [\,3(x^2 - 36)]$

$= x \times [\,3(x^2 - 6^2)]$

$= x \times [3(x + 6)(x - 6)]$

$= 3 \times x \times [\,(x + 6)(x - 6)]$

$x(3x^2 - 108) \div 3x\,(x - 6) \quad = 3 \times x \times [\,(x + 6)\,(x - 6)] \div 3x\,(x - 6)$

$= (x + 6)$

பயிற்சி - 12.3

1. கீழ்கண்ட வகுத்தல்களை செய்க.

(அ) $48a^3$ by $6a$ (ஆ) $14x^3$ by $42x^2$

(இ) $72a^3b^4c^5$ by $8ab^2c^3$ (ஈ) $11xy^2z^3$ by $55xyz$ (உ) $-54l^4m^3n^2$ by $9l^2m^2n^2$

2. கொடுக்கப்பட்ட பல்லுறுப்புக்கோவைகளை கொடுக்கப்பட்ட ஒருறுப்புக்கோவைகளால் வகு.

(அ) $(3x^2 - 2x) \div x$ (ஆ) $(5a^3b - 7ab^3) \div ab$

(இ) $(25x^5 - 15x^4) \div 5x^3$ (ஈ) $(4l^5 - 6l^4 + 8l^3) \div 2l^2$

(உ) $15(a^3b^2c^2 - a^2b^3c^2 + a^2b^2c^3) \div 3abc$ (ஊ) $(3p^3 - 9p^2q - 6pq^2) \div (-3p)$

(எ) $(\frac{2}{3}a^2b^2c^2 + \frac{4}{3}ab^2c^2) \div \frac{1}{2}abc$

3. கீழ்கண்ட வகுத்தல்களை செய்க.

(அ) $(49x - 63) \div 7$ (ஆ) $12x(8x - 20) \div 4(2x - 5)$

(இ) $11a^3b^3(7c - 35) \div 3a^2b^2(c - 5)$

(ஈ) $54lmn(l + m)(m + n)(n + l) \div 8lmn(l + m)(n + l)$

(உ) $36(x + 4)(x^2 + 7x + 10) \div 9(x + 4)$ (ஊ) $a(a + 1)(a + 2)(a + 3) \div a(a + 3)$

4. பல்லுறுப்புக்கோவைகளை காரணிப்படுத்தி வகு.

(அ) $(x^2 + 7x + 12) \div (x + 3)$ (ஆ) $(x^2 - 8x + 12) \div (x - 6)$

(இ) $(p^2 + 5p + 4) \div (p + 1)$ (ஈ) $15ab(a^2 - 7a + 10) \div 3b(a - 2)$

(உ) $15lm(2p^2 - 2q^2) \div 3l(p + q)$ (ஊ) $26z^3(32z^2 - 18) \div 13z^2(4z - 3)$

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

வெவ்வேறு செயல்களை பயன்படுத்தி, இயற்கணிதகோவைகளின் தீர்வுகளை காணும் போது, சில மாணவர்கள் கீழ்கண்டவாறு தீர்வு காண்கிறார்கள்.அவர்கள் செய்த தவறை சுட்டிக்காட்ட முடியுமா? சரியான விடைகளை எழுது.;

கீழ்கண்டவற்றில் உள்ள தவறுகளை கண்டறிய முடியுமா?

வகுப்பு செயல் திட்டம் 1 : ஸ்ரீலேகா , ஆசிரியர் கொடுத்த சமன்பாட்டை கீழ்கண்டவாறு தீர்வு கண்டாள்.

$3x + 4x + x + 2x = 90$

$9x = 90$ எனவே $x = 10$

உறுப்பின் கெழு 1 ஆக இருந்தால் அதை நாம் குறிப்பிடுவதில்லை.ஆனால் உறுப்புகளை கூட்டும் போது அதை கணக்கில் கொள்ள வேண்டும்.

இந்த கணக்கில் சரியான தீர்வைப்பற்றி நீவிர் கூறுவது யாது?ஸ்ரீலேகா எங்கு தவறு செய்தாள் என்று உன்னால் கண்டறிய முடியுமா?

வகுப்பு செயல்திட்டம் 2 : சரயு கீழ்கண்டவாறு செய்தாள்

$x = -4$, எனில் $7x = 7 - 4 = -3$

குறை எண்ணை பெருக்கும் முறையை நினைவு செய்க.

வகுப்பு செயல்திட்டம் 3 : சிவா மற்றும் தீபு இயற்கணித கோவைகளின் பெருக்கல்பலனை கீழ்கண்டவாறு செய்தார்கள். யாருடைய பெருக்கல்பலன் சரி என்று ஆராய்ந்து கூறு.

சிவா	தீபு
(அ) $3(x-4) = 3x - 4$	$3(x-4) = 3x - 12$
(ஆ) $(2x)^2 = 2x^2$	$(2x)^2 = 4x^2$
(இ) $(2a-3)(a+2) = 2a^2 - 6$	$(2a-3)(a+2) = 2a^2 + a - 6$
(ஈ) $(x+8)^2 = x^2 - 64$	$(x+8)^2 = x^2 + 16x + 64$

வகுப்பு செயல்திட்டம் 4 : சுமன் கீழ்கண்டவாறு வகுத்தலை செய்தான்?

$(a+5) \div 5 = a+1$

அவனுடைய நண்பன் தினேஷ் இவ்வாறு செய்தான் $(a+5) \div 5 = a$

மேலும் அவனுடைய தோழி பாவனி இவ்வாறு செய்தான் $(a+5) \div 5 = a/5 + 1$

இதனுடைய சரியான தீர்வைபற்றி என்ன நினைக்கிறாய்? ஆலோசனை செய்.

பயிற்சி - 12.4

கீழ்கண்ட கணித வாக்கியங்களிலுள்ள தவறுகளை கண்டுபிடித்து சரிபடுத்துக.

(i) $3(x-9) = 3x - 9$

(ii) $x(3x+2) = 3x^2 + 2$

(iii) $2x + 3x = 5x^2$

(iv) $2x + x + 3x = sx$

(v) $4p + 3p + 2p + p - 9p = 0$

(vi) $3x + 2y = 6xy$

(vii) $(3x)^2 + 4x + 7 = 3x^2 + 4x + 7$

(viii) $(2x)^2 + 5x = 4x + 5x = 9x$

(ix) $(2a+3)^2 = 2a^2 + 6a + 9$

(x) $x = -3$ எனில்

(a) $x^2 + 7x + 12 = (-3)^2 + 7(-3) + 12 = 9 + 4 + 12 = 25$

(b) $x^2 - 5x + 6 = (-3)^2 - 5(-3) + 6 = 9 - 15 + 6 = 0$

(c) $x^2 + 5x = (-3)^2 + 5\,(-3) + 6 = -9 - 15 = -24$

(xi) $(x-4)^2 = x^2 - 16$ (xii) $(x+7)^2 = x^2 + 49$

(xiii) $(3a + 4b)\,(a - b) = 3a^2 - 4a^2$ (xiv) $(x+4)\,(x+2) = x^2 + 8$

(xv) $(x-4)\,(x-2) = x^2 - 8$ (xvi) $5x^3 \div 5\,x^3 = 0$

(xvii) $2x^3 + 1 \div 2x^3 = 1$ (xviii) $3x + 2 \div 3x = \frac{2}{3x}$

(xix) $3x + 5 \div 3 = 5$ (xx) $\frac{4x+3}{3} = x + 1$

நாம் கற்றவை

1. காரணிப்படுத்துதல் என்பது தரப்பட்டுள்ள பல்லுறுப்புக்கோவைகளின் காரணிகளின் பெருக்கல்பலன் ஆகும்.
2. ஒரு காரணியை மேலும் பகுக்க முடியவில்லையெனில் அக்காரணி மிகச்சிறிய காரணி (irreducible factor) எனப்படும்.
3. $a^2 + 2ab + b^2$; $a^2 - 2ab + b^2$; $a^2 - b^2$ மற்றும் $x^2 + (a+b)\,x + ab$ ஆகிய வடிவில் மாற்றப்படக் கூடிய பல்லுறுப்புக்கோவைகளை முற்றொருமைகளை பயன்படுத்தி காரணிப்படுத்தலாம்.
4. $x^2 + (a+b)\;x + ab$, எனும் வடிவில் உள்ள பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் காரணிகள் $(x+a)(x+b)$ ஆகும்.
5. வகுத்தல், பெருக்கலின் தலைகீழியாகும். இக்கருத்து இயற்கணித கோவைகளின் வகுத்தலுக்கு உட்பட்டதாகும்.

கோல்ட் பெக்கின் கற்பனை (Gold Bach Conjecture)

ஒவ்வொரு ஒற்றை எண்ணும் ஒரு பகா எண்ணாகவோ அல்லது பகா எண்களின் கூடுதலாகவோ அல்லது வர்க்க எண்களின் இருமடங்காகவோ இருக்கும் என கோல்ட் பெக் தன்னுடைய பரிசோதனைகளின் மூலம் கண்டறிந்தார்.

அதாவது $21 = 19 + 2$ அல்லது $13 + 8$ அல்லது $3 + 18$.

அவர் மேற்கண்டவாறு 9000 வரை பரிசோதித்தார். மேலும் $5777 = 53 \times 10$ மற்றும் $5993 = 13 \times 641$ என்ற எண்களுக்கு மட்டும் இவ்விதி பொருந்தாது என கண்டறிந்தார். ஏனெனில் அவைகள் பகா எண்ணும் அல்ல, பகா எண்களின் கூடுதலும் அல்ல மற்றும் வர்க்க எண்களின் இருமடங்கும் அல்ல .

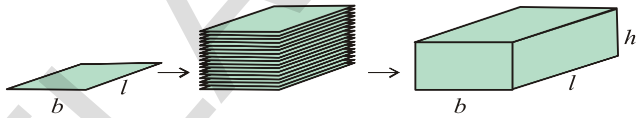
அத்தியாயம் 13

முப்பரிமாண வடிவங்களை இருபரிமாண வடிவங்களில் காட்சிப்படுத்துதல்

13.0 அறிமுகம்

நாம் முப்பரிமாண உலகில் வசிக்கிறோம். நம்மைச் சுற்றி உள்ள பொருட்கள் யாவும் முப்பரிமாண வடிவம் கொண்டவை. இருபரிமாண வடிவம் முப்பரிமாண வடிவத்திலிருந்து வேறுபட்டிருப்பதை நாம் அறியலாம். சுவற்றின் மீது உள்ள சுவரொட்டியை பார். அதன் தளம் செவ்வக வடிவத்தை கொண்டிருக்கும். அது எத்தனை அளவுகளை கொண்டிருக்கும்? இரண்டு அளவுகள், அவை நீளம் மற்றும் அகலம். புத்தகத்தை பார். புத்தகத்தின வடிவம் என்ன? அது கனச்செவ்வக வடிவம். இது 3 அளவுகளை கொண்டுள்ளது. நீளம் அகலம் மற்றும் உயரம் ஆகும்.

முக்கோணம், சதுரம், செவ்வகம் ஆகியவை சமதள இருபரிமாண வடிவங்கள். கனச்சதுரம், கனச்செவ்வகம் போன்றவை முப்பரிமாண பொருட்கள். இருபரிமாண பொருட்களை ஒன்றின் மீது ஒன்றாக அடுக்கி வைக்கும் போது அவை முப்பரிமாண பொருளாக படத்தில் காட்டியுள்ளபடி உருவாகிறது. இவை கன அளவையும் கொண்டுள்ளது.



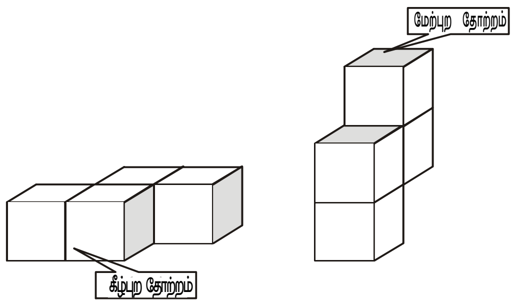
இதை செய்

1. முப்பரிமாண பொருட்களின் பெயர்கள் சிலவற்றை எழுதுக.
2. இருபரிமாண பொருட்கள் சிலவற்றிற்கு உதாரணம் கொடு.
3. உன்னுடைய நோட்டுப்புத்தகத்தில் பட்டத்தின் படம் வரை. இது இருபரிமாண வடிவமா? அல்லது முப்பரிமாண வடிவமா?
4. கனச்சதுரம், கனச்செவ்வக வடிவ பொருட்கள் சிலவற்றை கண்டுபிடி.
5. வட்டம், கோளம் எத்தனை பரிமாணங்களை கொண்டுள்ளன?

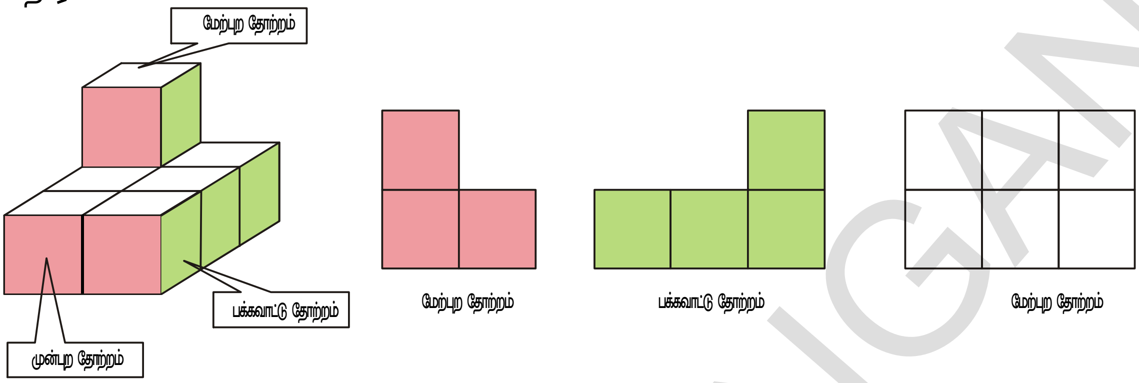
13.1 கனச்சதுரத்தைக் கொண்டு முப்பரிமாண பொருட்களை செய்தல்

அருகில் உள்ள கன வடிவத்தை பார். இரண்டும் நான்கு கனசதுரத்தை கொண்டு உருவாக்கப்பட்டவை.

நாம் பல்வேறு நிலைகளில் பார்க்கும் போது இவை வெவ்வேறாக காணப்படும். ஆனால் அந்த பொருட்கள் ஒன்றே.



இதே போல பல்வேறு நிலைகளில் பார்க்கும் போது பல்வேறு வடிவங்கள் காணப்படுகின்றன. உதாரணமாக

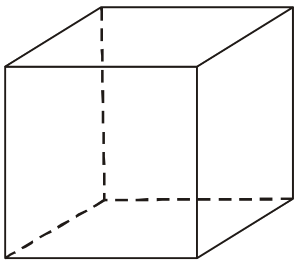


சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

மேற்கண்ட படங்களின் மேற்புற, கீழ்புற, பக்கவாட்டு தோற்றங்களில் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவுகளை எவ்வாறு காண்பாய்?

13.2 முப்பரிமாண வடிவங்களை வரைதல்

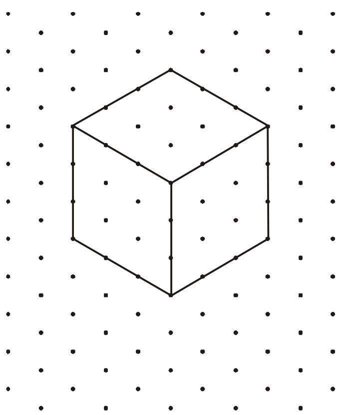
ஒரு காகிதத்தின் மீது முப்பரிமாண வடிவத்தை வரைந்தால் அது உண்மையில் இருபரிமாணம் ஆகும். ஒரு வெள்ளை தாளின் மீது நாம் இருபரிமாண வடிவத்தை மட்டுமே வரைய முடியும். மூன்றாவது பரிமாணம் என்பது வெறும் கற்பனை தான்.



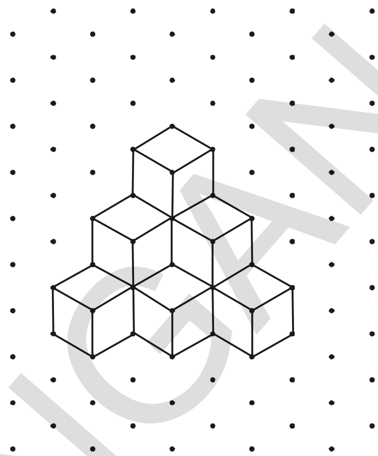
அருகில் உள்ள படத்தில் உள்ளது போல நாம் முப்பரிமாண கனச்சதுரவடிவத்தை வரைந்து காட்ட முயற்சி செய்வோம்.

கனசதுரத்தின் அனைத்து முனைகளும் சமான நீளத்தை கொண்டவை. ஆனால் இந்த படத்தில் அவை சமமில்லை. இவை நம்முடைய பார்வைக்காக வரையப்பட்டவை.

இந்த பிரச்சனையை தீர்ப்பதற்கு நாம் சம அளவு புள்ளித்தாளை (isometric dot paper) பயன்படுத்துவோம். இப்போது நாம் முப்பரிமாண கன பொருட்களின் நீள,அகல மற்றும் உயரத்தை சரியாக குறிக்கலாம்.



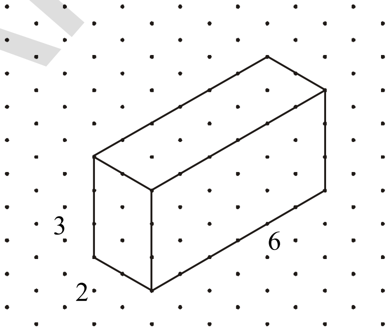
எடுத்துக்காட்டு 1 : அருகில் உள்ள படத்தில் எத்தனை கனச்சதுரங்கள் உள்ளன என்பதை கண்டுபிடி.



தீர்வு : இவை மூன்று அடுக்குகளைக் கொண்ட கனச்சதுரம். மேல் அடுக்கில் ஒரே ஒரு கனச்சதுரம் உள்ளது. இரண்டாவது அடுக்கில் மூன்று கனச்சதுரங்கள் உள்ளன. (1 மறைந்துள்ளது) கீழ் அடுக்கில் ஆறு கனச் சதுரங்கள் (3 மறைந்துள்ளது) உள்ளன. எனவே மொத்த கனச்சதுரங்கள் = 1 + 3 + 6 = 10 கனச்சதுரங்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 2 : அருகில் உள்ள படத்தில் கனச்செவ்வகத்தின் அளவுகளை கண்டுபிடி. அடுத்தடுத்த இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடைபட்ட தூரம் 1 அலகு ஆகும்.

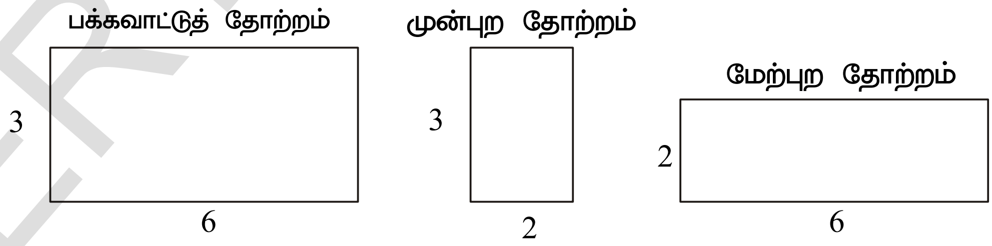
மேலும் அவற்றின் முன்புற வடிவம், மேற்புறவடிவம் பக்கவாட்டு வடிவம் முதலியவற்றை சரியான அளவுகளை கொண்டு வரைக.



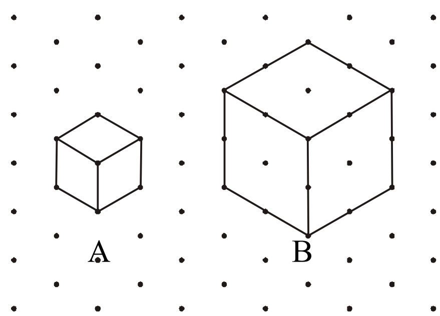
தீர்வு : கனச்செவ்வகத்தின் நீளம் l = 6 அலகுகள்

கனச்செவ்வகத்தின் அகலம் b = 2 அலகுகள்

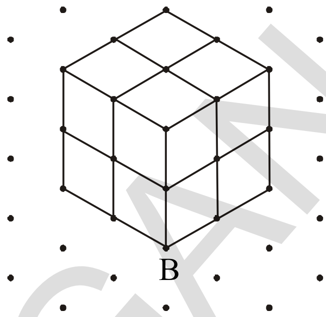
கனச்செவ்வகத்தின் உயரம் h = 3 அலகுகள்.



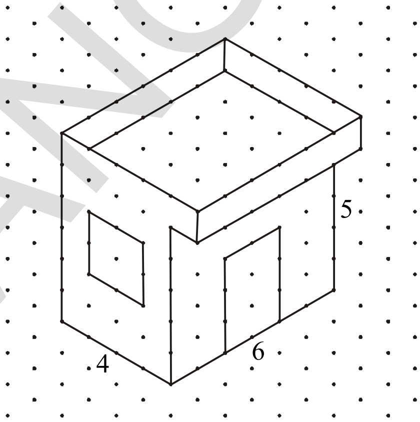
எடுத்துக்காட்டு 3: அருகில் உள்ள படத்தை பார்.கனக்சதுரம்A, கனச்சதுரம் B எத்தனை அலகுகளை கொண்டுள்ளது. அவற்றின் விகிதம் என்ன?



தீர்வு : கனச்சதுரம் A ஒரே ஒரு அலகை கொண்டுள்ளது. படம் Bல் எல்லா பக்கங்களுக்கும் இணைக் கோடுகளை வரை. அவை ஓர் அலகு கொண்ட கனச்சதுரங்களாகப் பிரிக்கும். அதை கணக்கிடு இவை இரண்டு அடுக்குகளை கொண்டுள்ளது. ஒவ்வொரு அடுக்கும் 4 அலகு கனச்சதுரத்தை கொண்டுள்ளது. எனவே B கனச் சதுரத்தின் அலகு 8. A மற்றும் B கனசதுரங்களின் அலகின் விகதம் = 1 : 8.



எடுத்துகாட்டு 4 : அருகில் உள்ள படத்தில் ஒரு வீட்டின் மாதிரி வடிவம் சமஅளவு புள்ளி தாளில் வரையபட்டுள்ளது. அந்த வீட்டின் நீள, அகல மற்றும் உயரத்தை அளவிடு. மேற்கூரை ஓர் அலகு நீட்டப்பட்டுள்ளது. மேற்கூரையின் பரப்பளவைக் கண்டுபிடி.



தீர்வு : வீட்டின் நீளம் l = 6 அலகுகள்

வீட்டின் அகலம் b = 4 அலகுகள்

வீட்டின் உயரம் h = 5 அலகுகள்

மேற்கூரை ஓர் அலகு நீட்டப்பட்டுள்ளது.

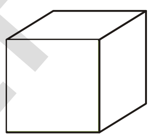
மேற்கூரையின் நீள, அகலங்கள் = 5 × 6 அலகு

மேற்கூரையின் பரப்பளவு = 5 × 6 = 30 சதுர அலகுகள்

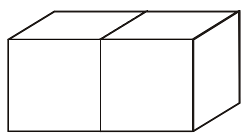
பயிற்சி - 13.1

1. கீழ்கண்ட முப்பரிமாண வடிவ படங்களை சம அளவு புள்ளித் தாளில் வரை.

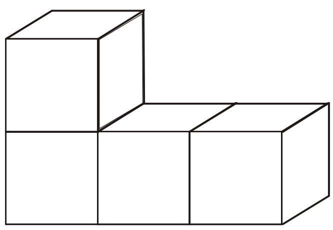
(i)



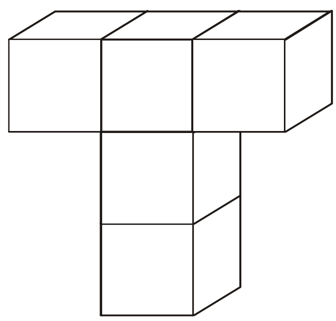
(ii)



(iii)

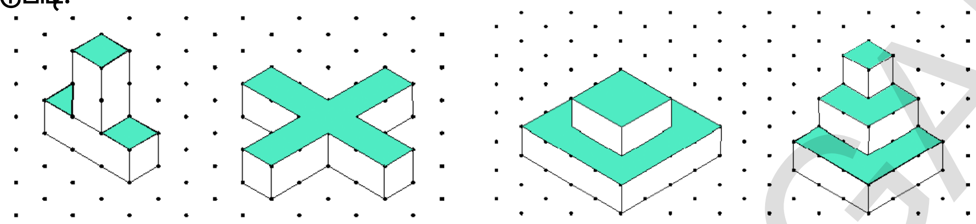


(iv)



2. 5 அலகுகள் $\times$ 3 அலகுகள் $\times$ 2 அலகுகள் கொண்ட கனச்செவ்வகத்தை சமபுள்ளி காகிதத்தில் வரை.

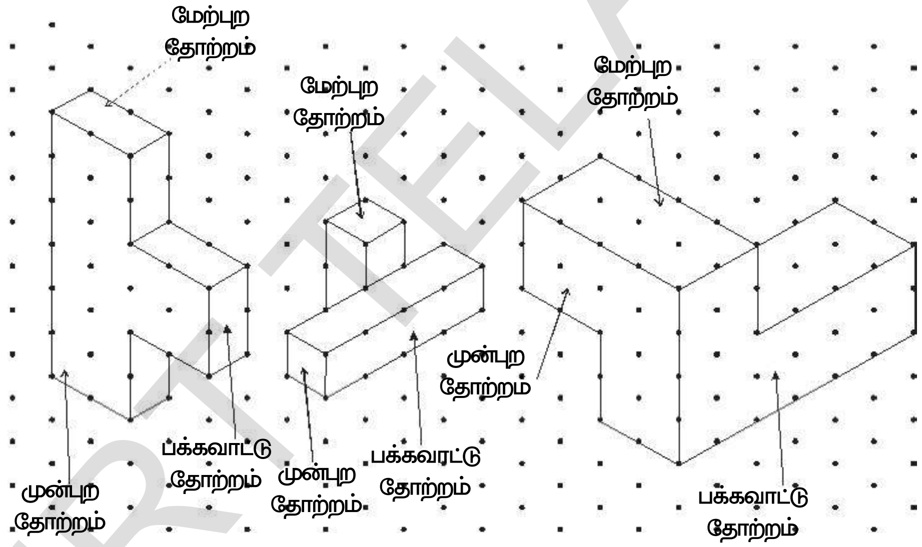
3. கீழ்கண்ட முப்பரிமான படங்களில் உள்ள கனச்சதுரங்களின் எண்ணிக்கையைக் கண்டுபிடி.



(i) (ii) (iii) (iv)

4. மேலே உள்ள (iii) வது கேள்வியில் முப்பரிமாண பகுதியின் வண்ணம் தீட்டப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவை கண்டுபிடி.

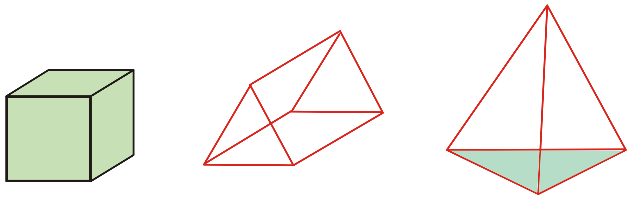
5. இரண்டு அடுத்தடுத்த புள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்டதூரம் 1செ.மீ இருக்குமாறு உள்ள புள்ளிகளை எடுத்துக்கொண்டு கீழ்வரும் முப்பரிமாண வடிவங்களின் முன்புறம், மேற்புறம், பக்கவாட்டு வடிவங்களின் படங்களை வரை.



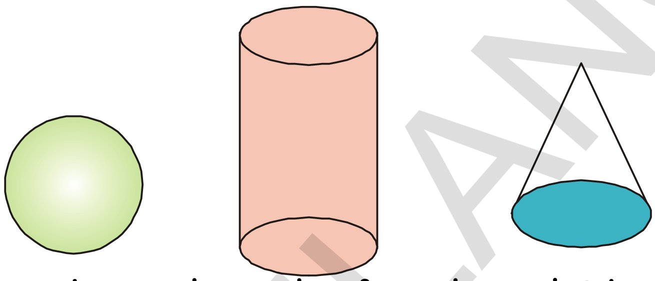
13.3 பல்வேறு விதமான திண்ம வடிவங்கள்

நம்மைச் சுற்றி உள்ள பல்வேறு விதமான திண்மப் பொருட்களை நாம் காண்கிறோம். அவற்றில் சில திண்மப் பொருட்கள் வளைந்த முகம் கொண்டவை, சில திண்மப் பொருட்கள் சமதள முகம் கொண்டவை. பெட்டி, புத்தகம், பகடை போன்ற முப்பரிமாண வடிவங்கள் சமதள முகம் கொண்டவை. பந்து, குழாய் போன்ற முப்பரிமாண வடிவங்கள் வளைந்த முகம் கொண்டவை. இப்பண்பின் மூலம் நாம் முப்பரிமாணவடிவங்களை பன்முகிகள் என்றும் பன்முகிகள் அல்லாதவை என்றும் வகைப்படுத்தலாம்.

பின்வரும் பொருட்களை கவனி.



இவற்றிக்கு வளைந்த முகப்பகுதிகள் உள்ளனவா? இல்லை. எல்லா பொருட்களும் சமதள முகப்பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளன. இவ்வகையான திண்மப்பொருட்களை 'பன்முகிகள்' எனப்படுகின்றன.



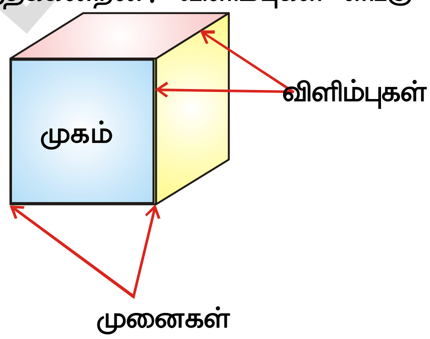
மேற்காணும் பொருட்கள் வளைந்த முகப்பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளன இவ்வகையான திண்மப்பொருட்களை பன்முகிகள் அல்லாதவை எனப்படுகின்றன.

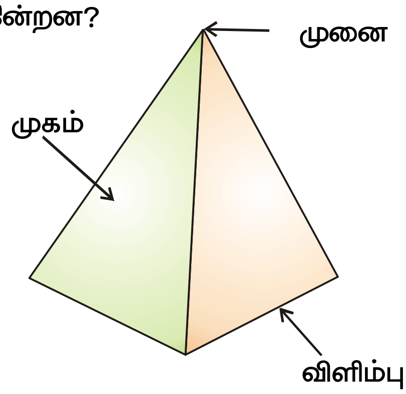
முயன்று பார்

1. பன்முகி பொருட்களுக்கு மூன்று உதாரணங்களை கொடு.
2. பன்முகி அல்லாத பொருட்களுக்கு மூன்று உதாரணங்களை கொடு

13.4 முப்பரிமாண பொருட்களின் முகங்கள், முனைகள் மற்றும் விளிம்புகள்

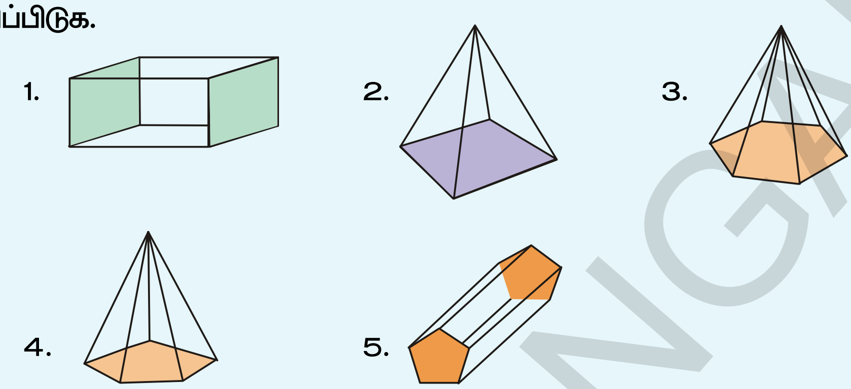
உனது வீட்டிலுள்ள கதவு, சன்னல், மேற்கூரை, மூலைகள் முதலியவற்றை கவனி. மேலும் மேசைகள், பெட்டிகளையும் கவனி. இவைகளின் முகங்கள் சமதளமாகும். மேலும் இவைகளின் சமதள முகங்கள் விளிம்புகளில் சந்திக்கின்றன. இரண்டு அல்லது அதற்கு அதிகமான விளிம்புகள் ஒரு மூலையில் சந்திக்கின்றன. இவைகளை முனைகள் என்கிறோம். ஒரு கனச்சதுரத்தை எடுத்துக்கொண்டு அதை கவனி. அவைகளின் முகங்கள் எங்கு சந்திக்கின்றன? விளிம்புகள் எங்கு சந்திக்கின்றன?





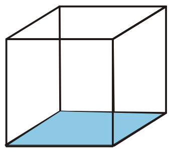
இதை செய்

பின்வரும் வடிவங்களின் முகங்கள், விளிம்புகள் மேலும் முனைகளை குறிப்பிடுக.

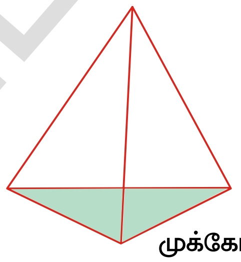


13.5 ஒழுங்கான பன்முகிகள்

கீழ்வரும் வடிவங்களின் முகங்கள், விளிம்புகள் மற்றும் முனைகளை கவனி.



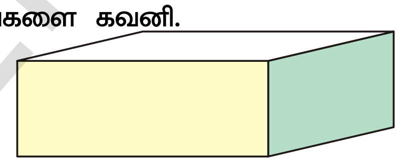
கனசதுரம்



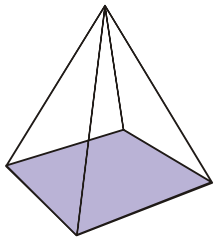
முக்கோணபிரமிடு(நான்முகி)

மேற்காணும் இரு பொருட்களிலும் அவைகளின் அனைத்து முகங்களும் சர்வசமம். மேலும் அவைகளின் எல்லா விளிம்புகளும் சமம். முனைகள் சமமான எண்ணிக்கை உடைய விளிம்புகளால் உருவாக்கபட்டுள்ளது. இவ்வாறான திண்மப்பொருட்களை ஒழுங்கான பன்முகிகள் என்பர்.

கீழ்வரும் படங்களை கவனி.



கனச்செவ்வகம்

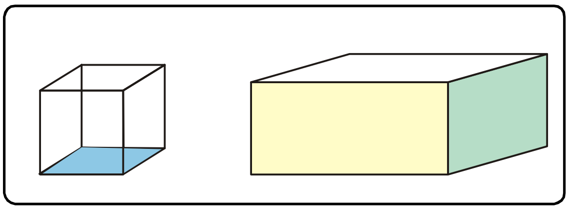


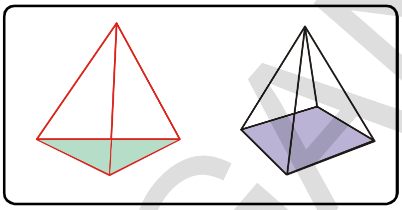
சதுரபிரமிடு

கனச்செவ்வகம் ஒழுங்கற்ற பன்முகி எனப்படும். ஏனெனில் அவைகளின் அனைத்து முகங்களும் சர்வசமம் இல்லை. மேலும் சதுர பிரமிட்டில் ஒரு முனை 4 விளிம்புகளாலும் மற்ற முனைகள் 3 விளிம்புகளாலும் ஏற்படுகிறது. மேலும் சதுர பிரமிடின் எல்லா முகங்களும் சர்வசமம் அல்ல. எனவே சதுர பிரமிடும் ஒரு ஒழுங்கற்ற பன்முகி ஆகும். இவ்வாறான பொருட்களை நாம் ஒழுங்கற்ற பன்முகிகள் என்கிறோம். எனவே திண்ம பலகோணத்தை ஒழுங்கான பன்முகிகள் மற்றும் ஒழுங்கற்ற பன்முகிகள் என்று வகைப்படுத்தலாம்.

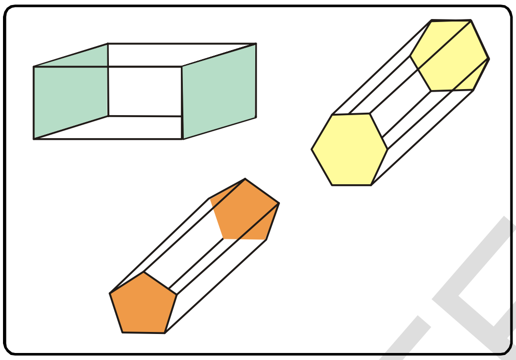
13.4.1 பட்டகம் மற்றும் பிரமிடு

கீழ்காணும் பொருட்களை கவனி.

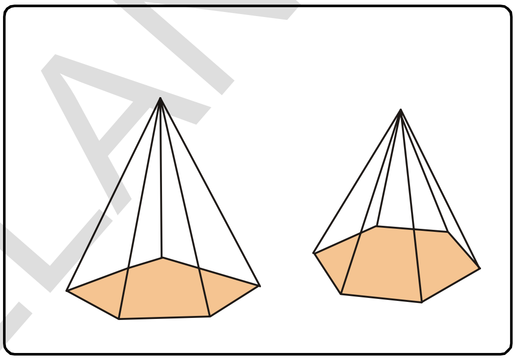




முதலாம் பெட்டியிலுள்ள பொருட்கள் ஒரே மாதிரியான முகங்களை மேல் பகுதி மற்றும் அடிப்பகுதியில் பெற்றுள்ளன. ஆனால் இரண்டாம் பெட்டியிலுள்ள பொருட்கள் அடிபகுதியையும், அவற்றின் மேற்பகுதியில் பொது முனையையும் பெற்றுள்ளன. இவ்வாறான பொருட்கள் மேலும் சிலவற்றை பார்ப்போம்.



(a)



(b)

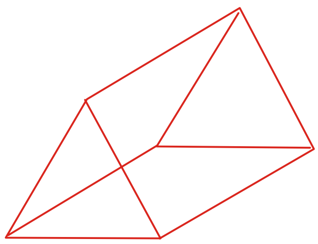
பெட்டி (a) யிலுள்ள பொருட்கள் ஒவ்வொன்றும் இரண்டு இணையான மற்றும் சர்வசம பலகோண முகங்களை பெற்றுள்ளன. மேலும் இவைகளின் புறப்பரப்பு செவ்வகங்கள் (இணைகரங்கள்) ஆகும். பெட்டி(b)யிலுள்ள பொருட்களின் அடிபாகம் ஒரு பலகோணம் மற்றும் இவைகளின் புறப்பரப்பு முக்கோணங்கள், இவை அனைத்தும் ஒரு பொதுவான முனையில் சந்திக்கின்றன.

திண்ம பொருளின் முகங்கள் இரண்டுஇணையான சர்வசம பலகோணமாகவும் மேலும் அவற்றின் புறப்பரப்பு செவ்வகமாகவோ அல்லது இணைகரமாகவோ இருப்பின் அதை பட்டகம் என்பர்.

ஒரு திண்ம பொருளின் அடிப்பக்கம் பலகோணமாகவும் அவற்றின் புறப்பரப்புகள் முக்கோண வடிவிலும் இருந்தால் அவற்றை பிரமிடு என்கிறோம்.

பட்டகம் அல்லது பிரமிட் அவற்றின் இணையான வடிவம் மற்றும் வடிவொத்த பலகோண முகங்கள் அல்லது அதன் அடிபாகத்தை பொறுத்து பெயரிடப்படுகிறது.

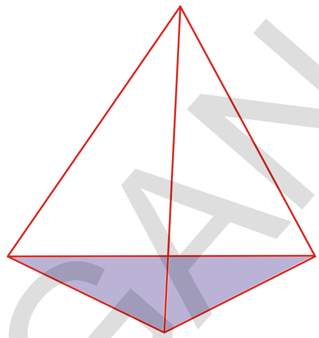
முக்கோணப் பட்டகம்



அருகிலுள்ள படத்தில் இரண்டு சர்வசம மற்றும் இணை முகங்களின் வடிவங்கள் என்ன? மேலும் அவைகளின் புறப்பரப்பின் வடிவங்கள் என்ன? அருகிலுள்ள படம் இரண்டு இணையான சர்வசம முக்கோண வடிவமுகங்களைப் பெற்றுள்ளது. மேலும் இவைகளின் புறப்பரப்புகள் இணைகரங்கள். இதையே நாம் முக்கோண பட்டகம் என்கிறோம். இதன் அடிபக்கம் சதுரம் எனில் அதை சதுர பட்டகம் என்கிறோம். இதன் அடிபக்கம் ஐங்கோணம் எனில் அதை ஐங்கோண பட்டகம் என்கிறோம்.

ஆ. முக்கோணப் பிரமிடு

ஒரு பிரமிடின் அடிபக்கம் முக்கோணம் எனில் அதை முக்கோணப் பிரமிடு என்கிறோம். மேலும் இதை நான்முகி (Tetrahedron) எனவும் அழைக்கிறோம். (Tetra – நான்கு முகங்கள் உடையது)

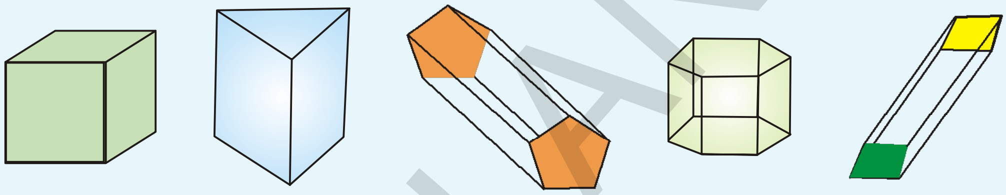


பிரமிடின் அடிபக்கம் சதுரம் எனில் அவற்றை சதுரப்பிரமிடு என அழைக்கிறோம்.

பிரமிடின் அடிபக்கம் ஐங்கோணம் எனில் அதை ஐங்கோணப்பிரமிடு என அழைக்கிறோம்

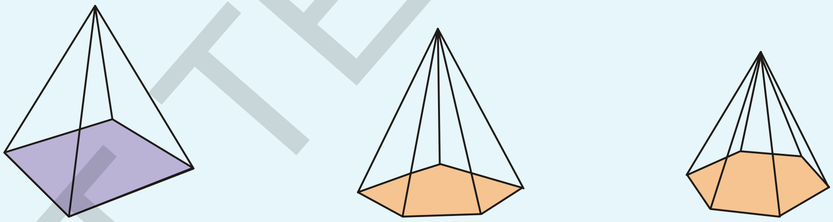
இதைச் செய்

1. கீழ் உள்ள பட்டகங்களின் பெயர்களை எழுது:



(i) (ii) (iii) (iv) (v)

2. கீழ்காணும் பிரமீடுகளின் பெயர்களை எழுது:



(i) (ii) (iii)

3. அட்டவணையை நிரப்புக :

அடிபக்கத்தின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	பட்டகத்தின் பெயர்	பிரமீட்டின் பெயர்
பட்டகம்/பிரமிடு		
3 பக்கங்கள்		
4 பக்கங்கள்		
5 பக்கங்கள்		
6 பக்கங்கள்		
8 பக்கங்கள்		

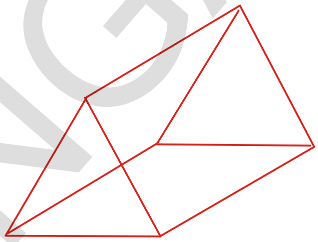
4. பட்டகம் மற்றும் பிரமிடுகளுக்கு இடையேயுள்ள வேறுபாடு யாது?விவரி.

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது 

ஒரு ஒழுங்கான பிரமிட்டின் பலகோண அடிப்பகுதியின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையை முடிவிலிவரை(Infinite) அதிகரித்தால் கிடைக்கும் பிரமிட்டின் வடிவம் என்ன?

13.6 பன்முகிகளின் விளிம்புகள், முகங்கள் மற்றும் முனைகளின் எண்ணிக்கை

அருகிலுள்ள பன்முகிகளின் முகங்கள், விளிம்புகள், மற்றும் முனைகளை கணக்கிடுவோம்.

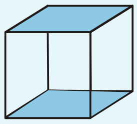
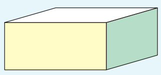
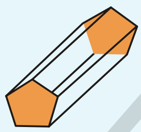
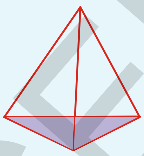
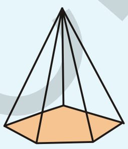


முகங்களின் எண்ணிக்கை = 5 முகங்கள்

விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை = 9 விளிம்புகள்

முனைகளின் எண்ணிக்கை = 6 முனைகள்

கீழ் உள்ள அட்டவணையை கவனித்து அதனை நிரப்புக.

பொருளின் படம்	பொருளின் பெயர்	முகங்களின் எண்ணிக்கை (F)	முனைகளின் எண்ணிக்கை (V)	விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை (E)	F+V	E+2
	கனச்சதுரம்	6	8	12	6 + 8 = 14	12 + 2 = 14
	கனச்செவ்வகம்					
	ஐங்கோண பட்டகம்					
	நான்முகி					
	ஐங்கோண பிரமிடு					

அட்டவணையில் கடைசி இரண்டு நிரல்களை கவனித்தால் நாம் F+V=E+2 எனும் முடிவுக்கு வரலாம். இது எல்லா பன்முகிகளுக்கும் பொருந்தும்.

இத்தொடர்பை முதன் முதலில் லெனார்ட் ஆய்லர் எனும் கணித மேதை கண்டறிந்தார்.

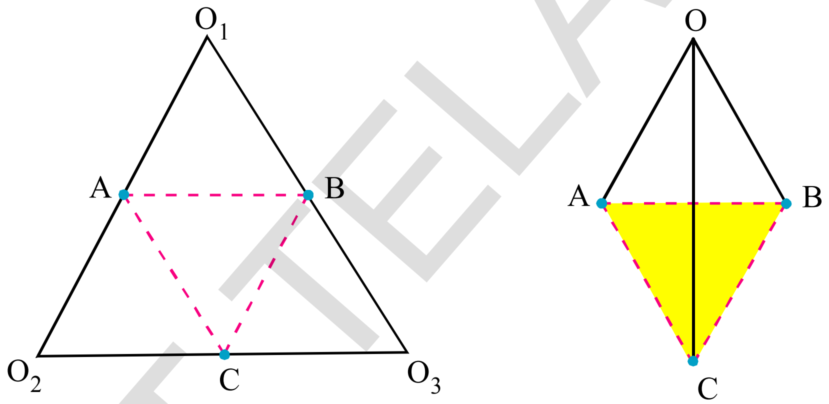
இவர் $F + V = E + 2$ எனும் தொடர்பை கூறியதால் இது திண்ம பலகோணங்களுக்கான ‘ஆய்லர் தொடர்பு’ எனப்படுகிறது.

வெனார்ட்ட ஆய்லர்
(1707-1783)

13.7 வலையமைப்பு படங்கள்

ஒரு வலை என்பது இருபரிமாண வடிவில் உள்ள புறவரியின் அமைப்பாகும்.இதை மடித்தால் இது முப்பரிமாண வடிவில் இருக்கும்.

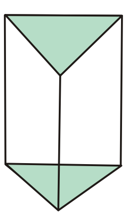
வலையமைப்பு படங்களை பயன்படுத்தி நாம் பட்டகங்களையும் பிரமிடுகளையும் உருவாக்கலாம். கீழ்காணும் செயலை கவனி. அதில் முக்கோண பட்டகம் எவ்வாறு உருவாக்கலாம் என கூறப்பட்டுள்ளது. ஒரு காகிதத்தை முக்கோண வடிவில் கத்தரி. அவற்றின் முனைகளை O_1, O_2, O_3 என பெயரிடு. மேலும் பக்கங்களின் மையப்புள்ளிகளை கண்டறிந்து A, B, C என பெயரிடு.

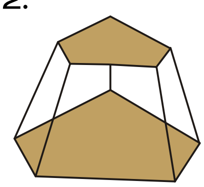


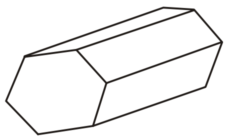
AB, BC, CA புள்ளியிட்ட கோடுகள் வழியே முக்கோணத்தை மடி. இப்போது AO_1ஆனது AO_2 உடன் ஒன்றும். BO_1 ஆனது BO_2 உடன் ஒன்றும் CO_2 ஆனது CO_3 உடன் ஒன்றும். மேலும் O_1, O_2, O_3 சந்திக்கும் இடம் O என்க. இப்போது உருவான பொருள் பிரமிடாகும்.

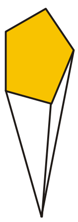
பயிற்சி - 13.2

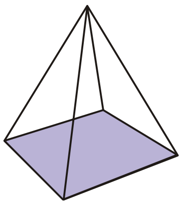
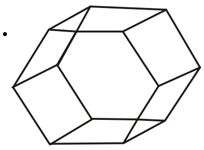
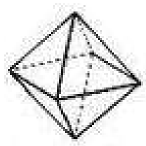
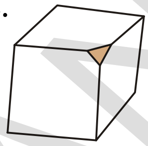
1. பின்வரும் முகங்கள், விளிம்புகள் மற்றும் முனைகளின் எண்ணிக்கையை கணக்கிட்டு திண்ம பலகோணங்களில் ஆய்லர் சூத்திரத்தை சரிபார்.

1. 

2. 

3. 

4. 

5. 
6. 
7. 
8. 

2. சதுர பிரமிடும் கனச்சதுரமும் ஒரே மாதிரி உள்ளதா? விவரி.

3. ஒரு பன்முகிக்கு 3 முக்கோண முகங்கள் மட்டும் இருக்குமா? விவரி.

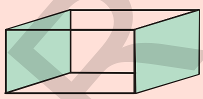
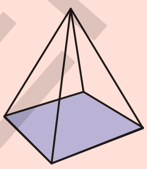
4. ஒரு பன்முகிக்கு 4 முக்கோண முகங்கள் மட்டும் இருக்குமா? விவரி.

5. ஆய்லர் சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி அட்டவணையை நிரப்புக.

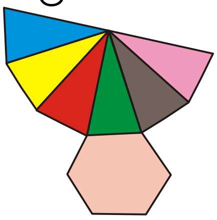
F	8	5	?
V	6	?	12
E	?	9	30

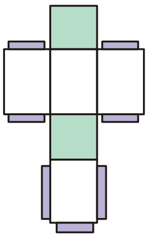
6. ஒரு பன்முகிக்கு 10 முகங்கள், 20 விளிம்புகள், 15 முனைகள் இருக்குமா?

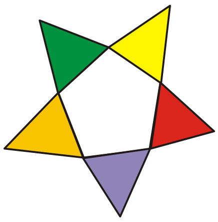
7. அட்டவணையை நிரப்புக.

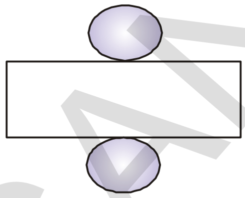
பொருள்	முனைகளின் எண்ணிக்கை	விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை
		
		
		

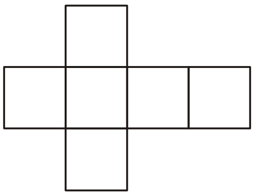
8. பின்வரும் வலையமைப்புகளை பயன்படுத்தி உருவாக்கபடும் முப்பரிமாண பொருட்களின் பெயர்களை எழுது.

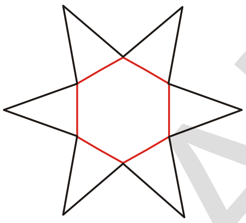

(i)

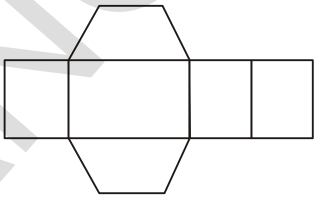

(ii)


(iii)


(iv)

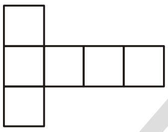

(v)

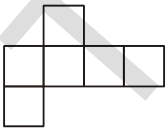

(vi)

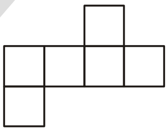

(vii)

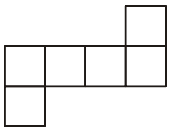
9. பின்வரும் வடிவங்களை கட்டத்தாளில் வரைந்து இவைகளில் எவை கனச்சதுரங்களை உருவாக்கும் என கண்டுபிடி?

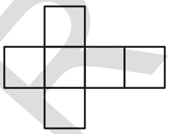
(i)

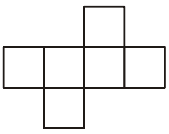

(a)

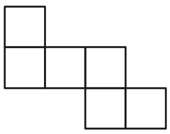

(b)

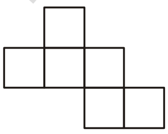

(c)

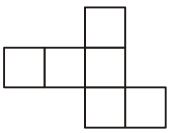

(d)

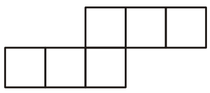

(e)

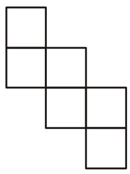

(f)


(g)


(h)


(i)


(j)


(k)

(ii). பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளி.

(a) நான்கு முனைகள், நான்கு முகங்களை கொண்ட பன்முகியின் பெயரை எழுது.

(b) முனையற்ற திண்ம பொருளின் பெயரை எழுது?

(c) 12 விளிம்புகளை கொண்ட பன்முகியின் பெயரை எழுது?

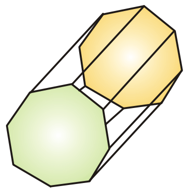
(d) ஒரே ஒரு புறப்பரப்பை கொண்ட திண்ம பெருளின் பெயர் என்ன?

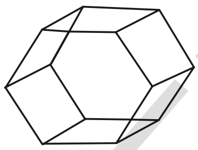
(e) கனச்சதுரம், கனச் செவ்வகத்திலிருந்து எவ்வாறு வேறுபடுகிறது?

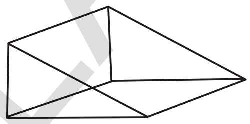
(f) எந்த இரு வடிவங்களுக்கு ஒரே எண்ணிக்கை உடைய விளிம்புகள், முனைகள், முகங்கள் உள்ளன?

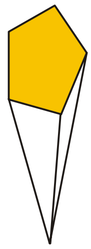
(g) 5 முனைகளையும் 5 முகங்களையும் கொண்ட பன்முகியின் பெயரை எழுது.

(iii). கீழ்கண்ட பொருட்களின் பெயர்களை எழுது.


(a)


(b)


(c)

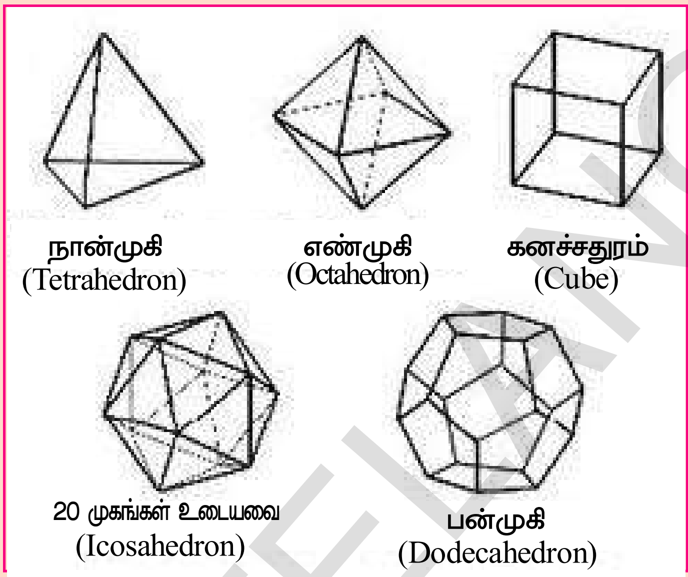

(d)

நாம் கற்றவை

1. இருபரிமாண சமபுள்ளித்தாளில் முப்பரிமாண வடிவங்களை வரைவது எப்படி?
2. முப்பரிமாண வடிவங்களின் மேற்புறம், பக்கவாட்டு, முன்புற தோற்றங்கள்.
3. பன்முகி : சமதள பரப்புடைய திண்மபொருள்
4. பட்டகம் : இரண்டு சர்வசம முனைகளையும், அவ்விரண்டு முனைகளின் ஒத்த மூலைகளை இணைக்கும் கோட்டை இணையாகவும் கொண்டுள்ள ஒரு பன்முகி, பட்டகம் ஆகும்.
5. பிரமிடு : ஒரே முனையையும், அடிபக்கம் பலகோணமாகவும் மற்ற முகங்கள் முக்கோணங்களாகவும் கொண்ட பன்முகி பிரமிட் எனப்படும்.
6. இருபரிமாண வலையமைப்பிலிருந்து முப்பரிமாண பொருட்களை உருவாக்குவது.
7. பன்முகிகளின் ஆய்லர் சூத்திரம் : $E + 2 = F + V$.

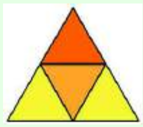
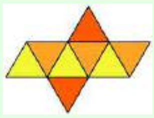
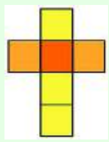
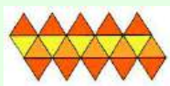
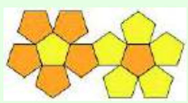
உனக்கு தெரியுமா?

மொத்தம் 5 பன்முகிகள் மட்டுமே உள்ளன. அனைத்தும் சிக்கலானவை. பிளாட்டோவின் நினைவாக இவைகளை பிளாட்டோனிக் திண்மங்கள் என்பர்.



கனச்சதுரம் மட்டுமே முழுமையாக இடத்தை அடைத்து கொள்ளும் பன்முகி ஆகும்.

பிளாட்டோனிக் திண்மங்களின் வலையமைப்புகள்

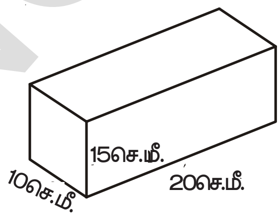
பன்முகியின் பெயர்	பலகோணத்தின் முகங்கள்	வலையமைப்பு
நான்முகி	4 முக்கோணங்கள்	
எண்முகி	8 முக்கோணங்கள்	
கனச்சதுரம்	6 சதுரங்கள்	
20 முகங்கள் உடையவை (Icosahedron)	20 முக்கோணங்கள்	
பன்முகி (Dodecahedron)	12 ஐங்கோணம்	

அத்தியாயம் 14

புறப்பரப்பு மற்றும் கனஅளவு (கனச்சதுரம் மற்றும் கனச்செவ்வகம்)

14.0 அறிமுகம்

சுரேஷ் தனது பரிசுப் பெட்டியின் மீது வண்ணக்காகிதம் போட விரும்பினான். அவனின் ஒரு நண்பன் 100செ.மீ^{2} வண்ணக் காகிதம் என்றும் மற்றொரு நண்பன் 200செ.மீ^{2} வண்ண காகிதம் தேவைப்படும் என்றும் கூறினார்கள். இருவருடைய கருத்தில் யார் கருத்து சரியானது? சுரேஷ் பரிசுப்பெட்டிக்கு உறை போட எவ்வளவு வண்ணக்காகிதம் தேவைபடும்?



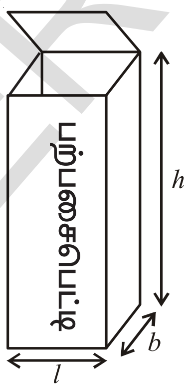
தேவையான வண்ணக்காகிதத்தின் அளவு, பரிசுப்பெட்டியின் புறப்பரப்பை பொறுத்து அமைகிறது என்று அறியலாம்.

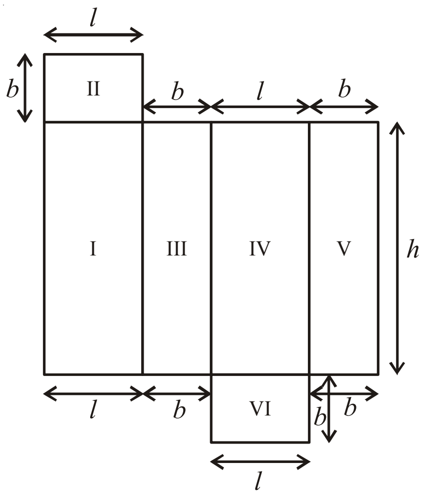
இவ்வாறான சூழ்நிலைகளில் உதவிசெய்ய மாறுபட்ட திண்மபொருட்களின் புறப்பரப்பை கணக்கிடும் வழிமுறைகளை காணலாம்.

14.1 கனச்செவ்வகம்

பற்பசைபெட்டியைப் போல தடிமனான காகிதம் அல்லது அட்டையால் செய்யப்பட்ட கனச்செவ்வக வடிவ பெட்டியை எடுத்துக்கொள்.

படத்தில் காட்டியுள்ளபடி அதை கத்தரித்து திறந்து பார். அந்த வடிவத்தின் அமைப்பை கவனி. அதில் எத்தனை வகையான ஒரேமாதிரியான பக்கத்தை காண்கிறாய்?





படத்தைப் பார். நீளம் l, அகலம் b, உயரம் h, ஆகியவை அதன் அளவுகள் எனில் மூன்று ஒரே மாதிரியான மூன்று ஜோடி பக்கங்களை நீ காணலாம்.

கனச்செவ்வகத்தின் மொத்த புறப்பரப்பு

பரப்பு I + பரப்பு II + பரப்பு III + பரப்பு IV + பரப்பு V + பரப்பு VI

$$= h \times l + l \times b + b \times h + l \times h + b \times h + l \times b$$

எனவே மொத்த புறப்பரப்பு $= 2\,(h \times l + b \times h + b \times l)$

$$= 2\,(lb + bh + hl)$$

சுரேஷின் பரிசுப்பெட்டியின் உயரம், நீளம் மற்றும் அகலத்தின் அளவுகள் முறையே 20செ.மீ, 10செ.மீ, மற்றும் 15செ.மீ.

எனவே பரிசுப்பெட்டியின் மொத்த புறப்பரப்பு $= 2(20 \times 10 + 10 \times 15 + 15 \times 20)$

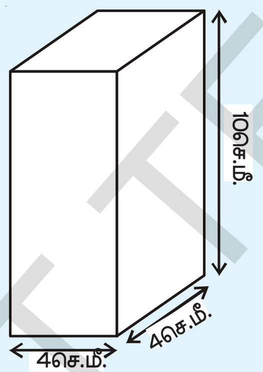
$= 2\ (200 + 150 + 300)$

$= 2\ (650) = 1300$ செ.மீ^{2}

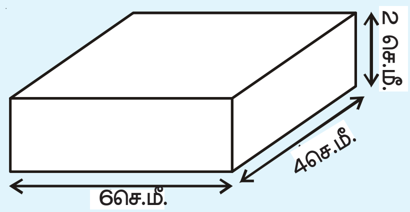
இதை செய்

1. பின்வரும் கனச் செவ்வகத்தின் மொத்த புறப்பரப்பை காண்?

(i)



(ii)



2

14.1.2 புறப்பரப்பு (Lateral Surface Area)

- கனச்செவ்வகத்தின் புறப்பரப்பு அதனுடைய மேல் மற்றும் கீழ் பக்கத்தைத் தவிர்த்து அமையும்.

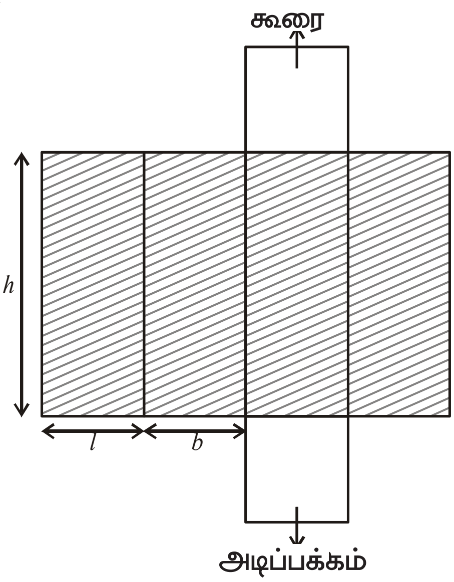
  உதாரணத்திற்கு நீ அமர்ந்திருக்கும் அறையின் நான்கு சுவர்களின் புறப்பரப்பு அந்த அறையின் புறப்பரப்பு ஆகும்.

  கனச் செவ்வகத்தின் புறப்பரப்பு

  $= l \times h + b \times h + l \times h + b \times h$

  $= 2lh + 2bh$

  $= 2h\,(l + b)$



முயன்று பார்

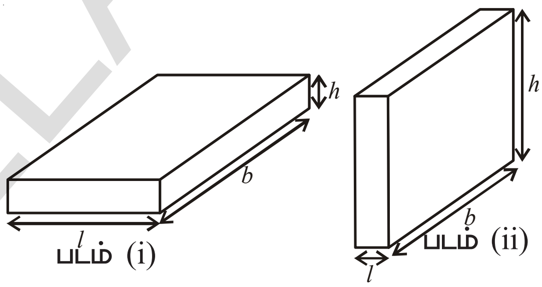
(i) கரும்பலகையை துடைக்க உதவும் கனச்செவ்வக துடைப்பானை எடுத்துக்கொள்.(உன் ஆசிரியர் பயன்படுத்துவது). அதன் பக்கங்களை அளவுகோலால் அளந்து அதனுடைய புறப்பரப்பை காண்க.

(ii) பிறகு ஒரு வரைபடத்தாளால் அந்த துடைப்பானை, முழுவதுமாக சுற்று. வரைபடத்தாளில் உள்ள கட்டங்களை கணக்கிட்டு அதன் புறப்பரப்பை கண்டுபிடி.கணக்கிட்ட பரப்பை சரிபார்.

(ii) உன்னுடைய வகுப்பறையின் நீளம், அகலம் மற்றும் உயரத்தை கணக்கிடு.
- (a) கதவு, சன்னல்கள் நீங்கலாக அறையின் மொத்த புறப்பரப்பு
- (b) அறையின் புறப்பரப்பு
- (c) வெள்ளை அடிக்கபடவேண்டிய அறையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு.

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

1. கனச்செவ்வகத்தின் மொத்த புறப்பரப்பு
 = புறப்ப்பரப்பு+ 2 × அடிப்பரப்பு
 என்று சொல்லலாமா?



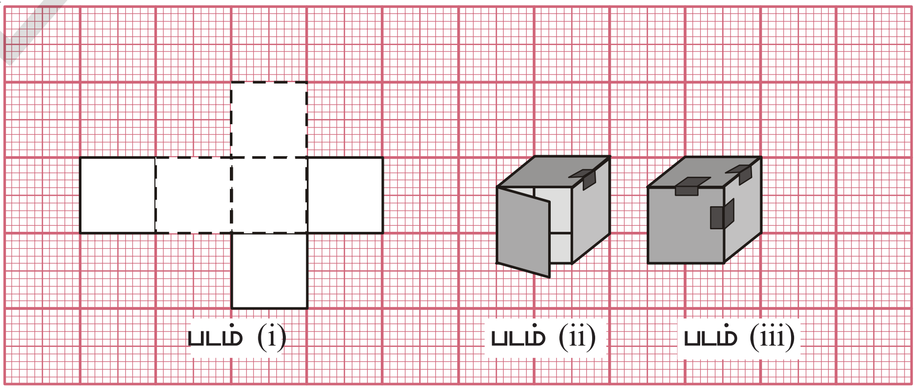
படம் (i) படம் (ii)

2. படம் (1) ன் நிலையை (2) க்கு மாற்றினால் புறப்பரப்பு சமமாக வருகிறதா?

3. கனச்செவ்வகத்தின் பரிமாணங்கள் சமம் ($l = b = h$) எனில் இவ்வகை படத்தை வரைந்து அதனுடைய மொத்த புறப்பரப்பு மற்றும் புறப்பரப்பு காணும் சூத்திரத்தை வருவி.

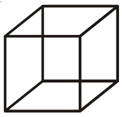
14.2 கனச்சதுரம்

கட்டதாளின் மீது படம் (i)ல் காட்டியது போல வரைந்து, வெட்டி எடு. படம் (1)ல் கோடிட்ட பகுதியை மடித்து அதன் விளிம்புகளை படம் (2) மற்றும் (3)ல் காட்டியபடி சேர். நமக்கு கிடைக்கும் வடிவம் என்ன? அதன் பக்கங்கள் மற்றும் பரிமாணங்களை பரிசோதனை செய்க.

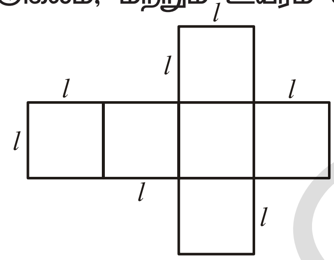

படம் (i) படம் (ii) படம் (iii)

பின்வரும் கனச்சதுரம் மற்றும் அதன் வலையமைப்பை உற்றுநோக்கு.

படம் (iv) மற்றும் (v) உற்றுநோக்கு. கனச்சதுரத்தின் எல்லா பக்கங்களும் சதுரவடிவில் உள்ளதா? கனச்சதுரத்தின் நீளம், அகலம், மற்றும் உயரம் சமமாக உள்ளதா?



(iv)



(v)

(a) கனச்சதுரத்தின் பக்கங்கள் எத்தனை? அனைத்து பக்கங்களும் சமமா?

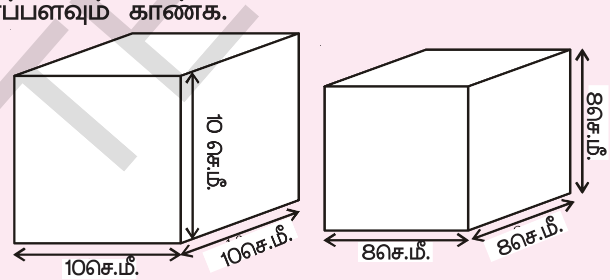
(b) படம் 5ல் சதுரத்தின் ஒவ்வொருபக்கமும் l எனில் ஒவ்வொரு பக்கத்தின் பரப்பளவு என்ன?

(c) கனச்சதுரத்தின் மொத்தபுறப்பரப்பளவு என்ன?

(d) கனச்சதுரத்தின் புறப்பரப்பளவு என்ன?

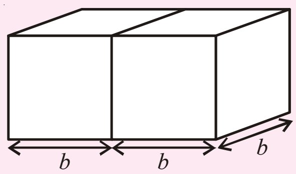
முயன்று பார்

(i) கனச்சதுரம் ‘A’ ன் புறப்பரப்பளவும் கனச்சதுரம் ‘B’ ன் புறப்பரப்பளவும் காண்க.

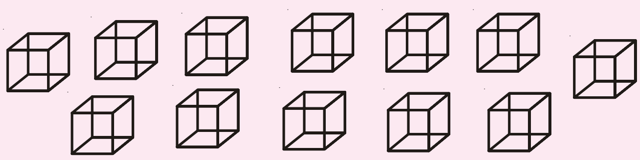


A B

(ii) அருகில் உள்ள படத்தில் காட்டியவாறு ஒரு கனச்செவ்வகத்தை உருவாக்க ஒவ்வொன்றின் பக்கமும் ‘b’ அளவு உள்ள இரண்டு கனச்சதுரங்கள் ஒன்றாக சேர்க்கப்படுகின்றன. இந்த கனச்செவ்வகத்தின் மொத்த புறப்பரப்பளவு என்ன?



(iii) சமமான நீளங்களை உடைய 12 கனச் சதுரங்களைக் கொண்டு மிகக் குறைந்த பரப்பளவு உள்ள கனச்செவ்வகத்தை நீ எவ்வாறு உருவாக்குவாய்?



(iv) $4 \times 4 \times 4$ பரிமாணங்கள் கொண்ட ஒரு கனச்சதுரத்தின் புறப்பரப்பிற்கு வண்ணம் தீட்டப்படுகிறது. அந்த கனச்சதுரம் 64சமமான கனச்சதுரங்களாக வெட்டியெடுக்கப்படுகிறது. எத்தனை கனச்சதுரங்கள்,
(அ) 1 பக்கம் வண்ணம் தீட்டப்பட்டுள்ளது? (ஆ) 2 பக்கங்கள் வண்ணம் தீட்டப்பட்டுள்ளது? (இ) 3 பக்கங்கள் வண்ணம் தீட்டப்பட்டுள்ளது? (ஈ) வண்ணம் தீட்டப்படவில்லை?

எடுத்துக்காட்டு 1: நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் முறையே 15செ.மீ, 12செ.மீ, 10செ.மீ, கொண்ட கனச்செவ்வகத்தின் மொத்தபுறப்பரப்பை காண்க.

தீர்வு: கனச்செவ்வகத்தின் நீளம் (l) = 15செ.மீ

கனச்செவ்வகத்தின் அகலம் (b) = 12செ.மீ

கனச்செவ்வகத்தின் உயரம் (h) = 10செ.மீ

கனச்செவ்வகத்தின் மொத்தபுறப்பரப்பு $= 2\,(lb + bh + hl)$

$= 2\,(15 \times 12 + 12 \times 10 + 10 \times 15)$ செ.மீ^{2}

$= 2\,(180 + 120 + 150)$ செ.மீ^{2}

$= 2\,(450)$ செ.மீ^{2}

$= 900$ செ.மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 2 : கனசதுரத்தின் ஒவ்வொரு விளிம்பையும் இரட்டிப்பு செய்தால் மொத்தபுறப்பரப்பு எத்தனை மடங்கு பெருகும்?

தீர்வு : கனச்சதுரத்தின் விளிம்பு x என்க

இரட்டிப்பு செய்யப்பட்ட கன சதுரத்தின் விளிம்பு $= 2x$

உண்மையான கனசதுரத்தின் மொத்தபுறப்பரப்பு $= 6x^2$

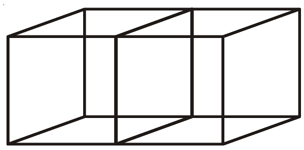
இரட்டிப்பு செய்த கனசதுரத்தின் மொத்தபுறப்பரப்பு$= 6(2x)^2 = 24x^2 = 4 \times 6 \times x^2$

இரட்டிப்பு செய்த கனச்சதுரத்தின் மொத்தபுறப்பரப்பு = உண்மையான கனசதுரத்தின் மொத்தபுறப்பரப்பை போல் 4 மடங்கு

எடுத்துக்காட்டு 3: 6செ.மீ விளிம்பு உடைய இரண்டு கனச்சதுரங்கள் இணைக்கப்பட்டன. உருவாக்கப்பட்ட கனச்செவ்வகத்தின் மொத்தபுறப்பரப்பைக் காண்க?

தீர்வு : அடுத்துள்ள படத்தைப்பார். கனச்சதுரத்திற்கு ஆறு பக்கங்கள் உள்ளன. சமமான கனச்சதுரங்களை ஒன்றாக வைக்கும் போது இரண்டு பக்கங்கள் மறைகின்றன.

நமக்கு கிடைப்பது 12 – 2 = 10 சதுரபக்கங்கள்



ஆகவே கனச்சதுரத்தின் மொத்தபுறப்பரப்பு $= 10 \times (6)^2$செ.மீ.^{2}

$= 10 \times 36$செ.மீ.^{2}

$= 360$செ.மீ.^{2}

மாற்று முறை

6செ.மீ பக்கம் உடைய இரண்டு கனச்சதுரங்களை இணைக்கும் போது அது நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் முறையே (6 + 6) செ.மீ, 6செ.மீ மற்றும் 6செ.மீ அதாவது 12செ.மீ, 6செ.மீ, மற்றும் 6செ.மீ உடைய கனச்செவ்வகமாக மாறும். கனச்செவ்வகத்தின் மொத்தபுறப்பரப்பு

$= 2\ (lb + bh + lh)$

$= 2\ (12 \times 6 + 6 \times 6 + 12 \times 6)$ செ.மீ^{2}

$= 2\ (72 + 36 + 72)$ செ.மீ^{2}

$= 2 \times 180$ செ.மீ^{2}

$= 360$ செ.மீ^{2}

எடுத்துக்காட்டு 4: 60செ.மீ நீளம், 40செ.மீ அகலம் மற்றும் 30செ.மீ உயரம் கொண்ட மூடப்பட்ட பெட்டியின் மொத்தபுறப்பரப்பிற்கு வர்ணம் தீட்ட 20செ.மீ^{2}க்கு 50பைசா வீதம் ஆகும் செலவு என்ன?

தீர்வு: பெட்டியின் நீளம் (l) = 60 செ.மீ

பெட்டியின் அகலம் (b) = 40 செ.மீ

பெட்டியின் உயரம் (h) = 30 செ.மீ

பெட்டியின் மொத்த புறப்பரப்பு $= 2\ (lb + bh + hl)$

$= 2\,(60 \times 40 + 40 \times 30 + 60 \times 30)$ செ.மீ^{2}

$= 2(2400 + 1200 + 1800)$ செ.மீ^{2}

$= 2 \times 5400$ செ.மீ^{2}

$= 10800$ செ.மீ^{2}

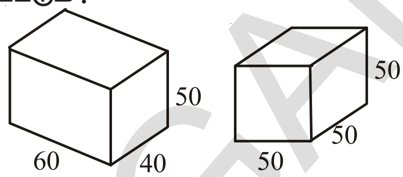
20 செ.மீ^{2} க்கு வர்ணம் தீட்ட ஆகும் செலவு = 50 பைசா = ₹ $\frac{50}{100}$

∴ 1செ.மீ^{2}க்கு வர்ணம் தீட்ட ஆகும் செலவு = ₹ $\frac{50}{100} \times \frac{1}{20}$

10800செ.மீ^{2} க்கு வர்ணம் தீட்ட ஆகும் செலவு$= \frac{50}{100} \times \frac{1}{20} \times 10,800$ =₹ 270

பயிற்சி -14.1

1. கீழே இரண்டு கனச் செவ்வகங்கள் காட்டப்பட்டுள்ளது. அதில் எந்த கனச் செவ்வகம் தயார் செய்ய குறைந்த அளவு பொருள் தேவைப்படும்?



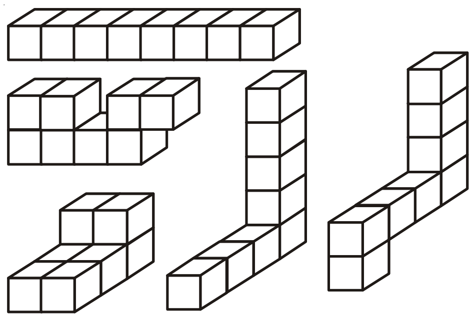
2. மொத்தபுறப்பரப்பு 600செ.மீ^{2} கொண்ட ஒரு கனச்சதுரத்தின் பக்கத்தைக் காண்க.

3. பிரமீளா 1மீ × 2மீ × 1.5மீ கொண்ட ஒரு பெட்டியின் வெளிப்பரப்பை வண்ணம் தீட்டினாள். பெட்டியின் அடி மற்றும் மேல் பக்கத்தை தவிர மீதி பக்கங்களுக்கு வண்ணம் தீட்டினாள் எனில் அவள் வண்ணம் தீட்டிய புறப்பரப்பைக் கண்டுபிடி.

4. 20செ.மீ × 15 செ.மீ × 12 செ.மீ பரிமாணம் உடைய கனச் செவ்வகத்திற்கு சதுர செ.மீக்கு 5பைசாவீதம் வண்ணம் தீட்ட ஆகும் செலவு என்ன?

14.3 கனச்சதுரம் மற்றும் கனச்செவ்வகத்தின் கனஅளவு

ஒரு முப்பரிமாண பொருள் ஓர் இடத்தில் அடைத்துக்கொள்ளும் இடத்தின் அளவு கன அளவு எனப்படும். உன்னைச் சுற்றி உள்ள பொருட்களின் கனஅளவை ஒப்பிடு. உதாரணமாக ஒருஅறையில் உள்ள அலமாரியின் கன அளவை விட அறையின் கன அளவு பெரியது. இதுபோன்று பென்சில் பெட்டியின் கனஅளவு அதனில் வைக்கப்படும் பேனா மற்றும் ரப்பரின் (அழிப்பான்) கனஅளவை விட பெரியது. இதே போன்று வேறு விதமான பொருட்களின் கனஅளவை அளவிட முடியுமா?



பரப்பை அளவிட, நாம் அந்த பரப்பை சதுர அலகுகளாக பிரிக்கிறோம். இவ்வாறே ஒரு திடப்பொருளின் கனஅளவை காண அந்த இடத்தை கனஅலகுகளாக பிரிக்கவேண்டும். ஓர் அலகு நீளமுடைய கனச்சதுரம் ஓர் கன அலகு எனப்படும். வெவ்வேறு முறைகளில் அமைக்கப்பட்ட 8 ஓர் கனஅலகு கொண்ட திடப்பொருள்களின் கனஅளவை உற்று நோக்கு. (மேலே உள்ள படத்தில் உள்ளவாறு) ஒரு திடப்பொருளின் கனஅளவை அளப்பது என்பது அதனுள் வைக்கப்பட்ட ஓர் கனஅலகு சதுரங்களை எண்ணுவது ஆகும். பொதுவாக கனஅளவை அளக்க நாம் பயன்படுத்தும் கனஅலகுகள், ஒரு பகுதியின் பரப்பை காண சதுர அலகை பயன்படுத்துகிறோம். அதன் கனஅளவை எப்படி கண்டுபிடிக்கலாம்? சதுரம் தான் பரப்பளவை கணக்கிட வசதியான வடிவம் ஆகும்.

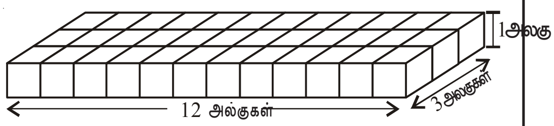
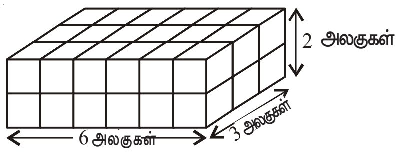
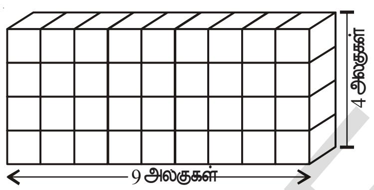
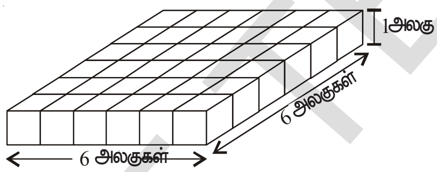
1 கனசெ.மீ = 1 செ.மீ × 1 செ.மீ × 1 செ.மீ = 1 செ.மீ^{3}
= 10 மி.மீ × 10 மி.மீ × 10 மி.மீ = ... மி.மீ^{3}

1 கன மீ = 1 மீ × 1 மீ × 1 மீ = 1 மீ^{3}
= 100 செ.மீ × 100செ.மீ × 100செ.மீ = ... செ.மீ^{3}

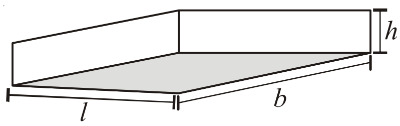
1 கன மி.மீ = 1 மி.மீ × 1 மி.மீ × 1 மி.மீ = 1 மி.மீ^{3}
= 0.1 செ.மீ × 0.1 செ.மீ × 0.1 செ.மீ = ... செ.மீ^{3}

14.3.1 கனச் செவ்வகத்தின் கனஅளவு

ஒவ்வொரு பக்கமும் சமமாக உடைய 36 கனச்சதுரங்களை எடுத்துக்கொள். அவற்றை கனச்செவ்வகமாக அமை. நாம் பலவழிகளில் அதனை அமைக்கலாம். பின்வரும் அட்டவணையில் அவற்றை பரிசோதித்து காலி இடங்களை நிரப்பு.

	கனச்செவ்வகம்	நீளம்	அகலம்	உயரம்	$l \times b \times h = V$
(i)		12	3	1	$12 \times 3 \times 1 = 36$
(ii)		...	...	...	...
(iii)		...	...	...	...
(iv)		...	...	...	...

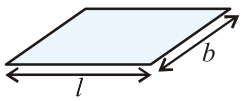
இதிலிருந்து நீ அறிவது என்ன? கொடுக்கப்பட்ட கனச் செவ்வகத்தின் அளவுகளுக்கும் அதன் கனஅளவுக்கும் இடையே ஏதேனும் தொடர்பு உள்ளதா?

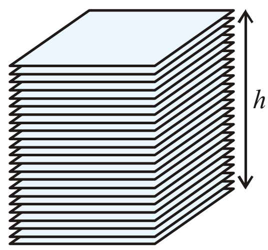


நாம் 36கனச்சதுரங்களைக் கொண்டு உருவாக்கிய கனச்செவ்வகத்தின் கனஅளவு 36 கனஅலகுகள் ஆகும். இது கனச்செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் ஆகியவற்றின் பெருக்கல் பலனுக்குச் சமம். மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டிலிருந்து கனச்செவ்வகத்தின் கனஅளவு = $l \times b \times h$ என்றும் நாம் சொல்லலாம். $l \times b$ என்பது அடிப்பரப்பு. ஆதலால் கனச்செவ்வகத்தின் கனஅளவு= அடிப்பரப்பு $\times$ உயரம் என்று கூறலாம்.

செய்முறை

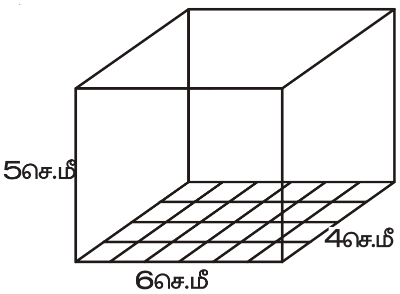
ஒரு காகிதத்தை எடுத்துக்கொள். அதனுடைய பரப்பைக் கணக்கிடு. அதே போன்று அளவுடைய காகிதங்களை வரிசையாக அடுக்கி கனச்செவ்வகமாக உருவாக்கு. அதனுடைய உயரத்தை அள. காகிதத்தின் பரப்பளவை காகித குவியலின் உயரத்தால் பெருக்கி காகித கனசெவ்வகத்தின் கன அளவை கண்டுபிடி.

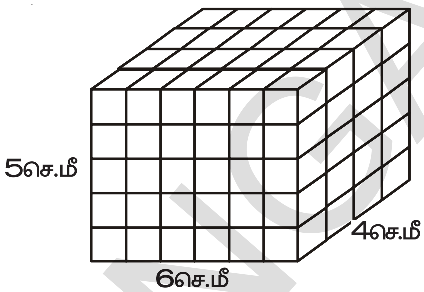




இதை செய்

நீளம், அகலம், மற்றும் உயரம் முறையே 6செ.மீ, 4செ.மீ மற்றும் 5செ.மீ உடைய கனச் செவ்வகத்தின் கன அளவைக் காண்போம்.





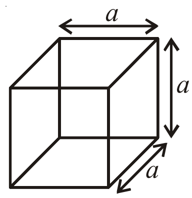
கனச்செவ்வகத்தின் நீளவாக்கில் 1 க.செ.மீ கட்டைகளை வை. எத்தனை கட்டைகள் நீளவாக்கில் வைக்கமுடியும்? 6 கட்டைகள் ஏனெனில் கனச்செவ்வகத்தின் நீளம் 6செ.மீ.

அகலவாக்கில் எத்தனை கட்டைகள் வைக்கமுடியும்? 4 கட்டைகள். ஏனெனில் கனச்செவ்வகத்தின் அகலம் 4செ.மீ. ஓர் அடுக்கில் 6×4 கட்டைகள் வைக்கமுடியும்.

கனச்செவ்வகத்தில் கட்டைகளை எத்தனை அடுக்குகளில் வைக்கலாம்? 5 அடுக்குகள். ஏனெனில் கனச்செவ்வகத்தின் உயரம் 5செ.மீ ஒவ்வொரு அடுக்கிலும் 6×4 கட்டைகள் இருக்கும். ஆகவே 5 அடுக்குகளிலும் $6 \times 4 \times 5$ கட்டைகள் இருக்கும். அதாவது,நீளம் $\times$ அகலம் $\times$ உயரம்.

இந்த விவாதத்திலிருந்து கனச்செவ்வகத்தின் கனஅளவைகாணும் சூத்திரத்தை பெறலாம். கனச் செவ்வகத்தின் கனஅளவு = நீளம் $\times$ அகலம் $\times$ உயரம்.

14.3.2 கனச் சதுரத்தின் கனஅளவு



நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் முதலியவை சமமாக உள்ள கனச்செவ்வகமே, கனச்சதுரம் ஆகும்.

கனச்சதுரத்தின் கனஅளவு = பக்கம் $\times$ பக்கம் $\times$ பக்கம்

= (பக்கம்)^3 = a^3

இங்கு a என்பது கனச்சதுரத்தின் பக்கம் ஆகும்.

கனச்சதுரத்தின் நீளம்	கனச்சதுரத்தின் கனஅளவு
10மி.மீ = 1செ.மீ	1000 மி.மீ^{3} = 1செ.மீ^{3}
10செ.மீ =1டெசி.மீ	1000 செ.மீ^{3} = 1டெசி.மீ^{3}
10டெ.மீ = 1மீ	1000 டெசி.மீ^{3} = 1 மீ^{3}
100செ.மீ =1மீ	1000000 செ.மீ^{3} =1 மீ^{3}
1000மீ = 1கி.மீ	1000000000 மீ^{3} = 1கிமீ^{3}

பொதுவாக திரவத்தின் கனஅளவை மில்லிலிட்டர்(மி.லி) அல்லது லிட்டர் (லி)ல் அளக்கிறோம்.

மேலும் 1 செ.மீ^{3} = 1 மி.லி.

1 *லி* = 1000 செ.மீ^{3}

1 மீ^{3} = 1000000 செ.மீ^{3} = 1000 *லி*

= 1 கி.லி. (கிலோலிட்டர்)

எடுத்துக்காட்டு 5: ஒரு மரப்பலகை பெட்டியின் நீளம் 20செ.மீ, அகலம் 10செ.மீ மற்றும் உயரம் 8செ.மீ எனில் அதனுடைய கனஅளவைக் காண்?

தீர்வு : மரப்பலகை பெட்டி ஒரு கனச்செவ்வகம்

எனவே கனச்செவ்வகத்தின் கனஅளவு = $l \times b \times h$

இங்கு நீளம் (l) = 20செ.மீ, அகலம் (b) = 10 செ.மீ, மற்றும் உயரம் (h) = 8 செ.மீ

மரப்பலகை பெட்டியின் கனஅளவு = 20செ.மீ×10செ.மீ×8செ.மீ=1600 செ.மீ^{3}

எடுத்துக்காட்டு 6: ஒரு நீர்த்தொட்டி 1.4மீ நீளம், 1மீ அகலம் மற்றும் 0.7மீ ஆழம் உள்ளது எனில் நீர்த்தொட்டியின் கனஅளவை லிட்டரில் கண்டுபிடி.

தீர்வு : நீர்த்தொட்டியின் நீளம் (l) = 1.4 மீ = 140 செ.மீ

நீர்த்தொட்டியின் அகலம் (b) = 1 மீ = 100 செ.மீ

நீர்த்தொட்டியின் ஆழம் (h) = 0.7மீ = 70 செ.மீ

நீர்த்தொட்டியின் கனஅளவு = $l \times b \times h$

= (140 ×100 × 70) செ.மீ^{3}

1 லிட்டர் = 1000 க.செ.மீ

= $\dfrac{140 \times 100 \times 70}{1000}$ லிட்டர்கள்.

= 980 லிட்டர்கள்

இதை செய்

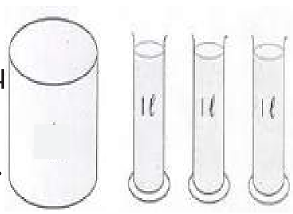
64 கனச்சதுரங்களை உன்னால் முடிந்த வழிகளில் ஒரு கனச் செவ்வகம் உருவாகும் படி அமை. ஒவ்வொரு அமைப்பின் புறப்பரப்பை காண்க. ஒரே மாதிரியான கனஅளவு கொண்ட கனச்செவ்வகம் ஒரே மாதிரியான புறப்பரப்பை பெற முடியுமா?

கொள்ளளவு : உனக்கு தெரியுமா?

கனஅளவு மற்றும் கொள்ளளவு என்ற இரண்டு வார்த்தைகளுக்கு அதிக வித்தியாசம் இல்லை.

(a) ஒரு பொருள் அடைத்துக்கொள்ளும் இடத்தை கனஅளவு குறிக்கிறது.

(b) ஒரு பாத்திரம் கொள்ளும் அளவு கொள்ளளவு குறிக்கிறது.



கனஅளவு கொள்ளளவு

ஒரு தகர நீர்தொட்டியில் 100செ.மீ^{3} அளவுள்ள நீர் உள்ளது எனில் அந்த நீர்த்தொட்டியின் கொள்ளளவு 100செ.மீ^{3} ஆகும். கொள்ளளவு லிட்டர் எனும் அலகால் அளக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 7: ஒரு கனச்செவ்வகத்தின் அகலம் அதனுடைய நீளத்தில் பாதியாகவும், உயரம் அதனுடைய நீளத்தைவிட இரண்டுமடங்கு உடையது எனில் கனஅளவைக் கண்டுபிடி.

தீர்வு : கனச்செவ்வகத்தின் நீளம் x அலகு என்க

கனச்செவ்வகத்தின் அகலம் = $\frac{x}{2}$ அலகுகள்

கனச்செவ்வகத்தின் உயரம் = $2x$ அலகுகள்

கனச்செவ்வகத்தின் கனஅளவு = நீளம் × அகலம் × உயரம்

= $(x \times \frac{x}{2} \times 2x)$ கனஅலகு

= x^3 கனஅலகுகள்.

எடுத்துக்காட்டு 8: ஒரு பெட்டி 1.8மீ நீளம், 80செ.மீ அகலம், 60 செ.மீ உயரம் கொண்டது. அதில் 6செ.மீ × 4.5 செ.மீ × 40 மி.மீ அளவுடைய சோப்புக் கட்டிகள் காலி இடமின்றி சரியாக நிரப்பப்பட வேண்டும். எத்தனை சோப்புக்கட்டிகளை ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் நிரப்பலாம்?

தீர்வு: பெட்டியின் நீளம் (l) = 1.8 மீ = 180 செ.மீ

பெட்டியின் அகலம் (b) = 80 செ.மீ

பெட்டியின் உயரம் (h) = 60 செ.மீ

பெட்டியின் கனஅளவு = $l \times b \times h$

= 180 × 80 × 60 செ.மீ^{3}

= 864000 செ.மீ^{3}

சோப்புக் கட்டியின் நீளம் = 6 செ.மீ

சோப்புக் கட்டியின் அகலம் = 4.5 செ.மீ

சோப்புக் கட்டியின் உயரம் = 40 மி.மீ = 4 செ.மீ

சோப்புக் கட்டியின் கனஅளவு = 6 × 4.5 × 4 செ.மீ^{3}

= 108.0 செ.மீ^{3}

∴ நிரப்பப்படும் சோப்புக் கட்டிகளின் எண்ணிக்கை

$$= \frac{\text{பெட்டியின் கனஅளவு}}{\text{சோப்புக்கட்டியின் கனஅளவு}}$$

$$= \frac{864000}{108}$$

= 8000

பெட்டியில் 8000 சோப்புக் கட்டிகளை நிரப்பலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 9: மரக்கட்டையாலான கனச்செவ்வகத்தின் நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் 21செ.மீ, 9செ.மீ மற்றும் 8செ.மீ எனில் அதை 3செ.மீ பக்கம் கொண்ட கனச்சதுரங்களாக எத்தனை வெட்டலாம்? வீணான மரக்கட்டையின் கனஅளவை கண்டுபிடி?

தீர்வு: கனச்செவ்வகத்தின் நீளம் (l) = 21 செ.மீ

கனச்செவ்வகத்தின் அகலம் (b) = 9 செ.மீ

கனச்செவ்வகத்தின் உயரம் (h) = 8 செ.மீ

கனச்செவ்வகத்தின் கனஅளவு = $21 \times 9 \times 8$ = 1512 க.செ.மீ.

நீளவாக்கில் வெட்டி எடுக்கப்படும் கனசதுரத்தின் எண்ணிக்கை= $\frac{21}{3}$ = 7

அகலவாக்கில் வெட்டி எடுக்கப்படும் கனசதுரத்தின் எண்ணிக்கை= $\frac{9}{3}$ = 3

உயரத்தில் வெட்டி எடுக்கப்படும் கனசதுரத்தின் எண்ணிக்கை= $\frac{8}{3}$ = 2.6

உயரத்தில் 2கனச்சதுரங்களை மட்டுமே வெட்டமுடியும்.மீதியுள்ளவை வீணானவை ஆகும்.

வெட்டிஎடுக்கப்பட்ட கனச்சதுரத்தின் எண்ணிக்கை= $7 \times 3 \times 2$

= 42

ஒவ்வொரு கனசதுரத்தின் கனஅளவு = $3 \times 3 \times 3$ = 27 செ.மீ^{3}

அனைத்து கனசதுரங்களின் கனஅளவு = 27 $\times$ 42

= 1134 செ.மீ^{3}

$\therefore$ வீணான மரக்கட்டையின் கனஅளவு = 1512 - 1134 =378 செ.மீ^{3}

எடுத்துக்காட்டு 10: ஒரு செவ்வகவடிவ நீர்தேக்கத்தில் நிமிடத்திற்கு 60லிட்டர் வீதம் நீர் நிரம்புகிறது. நீர்தேக்கத்தின் கனஅளவு 108மீ^{3}. நீர்த்தேக்கம் நிரம்ப எத்தனை மணி நேரமாகும்?

தீர்வு: நீர்த்தேக்கத்தின் கனஅளவு = 108மீ^{3} = 108×1000லிட்டர்கள்

($\because$ 1மீ^{3} = 1000லிட்டர்கள்)

ஒரு நிமிடத்திற்கு 60லிட்டர்கள் நீர் நிரப்பப்படுகிறது.

$\therefore$ தேவையான நேரம் = $\frac{108 \times 1000}{60}$ நிமிடங்கள்.

= $\frac{108 \times 1000}{60 \times 60}$ மணிகள் = 30 மணிநேரங்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 11 : ஒரு கிராமத்தின் மக்கள் தொகை 4000பேர். ஒரு நாளைக்கு ஒருவருக்கு 150லிட்டர் நீர் தேவைப்படுகிறது. அங்குள்ள நீர்த்தொட்டியின் அளவு 20மீ, 15மீ, 6மீ. தொட்டி முழுவதும் நிரப்பப்பட்ட நீர் எத்தனை நாட்களுக்கு போதுமானது?

தீர்வு : நீர்த்தொட்டியின் கனஅளவு = 20மீ$\times$15மீ$\times$6மீ

= 1800மீ^{3} = 1800000 *லிட்டர்கள்*

ஒருவருக்கு ஒரு நாளைக்கு தேவையான நீரின் கனஅளவு = 150 *லிட்டர்.*

மொத்த மக்களுக்கு ஒரு நாளைக்கு தேவைப்படும் நீரின் மொத்த கனஅளவு

= 150 $\times$ 4000

தேவையான நாட்களின் எண்ணிக்கை= $\dfrac{\text{தொட்டியின் கனஅளவு}}{\text{ஒரு நாளைக்கு தேவையான நீரின் கனஅளவு}}$

$= \dfrac{1800000}{150 \times 4000}$ = 3 நாட்கள்

பயிற்சி - 14.2

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளை கொண்டு கனச்செவ்வகத்தின் கனஅளவை காண்க.

	நீளம்(l)	அகலம்(b)	உயரம்(h)
(i)	8.2 மீ	5.3 மீ	2.6 மீ
(ii)	5.0 மீ	4.0 மீ	3.5 மீ
(iii)	4.5 மீ	2.0 மீ	2.5 மீ

2. கீழே கொடுக்கப்பட்ட உள்பரிமாணங்களின் அளவைக்கொண்டு தொட்டியின் கொள்ளளவைக் கண்டுபிடி? ஒவ்வொரு தொட்டியின் கொள்ளளவை கனமீட்டரிலும் மற்றும் லிட்டரிலும் எழுதுக.

	நீளம்(l)	அகலம்(b)	உயரம்(h)
(i)	3மீ 20செமீ	2மீ 90செமீ	1மீ 50செமீ
(ii)	2மீ 50செமீ	1மீ 60செமீ	1மீ 30செமீ
(iii)	7மீ 30செமீ	3மீ 60செமீ	1மீ 40செமீ

3. ஒரு கனச்சதுரத்தின் நீளத்தை பாதியாக குறைத்தால் கனஅளவில் என்ன நிகழும்? கனஅளவு குறையுமா? ஆம் எனில் எவ்வளவு?

4. பின்வரும் பக்கங்களைகொண்ட கனச்சதுரத்தின் கனஅளவை கண்டுபிடி.

   (i) 6.4 செமீ (ii) 1.3மீ (iii) 1.6 மீ.

5. ஒவ்வொரு செங்கல்லின் அளவு 25செ.மீ, 11.25செ.மீ 6செ.மீ எனில் 8மீ நீளம், 6மீ உயரம் 22.5செ.மீ தடிமன் உடைய சுவரை கட்ட எவ்வளவு செங்கற்கள் தேவைப்படும்?

6. கனச்செவ்வகத்தின் அளவுகள் முறையே 25செ.மீ நீளம், 15செமீ அகலம் மற்றும் 8செ.மீ உயரம். அதன் கனஅளவு 16செ.மீ பக்கம் உடைய கனசதுரத்தின் கனஅளவில் எவ்வளவு வேறுபடும்?

7. 1செ.மீ தடிமன் உடைய மூடிய மரப்பெட்டி மரக்கட்டையால் செய்யப்படுகிறது. பெட்டியின் வெளிப்புற அளவு 5 செமீ × 4 செமீ × 7 செமீ எனில் தேவையான மரக்கட்டையின் கனஅளவைக் கண்டுபிடி.

8. நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் முறையே 20செ.மீ, 18செ.மீ மற்றும் 16செ.மீ உடைய கனச்செவ்வகத்திலிருந்து 4செ.மீ விளிம்பு கொண்ட கனச்சதுரம் எத்தனை செய்யலாம்?

9. 12செமீ×9செமீ×6செமீ அளவுள்ள கனச்செவ்வகத்திலிருந்து 4செமீ×3செமீ×2 செமீ அளவுள்ள கனச்செவ்வகம் எத்தனை கிடைக்கும்?

10. ஒரு கனச்செவ்வக பாத்திரம் 30செமீ நீளம், 25செமீ அகலம் கொண்டது. அதில் 4.5லிட்டர் நீர் நிரப்ப முடியும் எனில் அதன் உயரம் என்ன?

நாம் கற்றவை

1. l, b, h ஆனது கனச்செவ்வகத்தின் பரிமாண அளவுகள் எனில்

   (i) புறப்பரப்பு $2h\,(l+b)$

   (ii) மொத்த புறப்பரப்பு $2\,(lb+bh+hl)$

2. கனச்செவ்வகத்தின் புறப்பரப்பு = $4a^2$

3. கனச்செவ்வகத்தின் மொத்த புறப்பரப்பு = $6a^2$

4. கனச்செவ்வகத்தின் கனஅளவு = $l \times b \times h$

5. கனச்செவ்வகத்தின் கனஅளவு = *பக்கம்×பக்கம்×பக்கம்* = a^3

6. 1 செ.மீ^{3} = 1 மி.லி

   1 *லி* = 1000 செ.மீ^{3}

   1 மீ^{3} = 1000000 செ.மீ^{3} = 1000 *லி*

   = 1 கி.லி (கிலோலிட்டர்)

அத்தியாயம் 15

எண்களோடு விளையாடலாம்

15.0 அறிமுகம்

எண்களற்ற ஒரு புதிய உலகில் ஒரு நாள் காலையில் விழித்தால் அந்த நாள் எப்படியிருக்கும் என நினைத்துப்பார்.அந்நாள் எந்த மாதத்தில் எந்த நாள் என்று பார்ப்பதற்கு நாள்காட்டி கூட இருக்காது.தொலைபேசி எண் இல்லாததால் அங்கு உன் நண்பனுக்கு நன்றி சொல்ல கூட முடியாது. அங்கு வீட்டு எண் இல்லாத காரணத்தினால் உங்கள் வீட்டு கதவை தட்டும் அறிமுகமில்லாதவர்கள் களைத்துவிடுவார்கள்.
கடிகாரம் இல்லாததால் (i) பள்ளிக்கு சரியான நேரத்தில் செல்ல தவறிவிடுவாய் (ii) தொலைக்காட்சியில் உங்களுக்கு விருப்பமான கேலிச்சித்திரங்களையும் நாடகத் தொடர்களையும் கூட பார்க்க முடியாது.
எண்கள் இல்லாமல் மட்டைப்பந்தையும் கால்பந்தையும் விளையாட முடியாது. எனவே எண்கள் இல்லாத உலகத்தை நினைத்துப் பார்க்கவே இயலாது.
நாம் சில பொருட்களுடைய விலையை தெரிந்துக்கொள்ள வேண்டுமானாலோ அல்லது உன்னுடைய நண்பர்களுக்கிடையே எந்த பொருளையாவது பகிர்ந்தளிக்க விரும்பினாலோ நீ என்ன செய்வாய்? அடிப்படை செயல்களில் எதை பயன்படுத்துவாய்? இந்த அடிப்படை செயல்கள் அனைத்திலும் எண்களும் வகுத்தல்விதிகளும் அடங்கியுள்ளது. ஓர் எண் மற்றொரு எண்ணால் வகுபடுமா? வகுபடாதா? என்பதை அறிய இந்த வகுத்தல் விதிகள் பயன்படுகிறது. இப்பொழுது நாம் சில அடிப்படை செயல்களையும் வகுத்தல் விதிகளையும் பயன்படுத்தி எண்களோடு விளையாடலாம்.

15.1 வகுபடுதன்மை விதிகள்

சில எண்களை எடுத்துக்கொள். அவைகளில் எந்த எண்கள் 2ஆல் வகுபடுகிறது, எந்த எண்கள் 3ஆல் வகுபடுகிறது என்பதை 7வரை சோதித்துப்பார்.
'a' என்பது 'b'ஐ மீதியின்றி வகுத்தால் b என்பது a ஆல் வகுபடுகிறது என்கிறோம்.
இந்த அத்தியாயத்தில் வகுத்தலையும் அதன் மீதான தர்க்க சிந்தனைகளையும் அறிந்துக் கொள்ளலாம். முதலில் எண்களின் இடமதிப்பு பற்றியும் காரணிகள் பற்றியும் நினைவு கூர்வோம்.

15.1.1 எண்களின் இடமதிப்பு

645 எனும் எண்ணை விரிவுப்படுத்து. $645 = 600 + 40 + 5 = 6 \times 100 + 4 \times 10 + 5 \times 1$

தரப்பட்டுள்ள எண்ணில் 6ன் இடமதிப்பு 600 மேலும் 4ன் இடமதிப்பு 40. இதில் 6 நூறுகள், 4 பத்துக்கள் மற்றும் 5 ஒன்றுகள் உள்ளன.

இதை செய்

அடிக்கோடிட்ட எண்களின் இடமதிப்பைக்கண்டுபிடி?

(i) $\underline{2}9879$ (ii) $10\underline{3}44$ (iii) $9\underline{8}725$

15.1.2. எண்களின் விரிவு நிலை

எண்களை விரிவுபடுத்தி எழுதுதல் நாம் அறிந்த ஒன்றே அதே நேரத்தில் ஓர் எண்ணை 10ன் அடுக்குக் குறிவடிவத்தில் எவ்வாறு விரிவுபடுத்தி எழுதுவது என்பதை நாம் நன்றாக அறிந்துக் கொள்வோம்.

உதாரணமாக :

சாதாரண குறியீட்டு முறை	விரிவுமுறை	அடுக்குக் குறிமுறை
68 =60+8	$= (10 \times 6) + 8$	$= (10^1 \times 6) + (10^0 \times 8)$
72=70+2	$= (10 \times 7) + 2$	$= (10^1 \times 7) + (10^0 \times 2)$

$10^0 = 1$ என நாம் அறிவோம்

$10a + b$ எனும் ஈரிலக்க எண்ணை எடுத்துக்கொள். இங்கு a என்பது பத்தின் இடத்தையும் b என்பது ஒன்றுகள் இடத்தையும் குறிக்கிறது.

$(10 \times a) + b = (10^1 \times a) + (1 \times b)$. (இங்கு $a \neq 0$) என எழுதலாம்.

658 எனும் மூன்றிலக்க எண்ணை எடுத்துக்கொள்,இதை பின் வருமாறு விரிவுபடுத்தலாம்.

சாதாரண குறியீட்டு முறை	விரிவுமுறை	அடுக்குகுறிமுறை
$658 = 600 + 50 + 8$	$= 100 \times 6 + 10 \times 5 + 1 \times 8$	$= 10^2 \times 6 + 10^1 \times 5 + 1 \times 8$

இவ்வாறே 759

$759 = 700 + 50 + 9 = 100\times7 + 10\times5 + 1\times9 = 10^2 \times7 + 10^1\times5 + 1\times9$

எனவே a, b மற்றும் c ஆகிய எண்களைப் பயன்படுத்தி மூன்றிலக்க எண்களை பின்வரும் பொதுவான வடிவில் எழுதலாம்.

$10^2a + 10^1b + c = 100\times a + 10\times b + c = 100a + 10b + c$, (இங்கு $a \neq 0$).

நான்கு இலக்க எண்களை கீழ்கண்டவாறு விரிவுபடுத்தி எழுதலாம்.

$3456 = 3000 + 400 + 50 + 6 = 1000 \times 3 + 100 \times 4 + 10 \times 5 + 6$

$= 10^3 \times 3 + 10^2 \times 4 + 10^1 \times 5 + 6$

இவ்வாறே ,

நான்கு இலக்க எண்களை $1000a + 100b + 10c + d = 1000 \times a + 100 \times b + 10 \times c + d$ (இங்கு $a \neq 0$).

$= 10^3a + 10^2b + 10^1 c + d.$

என $a,b,c,$ மற்றும் d ஆகியவைகளைப் பயன்படுத்தி பொதுவான வடிவில் எழுதலாம்.

இதை செய்

1. கீழ்கண்டவற்றை விரிவுபடுத்தி எழுதுக.
   (i) 65 (ii) 74 (iii) 153 (iv) 612
2. கீழ்கண்டவற்றை சாதாரண வடிவில் விரிவுபடுத்துக
   (i) $10\ 9 + 4$ (ii) $100\ \times 7 + 10\ \ 4 + 3$
3. காலியிடங்களை நிரப்புக.
   (i) $100 \times\ 3 + 10 \times$ _____ $+ 7 = 357$
   (ii) $100 \times 4 + 10\ \times 5 + 1 =$ ________
   (iii) $100 \times$ _____ $+ 10 \times 3 + 7 = 737$
   (iv) $100 \times$ ____ $+ 10 \times q + r = pqr$
   (v) $100\ \times + 10 \times y + z =$ ____________

15.1.3 எண்களின் காரணிகளும் மடங்குகளும்

36ன் காரணிகள் யாவை?

1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 என்பன 36ன் காரணிகள்.

36ன் மிகப்பெரிய காரணி எது?

ஒவ்வொரு காரணியும் தரப்பட்டுள்ள எண்ணிற்கு குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ தான் உள்ளது. மிகப்பெரிய காரணி அதே எண் ஆகும். எனவே ஒவ்வொரு எண்ணும் அதற்கு அதே காரணியாகும். மற்றும் 1 என்பது அனைத்து எண்களுக்கும் காரணியாகும்.

$1 \times 36 = 36$	$4 \times 9 = 36$
$2 \times 18 = 36$	$6 \times 6 = 36$
$3 \times 12 = 36$	

7 1 = 7 , 9 1 = 9,

ஓர் எண்ணிற்கு 1 மற்றும் அதே எண் தவிர வேறு காரணிகள் இல்லையெனில் அந்த எண்ணை என்னவென்று அழைக்கலாம்? அந்த எண்களை **பகா எண்கள்** என்று அழைக்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு : 2, 3, 5, 7, 11, 13,.....ஆகியவை.

அடுத்தடுத்த எண்களை கொண்டு உருவாகும் 23 , 4567 , 89 எனும் நான்கு பகா எண்கள் ஆர்வமுட்டுவதாக உள்ளது.

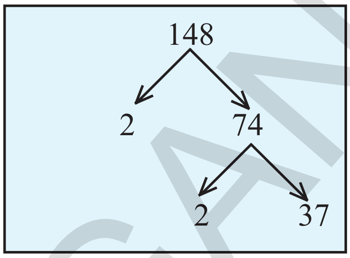
191, 911, 199, 919, 991 என்பன பகா எண்களா? இல்லையா?என்று சோதித்துபார்.

82818079787776757473727170696867666564636261605958575655545352515049484746454443424140393837363534333231302928272625242322212019181716151413121110987654321

எனும் எண் 82-லிருந்து ஆரம்பித்து பின்னோக்கி 1-வரை எழுதுவதால் ஏற்படும் ஒரு பகா எண் ஆகும்.

148ஐ பகா காரணிகளாக்குக.

$148 = 2 \times 74 = 2 \times 2 \times 37 = 2^2 \times 37^1$



148ன் காரணிகளின் எண்ணிக்கை அதன் பகா எண்களின் (காரணிகளின் அடுக்குகள் + 1) பெருக்கல்பலனாகும்.

அதாவது $(2 + 1) \times (1 + 1) = 3 \times 2 = 6$

அவைகள் 1, 2, 4, 37, 74, 148.

ஒரு எண்ணை பகா காரணிகளின் பெருக்கற்பலனாக எழுதினால் அதாவது $N = 2^a \times 3^b \times 5^c \ldots$

N எனும் எண்ணின் காரணிகளின் எண்ணிக்கை $(a + 1)(b + 1)(c + 1) \ldots$

6ன் முதல் ஐந்து மடங்குகள் யாவை?

$6 \times 1 = 6$, $6 \times 2 = 12$, $6 \times 3 = 18$, $6 \times 4 = 24$, $6 \times 5 = 30$

6, 12, 18, 24, 30 என்பன 6ன் முதல் ஐந்து மடங்குகள்.

எத்தனை மடங்குகள் வரை நாம் எழுதமுடியும்?

எண்ணற்ற மடங்குகள் வரை எழுதலாம். கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் மடங்குகள் முடிவற்றது.

இதை செய்

1. கீழ்கண்டவற்றிற்கு அனைத்து காரணிகளையும் எழுதுக :
   (a) 24 (b) 15 (c) 21 (d) 27
   (e) 12 (f) 20 (g) 18 (h) 23 (i) 36
2. கீழ்கண்டவற்றிற்கு முதல் ஐந்து மடங்குகளை எழுதுக :
   (a) 5 (b) 8 (c) 9
3. கீழ்கண்டவற்றிற்கு பகா காரணிகளை எழுதுக.
   (a) 72 (b) 158 (c) 243

15.1.4. 10ன் வகுபடுதன்மை

10ன் மடங்குகளை எடுத்துக்கொள் : 10, 20, 30, 40, 50, 60, ...ஆகியவை

இந்த அனைத்து எண்களிலும் ஒன்றுகள் இடத்தில் பூஜ்ஜியம் உள்ளது.

எந்த ஒரு 10ன் மடங்கிலும் ஒன்றுகள் இடத்தில் பூஜ்ஜியம்தான் இருக்குமா? ஆம்.

எனவே ஒன்றுகள் இடத்தில் பூஜ்ஜியம் உள்ள எண்கள் அனைத்தும் 10ஆல் வகுபடும்.

இந்த விதியில் அடங்கியுள்ள தர்க்க சிந்தனையை பார்ப்போம்.

ஒரு மூன்று இலக்க எண்ணில் ‘a’ஐ நூறுகள் இடத்திலும் ‘b’ ஐ பத்துகள் இடத்திலும் ‘c’ ஐ ஒன்றுகள் இடத்திலும் எடுத்துக்கொண்டால் $100a + 10b + c = 10(10a + b) + c$

$10(10a + b)$ என்பது 10 ன் மடங்குகள். ‘c’ 10 ஆல் வகுபடுமானால் அந்த எண் 10ஆல் வகுபடும். $c = 0$. இருந்தால் மட்டுமே இது சாத்தியமாகும்.

இதை செய்

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் 10ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? என்று சரிபார்.

   (a) 3860 (b) 234 (c) 1200 (d) 10^3 (e) $10 + 280 + 20$

2. கீழே தரப்பட்டுள்ளவை 10ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? என்று ஆராய்க.

   (a) 10^{10} (b) 2^{10} (c) $10^3 + 10^1$

முயன்று பார்

1. $56Z \div 10$ எனும் வகுத்தலில் மீதி 6 எனில் Zன் மதிப்பு என்னவாக இருக்கும்?

15.1.5. 5ன் வகுபடுதன்மை :

5ன் மடங்குகளை எடுத்துக்கொள். அவைகள் 5,10,15, 20,25,30,35 ,40,45,50,…………..ஆகியவைகள். இவைகள் ஒன்றுகள் இடத்தில் ‘0’ அல்லது ‘5’உள்ளது.

ஓர் எண்ணின் ஒன்றுகள் இடத்தில் ‘0’ அல்லது ‘5’ இருந்தால் அந்த எண் ‘5’ஆல் வகுபடும்.

இந்த விதியில் அடங்கி உள்ள தர்க்க சிந்தனையை பார்ப்போம். மூன்று இலக்க எண்களில் ‘a’ஐ நூறுகள் இடத்திலும் ‘b’ ஐ பத்துகள் இடத்திலும் ‘c’ஐ ஒன்றுகள் இடத்திலும் எடுத்துக்கொண்டால் $100a + 10b + c = 5(20a + 2b) + c$

$5(20a + 2b)$ என்பது 5ன் மடங்கு.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்ணின் ஒன்றுகள் இடத்தில் $c = 0$ அல்லது 5 இருந்தால் மட்டுமே அந்த எண் 5ஆல் வகுபடும்.

இதை செய்

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்கள் 5ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? ஆராய்க.

   (a) 205 (b) 4560 (c) 402 (d) 105 (e) 235785

34A என்பது 5ஆல் வகுபட்டால் A இன் மதிப்பு என்ன? கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்ணில் ஒன்றுகள் இலக்கம் A இடத்தில் 0 அல்லது 5 இருந்தால் மட்டுமே அந்த எண் 5ஆல் வகுபடும். ஆகவே $A = 0$ அல்லது 5.

முயன்று பார்

1. $4B \div 5$ வகுத்தலில் மீதி 1 எனில் B ன் மதிப்பு என்ன?
2. $76C \div 5$ வகுத்தலில் மீதி 2 எனில் C ன் மதிப்பு என்ன?
3. ஒரு எண் 10ஆல் வகுபட்டால் அந்த எண் 5ஆலும் வகுபடும் எனும் கூற்று சரியா? காரணம் கூறு.
4. ஒரு எண் 5ஆல் வகுபட்டால் அந்த எண் 10ஆலும் வகுபடும் எனும் கூற்று சரியா? அல்லது தவறா? காரணம் கூறு.

15.1.6. 2ன் வகுப்படுதன்மை

2ன் மடங்குகளை எடுத்துக்கொள். அதாவது 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...முதலியவை. இவைகளில் ஒன்றுகள் இடத்தில் 0,2,4,6, 8 உள்ளன.

ஓர் எண்ணின் ஒன்றுகள் இடத்தில் 0 அல்லது 2 அல்லது 4 அல்லது 6 அல்லது 8 (இரட்டை எண்) இருந்தால் அந்த எண் 2ஆல் வகுப்படும். இல்லையெனில் 2ஆல் வகுபடாது.

இந்த விதியில் உள்ள தர்க்க சிந்தனையை பார்க்கலாம்.

மூன்று இலக்க எண்ணில் ‘a’ ஐ நூறுகள் இடத்திலம் ‘b’ ஐ பத்துகள் இடத்திலும் மற்றும் ‘c’ ஐ ஒன்றுகள் இடத்திலும் எடுத்துக்கொண்டால் $100a + 10b + c = 2(50a + 5b) + c$

$2(50a + 5b)$ என்பது 2ன் மடங்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்ணின் ஒன்றுகள் இடத்தில் $c = 0, 2$ அல்லது 4 அல்லது 6 அல்லது 8 (இரட்டை எண்) இருந்தால் மட்டுமே அந்த எண் 2ஆல் வகுப்படும்.

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

1. ஒரு எண்ணை 5 மற்றும் 2ஆல் வகுத்தால் மீதி முறையே 3 மற்றும் 1 எனில் அந்த எண்ணின் ஒன்றாம் இடத்திலுள்ள எண்ணை கண்டுபிடி.

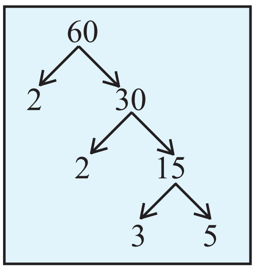
எடுத்துக்காட்டு 1: 60ன் காரணிகளை எழுதுக?

தீர்வு : 60 ன் பகா காரணிகளின் பெருக்கல்பலன் $2^2 \times 3^1 \times 5^1$ என எழுதலாம்.

காரணிகளின் எண்ணிக்கை $(2 + 1)(1 + 1)(1 + 1)$

$= 3 \times 2 \times 2 = 12$

அந்த காரணிகள் 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60



பயிற்சி-15.1

1. கீழ்கண்ட அட்டவணையில் வகுத்தல் விதிகளை பயன்படுத்தி 2,5,10 (ஆம் அல்லது இல்லை என கூறு) ஆல் வகுபடும் எண்களை கண்டுபிடி. நீ உற்றுநோக்குவது என்ன?

எண்கள்	2ஆல் வகுபடுபவை	5ஆல் வகுபடுபவை	10ஆல் வகுபடுபவை
524	ஆம்	இல்லை	இல்லை
1200			
535			
836			
780			
3005			
4820			
48630			

2. வகுத்தல் விதிகளை பயன்படுத்தி கீழ்கண்டவைகளில் எந்த எண்கள் 2ஆல் வகுபடும் என கண்டுபிடி.
   (a) 2144 (b) 1258 (c) 4336 (d) 633 (e) 1352
3. வகுத்தல் விதியை பயன்படுத்தி கீழ்கண்டவைகளில் எந்த எண்கள் 5ஆல் வகுபடும் என கண்டுபிடி
   (a) 438750 (b) 179015 (c) 125 (d) 639210 (e) 17852
4. வகுத்தல் விதியை பயன்படுத்தி கீழ்கண்டவைகளில் எந்த எண்கள் 10ஆல் வகுபடும் என கண்டுபிடி
   (a) 54450 (b) 10800 (c) 7138965 (d) 7016930 (e) 10101010
5. கீழ்கண்ட எண்களின் காரணிகளை எழுதுக?
   (a) 18 (b) 24 (c) 45 (d) 90 (e) 105
6. 2,5 மற்றும் 10ஆல் வகுபடும் ஏதேனும் ஐந்து எண்களை எழுதுக.
7. 34A எனும் எண் 2ஆல் மீதியின்றி வகுபடுகிறது மேலும் 5ஆல் வகுக்கும்போது மீதி 1-ஐ தருகிறது எனில் A ன் மதிப்பு கண்டுபிடி.

15.1.7 3 மற்றும் 9ன் வகுப்படுதன்மை

378 எனும் எண்ணை எடுத்துக்கொள்.

$$378 = 300 + 70 + 8$$
$$= 100 \times 3 + 10 \times 7 + 8$$
$$= (99 + 1)\, 3 + (9 + 1)7 + 8$$ என எழுதலாம்.

இங்கு 3ஐ பொதுக்காரணியாக எடுக்க இயலாது.

வரிசை மாற்றி எழுதினால், $378 = 99 \times 3 + 9 \times 7 + (3 + 7 + 8)$

$= 99 \times 3 + 3 \times 3 \times 7 + (3 + 7 + 8)$

$= 3\,(99 + 21) + (3 + 7 + 8)$

3(99 + 21) என்பது 3ன் மடங்கு.

எனவே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்ணின் இலக்கங்களின் மொத்தம் (3 + 7 + 8) 3ன் மடங்குகாக இருந்தால் மட்டுமே அந்த எண் 3ஆல் வகுபடும்.

9ஆல் வகுப்படுபவை :

378 378 = 300 + 70 + 8

= 100 × 3 + 10 × 7 + 8

= (99 +1) 3 + (9 + 1)7 + 8

= 99 × 3 + 9 × 7 + (3 + 7 + 8)

= 9 (11 × 3 + 1 ц 7) + (3 + 7 + 8)

= 9 (33 + 7) + (3 + 7 + 8)

9(33 + 7) என்பது 9ன் மடங்கு. எனவே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்ணின் இலக்கங்களின் மொத்தம் (3 + 7 + 8), 9ன் மடங்குகாக இருந்தால் மட்டுமே அந்த எண் 9ஆல் வகுபடும்.

இந்த விதியை இப்பொழுது விவரிக்கலாம்:

ஒரு மூன்று இலக்க எண்ணில் a ஐ நூறுகள் இடத்திலும் bஐ பத்துகள் இடத்திலும் cஐ ஒன்றுகள் இடத்திலும் எடுத்துக்கொண்டால், அந்த எண்ணை $100a+10b+c$ என எழுதலாம்.

$100a + 10b + c = (99 + 1)a + (9 + 1) + c = 99a + 9b + (a + b + c)$

$= 9(11a + b) + (a + b + c) \rightarrow$ கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் இலக்கங்களின் மொத்தம்

$9(11a + b)$ என்பது 3 மற்றும் 9ன் மடங்குகள்.கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்களின் இலக்கங்களின் மொத்தம் $(a + b + c)$ என்பது 3 அல்லது 9ன் மடங்குகளாக இருந்தால் மட்டுமே அந்த எண் முறையே 3 அல்லது 9ஆல் வகுப்படும்.

இந்த வகுத்தல்விதி மூன்று இலக்கங்களுக்குமேல் உள்ள எண்களுக்கு பொருந்துமா? 5இலக்கம் மற்றும் 6இலக்க எண்களை எடுத்துக்கொண்டு ஆராய்க. ஓர் எண்ணை 2,5 மற்றும் 10ஆல் வகுக்கும்போது அந்த எண்ணின் ஒன்றுகள் இடத்தில் உள்ள இலக்கின் தன்மையைக் கொண்டு அந்த எண் மீதியின்றி வகுபடுமா? அல்லது வகுபடாதா? என்று நிர்ணயிக்கலாம். ஆனால் 3 மற்றும் 9ஆல் வகுக்கப்படும்போது மற்ற இலக்கங்களின் தன்மையை சார்ந்து நிர்ணயிக்கப்படுகிறது.

இதை செய்

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்கள் 3அல்லது 9 அல்லது இரண்டு எண்களாலும் வகுபடுமா? என்று ஆராய்க.

(a) 3663 (b) 186 (c) 342 (d) 18871

(e) 120 (f) 3789 (g) 4542 (h) 5779782

எடுத்துக்காட்டு 2: 24P எனும் எண்ணை 3ஆல் வகுக்கும்போது மீதி ஒன்றும் 5ஆல் வகுக்கும்போது மீதி இரண்டும் கிடைக்கிறது எனில் Pன் மதிப்பு கண்டுபிடி.

தீர்வு : 24P எனும் எண்ணை 5ஆல் வகுத்தால் மீதி 2 கிடைக்கும் எனில் P ன் மதிப்பு 2 அல்லது 7ஆக இருத்தல் வேண்டும்.

$P = 2$ எனில் அந்த எண்ணை 3ஆல் வகுத்தால் மீதி 2. $P = 7$, எனில் அந்த எண்ணை 3ஆல் வகுத்தால் மீதி 1. எனவே $P = 7$.

பயிற்சி-15.2

1. 345A7 எனும் எண் 3ஆல் மீதியின்றி வகுபடுகிறது எனில் Aன் இடத்தில் விடுபட்ட இலக்கை எழுது.
2. 2791A எனும் எண் 9ஆல் மீதியின்றி வகுபடுகிறது எனில் Aன் இடத்தில் விடுபட்ட இலக்கை எழுது.
3. 2,3,5,9 மற்றும் 10 ஆல் வகுபடும் சில எண்களை எழுதுக.
4. 2A8 எனும் எண் 2ஆல் வகுபடும் எனில் Aன் மதிப்பு என்ன?
5. 50B எனும் எண் 5ஆல் மீதியின்றி வகுபடுகிறது எனில் Bன் மதிப்பு என்ன?
6. 2P எனும் எண் 2 மற்றும் 3ஆல் மீதியின்றி வகுபடுகிறது எனில் Pன் மதிப்பு என்ன?
7. 54Z எனும் எண்ணை 5ஆல் வகுத்தால் மீதி 2, 3ஆல் வகுத்தால் மீதி 1 எனில் Zன் மதிப்பு என்ன?
8. 27Q எனும் எண்ணை 5ஆல் வகுத்தால் மீதி 3, 2ஆல் வகுத்தால் மீதி 1 எனில் 3ஆல் வகுத்தால் மீதி என்ன கிடைக்கும்?

15.1.8. 6ன் வகுபடுதன்மை

6ன் மடங்கான 24ஐ எடுத்துக்கொள். இது 6ஆல் வகுபடும் என்பது அறிந்ததே.

24, 6ன் காரணிகளால் வகுபடுமா?

அதாவது 24 எனும் எண் 2 மற்றும் 3ஆல் வகுபடுமா?

24 எனும் எண்ணின் ஒன்றுகள் இடத்தில் 4 உள்ளது. எனவே இது 2ஆல் வகுபடும்.

24ல் உள்ள இலக்கங்களின் மொத்தம் =2+4=6

எனவே, இந்த எண் 3ஆலும் வகுபடும். இப்பொழுது 6ன் மற்ற சில மடங்குகளை எடுத்துக்கொண்டு ஆராய்க.

6ஆல் வகுபடும் எந்த ஒரு எண்ணும் 6ன் காரணிகளான 2 மற்றும் 3ஆலும் வகுபடும் என்ற முடிவுக்கு நாம் வருகிறோம்.

இந்த கூற்றின் மறுதலையை ஆராய்வோம்.

ஓர் எண் 2ஆல் வகுபடுகிறது எனில் 2என்பது அந்த எண்ணின் பகாகாரணி. அந்த எண் 3ஆலும் வகுபடுகிறது எனில் 3என்பது அந்த எண்ணின் பகா காரணி, ஆகும். எனவே ஓர் எண் 2 மற்றும் 3ஆல் வகுபடுகிறது எனில் 2 மற்றும் 3 அந்த எண்ணின்

பகா காரணிகள் ஆகும். அவைகளின் பெருக்கல்பலன் $2 \times 3 = 6$ம் அந்த எண்ணின் காரணியாக இருக்கும்.

எனவே ஓர் எண் 6ஆல் வகுபடுகிறது எனில் அந்த எண் 2 மற்றும் 3ஆலும் வகுபடும்.

இதை செய்

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்கள் 6ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? என்று சரிபார்.

   (a) 1632 (b) 456 (c) 1008 (d) 789 (e) 369 (f) 258

2. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்கள் 6ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? என்று சரிபார்.

   (a) $458 + 676$ (b) 6^3 (c) $6^2 + 6^3$ (d) $2^2 \quad 3^2$

15.1.9. 4 மற்றும் 8ன் வகுபடுதன்மை

(a) $1000a + 100b + 10c + d = 4(250a + 25b) + (10c + d)$. $4(250a + 25b)$ எனும் நான்கு இலக்க எண்ணை எடுத்துக்கொள்.

$4(250a + 25b)$ என்பது 4ன் மடங்கு. $(10c + d)$ என்பது 4ஆல் வகுபட்டால் மட்டுமே அந்த எண் 4ஆல் வகுபடும்.

கொடுக்கபட்ட எண்ணில் கடைசி இரண்டு இலக்கங்கள் 4ஆல் வகுபட்டால் அல்லது கடைசி இரண்டு இலக்கங்களும் பூஜ்ஜியங்களாக இருந்தால் மட்டுமே அந்த எண் 4ஆல் வகுபடும்.

நான்கு இலக்கங்களுக்கு மேற்பட்ட எண்களை எடுத்துக்கொண்டு அதை விரிவுப்படுத்தி எழுதுக. அந்த எண்களில் 10ம் இடம் மற்றும் ஒன்றுகள் இடம் தவிர மற்ற இலக்கங்கள் 4ன் மடங்காக இருக்குமா?

நான்கு இலக்கங்களுக்குமேல் உள்ள எண்கள் 4ஆல் வகுபட அதனுடைய கடைசி இரண்டு இலக்கங்களை சார்ந்து அமையுமா? அமையாதா? என்று சரிபார்.

(b) $1000 \times a + 100 \times b + 10 \times c + d$ எனும் நான்கு இலக்க எண்ணை எடுத்துக்கொள்

$= 1000a + 100b + 10c + d = 8(125a) + (100b + 10c + d)$

$8(125a)$ என்பது எப்பொழுதும் 8ஆல் வகுபடும். $(100b+10c+d)$ என்பது 8ஆல் வகுபட்டால் மட்டுமே அந்த எண் 8ஆல் வகுபடும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள எண்ணில் கடைசி மூன்று இலக்கங்கள் 48ஆல் வகுபட்டால் அல்லது கடைசி மூன்று இலக்கங்களும் பூஜ்ஜியங்களாக இருந்தால் மட்டுமே அந்த எண் 8ஆல் வகுபடும்.

நான்கு இலக்கங்களுக்கு மேற்பட்ட எண்களை எடுத்துக்கொண்டு அதை விரிவுபடுத்தி எழுதுக. அந்த எண்ணில் ஒன்றுகள் இடம், பத்துகள் இடம் மற்றும் நூறுகள் இடம் தவிர மற்ற இலக்கங்களை 8ன் மடங்குகளாக எழுது முடியுமா?

நான்கு இலக்கங்களுக்கு மேற்பட்ட எண்கள் 8ஆல் வகுபட அதனுடைய கடைசி மூன்று இலக்கங்களை சார்ந்து அமையுமா? அமையாதா? என்று ஆராய்க.

எடுத்துக்காட்டு 3: 6582 எனும் எண் 4ஆல் வகுபடுமா? என்று சரிபார்

தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் கடைசி இரண்டு இலக்கங்கள் 82ஆகும். இது 4ஆல் வகுபடாது. ஆகவே தரப்பட்டுள்ள எண் 4ஆல் வகுபடாது.

எடுத்துக்காட்டு 4: 28765432 எனும் எண் 8ஆல் வகுபடுமா? என்று சரிபார்.

தீர்வு : கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் கடைசி மூன்று இலக்கங்களான 432, 8ஆல் வகுபடும்.எனவே 28765432, 8ஆல் வகுபடும்.

ஓர் எண் 8ஆல் வகுபட்டால் அந்த எண் 4ஆலும் வகுபடும். ஒரு எண் 4ஆல் வகுபட்டால், அந்த எண் 8 ஆலும் வகுபடும் என்று கூற இயாலாது.

8ன் மடங்குகள் அனைத்தும் 4ஆல் வகுப்படும். ஆனால் 4ன் மடங்குகள் அனைத்தும் 8ஆல் வகுப்படாது.

இதை செய்

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் 4ஆல் அல்லது 8ஆல் அல்லது 4 மற்றும் 8ஆலும் வகுபடுமா? என்று ஆராய்க.

(a) 464 (b) 782 (c) 3688 (d) 100

(e) 1000 (f) 387856 (g) 4^4 (h) 8^3

முயன்று பார்

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் 4ஆல் அல்லது 8ஆல் அல்லது 4 மற்றும் 8ஆலும் வகுபடுமா?

(a) $4^2 \times 8^2$ (b) 10^3 (c) $10^5+10^4+10^3$ (d) $4^3+4^2+4^1-2^2$

15.1.10. 7ன் வகுப்படுதன்மை

$100 \times a + 10 \times b + c$ எனும் மூன்று இலக்க எண்ணை,

$100a + 10b + c = 98a + 7b + (2a + 3b + c)$ என எழுதலாம். இங்கு 7 பொதுக்காரணியாக இல்லை. 7 என்பது பொதுக்காரணியாக இருக்குமாறு மாற்றி எழுதலாம். $= 7(14a + b) + (2a + 3b + c)$

$7(14a + b)$ என்பது 7ன் மடங்கு. $(2a + 3b + c)$ என்பது 7ஆல் வகுபட்டால் மட்டுமே கொடுக்கப்பட்ட எண் 7ஆல் வகுப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 5: 364, 7ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? என்று சரிபார்.

தீர்வு : இங்கு $a = 3, b = 6, c = 4, (2a + 3b + c) = 2 \times 3 + 3 \times 6 + 4$

= 6 + 18 + 4 = 28 என்பது 7ஆல் வகுபடும்.

எனவே கொடுக்கப்பட்ட எண் 7ஆல் வகுபடும்.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ஆகிய இலக்கங்களை, முதல் இரண்டு இலக்கங்கள் 2-ஆல் வகுபடுமாறும், முதல் மூன்று இலக்கங்கள் 3-ஆல் வகுபடுமாறும், முதல் நான்கு இலக்கங்கள் 4-ஆல் வகுபடுமாறும் மற்றும் அதே போல் 9 இலக்கங்கள் வரை உன்னால் ஓர் எண்ணை உருவாக்க முடியுமா?

தீர்வு : மேற்கண்ட வினாவுக்கான விடை 123654987. இதை சரிபார்.

முயன்று பார்

1 நான்கு இலக்க எண்களை எடுத்துக்கொண்டு, 7ஆல் வகுபடும் விதியை கண்டுபிடி.

2. 7ன் மடங்கான 3192ஐ உன்னுடைய விதியோடு சரிபார்.

7ன் வகுபடும் தன்மையின் மாற்றுமுறை :

மூன்று இலக்க எண்ணான 315ஐ எடுத்துக்கொள்.

படி 1: எண்ணின் ஒன்றுகள் இடத்தில் உள்ள இலக்கத்தை 2ஆல் பெருக்கி, அந்த எண்ணை மீதியுள்ள இரண்டு இலக்க எண்ணிலிருந்து கழி.

$3\ 1\ 5 \longrightarrow 5 \times 2 = 10$

$-\ 1\ 0$

$2\ 1 \longrightarrow$ (7ன் மடங்கு அல்லது பூஜ்ஜியமாக இருந்தால் அந்த எண் 7ஆல் வகுபடும்)

4 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட இலக்க எண்களில் தொடர்ந்து இந்த முறையை செய்.

.

இதை செய்

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் 7ஆல் வகுபடுகிறதா? என்று ஆராய்க

(a) 322 (b) 588 (c) 952 (d) 5502 (e) 4438

15.1.11. 11ன் வகுபடுதன்மை

$10000a + 1000b + 100c + 10d + e$ எனும் 5 இலக்க எண்ணை எடுத்துக்கொள்.

இங்கு 11ஐ பொதுகாரணியாக எடுக்க இயலாது. எனவே விரிவை மாற்றி எழுதினால்.

$$= (9999 + 1)\,a + (1001 - 1)\,b + (99 + 1)\,c + (11 - 1)\,d + e$$

$$= 9999a + 1001\,b + 99c + 11d + a - b + c - d + e$$

$$= 11\,(909a + 91b + 9c + d) + (a + c + e) - (b + d)$$

$11\,(909a + 91b + 9c + d)$ என்பது 11ஆல் எப்பொழுதும் வகுபடும்.

$(a + c + e) - (b + d)$ என்பது 11ஆல் வகுபட்டால் மட்டுமே தரப்பட்ட எண் 11ஆல் வகுபடும்.

அதாவது $(a + c + e) - (b + d)$ என்பது 11ன் மடங்கு அல்லது பூஜ்ஜியமாக இருத்தல் வேண்டும்.

ஓர் எண்ணின் ஒற்றை இலக்கங்களின் மொத்தத்திற்கும் $(a + c + e)$, இரட்டைபடை இலக்கங்களின் மொத்தத்திற்கும் $(b + d)$ உள்ள வித்தியாசம் 11ன் மடங்கு அல்லது பூஜ்ஜியமாக இருந்தால் அந்த எண் 11ஆல் வகுபடும்.

கீழ்கண்ட அட்டவணையை உற்றுநோக்கு

எண்கள்	ஒற்றைப்படை இலக்கங்களின் மொத்தம் (இடமிருந்து)	இரட்டைப்படை இலக்கங்களின் மொத்தம் (இடமிருந்து)	வித்தியாசம்
308	$3 + 8 = 11$	0	$11 - 0 = 11$
1331	$1 + 3 = 4$	$3 + 1 = 4$	$4 - 4 = 0$
61809	$6 + 8 + 9 = 23$	$1 + 0 = 1$	$23 - 1 = 22$

மேற்கண்ட ஒவ்வொன்றிலும் வித்தியாசம் பூஜ்ஜியம் அல்லது 11ஆல் வகுபடுபவையாக இருக்கிறது. ஆகவே மேற்கண்ட அனைத்து எண்களும் 11ஆல் வகுபடுபவையாகும்.

5081ல் ஒற்றை இலக்கங்களின் மொத்தத்திற்கும் இரட்டைப்படை இலக்கங்களின் மொத்தத்திற்கும் உள்ள வித்தியாசம் $(5 + 8) - (0 + 1) = 12$ என்பது 11ஆல் வகுபடாது. ஆகவே 5081 எனும் எண் 11ஆல் வகுபடாது.

இதை செய்

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் 11ஆல் வகுபடுமா? என்று சரிபார்.

(i) 4867216 (ii) 12221 (iii) 100001

3 இலக்க எண்ணான 123ஐ எடுத்துக்கொள். 123ஐ இரண்டுமுறை எழுதினால் 123123. இப்பொழுது இடமிருந்து ஒற்றைப்படை இலக்கங்களின் மொத்தம் என்ன? $1 + 3 + 2 = 6$ இடமிருந்து இரட்டை இலக்கங்களின் மொத்தம் என்ன? $2 + 1 + 3 = 6$

இவைகளின் வித்தியாசம் எவ்வளவு? பூஜ்ஜியம். ஆகவே 123123 என்பது 11ஆல் வகுப்படும். ஏதேனும் மூன்று இலக்க எண்ணை எடுத்துக்கொண்டு அதையே இரண்டுமுறை எழுதிக்கொள். இது சரியாக 11ஆல் வகுபடும்.

முயன்று பார்

1. 789789 என்பது 11ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? என்று ஆராய்க.
2. 348348348348 என்பது 11ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? என்று ஆராய்க
3. இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை இரட்டையாக உடைய பன்முக எண்ணை எடுத்துக்கொள். அதாவது 135531 எனும் எண் 11ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? என்று ஆராய்க.
4. 1234321 என்பது 11ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? என்று சரிபார்.

பயிற்சி-15.3

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் 6ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? என்று சரிபார்
   (a) 273432 (b) 100533 (c) 784076 (d) 24684
2. கீழே கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் 4ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? என்று சரிபார்
   (a) 3024 (b) 1000 (c) 412 (d) 56240
3. கீழே கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் 4ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? என்று சரிபார் ?
   (a) 4808 (b) 1324 (c) 1000 (d) 76728
4. கீழே கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் 7ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? என்று சரிபார்?
   (a) 427 (b) 3514 (c) 861 (d) 4676
5. கீழே கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் 11ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? என்று சரிபார்
   (a) 786764 (b) 536393 (c) 110011 (d) 1210121
   (e) 758043 (f) 8338472 (g) 54678 (h) 13431
   (i) 423423 (j) 168861
6. ஓர் எண் 8ஆல் வகுபட்டால் அந்த எண் 4ஆலும் வகுபடும் என்பதை விவரி?
7. 4A3 எனும் மூன்று இலக்க எண்ணுடன் 984 எனும் மூன்று இலக்க எண்ணை கூட்டினால் கிடைக்கும் 13B7,எனும் நான்கு இலக்க எண் 11ஆல் வகுபடுகிறது எனில் $(A + B)$ ஐ கண்டுபிடி.

15.2 மேலும் சில வகுபடுதன்மை விதிகள்

(a) எண்களின் வகுத்தல் விதிகள் மேலும் சிலவற்றை கவனிப்போம். 24ன் காரணி ஒன்றை எடுத்துக்கொள். 12என்க. 12ன் காரணிகள் 1,2,3,4,6,12

24 என்பது 2,3,4,6 ஆகியயவைகளால் வகுபடுகிறது. 24 என்பது 12ன் காரணிகளால் வகுபடுகிறது எனலாம்.

> எனவே ஓர் எண் a மற்றொரு எண் b–ஆல் வகுபடுகிறது எனில், அந்த எண் b-ன் ஒவ்வொரு காரணியாலும் வகுபடும்.

(b) 80ஐ எடுத்துக்கொள். இது 4 மற்றும் 5ஆல் வகுபடுகிறது. இது $4 \times 5 = 20$, ஆலும் வகுபடுகிறது. இங்கு 4 மற்றம் 5 ஆகிய எண்கள் ஒன்றுக்கொன்று சார்பகா எண்கள். (4 மற்றும் 5களுக்கு பொது காரணிகள் இல்லை). இவ்வாறே 60 என்பது 3 மற்றும் 5ஆல் வகுபடுகிறது. 3 மற்றும் 5களுக்கு பொதுகாரணி இல்லை. 60 என்பது 3×5= 15 ஆல் வகுபடும்.

a மற்றும் b களுக்கு பொது காரணிகள் இல்லை எனில் a மற்றும் b ஆல் வகுபடுகிற எண் $a \times b$ ஆலும் வகுபடும். (a மற்றும் b என்பன சார் பகா எண்களாக இருந்தால் இந்த விதியை சரிபார்க்கவும்).

(c) 16 மற்றும் 20 எனும் இரண்டு எண்களை எடுத்துக்கொள். இந்த இரண்டு எண்களும் 4ஆல் வகுப்படுகிறது. 16 + 20 = 36 எனும் எண்ணும் 4ஆல் வகுபடுகிறது. 16 மற்றும் 20ன் மற்ற பொது வகுத்திகளுக்கும் இதை சரிபார்க்கவும்.

இந்த விதியை மற்ற ஏதேனும் ஜோடி எண்களுக்கும் சரிபார்க்கவும்.

தரப்பட்டுள்ள இரண்டு எண்களும் ஒரு எண்ணால் வகுபட்டால் அந்த இரண்டு எண்களின் கூடுதலும் அதே எண்ணால் வகுபடும்.

(d) 35 மற்றும் 20 எனும் எண்களை எடுத்துக்கொள் அந்த எண்கள் இரண்டும் 5ஆல் வகுபடுகிறது. அவைகளின் வித்தியாசம் $35 - 20 = 15$ என்பதும் 5ஆல் வகுபடுமா?

மற்ற ஜோடி எண்களுக்கும் இந்த விதி பொருந்துகிறதா? என்று சரிபார்க்கவும்.

இரண்டு எண்களும் ஓர் எண்ணால் வகுபட்டால் அந்த இரண்டு எண்களின் வித்தியாசமும் அதே எண்ணால் வகுபடும்.

இதை செய்

1. வெவ்வேறு ஜோடி எண்களை எடுத்துக்கொண்டு மேற்கண்ட நான்கு விதிகளை சரிபார்.
2. 144, 12ஆல் வகுப்படுகிறது. இது 12ன் காரணிகளாலும் வகுபடுமா? ஆராய்க.
3. $2^3 + 2^4 + 2^5$ என்பவை 2ஆல் வகுபடுமா? ஆராய்ந்து விவரி
4. $3^3 - 3^2$ 3ஆல் வகுபடுமா? ஆராய்ந்து விவரி.

மூன்று அடுத்தடுத்த வரிசையான எண்களை எடுத்துக்கொண்டு பெருக்குக. அதாவது $4 \times 5 \times 6 = 120$. இது 3ஆல் வகுபடும், ஏனெனில் அந்த வரிசை எண்களில் ஒன்று 3ன் மடங்காக உள்ளது.

இவ்வாறே ஏதேனும் மூன்று அடுத்தடுத்த வரிசையான எண்களில் ஒன்று 3ன் மடங்காக இருந்தால், அந்த மூன்று எண்களின் பெருக்கல்பலனும் 3ஆல் வகுபடும்.

முயன்று பார்

1. $1576 \times 1577 \times 1578$ என்பது 3ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? என்று ஆராய்க.

மிகப்பெரிய எண்கள் 7ஆல் வகுபட, வகுத்தல் விதி

நாம் 3 இலக்கங்களைக் கொண்ட எண்களுக்கு 7ஆல் வகுபடும் விதியை அறிந்துக்கொண்டோம். இப்பொழுது நாம் 3 இலக்கங்களுக்கு மேல் உள்ள எண்களுக்கு 7ஆல் வகுபடும் எளிமையான விதியை கண்டறியலாம். 7538876849 எனும் எண் 7ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா என்று ஆராய்வோம்.

படி 1 : எண்ணின் வலதுபுறத்திலிருந்து இடதுபுறம் வரை 3 இலக்கங்களை கொண்ட குழுக்களாக கீழ்கண்டவாறு பிரிப்போம். எண்ணின் இடதுபுறத்தில் இறுதியில் 3 இலக்கங்களுக்கு குறைவாக இருந்தால் கூட அதையும் ஒரு குழுவாக எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்.

$$7 \mid 538 \mid 876 \mid 849 \mid$$

D C B A

படி 2 : எண்களின் ஒன்றுவிட்ட குழுக்களை கூட்டவும் அதாவது $A + C$ மற்றும்$B + D$.

$$\begin{array}{r} 849 \\ +\ 538 \\ \hline 1387 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 876 \\ +\ \ \ 7 \\ \hline 883 \\ \hline \end{array}$$

படி 3 : 1387 லிருந்து 883 ஐ கழித்து, கிடைத்த 3இலக்க எண்ணுக்கு 7ஆல் வகுபடும் விதியை சரிபார். ஏற்கனவே நாம் அறிந்தவிதி

$$\begin{array}{r} 1387 \\ -\ \ 883 \\ \hline 504 \\ \hline \end{array}$$

7ன் வகுத்தல்விதிப்படி 504 எனும் எண் 7ஆல் வகுபடுகிறது என நாம் அறிவோம். ஆகவே கொடுக்கப்பட்ட எண் 7ஆல் வகுபடுகிறது.

முயன்று பார்

1. மேற்காணும் முறை மூலம் 10 இலக்க எண்கள் 11ஆல் வகுபடுமா? என சரிபார்.

வகுத்தல் விதிகளைக் பயன்படுத்தி கொடுக்கப்பட்ட எண்களுக்கு விடுபட்ட இலக்கங்களை காணலாம்.

84763A9 எனும் எண் 3ஆல் வகுபடுகிறது என எடுத்துக்கொள்.

$8 + 4 + 7 + 6 + 3 + A + 9 = 37 + A$. அந்த எண் 3ஆல் வகுபடுவதற்கு Aன் மதிப்புகள் 2 அல்லது 5 அல்லது 8ஆக இருத்தல் வேண்டும்.

பயிற்சி-15.4

1. 25110 எனும் எண் 45ஆல் வகுபடுமா? என்று சரிபார்.
2. 61479 எனும் எண் 81ஆல் வகுபடுமா? என்று சரிபார்.

3. 864 எனும் எண் 36ஆல் வகுபடுமா? என சரிபார். 864, 36ன் அனைத்து காரணிகளாலும் வகுபடுகிறதா? என்று சரிபார்.

4. 756 எனும் எண் 42ஆல் வகுபடுமா என்று சரிபார். 756, 42ன் அனைத்து காரணிகளாலும் வகுபடுகிறதா? என்று சரிபார்.

5. 2156 எனும் எண் 11 மற்றும் 7ஆல் வகுபடுகிறதா என்று ஆராய்க. 2156, 11 மற்றும் 7ன் பெருக்கல்பலனாலும் வகுபடுமா? என்று சரிபார்க்க.

6. 1435 எனும் எண் 5 மற்றும் 7ஆல் வகுபடுமா? என்று ஆராய்க. 1435, 5 மற்றும் 7ன் பெருக்கல்பலனாலும் வகுபடுமா? என்று சரிபார்க்க.

7. 456 மற்றும் 618 என்பன 6ஆல் வகுபடுகிறதா? என்று சரிபார். மேலும் 456 மற்றும் 618ன் மொத்தமும் 6ஆல் வகுபடுகிறதா? என்று ஆராய்க.

8. 876 மற்றும் 345 எனும் எண்கள் 3ஆல் வகுபடுகிறதா? என்று ஆராய்க. 876 மற்றும் 345 ஆகிய இரண்டின் வித்தியாசம்கூட 3ஆல் வகுபடுமா? என்று ஆராய்க.

9. $2^2+2^3+2^4$ என்பவை 2 அல்லது 4 அல்லது 2 மற்றும் 4ஆலும் வகுபடுமா? என்று ஆராய்க.

10. 32^2 என்பவை 4 அல்லது 8 அல்லது 4 மற்றும் 8ஆலும் வகுபடுமா? என்று ஆராய்க.

11. A679B எனும் 5இலக்க எண் 72ஆல் வகுபடுகிறது எனில் ‘A’ மற்றும் ‘B’ ன் மதிப்புகாண்க.

15.3 வகுத்தல் விதிகளின் அடிப்படையில் புதிர்கள்

ராஜா மற்றும் சுதா இருவரும் எண்களைக்கொண்டு விளையாடிக்கொண்டிருந்தார்கள். அவர்களின் உரையாடல் கீழ்கண்டவாறு நடந்தது:
உங்களிடம் ஒரு கேள்வி கேட்கிறேன் என்று சுதா, ராஜாவிடம் சொன்னாள்.

சுதா : ஓர் ஈரிலக்க எண்ணை நினைத்துக்கொள்
ராஜா : சரி. நான் நினைத்துக்கொண்டேன் (அவன் நினைத்த எண் 75)
சுதா : அந்த எண்ணின் இலக்கங்களை மறுதலையாக எழுது (ஒரு புதிய எண் கிடைக்கும்)
ராஜா : சரி
சுதா : கிடைத்த புதிய எண்ணோடு, நீ நினைத்த எண்ணை கூட்டு,
ராஜா : சரி. (நான் செய்தேன்)
சுதா : கூட்டிய மொத்தத்தை 11ஆல் வகு. மீதி பூஜ்ஜியம் கிடைக்கும்.
ராஜா : ஆம். இது எப்படி உனக்கு தெரியும்?
இது எப்படி சொல்ல முடிந்தது என்று உங்களால் சிந்திக்க முடியுமா?

இப்பொழுது சுதாவின் தர்க்கச் சிந்தனையை புரிந்துக்கொள்ளலாம்.

ராஜா எடுத்த $10a + b$ (இங்கு "a" பத்துகள் இடம் "b" ஒன்றுகள் இடம் மற்றும் $a \neq 0$) எனும் எண்ணை $10 \times a + b = 10a + b$ என எழுதலாம். மேலும் அந்த எண்ணின் மறுதலையை $10b + a$ என எழுதலாம். இப்பொழுது இந்த இரண்டு எண்களையும் கூட்டினால் $(10a + b) + (10b + a) = 11a + 11b = 11(a + b)$ என கிடைக்கும்.

இந்த மொத்தம் 11ன் மடங்கு. இந்த மொத்தத்தை 11ஆல் வகுத்தால் ஈவு $(a + b)$, என்பது அவள் எடுத்த இலக்கங்களின் கூடுதல் ஆகும்.

ஏதேனும் ஈரிலக்க எண்ணை எடுத்துக்கொண்டு இதனை சரிபார்க்கவும்.

இதை செய்க

1. கீழ்காணும் எண்களை நினைத்துக்கொண்டு முன்பு கண்ட புதிரை சரிபார்?
   (i) 37 (ii) 60 (iii) 18 (iv) 89

2. ஒரு மட்டைப்பந்து அணியில் 11 நபர்கள் இருந்தனர். தேர்வு குழுவினர் $10x + y$ எனும் எண்ணிக்கையில் டி-சட்டைகளை (T-Shirts) விளையாடுபவர்களுக்கு வாங்கியது. மறுபடியும் $10y + x$ எனும் எண்ணிக்கையில் டி-சட்டையை வாங்கி மொத்த டி-சட்டைகளையும் விளையாடுபவர்களுக்கு சமமாக பகிர்ந்தளித்தார்கள். அவர்களுக்கு சமமாக பகிர்ந்தளித்த பிறகு எத்தனை டி-சட்டைகள் மீதம் இருக்கும்? ஒவ்வொருவருக்கும் எத்தனை சட்டைகள் கிடைத்திருக்கும்?

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

இரண்டு இலக்க எண்ணை எடுத்துக்கொண்டு அதனை மறுதலையாக எழுதினால் மற்றொரு எண் கிடைக்கும். பெரிய எண்ணிலிருந்து சிறிய எண்ணை கழித்தால் வரும் வித்தியாசம் எப்பொழுதும் 9ஆல் வகுபடுமா?

இதை செய்

1. ஒரு கூடையில் '$10a + b$ எனும் எண்ணிக்கையில் பழங்கள் உள்ளது. ($a \neq 0$ மற்றும் $a > b$). அவைகளில் $10b + a$ எனும் எண்ணிக்கை பழங்கள் அழுகிவிட்டன. மீதியிருக்கும் பழங்கள் 9 பேர்களுக்கு சமமாக பகிர்ந்தளிக்கப்பட்டது. சமமாக பகிர்ந்து அளித்தபிறகு எத்தனை பழங்கள் மீதியிருக்கும்? ஒவ்வொருவரும் எத்தனை பழங்கள் பெற்றிருப்பார்கள்?

15.4 மூன்று இலக்க எண்களுடன் விளையாடலாம்

சுதா : இப்பொழுது ஒரு 3 இலக்க எண்ணை நினைத்துக்கொள்.

ராஜா : சரி. (அவன் 157ஐ நினைத்துக்கொண்டான்)

சுதா : அந்த எண்ணை மறுதலையாக எழுதி பெரிய எண்ணிலிருந்து சிறிய எண்ணை கழி.

ராஜா : சரி.

சுதா : உன்னுடைய விடையை 9 அல்லது 11ஆல் வகுத்தால் மீதி பூஜ்ஜியம் வரும்.

ராஜா : ஆம். எப்படி உனக்குத் தெரியும்?

சரி! எப்படி சுதாவிற்கு தெரியும்?

3இலக்க எண் $100a + 10b + c$யை கொண்டு நாம் இந்த தர்க்கச் சிந்தனையை வருவிக்கலாம். $100a + 10b + c$ யின் மறுதலை $100c + 10b + a$ என கிடைக்கும்.

இங்கு $(a > c)$ எனில், இரண்டு எண்களின் வித்தியாசம் $(100a + 10b + c) - (100c + 10b + a)$
$= 99a - 99c = 99(a - c) = 9 \times 11 \times (a - c)$

இங்கு $(c > a)$ எனில், இரண்டு எண்களின் வித்தியாசம். $(100c + 10b + a) - (100a + 10b + a)$
$= 99c - 99a = 99(c - a) = 9 \times 11 \times (c - a)$

மற்றும் இங்கு $a = c$ எனில் இரண்டு எண்களின் வித்தியாசம் '0'

ஒவ்வொரு வகையிலும் கிடைக்கும் விடை 99ன் மடங்கு எனவே, இந்த எண்ணை 9 மற்றும் 11ஆல் வகுத்தால் ஈவு $(a - c)$ அல்லது $(c - a)$ கிடைக்கும்.

இதை செய்க

1. கீழ்கண்ட எண்களுக்கு மேற்கண்ட செயலை சரிபார்?

(i) 657 (ii) 473 (iii) 167 (iv) 135

முயன்று பார்

மூன்று இலக்க எண்ணை எடுத்துக்கொள். அந்த எண்ணின் இலக்கங்களின் வரிசையை மாற்றி எழுத (ABC, BCA, CAB) என கிடைக்கும். இப்பொழுது இந்த மூன்று எண்களையும் கூட்டுக. இந்த மூன்று எண்களின் மொத்தம் எந்த எண்ணால் வகுபடும்?

15.5 விடுபட்ட இலக்கங்களைக் கொண்ட புதிர்கள்.

கணித கூட்டலில் எண் இலக்கங்களுக்கு பதிலாக ஆங்கில எழுத்துக்களை எழுதினால் அந்த ஆங்கில எழுத்துகள் எந்த இலக்க எண்ணை குறிக்கும் என்று கண்டுபிடிப்பது போன்ற புதிர்களை கூட நாம் செய்யலாம். இப்பொழுது நாம் சில கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் கணக்குகளை செய்யலாம்.

இந்த புதிருக்கான மூன்று கட்டுப்பாடுகள்.

1. ஒவ்வொரு எழுத்தும் ஓர் எண்ணை மட்டுமே குறிக்கும். அதேபோன்று ஒவ்வொரு எண்ணும் ஓர் எழுத்தை மட்டுமே குறிக்கும்.
2. எண்ணினுடைய மிகப்பெரிய இடமதிப்பானது பூஜ்ஜியமாக இருக்கக்கூடாது.
3. ஒவ்வொரு புதிருக்கும் ஒரு விடைமட்டுமே இருக்கவேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 6: $\begin{array}{r} 17A \\ +\ 2A4 \\ \hline 407 \\ \hline \end{array}$ எனும் கூட்டலில் A ஐ கண்டுபிடி.

தீர்வு : A + 4 = 7. என்பதால் A=3 (அல்லது) 100 + 70 + A

$$\begin{array}{r} 200 + 10A + 4 \\ \hline 300 + 70 + 11A + 4 = 407 \\ 11A = 33 \\ A = 3 \end{array}$$

173 + 234 = 407

எடுத்துக்காட்டு 7 : Y + Y + Y = MY எனும் கூட்டலில் M மேலும் Y யை கண்டுபிடி

தீர்வு : Y + Y + Y = MY

3Y = 10M + Y

2Y = 10M

$M = \frac{Y}{5}$ (அதாவது y என்பது 5ஆல் வகுபடுகிறது.ஆகவே y = 0 அல்லது y=5)

மேற்கண்டதிலிருந்து, Y = 0, எனில் Y + Y + Y = 0 + 0 + 0 = 0, M = 0

Y = 5, எனில் Y + Y + Y = 5 + 5 + 5 = 15, MY = 15 எனவே M =1, Y = 5

எடுத்துக்காட்டு 8: A2 - 15 = 5A, ல் A2 மேலும் 5A ஈரிலக்க எண்கள் எனில் Aன் மதிப்பை கண்டுபிடி

தீர்வு : 2 - 5 = A எனும்போது, (அல்லது) (10A + 2) - (10 + 5)= 50 + A

12 - 5 = 7, 10A - 13 = 50 + A

எனவே A = 7 9A = 63

A = 7

எடுத்துக்காட்டு 9: 5 A1 - 23A = 325ல் 5A1 மேலும் 23A மூன்றிலக்க எண்கள் எனில் Aன் மதிப்பை கண்டுபிடி?

தீர்வு : 1 - A = 5 ? (அல்லது) (500 + 10A + 1) - (200 + 30 + A) = 325

i.e. 11 - A = 5, 501 - 230 + 10 A - A = 325

எனவே A= 6 271 + 9A = 325

271 + 9A = 325

271 - 271 + 9A = 325- 271

9A = 54

A = 6

எடுத்துக்காட்டு 10: $1A \times A = 9A$ ல் $1A$ மேலும் $9A$ ஈரிலக்க எண்கள் எனில் A ன் மதிப்பை கண்டுபிடி.

தீர்வு : $A \times A = A$ எனில்

$1, 5, 6$ ன் வர்க்கங்களிலிருந்து

$1 \times 1 = 1,$

$5 \times 5 = 25,$

$6 \times 6 = 36,$

if $A = 6,$

$16 \times 6 = 96$

(அல்லது) $(10 + A)\,A = (90 + A)$

$$10A + A^2 = 90 + A$$

$$A^2 + 9A - 90 = 0$$

$$A^2 + 2.A \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2 - 90 = 0$$

$$\left(A + \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{81}{4} - 90 = 0$$

$$\left(A + \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{441}{4}$$

$$A + \frac{9}{2} = \frac{21}{2}$$

$$A = \frac{12}{2} = 6$$

எடுத்துக்காட்டு 11 : $BA \times B3 = 57A$ ல் $BA, B3$ ஈரிலக்க எண்கள் எனில் மேலும் $57A$ மூன்றிலக்க எண்கள் எனில் A,B மதிப்புகளை கண்டுபிடி.

தீர்வு : இந்த எடுத்துக்காட்டில் இலக்கங்களின் எண்களை பெருக்கல் வாய்ப்பாடு மூலம் முயன்று தவறிக் கற்றல் முறையில் நாம் அறியலாம். ஒன்றுகள் இடத்தில் $A \times 3 = A$. $A = 0$ அல்லது $A = 5$ எனில் ஒன்றுகள் இடத்தில் பெருக்கல்பலன் அதே இலக்கமாக வருகிறது. ஆகவே $A = 0$ அல்லது $A = 5$ எனில் ஒன்றுகள் இடத்தில் பெருக்கல்பலன் அதே இலக்கம் வருகிறது. ஆகவே $A = 0$ அல்லது $A = 5$. BAxB3 ஐ பெருக்கினால் கணக்கின்படி 500ஐவிட பெரியதாகவும் 600ஐவிட சிறியதாகவும் இருத்தல் வேண்டும். பத்துக்கள் இடத்தில் ஒன்று எடுத்துக்கொண்டால் மிகப்பெரிய மதிப்பை கொண்ட எண் 19. $19 \times 19 = 361$ வருகிறது. இது 500ஐவிட சிறியது. மேலும் பத்துகள் இடத்தில் 3ஐ எடுத்துக்கொண்டால் மிகக்குறைந்த மதிப்பை கொண்ட எண் 30. $30 \times 30 = 900$ வருகிறது. இது 600ஐவிட பெரிய மதிப்பை கொண்ட எண். ஆகவே பத்துக்கள் இடத்தில் 2தான் வரவேண்டும். அப்படிஎனில் $20 \times 23 = 460$ $A = 0$ அல்லது $25 \times 23 = 575$. $A = 5$

இதை செய்

1. 21358AB எனும் எண் 99ஆல் வகுபட்டால் A மற்றும் B மதிப்புக்கண்டுபிடி.
2. 4AB8 எனும் எண், 2,3,4,6,8 மற்றும் 9ஆல் வகுபட்டால் A மற்றும் B ன் மதிப்புக் கண்டுபிடி. (இங்கு A மற்றும் B என்பன இலக்கங்கள்)

எடுத்துக்காட்டு 12: கொடுக்கப்பட்டுள்ள பெருக்கல்பலனில் எழுத்துக்களின் மதிப்புக்களை கண்டுபிடி.

$$\begin{array}{r} AB \\ \times\ 5 \\ \hline CAB \end{array}$$

தீர்வு : நாம் $B = 0$ அல்லது 1 அல்லது 5 என எடுத்துக்கொண்டால்,

$0 \times 5 = 0$, $1 \times 5 = 5$, $5 \times 5 = 25$

$B = 0$, எனில் $A0 \times 5 = CA0$

A = 5, என எடுத்துக்கொண்டால் 50 × 5 = 250

CAB = 250 .

முயன்று பார்

1. YE × ME = TTT எனில் Y + E + M + T ன் எண் மதிப்புகளைக்கண்டுபிடி (குறிப்பு : TTT = 100T + 10T + T = T(111) = T(37 × 3)]

2. 88 பொருட்களின் விலை A733B எனில் A மற்றும் B மதிப்புக்கண்டுபிடி.

பயிற்சி-15.5

1. கீழ்கண்ட கூட்டலில் விடுபட்ட இலக்க மதிப்புகளை கண்டுபிடி

(a) $\begin{array}{r} 111 \\ +\quad A \\ +\ 77 \\ \hline 197 \\ \hline \end{array}$ (b) $\begin{array}{r} 222 \\ +\quad 8 \\ +\ BB \\ \hline 285 \\ \hline \end{array}$ (c) $\begin{array}{r} AAA \\ +\quad 7 \\ +\ AA \\ \hline 373 \\ \hline \end{array}$ (d) $\begin{array}{r} 2222 \\ +\ 99 \\ +\quad 9 \\ AAA \\ \hline 299A \\ \hline \end{array}$ (e) $\begin{array}{r} BB \\ +\quad 6 \\ AAA \\ \hline 461 \\ \hline \end{array}$

2. கீழ்கண்டவற்றில் A ன் மதிப்புக்கண்டுபிடி

(a) 7A – 16 = A9 (b) 107 – A9 = 1A (c) A36 – 1A4 = 742

3. கீழே கொடுக்கப்பட்ட எழுத்துக்களின் எண் மதிப்புகளைக் காண்.

(a) $\begin{array}{r} \boxed{D}\boxed{E} \\ \times\ 3 \\ \hline \boxed{F}\boxed{D}\boxed{E} \\ \hline \end{array}$ (b) $\begin{array}{r} \boxed{G}\boxed{H} \\ \times\ 6 \\ \hline \boxed{C}\boxed{G}\boxed{H} \\ \hline \end{array}$

4. கீழ்கண்டவற்றில் எழுத்துக்களுக்கு பதிலாக சரியான இலக்கங்களை நிரப்புக

(a) 73K ÷ 8 = 9L (b) 1MN ÷ 3 = MN

5. ABB × 999 = ABC123 (இங்கு A, B, C என்பன இலக்கங்கள்) எனில் A, B, C மதிப்புக்களை கண்டுபிடி.

15.6 எண்களின் இடமதிப்புகளின் மீதிகளைக்கொண்டு வகுத்தல் விதிகளை காணல்

இந்த முறையில் கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் இடமதிப்புகளை வகுத்து மீதியை எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும்.

நாம் எண்ணின் இடமதிப்புக்களை 7ஆல் வகுத்தால் கீழ்கண்டபடி மீதிகளைப் பெறுகிறோம்.

1000 ÷ 7 (மீதி 6, 6 - 7 = -1)

100 ÷ 7 (மீதி 2)

10 ÷ 7 (மீதி 3)

1 ÷ 7 (மீதி 1)

இடமதிப்பு	10^8	10^7	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
7ஆல் வகுத்தால் மீதிகள்	3	2	1	–2	–3	–1	2	3	1

562499 என்பது 7ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? ஆராய்க.

இலக்கங்கள்	5	6	2	4	9	9
இடமதிப்புகள்	5×10^5	6×10^4	2×10^3	4×10^2	9×10^1	9×10^0
7ஆல் வகுத்தால் மீதிகள்	$5\times(-2)$	$6\times(-3)$	$2\times(-1)$	4×2	9×3	9×1

இடமதிப்புகளின் மீதிகள் மற்றும் இலக்கங்களின் பெருக்கற்பலன்களை கூட்ட வேண்டும்

$-10 - 18 - 2 + 8 + 27 + 9 = -30 + 44 = 14$(7ஆல் வகுபடுகிறது)

ஆகவே 562499 எனும் எண் 7ஆல் வகுபடுகிறது.

இதை செய்

1. மேற்கண்ட முறையை பயன்படுத்தி 7810364 என்பது 4ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? என்று ஆராய்க.
2. மேற்கண்ட முறையை பயன்படுத்தி 963451 என்பது 6ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? என்று ஆராய்க.

15.7 வகுத்தல் விதிகளை பயன்படுத்தி மேலும் சில புதிர்கள்

எடுத்துக்காட்டு 13: ஒவ்வொரு இரட்டைப்படை பன்முக எண் (Palindrome) 11ல் வகுபடுமா?

தீர்வு: 12344321 எனும் இலக்கங்கள் இரட்டையாக உள்ள பன்முக எண்ணை எடுத்துக்கொள்வோம்.

ஒற்றை இலக்கங்களின் மொத்தம் = 1 + 3 + 4 + 2.

இரட்டை இலக்கங்களின் மொத்தம் = 2 + 4 + 3 + 1.

அவைகளின் வித்தியாசம் பூஜ்ஜியம். ஆகவே, இது 11ஆல் வகுபடுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 14: $10^{1000}-1$ எனும் எண் 9 மற்றும் 11 ஆகிய இரண்டு எண்களாலும் வகுபடுமா?

தீர்வு : $10^{1000}-1$ ஐ 999 .... 999 (1000 முறைகள்) என எழுதலாம். எண்ணின் எல்லா இடங்களிலும் 9 உள்ளன. ஆகவே இந்த எண் 9ஆல் வகுபடுகிறது. இந்த எண்ணில் 1000 இலக்கங்கள் உள்ளன. எண்ணின் ஒற்றைப்படை இலக்கங்களின் மொத்தமும் எண்ணின் இரட்டைப்படை இலக்கங்களின் மொத்தமும் சமமாக உள்ளது. எனவே அவைகளின் வித்தியாசம் பூஜ்ஜியம். ஆகவே இந்த எண் 11ஆல் வகுபடுகிறது.

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

1. $10^{2n}-1$ எனும் எண் 9 மற்றும் 11ஆகிய இரண்டு எண்களாலும் வகுபடுகிறதா? விவரித்து நிர்ணயம் செய்க.
2. $10^{2n+1}-1$ என்பது 11ஆல் வகுபடுமா? இல்லையா? விவரித்து கூறுக.

எடுத்துக்காட்டு 15: ஏதேனும் ஈரிலக்க எண்ணை எடுத்துக்கொண்டு அதையே மூன்றுமுறை எழுதினால் 6இலக்க எண் வரும். இந்த 6 இலக்க எண் 3ஆல் வகுபடுமா? சரிபார்.

தீர்வு : 47 எனும் இரண்டிலக்க எண்ணை எடுத்துக்கொள்வோம். இதை மூன்று முறை எழுதினால் 474747 வரும்.

474747 ஐ 47(10101) என்று எழுதலாம். 10101 என்பது 3ஆல் வகுபடுகிறது. ஏனெனில் அந்த எண்ணின் இலக்கங்களின் மொத்தம் 1 + 1 + 1 = 3. ஆகவே 474747 என்பது 3ஆல் வகுபடும்.

எடுத்துக்காட்டு 16: ஏதேனும் மூன்றிலக்க எண்ணை எடுத்துக்கொண்டு அதையே இரண்டுமுறை எழுதினால் 6இலக்க எண் வரும்; இந்த எண் 7 மற்றும் 11 ஆகிய இரண்டு எண்களால் வகுபடுமா? ஆராய்ந்து சரிபார்க்க.

தீர்வு : 345 எனும் 3 இலக்க எண்ணை எடுத்துக்கொள்வோம். இதை இரண்டு முறை எழுதினால் 345345 வரும்.

$$345345 = 345000 + 345 = 345\ (1000 + 1)$$
$$= 345\ (1001)$$
$$= 345\ (7 \times 11 \times 13)$$

என எழுதலாம். ஆகவே 345345 என்பது, 7, 11 மற்றும் 13 ஆகிய எண்களால் வகுபடும்.

முயன்று பார்

1. 456456456456 என்பது 7,11 மற்றும் 13 ஆகிய எண்களால் வகுபடுமா? என்று ஆராய்க.

எடுத்துக்காட்டு 17: ஒரே மாதிரியான இலக்கம் கொண்ட மூன்று இலக்க எண்ணை எடுத்துக்கொள். அந்த எண்ணை தனித்தனி இலக்கங்களாக பிரித்து கூட்டி இலக்க எண்ணிக்கையை குறை. இதிலிருந்து நீ அறிவது என்ன?

தீர்வு : 444 எடுத்துக்கொள். எண்ணின் இலக்கங்களை குறைத்து எழுதுக.

444 = 4 + 4 + 4 = 12

இப்பொழுது 444 ஐ 12 ஆல் வகு 444 ÷12 = 37. 333, 666, ஆகியவைகளுக்கும் இந்த முறையைப் பயன்படுத்தி செய்க.

இந்த அனைத்து எண்களுக்கும் ஈவு 37 வருகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 18: $2^3 + 3^3$ என்பது (2 + 3) ஆல் வகுபடுமா? வகுபடாதா?

தீர்வு: $a^3 + b^3 = (a + b)\ (a^2 - ab + b^2)$ என்பது நமக்கு தெரியும்.

எனவே $2^3 + 3^3 = (2 + 3)\ (2^2 - 2 \times 3 + 3^2)$. இது $(2 + 3)$ ன் மடங்கு.

ஆகவே $2^3 + 3^3$ என்பது $(2 + 3)$ஆல் வகுபடும்.

சிந்தித்து, கலந்துரையாடி எழுது

1. $a^5 + b^5$ என்பது $(a + b)$ ஆல் வகுபடுமா? ஆராய்க. (இங்கு a, b என்பன இயல் எண்கள்)

2. $(a^{2n+1} + b^{2n+1})$ என்பது $(a + b)$ ஆல் வகுபடும் என்பதை நிர்ணயிக்க முடியுமா?

15.8 வரிசை எண்களின் மொத்தத்தைக்காணல்

1 லிருந்து 100 வரை கூட்டாமல் நாம் மொத்தத்தை காணலாம்.

$$1 + 2 + 3 + \ldots + 50 + 51 + \ldots + 98 + 99 + 100$$

$$= (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) \ldots\ldots(50 + 51)$$

$= 101 + 101 + 101 + \ldots\ldots\ldots\ldots$ என்றவாறு 50 ஜதைகள் உள்ளன.

$$= 50 \times 101 = 5050$$

$\dfrac{100 \times 101}{2}$ = 5050 என எழுதலாம்.

48 எண்கள் இருந்தால் மொத்தம் என்ன? நீ அறிந்தது யாது? முதல் 'n' இயல் எண்களின் மொத்தம் என்ன? $\dfrac{n(n+1)}{2}$ என சரிபார்.

எடுத்துக்காட்டு 19: 50லிருந்து 85வரை உள்ள 5ஆல் வகுபடும் எண்களின் மொத்தம் கண்டுபிடி.

தீர்வு: 50லிருந்து 85வரை உள்ள 5ஆல் வகுபடும் எண்களின் மொத்தம் = 1லிருந்து 85வரை உள்ள 5ஆல் வகுபடும் எண்களின் மொத்தம்) - (1லிருந்து 49வரை உள்ள 5அல் வகுபடும் எண்களின் மொத்தம்)

$$= (5 + 10 + \ldots + 85) - (5 + 10 + \ldots + 45)$$

$$= 5(1 + 2 + \ldots + 17) - 5(1 + 2 + \ldots + 9)$$

$$= 5 \times \left(\frac{17 \times \cancel{18}^{9}}{\cancel{2}}\right) - 5 \times \left(\frac{9 \times \cancel{10}^{5}}{\cancel{2}}\right)$$

$$= 5\ 9 \times 17 - 5 \times 9 \times 5$$

$$= 5 \times 9 \times (17 - 5)$$

$$= 5 \times 9 \times 12 = 540$$

எடுத்துக்காட்டு 20: 1லிருந்து 100வரை உள்ள 2 அல்லது 3 ஆல் வகுபடும் எண்களின் மொத்தம் கண்டுபிடி.

தீர்வு : 1லிருந்து 100வரை உள்ள எண்களில் 2ஆல் வகுபடும் எண்கள் 2,4, ... 98, 100.
1லிருந்து 100வரை உள்ள எண்களில் 3ஆல் வகுபடும் எண்கள் 3, 6, ... 96, 99.
மேற்கண்ட தொடர்களில் சில எண்கள் இரண்டு முறை வந்துள்ளது. அவைகள் 6ன் மடங்குகள். அதாவது 2 மற்றும் 3ன் மீ.சி.ம = 6
1லிருந்து 100வரை உள்ள 2 அல்லது 3ஆல் வகுபடும் எண்களின் மொத்தம் = (1லிருந்து 100வரை உள்ள 2ஆல் வகுபடும் எண்களின் மொத்தம்) + (1லிருந்து 100வரை உள்ள 3ஆல் வகுபடும் எண்களின் மொத்தம்) -(1லிருந்து 100வரை உள்ள 6ஆல் வகுபடும் எண்களின் மொத்தம்)

$$= (2 + 4 + \ldots + 100) + (3 + 6 + \ldots + 99) - (6 + 12 + \ldots 96)$$

$$= 2(1 + 2 + \ldots + 50) + 3(1 + 2 + \ldots + 33) - 6(1 + 2 + \ldots + 16)$$

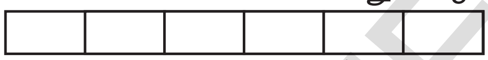
$$= 2 \times \left(\frac{50 \times (50+1)}{2}\right) + 3 \times \left(\frac{33 \times (33+1)}{2}\right) - 6 \times \left(\frac{16 \times (16+1)}{2}\right)$$

$$= \cancel{2}\times\left(\frac{50\times 51}{\cancel{2}}\right)+3\times\left(\frac{33\times \cancel{34}^{17}}{\cancel{2}}\right)-6\times\left(\frac{{}^{8}\cancel{16}\times 17}{\cancel{2}}\right)$$

$$= 2550 + 1683 - 816$$

$$= 4233 - 816 = 3417$$

பயிற்சி-15.6

1. 1லிருந்து 100வரை உள்ள 5ஆல் வகுப்படும் எண்களின் மொத்தம் கண்டுபிடி.
2. 11லிருந்து 50வரை உள்ள 2ஆல் வகுப்படும் எண்களின் மொத்தம் கண்டுபிடி.
3. 1லிருந்து 50வரை உள்ள 2 மற்றும் 3ஆல் வகுப்படும் எண்களின் மொத்தம் கண்டுபிடி.
4. $(n^3 - n)$ எனும் எண் 3ஆல் வகுபடும். காரணங்களை கூறுக.
5. வரிசையாக உள்ள 'n' ஒற்றைப்படை எண்களின் மொத்தம் 'n'ஆல் வகுபடும். காரணம் கூறு.
6. $1^{11} + 2^{11} + 3^{11} + 4^{11}$ என்பது 5ஆல் வகுபடுமா? விவரி.
7. 
   கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் உள்ள செவ்வகங்களின் எண்ணிக்கையை கண்டுபிடி.
8. ரவியின் அப்பா ஒவ்வொரு வருடமும் ரவியின் பிறந்த நாளன்று ஒரு சிறிய தொகையை வங்கியில் இருப்பு வைக்க விரும்பினார். அவனுடைய முதல் பிறந்த நாளன்று 100 ரூபாயும், இரண்டாவது பிறந்த நாளன்று 300 ரூபாயும் மூன்றாவது பிறந்த நாளன்று 600 ரூபாயும் 4வது பிறந்த நாளன்று 1000ரூபாயும் இருப்பு வைத்தார். அவனுடைய 15வது பிறந்தநாளன்று எவ்வளவு பணத்தை இருப்பு வைத்திருப்பார்?
9. 1லிருந்து 100வரை உள்ள 2 அல்லது 5ஆல் வகுபடும் எண்களின் மொத்தத்தை கண்டுபிடி.
10. 11லிருந்து 1000வரை உள்ள 3ஆல் வகுபடும் எண்களின் மொத்தத்தை கண்டுபிடி.

நாம் கற்றவை

1. ஒரு மூன்றிலக்க எண்ணை $100a + 10b + c$ என்ற விரிவுபடுத்துதல் முறையில் எழுதுதல் மற்றும் புரிந்துகொள்ளுதல்.
2. கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு அல்லது மூன்றிலக்க எண்கள் 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11களால் வகுபடுதலுக்கான விதிகளை வருவித்தல்.
3. 2, 3, 4, 5, 6, 7,8, 9, 10, 11களின் வகுத்தல் விதிகளுக்கு பின் உள்ள தர்க்கம்.
4. எண் புதிர்கள் மற்றும் விளையாட்டுகள்.

விடைகள்

1. விகிதமுறு எண்கள்

பயிற்சி-1.1

I.

(i) கூட்டல் சமனி

(ii) பங்கீட்டு விதி (iii) பெருக்கல் சமனி

(iv) பெருக்கல் சமனி (v) கூட்டலில் மாற்று பண்பு

(vi) பெருக்கலில் அடைவு பண்பு (vii) கூட்டலில் தலைகீழ் பண்பு

(viii) பெருக்கல் தலைக்கீழ் (ix) பங்கீட்டு

2. (i) $\frac{3}{5}, \frac{-5}{3}$ (ii) $-1, 1$ (iii) 0, எண்ணிக்கையடங்கா (iv) $\frac{-7}{9}, \frac{9}{7}$

(v) $1, -1$

3. (i) $\frac{-12}{5}$ (ii) 0 (iii) $\frac{9}{11}$ (iv) $\frac{6}{7}$

(v) $\frac{3}{4}, \frac{1}{3}$ (vi) 0 4. $\frac{-28}{55}$

5. பெருக்கலில் சேர்ப்பு பண்பு, பெருக்கல் தலைக்கீழ், பெருக்கல் சமனி, கூட்டலில் அடைவு பண்பு.

7. $\frac{28}{15}$ 8. (i) $\frac{-5}{12}$ (ii) $\frac{58}{13}$ (iii) $\frac{45}{7}$

9. $\frac{-7}{8}$ 10. $\frac{53}{6}$

11. சேர்ப்பு பண்பு அல்ல $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{4} \neq \frac{1}{2}-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)$

13. (i) இயல்எண்கள் (ii) 0 (iii) கழித்தல்

பயிற்சி-1.3

1. (i) $\frac{57}{100}$ (ii) $\frac{22}{125}$ (iii) $\frac{100001}{100000}$ (iv) $\frac{201}{8}$

2. (i) 1 (ii) $\frac{19}{33}$ (iii) $\frac{361}{495}$ (vi) $\frac{553}{45}$

3. (i) $\frac{7}{13}$ (ii) $\frac{-7}{5}$

4. –62/65 5. 140 6. $5\frac{1}{10}$ மீ 7. ₹. 1.66

8. $161\frac{1}{5}$ மீ^{2} 9. $\frac{3}{4}$ 10. $\frac{16}{9}$ மீ 11. 15

2. ஒரு மாறியில் ஒருபடிச் சமன்பாடு

பயிற்சி-2.1

1.(i) 2 (ii) –3 (iii) –6 (iv) 6

(v) $\frac{-3}{2}$ (vi) –21 (vii) 27 (viii) 5

(ix) $\frac{7}{3}$ (x) 1 (xi) $\frac{1}{2}$ (xii) 0

(xiii) $\frac{25}{7}$ (xiv) $\frac{21}{16}$ (xv) $\frac{8}{3}$ (xvi) $\frac{13}{6}$

பயிற்சி-2.2

1.(i) 67^0 (ii) 17^0 (iii) 125^0 (iv) 19^0 (v) 20^0

2. 5,13 3. 43, 15 4. 27, 29

5. 252, 259, 266 6. 20 கி.மீ 7. 99கி, 106கி, 95கி 8. 113மீ, 87மீ

9. 16மீ, 12மீ 10. 21மீ, 21மீ, 13மீ

11. 39^0, 51^0 12. 20 வயது, 28 வயது

13. 126 14. 80, 10 15. 60, 48 16. 59 அடி, 29.5 அடி

17. 186, 187.

பயிற்சி-2.3

1. 1 2. 2 3. $\frac{11}{4}$ 4. -1

5. $\frac{-9}{5}$ 6. 1 7. 7 8. $\frac{-4}{7}$

9. $\frac{9}{2}$ 10. $\frac{11}{3}$ 11. 1 12. -96

13. 3 14. 8

பயிற்சி-2.4

1. 25 2. 7 3. 63 4. 40, 25, 15

5. 12 6. 4, 2 7. 16 8. 10,000

பயிற்சி-2.5

1.(i) $\frac{145}{21}$ (ii) 168 (iii) 12 (iv) 25

(v) $\frac{127}{12}$ (vi) 1 (vii) $\frac{9}{2}$ (viii) $\frac{5}{12}$

(ix) $\frac{9}{23}$ (x) -1 (xi) $\frac{-1}{7}$ (xii) $\frac{21}{47}$

2. 30 3. 48,12 4. $\frac{3}{7}$ 5. 50, 51, 52

6. 25 7. 5 8. ஒரு ரூபாய் : 14; 50 பைசா நாணயங்கள் = 42

9. 30 நாட்கள் 10. 20 கி.மீ 11. 36

12. ₹860 13. 16

4. அடுக்குக் குறிகள்

பயிற்சி-4.1

1.(i) $\frac{1}{64}$ (ii) -128 (iii) $\frac{64}{27}$ (iv) $\frac{1}{81}$

2.(i) $\left(\frac{1}{2}\right)^{15}$ (ii) $(-2)^{14}$ (iii) 5^4 (iv) 5^5 (v) $(-21)^4$

3.(i) $2^4 \times 3$ (ii) $\frac{1}{2}$

4.(i) 10 (ii) 40^3 (iii) $\frac{13}{16}$ (iv) $\frac{2}{81}$

(v) $\frac{17}{6}$ (vi) $\frac{16}{81}$ 5. (i) 625 (ii) 625

6.(i) 10 (ii) -10 (iii) 2 7. 3

8. $\frac{4^5}{3^4 \times 5}$ 9. (i) 1 (ii) 72 (iii) -24 (iv) 1

10. $\frac{16}{49}$

பயிற்சி-4.2

1.(i) 9.47×10^{-10} (ii) 5.43×10^{11} (iii) 4.83×10^{7} (iv) 9.298×10^{-5}

(v) 5.29×10^{-5}

2.(i) 4,37,000 (ii) 5,80,00,000 (iii) 0.00325 (iv) 37152900

(v) 0.03789 (vi) 0.02436

3.(i) 4×10^{-7} மீ (ii) 7×10^{-6} மி.மீ (iii) 3×10^{8}மீ/செக (iv) 3.84467×10^{8}

(v) 1.6×10^{-19} கூலும் (vi) 1.6×10^{-3} செ.மீ (vii) 5×10^{-6} செ.மீ

4. 1.0008×10^{2} மி.மீ

5.(i) இல்லை (ii) இல்லை (iii) இல்லை (iv) இல்லை (v) இல்லை

5. விகித சமத்தை பயன்படுத்தி அளவுகளை ஒப்பிடுதல்

பயிற்சி-5.1

1.(i) 3:4 (ii) 32:3 (iii) 1:2 2. (i) 168

3. 8 4. 48 5. 20 6. $\frac{4}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{4}, \frac{3}{5}, \frac{5}{3}$

7. 3:5 8. 4 : 7 9. ₹ 8320

10. $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$, yes 11. ₹. 28.5, ₹. 92, ₹. 257.6, ₹. 132, ₹. 88

12. (a) 83 (b) 1992 உறுப்பினர்கள் 13. 2064

பயிற்சி-5.2

1. 81.9 கோடிகள் 2. 2756.25 3. ₹. 7.67 4. 3 × 6செ.மீ

5. ₹ 127.50 6. $6\frac{1}{4}\%$ 7. 17%

8. ₹.880, 10%, ₹.4,000, 20%, ₹.10,000, 20%,இலாபம், ₹.392, ₹.42, ₹. 315, ₹.35.

9. ₹.2244 10. ₹.1250 11.40,000;12.5% 12.₹.30,000 17.64% லாபம்

13. ₹.1334 14. (i) 9,991 (ii) ₹2956.8 (iii) ₹184.32 15. (i) ₹540 (ii) ₹5040 (16) 13

பயிற்சி-5.3

1. ₹ 268.75 2. ₹.19950 3. A = 8820, C.I = 820

4. ₹.734.50, ₹.7234.50 5. (i)₹.86950 (ii) ₹.1459.1 6. 81,82,199 7. ₹.1080.50

8. (i) ₹. 210 (ii) 610 9. ₹.43.20 10. 5,31,616

11. ₹. 36659.70 12. ₹.17000, ₹.362.50 13. ₹.9500

14. 1297920 15. ₹.103.81

6. வர்க்க மூலங்களும் கனமூலங்களும்

பயிற்சி-6.1

1.(i) 39ன் வர்கத்தின் ஒன்றாம் இடம் 1

(ii) 297ன் வர்கத்தின் ஒன்றாம் இடம் 9

(iii) 5125ன் வர்கத்தின் ஒன்றாம் இடம் 5

(iv) 7286ன் வர்கத்தின் ஒன்றாம் இடம் 6

(v) 8742ன் வர்கத்தின் ஒன்றாம் இடம் 4

2. முழுமையான வர்கங்கள் (i) 121 (ii) 256

3.(i) 257 ஒன்றுகள் இடத்தில் 7 உள்ளது எனவே இது ஒரு முழுவர்க்கம் அல்ல

(ii) 4592 ஒன்றுகள் இடத்தில் 2 உள்ளது எனவே இது ஒரு முழுவர்க்கம் அல்ல

(iii) 2433 ஒன்றுகள் இடத்தில் 3 உள்ளது எனவே இது ஒரு முழுவர்க்கம் அல்ல

(iv) 5050 ஒன்றுகள் இடத்தில் 0 உள்ளது மேலும் இறுதியில் 0க்களின் எண்ணிக்கை ஒன்று. எனவே இது ஒரு முழுவர்கம் அல்ல

(v) 6098 ஒன்றுகள் இடத்தில் 8 உள்ளது. எனவே இது ஒரு முழுவர்க்கம் அல்ல

4. (i) 431^2 - ஒற்றை (ii)2826^2 - இரட்டை (iii) 8204^2 - இரட்டை

(iv) 17779^2 - ஒற்றை (v)99998^2 - இரட்டை

5. (i) 50 (ii) 112 (iii) 214

6. (i) 25 (ii) 81 (iii) 169

பயிற்சி-6.2

1. (i) 21 (ii) 28 (iii) 64 (iv) 84

2. 5 3. 6,120 4. 6 5. 39

6. 51 7. 144, 9 8. 89 9. 4608 மீ^{2}

பயிற்சி-6.3

1. (i) 33 (ii) 48 (iii) 88 (iv) 78
(v) 95

2. (i) 1.6 (ii) 4.3 (iii) 8.3 (iv) 9.2

3. 31 4. 67 செ.மீ 5. 91 6. 1024

7. 149 8. (i)10 (ii) 16 (iii) 28

பயிற்சி-6.4

1. (i) 512 (ii) 4096 (iii) 9261 (iv) 27000

2. i) 243 - ஒரு முழுகனம் அல்ல ii) 516 - ஒரு முழுகனம் அல்ல
iii) 729 - ஒரு முழுகனம் vi) 8000 - ஒரு முழுகனம்
v) 2700 - ஒரு முழுகனம் அல்ல

3. 2 4. 17 5. 5 6. 288 7. 2

பயிற்சி-6.5

1. (i) 7 (ii) 9 (iii) 11 (iv) 14

1. (i) 16 (ii) 13 (iii) 15 (iv) 18

3. i) தவறு ii) தவறு iii) சரி iv) சரி
v) தவறு vi)தவறு vii)தவறு

7. நிகழ்வெண் அட்டவணைகள் மேலும் வரைபடங்கள்

பயிற்சி-7.1

1. ₹.11060.83 2. $\overline{x} = 7$ 3. $\overline{x} = 27$ 4. $\overline{x} = 43$

5. $\overline{x} = 30$ ஆண்டுகள் 6.52 ஆண்டுகள்

7. $\overline{x} = 0$ –ருந்து $\overline{x} = 12$

8. 5

9. $\overline{x} = 13.67$ என்பது எல்லா நிலைகளிலும் சமம்.

10. 15.3 மதிப்பெண்கள்

11. $\overline{x} = 30$

12. இடைநிலை $= 3.4$

13. $x = 18$

14. முகடு $= 10$

15. முகடு $= x - 3$

16. முகடு = கணக்கிட முடியாது

17. 12, 16, 16, 16

18. 42

19. 8

20. 20

பயிற்சி-7.2

1.

வகுப்பு இடைவெளி	5-14	15-24	25-34	35-44	45-54	55-64
நிகழ்வெண்	9	9	9	6	7	5

2.

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	15-19	19-23	23-27	27-31	31-35	35-39	39-43
நிகழ்வெண்	5	7	6	5	5	1	1

3.

வகுப்பு இடைவெளி	4-11	12-19	20-27	28-35	36-43	44-51	52-59
எல்லைகள்	3.5-11.5	11.5-19.5	19.5-27.5	27.5-35.5	35.5-43.5	43.5-51.5	51.5-59.5

4.

வகுப்பு மதிப்பெண்கள்	நிகழ்வெண்	வகுப்பு இடைவெளி	கீழின	மேலின
10	6	4-16	6	75
22	14	16-28	20	69
34	20	28-40	40	55
46	21	40-52	61	35
58	9	52-64	70	14
70	5	64-76	75	5

5.

வகுப்பு இடைவெளியில் (மதிப்பெண்கள்)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
நிகழ்வெண் மாணவர்கள்	2	10	4	9	10

6.

வகுப்பு இடைவெளி (வயதுகள்)	நிகழ்வெண் குழந்தைகள் எண்ணிக்கை	வகுப்பு எல்லைகள்	கீழினகுவிவு நிகழ்வெண்	மேலினகுவிவு நிகழ்வெண்
1 - 3	10	0.5 - 3.5	10	59
4 - 6	12	3.5 - 6.5	22	49
7 - 9	15	6.5 - 9.5	37	37
10 - 12	13	9.5 - 12.5	50	22
13 - 15	9	12.5 - 15.5	59	9

7.

வகுப்பு இடைவெளி	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
கீழின குவிவு நிகழ்வெண்	3	8	19	25	30
நிகழ்வெண்	3	5	11	6	5

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிகழ்வெண்கள் குழிவு நிகழ்வெண்கள்

8.

வகுப்பு இடைவெளி	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50
மே-ன குவிவு நிகழ்வெண்	42	36	23	14	6
நிகழ்வெண்	6	13	9	8	6

8. வடிவியல் படங்களை பரிசோதித்தல்

பயிற்சி-8.1

2. (a) சரி, இரண்டு சர்வசம படங்கள் எப்பொழுதும் வடிவொத்தவை

   (b) சரி, மீண்டும் வடிவொத்தவை

3. AB = NM; $\angle A = \angle N$

   BC = MO; $\angle B = \angle M$

   CA = ON; $\angle C = \angle O$

4. (i) சரி (ii) தவறு (iii) சரி (iv) தவறு

   (v) சரி

7. 1.5மீ, 3மீ, 4.5மீ, 6மீ, 7.5மீ, 9மீ

8. 9மீ

9. சமதள படங்களின் பரப்பளவுகள்

பயிற்சி-9.1

2. (i) 20 சதுரசெ.மீ (ii) 424 சதுரசெ.மீ (iii) 384 சதுரசெ.மீ

3. 55 சதுரசெ.மீ. 4. 96 சதுரசெ.மீ 5. (i) 10700 சதுரசெ.மீ (ii)10650 சதுரசெ.மீ

6. (ii) x = 75 செ.மீ, 45 செ.மீ

7. ₹ 4050

8. 337.5 சதுரசெ.மீ.

பயிற்சி-9.2

1. (ii) 361 சதுரசெ.மீ 2.616 சதுரசெ.மீ.
3. (i) 693 சதுரசெ.மீ. (ii) 259.87 செ.மீ^{2}
4. 1386 செ.மீ^{2} 5. 308 செ.மீ^{2} 6. 10.5 செ.மீ^{2} 7. 7.87 செ.மீ^{2}
8. (i) $\frac{6}{7}a^2$ (ii) 123.42 செ.மீ^{2} 9. 6.125 செ.மீ^{2} 10. 346.5 மீ^{2}

10. நேர் மற்றும் தலைகீழ் விகிதங்கள்

பயிற்சி-10.1

1. ₹. 84, ₹. 168, ₹. 420, ₹. 546 2. 32, 56, 96, 160
3. ₹. 12,600/- 4. ₹. 2,100/- 5. 21 செ.மீ 6. 6மீ, 8.75 மீ
7. 168 கி.மீ 8. 5000 9. 25 கி.மீ, $\frac{10}{3}$ மீ. 10. $\frac{9}{20}$ செ.மீ.

பயிற்சி-10.2

1. (ii) 2. 120, 60, 80, 80

பயிற்சி-10.3

(1) 4 கி.கி. (2)50 நாட்கள் (3) 48 (4) 50 நிமிடங்கள் (5) 4 (6)15 (7) 24 (8) 60நிமிடம்
(9) 40% (10) $(x+1)^2/x+2$ நாட்கள்

பயிற்சி-10.4

(1) 540 (2)2 நாட்கள் (3) 16 நாட்கள் (4) 325 ஆட்கள் (5) 36 நாட்கள்

11. இயற்கணித கோவைகள்

பயிற்சி-11.1

1. (i) 42K (ii) $6lm$ (iii) $15t^4$ (iv) 18mn
(v) $10p^3$

3. $60a^2c$
$24m^3n$
$36\,k^3l^3$
$24p^2q^2r^2$

4. i) $x^5\,y^3$ ii) a^6b^6 iii) $k^3l^3m^3$ iv) $p^2q^2r^2$ v) $72a^2bcd$
5. $x^2y^2z^2$ 6. x^3y

பயிற்சி-11.2

1. (ii) $3k^2l + 3klm + 3kmn$ (iii) $a^2b^2 + ab^4 + ab^2c^3$
   (iv) $x^2yz - 2xy^2z + 3xyz^2$ (v) $a^4b^3c^3 + a^2b^4c^3d - a^3b^3c^2d^2$
2. $12y^2 + 16y$
3. i) -2 ii) 0
4. $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$
5. $x^2 - y^2 - z^2 + 2xy - yz + zx - xr + yr$
6. $-7x^2 + 8xy$
7. $-3k^2 + 21kl - 21km$
8. $a^3 + b^3 + c^3 - a^2b + b^2a - b^2c + c^2b + a^2c - c^2a$

பயிற்சி-11.3

1. (i) $6a^2 - 19a - 36$ (ii) $2x^2 - 5xy + 2y^2$ (iii) $k^2l - kl^2 - l^2m + klm$
   (iv) $m^3 + m^2n - mn^2 - n^3$
2. (i) $2x^2 - 3xy + 3x^2y + 3xy^2 - 5y^2$
   (ii) $3a^2b^2 - a^3b - 2ab^3 - 3a^2bc + 3ab^2c$
   (iii) $klmn - lm^2n - k^2l^2 + kl^2m + k^2lm - klm^2$
   (iv) $p^4 - 5p^3q + 6p^3r + pq^3 + 6q^3r - 5q^4$
3. i) $10x^2 - 14xy$ ii) $m^3 + n^3$ iii) $-19a^2 - 3b^2 - 34ab + 16ac + 3c^2$
   iv) $p^2q^2 - q^2r^2 + p^2qr + pqr^2 - p^2q - pq^2 - p^2r + pr^2$
4. 8

பயிற்சி-11.4

1. i) $qk^2 + 24kl + 16l^2$ ii) $a^2x^4 + 2abx^2y^2 + b^2y^4$
   iii) $49d^2 - 126de + 81e^2$ iv) $m^4 - n^4$
   v) $9t^2 - 81s^2$ vi) $k^2l^2 - m^2n^2$
   vii) $36x^2 + 66x + 30$ viii) $4b^2 - 2ab + 2bc - ca$
2. i) 92416 ii) 259081 iii) 9,84,064 iv) 6,38,401
   v) 89,984 vi) 6391 vii) 11,772 viii) 42,024

12. காரணிப்படுத்துதல்

பயிற்சி-12.1

1. (i) 1,2, 4, 8 (ii) 1,3, a, 3a (iii) 1,7, x, y, $7x$, $7y$, xy, $7xy$ (iv) 1,2, m, m^2, 2m, $2m^2$
   (v) 1,5 (vi) 1,2, x, $2x$ (vii) 1,2, 3, 6, x, y, $2x$, $2y$, $2xy$, $3x$, $3y$, $3xy$, $6x$, $6y$, $6xy$

2. i) $5x(x-5y)$ (ii) $3a(3a-2x)$ (iii) $7p(p+7q)$
 iv) $12a^2b(3-5c)$ (v) $3abc(a+2b+3c)$
 vi) $p(4p+5q-6q^2)$ (vii) $t(u+at)$

3. (i) $(3x-4b)(a-2y)$
 (ii) $(x^2+5)(x+2)$ (iii) $(m+4)(m-n)$
 (iv) $(a^2-b)(a-b^2)$ (v) $(p-1)(pq-r^2)$

பயிற்சி-12.2

1. (i) $(a+5)^2$ (ii) $(l-8)^2$ (iii) $(6x+8y)^2$ (iv) $(5x-3y)^2$
 (v) $(5m-4n)^2$ (vi) $(9x-11y)^2$ (vii) $(x-y)^2$ (viii) $(l^2+2m^2)^2$

2. (i) $(x+6)(x-6)$ (ii) $(7x+5y)(7x-5y)$ (iii) $(m+11)(m-11)$
 (iv) $(9+8x)(9-8x)$ (v) $(xy+8)(xy-8)$ (vi) $6(x+3)(x-3)$
 (vii) $(x+9)(x-9)$ (viii) $2x(1+4x^2)(1+2x)(1-2x)$
 (ix) $x^2(9x+11)(9x-11)$ (x) $(p-q+r)(p-q-r)$
 (xi) $4xy$

3. (i) $x(lx+m)$ (ii) $7(y^2+5z^2)$ (iii) $3x^2(x^2+2xy+3z)$
 (vi) $(x-a)(x-b)$ (v) $(3a+4b)(x-2y)$ (vi) $(m+1)(n+1)$
 (vii) $(b+2c)(6a-b)$ (viii) $(pq-r^2)(p-1)$ (ix) $(y+z)(x-5)$

4. (i) $(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$ (ii) $(a^2+b^2+c^2+2bc)(a+b+c)(a-b-c)$
 (iii) $(1+m-n)(1-m+n)$ (iv) $\left(7x+\frac{4}{5}\right)\left(7x-\frac{4}{5}\right)$
 (v) $(x^2-y^2)^2$ (vi) $(5a-b)(5b-a)$

5. (i) $(a+6)(a+4)$ (ii) $(x+6)(x+3)$ (iii) $(p-7)(p-3)$
 (iv) $(x-8)(x+4)$

6. 0,12

பயிற்சி-12.3

1. (i) $8a^2$ (ii) $\frac{1}{3}x$ (iii) $9a^2b^2c^2$ (iv) $\frac{1}{5}yz^2$
 (v) $-6l^2m$

2. (i) $3x-2$ (ii) $5a^2-7b^2$ (iii) $x(5x-3)$ (iv) $l(2l^2-3l+4)$

(v) $5abc(a - b + c)$ (vi) $(2q^2 + 3pq - p^2)$ (vii) $\frac{4}{3}(abc + 2bc)$

3. (i) $7x - 9$ (ii) $12x$ (iii) $\frac{77}{3}ab$ (iv) $\frac{2}{3}l(m+n)$

(v) $4(x^2 + 7x + 10)$ (vi) $(a + 1)(a + 2)$

4. (i) $x + 4$ (ii) $x - 2$ (iii) $p + 4$ (iv) $5a(a - 5)$

(v) $10m(p - q)$ (vi) $4z(4z + 3)$

பயிற்சி - 12.4

1. $3(x - 9) = 3x - 27$
2. $x(3x + 2) = 3x^2 + 2x$
3. $2x + 3x = 5x$
4. $2x + x + 3x = 6x$
5. $4p + 3p + 2p + p - 9p = p$
6. $3x \times 2y = 6xy$
7. $(3x)^2 + 4x + 7 = 9x^2 + 4x + 7$
8. $(2x)^2 + 5x = 4x^2 + 5x$
9. $(2a + 3)^2 = 4a^2 + 12a + 9$
10. (a) 0 (b) 30 (c) -6
11. $(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$
12. $(x + 7)^2 = x^2 + 14x + 49$
13. $(3a + 4b)(a - b) = 3a^2 + ab - 4b^2$
14. $(x + 4)(x + 2) = x^2 + 6x + 8$
15. $(x - 4)(x - 2) = x^2 - 6x + 8$
16. $5x^3 \div 5x^3 = 1$
17. $(2x^3 + 1) \div 2x^3 = 1 + \frac{1}{2x^3}$
18. $(3x + 2) \div 3x = 1 + \frac{2}{3x}$
19. $(3x + 5) \div 3x = x + \frac{5}{3}$
20. $\frac{4x+3}{3} = \frac{4}{3}x + 1$

13. முப்பரிமாணங்களை இருபரிமாணங்களில் காட்சிப்படுத்துதல்

பயிற்சி - 13.1

3. (i) 5 (ii) 9 (iii) 20 (iv) 14

4. (i) 3 சதுர அலகுகள் (ii) 9 சதுர அலகுகள் (iii) 16 சதுர அலகுகள் (iv) 14 சதுர அலகுகள்

பயிற்சி - 13.2

1.

F	V	E	V + F = E + 2
5	6	9	போதுமானது
7	10	15	,,
8	12	18	,,
6	6	10	,,
5	5	8	,,
8	12	18	,,
8	6	12	,,
6	8	12	,,

2. சமம். இரண்டின் அடிமாணமும் சதுரம். 3. இல்லை 4. ஆம்

5. F = 20, V = 6, E = 12, V + F – E = 2 6. இல்லை

7.

V	E
8	12
5	8
6	9

8. (i)அறுகோண பிரமீடு (ii) கனசெவ்வகம் (iii) ஐங்கோணபிரமீடு

(iv) உருளை (v) கனசதுரம் (vi) அறுகோண பிரமீடு

(vii) சரிவகம்

9. (i) a, b, c, d, e (ii) (a) நான்முகக்கட்டி (b) கோளம்

(c) கனசதுரம்/கனசெவ்வகம் (d) கோளம்

(e) கனசதுரம் ஒழுங்கான பன்முகி ஆனால் கனசெவ்வகம் அல்ல

(f) கனசதுரம், கனசெவ்வகம் (g) சதுர பிரமீடு

3. (a) எண்கோண பட்டகம் (b) அறுகோண பட்டகம்

(c) முக்கோண பட்டகம் (d)ஐங்கோண பட்டகம்

14. புறப்பரப்புகள் மேலும் கனஅளவுகள்

பயிற்சி - 14.1

1. A 2. 10 செ.மீ 3. 9 மீ^{2} 4. ₹.72

பயிற்சி - 14.2

1. (i) 112.996 மீ^{3} (ii) 70மீ^{3} (iii) 22.5மீ^{3}
2. (i) 13.92மீ^{3}, 13920 லிட்டர்கள். (ii) 5.2 மீ^{3}, 5200 லிட்டர்கள்
   (iii) 36.792 மீ^{3}, 36792 லிட்டர்கள்.
3. $\frac{7}{8}$ மடங்கு குறையும்
4. (i) 262.144 செ.மீ^{3} (ii) 2.197மீ^{3} (iii) 4.096மீ^{3}
5. 6400 6. 1096செ.மீ^{3} 7. 110செ.மீ^{3}
8. 90 9. 27 10. 6 செ.மீ.

15. எண்களுடன் விளையாடலாம்

பயிற்சி - 15.1

1. 2ஆல் வகுபடுபவை 1200, 836, 780, 4820, 48630
   5ஆல் வகுபடுபவை 1200, 535, 780, 3005, 4820, 48630
   10ஆல் வகுபடுபவை 1200, 780, 4820, 48630
   இதிலிருந்து நாம் அறிவது ஓர் எண் 5ஆலும், 2ஆலும் வகுபடுமானால் அந்த எண் 10 ஆல் வகுபடும்.
2. (a), (b), (c), (e) ஆகியவை 2ல் வகுபடும்.
3. (a), (b), (c) (d) ஆகியவை 5ல் வகுபடும்.
4. (a), (b), (d), (e) ஆகியவை 10ல் வகுபடும்.
5. (a) 6 (b) 8
   (c) 6 (d) 12 (e) 8
6. 10, 20, 30, 40, 50, 60, ... 7. 6

பயிற்சி - 15.2

1. A = 2 அல்லது 5 அல்லது 8 2. A = 8
3. 90, 180, 270, 360, 450 etc.
4. 0 விருந்து 9. நாம் அறிவது 2ஆல் வகுபடுவது என்பது ஒன்றாம் இடத்தை பொருத்தது அன்று.
5. 0 அல்லது 5 6. 4
7. 7 8. ‘0’

பயிற்சி - 15.3

1. (a), (d) ஆகியவை 6ஆல் வகுபடும்
2. (a), (b), (c), (d) ஆகியவை 4ஆல் வகுபடும்
3. (a), (c), (d) ஆகியவை 8ஆல் வகுபடும்
4. (a), (b), (c), (d) ஆகியவை 7ஆல் வகுபடும்
5. (a), (b), (c), (d), (e), (i), (j), (k) ஆகியவை 11ஆல் வகுபடும்
6. 8ன் மடங்கிகள் அனைத்தும் 4ன் மடங்கிகள்
7. $A = 1$, $B = 9$, $A + B = 10$

பயிற்சி - 15.4

1. 45 ஆல் வகுபடும்
2. 81 ஆல் வகுபடும்
3. 36 மற்றும் அதன் காரணிகள் அனைத்திலும் வகுபடும்.
4. 42 மற்றும் அதன் காரணிகள் அனைத்திலும் வகுபடும்.
5. 11 மற்றும் 7ஆல் வகுபடும். மேலும் 11 மற்றும் 7ன் பெருக்கி தொகையாலும் வகுபடும்.
6. 5 மற்றும் 7ஆல் வகுபடும். மேலும் 5 மற்றும் 7ன் பெருக்கி தொகையாலும் வகுபடும்.
7. இரண்டு எண்களும் மேலும் அவற்றின் கூடுதலும் 6ஆல் வகுபடும்
8. இரண்டு எண்களும் மேலும் அவற்றின் வித்தியாசமும் 3ஆல் வகுபடும்
9. 2 மற்றும் 4ஆல் வகுபடும்
10. 4 மற்றும் 8ஆல் வகுபடும்
11. $A = 3, B = 2$

பயிற்சி - 15.5

1. (a) $A = 9$ (b) $B = 5$ (c) $A = 3$ (d) $A = 6$, மொத்தம் $= 2996$
   (e) $A = 4, B = 1$
2. (a) $A = 5$ (b) $A = 8$ (c) $A = 9$
3. (a) $D = 5, E = 0, F = 1$
4. (a) $K = 6, L = 2$ (b) $M = 5, N = 0$
5. $A = 8, B = 7, C = 6$

பயிற்சி - 15.6

1. 1050
2. 620
3. 216
4. $n^3 - n = n(n^2 - 1) = (n-1)n(n+1)$ அடுத்தடுத்த மூன்று எண்களின் பெருக்கற்பலன்
5. 'n' அடுத்தடுத்த ஒற்றை எண்களின் கூடுதல் $\frac{(2n-1)(2n)}{2} = n(2x-1)$

   n ன் பெருக்கற் பலன்.
6. $(1^{11} + 4^{11}) + (2^{11} - 3^{11})$ 5 ஆல் வகுபடும்.
7. $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$
8. ₹. 12000
9. 3050
10. 166833-18 = 166815.

பாடத்திட்டம்

எண் அமைப்பு (50 மணிகள்)	
(i) எண்களுடன் விளையாட்டு	**(i) எண்களுடன் விளையாட்டு** 2 இலக்க மற்றும் 3 இலக்க எண்களின் பொது வடிவம் $(100a + 10b + c)$ என்றும் இதில் a, b, c, ஒற்றை இலக்க (0-9) எண்கள் என்றும் புரிந்து கொள்ளுதல் மற்றும் எழுதுதல். மேலும் இவற்றை கொண்டு புதிர்களை அமைத்தல் (நான்கு அடிப்படை செயல்களை கொண்டு விடுபட்ட எண்கள் கண்டுபிடிக்கும் கணக்குகளை செய்தல்) எண்புதிர்கள் மற்றும் விளையாட்டுகள் 2,3,4,5,6,7,8,9, மற்றும் 11ஆல் வகுபடும் இரண்டு இலக்க மற்றும் மூன்று இலக்க எண்களை புரிந்து கொள்ளுதல் மேலும் பொது வடிவம் அறிதல்.
(ii) விகிதமுறு எண்கள்	**(ii) விகிதமுறு எண்கள்** * விகிதமுறு எண்களின் தன்மைகள் (முற்றொருமைகள் உட்பட) கோவைகளின் பொது வடிவத்தை பயன்படுத்தி தன்மைகளை விவரித்தல் தன்மைகளை மதிப்பிடுதல். * எண்கோட்டில் விகிதமுறு எண்களை குறிப்பிடுதல் இரண்டு விகிதமுறு எண்களுக்கிடையே ஓர் விகிதமுறு எண் இருக்கும் (மாணவர்களிடையே முழு எண்கள் அல்லாத இரண்டு விகிதமுறு எண்களை எடுத்து கொள்ள கூறினால் அவ்விரண்டு எண்களுக்கிடையே எண்ணற்ற எண்களை கண்டுபிடிக்க முடியும்) * விகிதமுறு எண்கள் தசமபின்னமாக மாற்றுதல் (பகுதி 10,100,...... இல்லாத) * விகிதமுறு எண்களை ஒன்றாக இணைத்தல் * விகிதமுறு எண்களில் வாய்மொழி கணக்குகள் (நான்கு அடிப்படை செயல்களிலும்) * வாய்மொழி கணக்குகள் (நான்கு அடிப்படை செயல்கள் பரப்பளவை கொண்டு)
(iii) வர்க்கஎண்கள், கனஎண்கள், வர்க்கமூலங்கள், கனமூலங்கள், கனசதுரங்கள்.	**(iii) வர்க்க எண்கள், கனஎண்கள், வர்க்க மூலங்கள், கனமூலங்கள், கனசதுரங்கள்.** * வர்க்க எண்களும், வர்க மூலங்களும். * 4 இலக்கங்களுக்கு மிகாமல் உள்ள வர்க்க மூலங்களை வகுத்தல் முறை மேலும் காரணிபடுத்துதல் முறை மூலம் கண்டுபிடித்தல்.

	* பிதாகரஸ் தேற்றத்தை சரிபார்த்தல். 3 இலக்கங்களுக்கு மேற்பட்ட எண்களின் கனஎண்கள் மற்றும் கனமூலங்கள் (காரணிபடுத்தல் முறை மட்டுமே) * வர்க்க மூலம் மற்றும் கன மூலங்களை மதிப்பிடுதல். தேவையான எண்ணிற்கு மிக அருகில் உள்ள எண்களை கொண்டு கற்றுகொள்ளதல். * அடைப்பு குறிகளின் நன்மைகள். * BODMAS விதியை பயன்படுத்தி அடைப்புகுறிகளை சுருக்குதல்.
இயற்கணிதம் (20 மணிகள்) **(i) அடுக்குகுறிகளும் அடுக்குகளும்** **(ii) இயற்கணித கோவைகள்** **(iii) ஒரு மாறியை கொண்ட கோட்டு சமன்பாடுகள்.**	**(i) அடுக்குகுறிகளும் அடுக்குகளும்** * முழு எண்ணின் அடுக்குகுறிகள் * முழு எண் அடுக்குகளின் அடுக்குகுறிகள் விதிகள். * எண்களின் திட்ட வடிவம். **(ii) இயற்கணித கோவைகள்** * இயற்கணித கோவைகளின் பெருக்கற்பலன் (குணகங்கள் முழு எண்ணாக இருக்கும் போது) * பொதுவான தவறுகள் (எ.கா $2+x \neq 2x, 7x+y \neq 7xy$) * முற்றொருமைகள் $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ * வடிவியல் முறையில் முற்றொருமைகளை சரிபார்த்தல் * காரணிப்படுத்துதல் (எளிய கணக்குகள் மட்டும்) * பொது காரணியை எடுத்து கொண்டு காரணிபடுத்துதல். * உறுப்புகளின் தொகுப்பிலிருந்து காரணிபடுத்துதல் * முற்றொருமைகளை பயன்படுத்தி காரணிபடுத்துதல் * $(x+a)(x+a)$ காரணிகள் வடிவம் * இயற்கணித கோவைகளின் வகுத்தல். **(iii) ஒரு மாறியை கொண்ட கோட்டு சமன்பாடுகள்** * ஒரு மாறியில் உள்ள கோட்டு சமன்பாடுகளின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் கணக்குகளை செய்தல் (வாய்மொழி கணக்குகள்) * விகிதசமத்தை அளவுகள் பயன்படுத்தி ஒப்பிடுதல் * கூட்டுவிகிதம் வாய்மொழி கணக்குகள்.

	* சதவிகிதம், இலாபம், நஷ்டம், செலவுகள், தள்ளுபடி மற்றும் வரியை கணக்கிடும் கணக்குகளை செய்தல் (பெருக்கல் முறையில்). * தனிவட்டி மற்றும் கூட்டுவட்டிக்கு இடையே உள்ள வித்தியாசம். சிறிய கணக்குகளை கொண்டு கூட்டு வட்டியின் சூத்திரத்தை வரவைத்தல். * நேரடியான மாறுதல்கள் : எளிய மற்றும் நேரடியான வாய்மொழி கணக்குகள் * தலைக்கீழ் மாறுதல்கள் : எளிய மற்றும் நேரடியான வாய்மொழி கணக்குகள். * காலம் மற்றும் வேலை கணக்குகள் : எளிய மற்றும் நேரடியான வாய்மொழி கணக்குகள் * காலம் மற்றும் தூரம் : எளிய மற்றும் நேரடியான வாய்மொழி கணக்குகள்
வடிவியல் (40 மணிகள்) (i) **நாற்கரங்களை வரைதல்** (ii) **முப்பரிமாணங்களை இருபரிமாணங்களில் காட்டுதல்** (iii) **வடிவியல் படங்களை பரிசோதித்தல்.**	(i) **நாற்கரங்களை வரைதல்** * நாற்கரங்கள் மற்றும் அவற்றின் தன்மைகள் திருப்புதல் * நான்கு பக்கங்கள் மேலும் ஒரு கோணம். * நான்கு பக்கங்கள் மேலும் ஒரு மூலைவிட்டம் * இரண்டு அடுத்தடுத்த பக்கங்கள் மேலும் மூன்று கோணங்கள். * மூன்று பக்கங்கள் மேலும் இரண்டு மூலைவிட்டங்கள். * மூன்று பக்கங்கள் மேலும் அவற்றிற்கு இடையே உள்ள மூன்று கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டால். * இரண்டு மூலைவிட்டங்கள் கொண்டு சில சிறப்பு வகையான நாற்கரங்களை வரைதல்.
	(ii) **முப்பரிமாணங்களை இருபரிமாணங்களில் காட்டுதல்** * பொருட்களையும் படங்களையும் கண்டறிதல் மற்றும் பொருத்துதல் (இருபரிமான மற்றும் முப்பரிமான சிக்கலான படங்களின் வடிவங்கள்) * முப்பரிமாண வடிவங்களை இருபரிமாணங்களில் வரைதல். (தொடர்ந்து மேலும் பெரிதாக்குதல்) சமஅளவு புள்ளிதாள் உதவியுடன். * உச்சிகள், முனைகள், முகங்கள், முப்பரிமாண படங்களின் யூக்ளரின் தொடர்பு மற்றும் சமதள முகங்கள் (கனசதுரங்கள், கனசெவ்வகங்கள், நான்முகிகள், பட்டகங்கள், பிரமீடுகள்) எண்ணுதல்.

	(iii) வடிவியல் படங்களை பரிசோதித்தல் * சர்வசம படங்கள் * வடிவொத்த படங்கள் * வடிவியல் படங்களின் சமச்சீர்மை. (முக்கோணங்கள், நாற்கரங்கள் மற்றும் வட்டங்கள்)
அளவீடுகள் (15 மணிகள்) **(i) சமதள படங்களின் பரப்பளவு** **(ii) புறப்பரப்பு மற்றும் கனஅளவு**	(i) சமதளபடங்களின் பரப்பளவு * ஹீரான் சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி முக்கோணத்தின் பரப்பளவு மேலும் நாற்கரத்தின் பரப்பளவை கண்டுபிடிப்பதில் அதன் பயன்பாடு. (நிரூபணம் இல்லாமல்) * சரிவகத்தின் பரப்பளவு * நாற்கரம் மற்றும் பல கோணங்களின் பரப்பளவு * வட்டம் மற்றும் வட்ட பாதையின் பரப்பளவு. **(ii) வளைதலபரப்புகள் மற்றும் கனஅளவுகள்** * கனசதுரம் மற்றும் கன செவ்வகத்தின் வளைதலபரப்பு * கனஅளவு பொது கொள்கை, அடிப்படை அலகுகளை கொண்டு கனஅளவை கணக்கிடுதல், கனசதுரம், கனசெவ்வகத்தின் கனஅளவு. * கனஅளவு மற்றும் கொள்ளளவு.
விவரங்களை கையாளுதல் (15 மணிகள்) நிகழ்வெண் அட்டவணை மற்றும் வரைபடங்கள்	**நிகழ்வெண் அட்டவணை மற்றும் வரைபடங்கள்** * வரிசைபடுத்தப்படாத விவரங்களின் கூட்டுசராசரி, இடைநிலை மற்றும் முகடை கண்டுபிடித்தல். மீள்பார்வை * விலகல் முறையில் கூட்டுசராசரியை கணக்கிடுதல். * பூஜ்ஜிய வகுப்பு விவரங்களின் நோக்கங்களும் தேவைகளும். * நிகழ்வெண் பங்கீட்டு அட்டவணை தயாரித்தல். * குவிவு நிகழ்வெண் பங்கீட்டு அட்டவணை * நிகழ்வெண் வரைபடம் (செவ்வகவரைபடம், நிகழ்வெண் பலகோணம், நிகழ்வெண் வளைவு, குவிவு நிகழ்வெண் வளைவுகள்)

கற்றல் நிலைகள்

கற்றலின் நிலைகள் என்பது மாணவனுக்கு தெரிந்தது என்ன மற்றும் அவனால் முடிந்தது என்ன என கூறுதல் ஆகும்.

பிரச்சனையை தீர்ப்பது.

பொருள் மற்றும் வழிமுறைகளை கொண்டு கணித பிரச்சனைகளை தீர்த்தல்.

(அ) பிரச்சனைகளின் வகைகள் :

பிரச்சனைகள் பல்வேறு வகைகள் : புதிர்கள், வாய்மொழி கணக்குகள், படக்கணக்குகள், வழிமுறை கணக்குகள், விவரங்களை படித்தல், அட்டவணைகள், வரைபடங்கள் முதலியன.

(ஆ) பிரச்சனையை தீர்ப்பதின் படி நிலைகள்

- பிரச்சனைகளை படித்தல்
- எல்லா சிறுசிறு விவரங்கள்/தகவல்களை கண்டறிதல்
- சிறுசிறு தகவல்களின் பொருத்தமானவற்றை பிரித்தல்.
- என்ன பொருள் கொண்டுள்ளது என புரிந்து கொள்ளுதல்.
- தேர்ந்தெடுத்தலின் வழிமுறைகள்
- பிரச்சனையை தீர்த்தல்

(இ) சிக்கலான நிலை

- ஒரு பிரச்சனை சிக்கலான நிலையில் இருந்தால்
- இணைப்புகளை உறுவாக்குதல் (இணைப்பு பகுதியில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது போல)
- பிரச்சனையின் படிகளின் எண்ணிக்கை
- பிரச்சனையின் செய்முறையின் எண்ணிக்கை
- பிரச்சனைகளில் இருந்து விடுபடும் மொத்த வழிமுறைகளையும் அமைத்தல்.
- பிரச்சனைகளின் இயல்பு நிலைகள்.

(ஈ) காரணம் கூறுதல், நிரூபித்தல்

- பல்வேறு படிநிலைகளுக்கிடையே உள்ள காரணங்கள்.
- பொதுவான கணித அனுமானங்களை புரிந்து கொள்ளுதல்.
- நிருபிக்கும் வழிமுறைகளை புரிந்து கொள்ளுதல்.
- தர்க்கரீதியான வாதங்களை பரிசோதித்தல்.

- நிரூபனத்தின் கருத்தை புரிந்து கொள்ளதல்.
- விதிவருமுறை மற்றும் விதிவிளக்க முறையின் வாதங்களை புரிந்து கொள்ளுதல்.
- கணித அனுமானங்களை சோதித்தறிதல்.

தகவல்கள் கூறுதல் :

- $3 + 4 = 7$. $\frac{3}{4}$ போன்ற கணித விரிவாக்கங்களை எழுதுதல் மற்றும் படித்தல்.
- கணித விரிவாக்கங்களை உருவாக்குதல்.
- சொந்த வாக்கியங்களில் கணித கருத்துகளை விளக்குதல் (எ.கா) ஒரு சதுரம் மூடிய நான்கு சமமான பக்கங்களையும் சமான கோணங்களையும் கொண்டது.
- கணித வழிமுறைகளை விளக்குதல் : (எ.கா) இரண்டு இலக்க எண்களை கூட்டும் போது முதலில் ஒன்றாம் இடத்தில் உள்ள எண்களையும், பின்னர் பத்தாம் இடத்தில் உள்ள எண்களையும் கூட்ட வேண்டும் என்பதை மனதில் கொள்ள வேண்டும்.
- கணித கருத்துக்களை (நியாயங்களை) விளக்குதல்.

தொடர்புகள் :

கணித வரம்புகளை பாடப்பொருளுடன் தொடர்பு படுத்துதல் : உதாரணமாக தொடர்ச்சியான கூடுதல் பெருக்கல், முழுவதில் ஒருபகுதியின் விகிதம் வகுத்தல். மாதிரிகள் மற்றும் சமச்சீர்மை, அளவீடுகள் மற்றும் வெற்றிடம்.

- அன்றாட வாழ்க்கையுடன் தொடர்பை ஏற்படுத்துதல்
- வெவ்வேறு பாகங்களுடன் கணிதத்தை தொடர்புபடுத்துதல்.
- வெவ்வேறான கணித வரம்புகளை பாடப்பொருளுடன் தொடர்பு படுத்துதல், விவரங்களை கையாளுதல் மற்றும் கணக்கீடு, கணக்கீடு மற்றும் வெற்றிடம்.
- பெருக்கலின் வழிமுறைகளை பாடப்பொருளுடன் தொடர்பு படுத்துதல்.

காட்சிபடுத்துதல் மற்றும் அடையாளம் காட்டல் :

- விவரங்களின் அட்டவணைகளை விளக்குதல் மற்றும் படித்தல், எண்கோடு, படவரைபடம், செவ்வக வரைபடம், இருபரிமாண படங்கள், முப்பரிமாண படங்கள், படங்கள்.
- அட்டவணைகளை உருவாக்குதல், எண்கோடு, படவரைபடம், செவ்வக வரைபடம், படங்கள்