



CLASS

6

جماعت

CLASS VI

MATHEMATICS

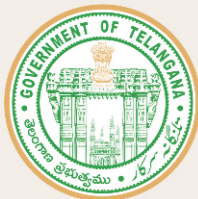
ریاضی

MATHEMATICS

ریاضی



6



Published by  
The Government of Telangana

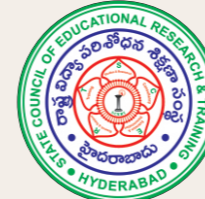
Government's Gift for Students' Progress

طلبہ کی ترقی کے لیے حکومت کا تحفہ

ناشر: حکومت تلنگانہ، حیدرآباد۔



L5S6N3



State Council of Educational Research and Training  
Telangana, Hyderabad

ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت تلنگانہ، حیدرآباد۔

# ریاضی MATHEMATICS

جماعت ششم (CLASS - VI)



ناشر: حکومت تلنگانہ، حیدرآباد

Published By :

**The Government of Telangana, Hyderabad**

قانون کا احترام کریں  
اپنے حقوق حاصل کریں

تعلیم کے ذریعے آگے پڑھیں  
صبر و تحمل سے پیش آئیں



© Government of Telangana, Hyderabad.

*First Published 2012*

*New Impressions 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022, 2023, 2024*

All rights reserved.

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

The copy right holder of this book is the Director of School Education, Hyderabad, Telangana.

This Book has been printed on 70 G.S.M. Maplitho

Title Page 200 G.S.M. White Art Card

**Government's Gift for Students' Progress 2024-25**

**طلبہ کی ترقی کے لیے حکومت کا تحفہ 2024-25**

*Printed in India*

at the Telangana Govt. Text Book Press,  
Mint Compound, Hyderabad,  
Telangana

## پیش لفظ

ریاستی درسیاتی خاکہ-2011 (APSCF - 2011) اس بات کی جانب اشارہ کرتا ہے کہ بچوں کی اسکولی زندگی ان کی روزمرہ زندگی سے مربوط ہو۔ قانون حق تعلیم 2009 یہ کہتا ہے کہ اسکول میں داخلہ لینے والا ہر بچہ متعلقہ سطح کی درکار مہارتوں کو حاصل کرے۔ ان سب باتوں کے پیش نظر تعلیم میں معیار کے حصول کے لئے ہر مضمون کے تحت تعلیمی معیارات ترتیب دیئے گئے ہیں۔

قومی درسیاتی خاکہ 2005 کی بنیادی مقاصد پر عمل آوری کی اہمیت کو مد نظر رکھ کر، ریاستی درسیاتی خاکہ 2011 کے مطابق ریاضی کا نصاب اور درسی کتب ترتیب دی گئی ہیں۔

بچے تختانوی تعلیم مکمل کر کے، وسطانوی سطح میں قدم رکھتے ہیں۔ یہ سطح ثانوی تعلیم کو جاری رکھنے کا اہم ذریعہ ہوتی ہے۔ بچے آزادانہ طور پر بڑے بزرگوں، اشیاء، ہم عمر ساتھیوں سے ردعمل ظاہر کرتے ہیں۔ ہم اس بات سے بھی واقف ہیں کہ بچے مختلف حالات و مناظر میں ایک دوسرے سے تعاون کا موقع حاصل ہونے پر انکشاف کے ذریعہ نئی معلومات یا علم تشکیل دیتے ہیں۔ اگر ہم ایسا تصور کرتے ہیں کہ بچے خاموش سامع کی طرح معلومات حاصل کرنے والے نہیں بلکہ اکتسابی عمل میں شراکت دار ہوتے ہیں تب ہی ان میں تخلیقی صلاحیت و دلچسپی کو فروغ دیا جانا ممکن ہو پائے گا۔ بچے اس مرحلے میں دلچسپی، سرگرمی، سوالات کرنے کا رجحان، حقائق جاننے، چیلنج قبول کرنے جیسی خصوصیات کے حامل ہوتے ہیں۔ اسی لئے خوشگوار انداز میں بچے مختلف تصورات کے انکشاف کے لئے اپنے خود کے انداز میں مسائل کے حل میں معاون ریاضی کی تدریس کو فروغ دینے کی ضرورت آن پڑی ہے۔ مجرد تصورات کے حامل ریاضی کے تصورات سے بچے واقف ہو کر، خود سے ریاضی کے علم کی تشکیل کرنے کی صلاحیت میں معاون طریقوں کو فروغ دینے کے پروگرام کا ہم نے آغاز کیا ہے۔

ریاضی کے اہم مضامین جیسے عددی نظام، حساب، الجبراء، جیومیٹری، مساحت اور شاریات کو وسطانوی سطح کے نصاب میں شامل کیا گیا ہے۔ ان موضوعات سے متعلق تدریس کے ذریعہ مسئلہ کا حل، منطقی غور و فکر، مسلمہ حقائق کو ریاضی کی زبان میں اظہار کرنا، اکھٹا کردہ معلومات کا تجزیہ کرنا، مختلف شکلوں میں پیش کرنا، روزمرہ زندگی میں ریاضی کا استعمال جیسے متعینہ تعلیمی معیارات اور مہارتیں فروغ پاتی ہیں۔ کتاب میں شامل یہ کیجئے، کوشش کیجئے، مفروضات جیسے نکات کو بہت زیادہ اہمیت دی گئی ہے، تاکہ بچوں کو یہ کتاب خود سے سیکھنے اور گروہی طور پر کوشش کرنے کا موقع فراہم ہو۔

اس کتاب میں آسان زبان و اصطلاحات استعمال کئے گئے ہیں جو بچوں کے شعور و ریاضی کے تصورات کو استعمال کرنے مابعد خود سے ریاضی کی نوعیت کو قائم کرنے کے مواقع فراہم کریں گے۔ درسی کتاب میں دی گئی مختلف مثالیں بچوں کو خود سے مسئلے ترتیب دینے میں معاون ہوں گے۔ ان تمام کو کامیابی سے سمجھنا کرنے کے لئے معلم کو ضروری ہے کہ وہ کمرہ جماعت میں مناسب و موزوں حالات پیدا کرے اور درکار تعاون پیش کرے۔ جانچ کو بھی اکتسابی عمل کا ایک حصہ مان کر درسی کتاب میں ایسے ابواب شامل کئے گئے ہیں جن میں ہر ایک اکتسابی نکتے کا مسلسل جامع جانچ کے ذریعہ اندازہ لگایا جاسکتا ہے۔

اردو اور انگریزی دونوں زبانوں میں طلبہ کی تفہیم کی مہارتوں کو فروغ دینے کے مقصد سے حکومت تلنگانہ نے اس کتاب کو از سر نو مرتب کرتے ہوئے ذولسانی شکل دیکر دو حصوں میں شائع کیا ہے۔ حصہ-1 میں 1 تا 7 اسباق شامل کئے گئے ہیں جبکہ حصہ-2 میں 8 تا 14 اسباق شامل کئے گئے ہیں۔

اس کتاب کی ترتیب میں ماہرین مضمون، عرصہ دراز سے ریاضی کی تدریس/تحقیق اور تدوین میں مہارت رکھنے والے اساتذہ نے حصہ لیا ہے۔ ان تمام نے بچوں میں ریاضی کے تئیں خوف کو دور کرنے کی کوشش کی ہے۔ اس کتاب کی آخری صورت گری میں معاون قومی سطح کے ماہرین مضمون، یونیورسٹی پروفیسرس، ریسرچ اسکالرس، غیر سرکاری ادارے، صدور مدارس، مصنفین، طلباء اشاعتی ادارے اور کتابی ترتیب کے ماہرین کا خصوصی طور پر شکریہ ادا کرتی ہوں۔

میں اس بات کی اُمید رکھتی ہوں کہ اساتذہ کرام اس کتاب میں شامل نکات کے ذریعہ تعلیمی معیارات کے حصول میں دل و جان سے کوشش کریں گے۔

درسی کتاب کا فروغ ایک مسلسل عمل ہے تمام کی کوششوں کے نتیجے میں یہ کتاب تیار ہوئی ہے، ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت آندھرا پردیش ایک ذمہ دار ادارے کے طور پر تنظیمی اصلاحات کے ذریعہ معیاری کتابیں فراہم کرنے کی کوشش کر رہا ہے۔ اس کے تحت ریاضی سے دلچسپی رکھنے والے افراد سے مناسب مشورے و تجاویز کا خیر مقدم کرتا ہے۔ ان تجاویز و مشوروں کو قبول کرتے ہوئے مزید معیاری کتب فراہم کرنے کی کوشش کی جائے گی۔

ڈائریکٹر، ریاستی کونسل برائے تعلیمی تحقیق و تربیت  
حکومت تلنگانہ، حیدرآباد۔

مقام: حیدرآباد  
تاریخ: 28-01-2012

## قومی ترانہ

جن گن من ادھی نایک جیا ہے  
بھارت بھاگیہ ودھاتا  
پنجاب، سندھ، گجرات، مراٹھا، ڈراوڈ، اتکل، وزگا  
وندھیا، ہماچل، یینا، گنگا، اُچ چھل جل دھی ترنگا  
تواشہ نامے جاگے، تواشہ آشش ماگے  
گا ہے توجیا گا تھا  
جن گن منگل دایک جیا ہے  
بھارت بھاگیہ ودھاتا  
جیا ہے جیا ہے جیا ہے  
جیا جیا جیا جیا ہے

- رابندر ناتھ ٹیگور

## عہد

ہندوستان میرا وطن ہے۔ تمام ہندوستانی میرے بھائی بہن ہیں۔ مجھے اپنے وطن سے پیار ہے اور میں اس کے عظیم اور گونا گوں ورثے پر فخر کرتا ہوں/کرتی ہوں۔ میں ہمیشہ اس ورثے کے قابل بننے کی کوشش کرتا رہوں گا/کرتی رہوں گی۔ اپنے والدین، استادوں اور بزرگوں کی عزت کروں گا/کروں گی اور ہر ایک کے ساتھ خوش اخلاقی کا برتاؤ کروں گا/کروں گی۔ میں جانوروں کے تئیں رحم دلی کا برتاؤ رکھوں گا/رکھوں گی۔ میں اپنے وطن اور ہم وطنوں کی خدمت کے لیے اپنے آپ کو وقف کرنے کا عہد کرتا ہوں/کرتی ہوں۔

- پی ڈی وی ویٹکلا سباراؤ

## فہرست CONTENTS

صفحہ نمبر	مہینہ	باب	سلسلہ نشان
1-15	جون	اعداد شناسی	1
16-28	جولائی	مکمل اعداد	2
29-48	جولائی	اعداد کا کھیل	3
49-60	اگست	جیومیٹری کے بنیادی تصورات	4
61-72	اگست	خطوط اور زاویوں کی پیمائش	5
73-84	ستمبر	صحیح اعداد	6
85-106	ستمبر/اکتوبر	کسور اور اعشاریہ	7
107-118	اکتوبر	معطیات کا اظہار	8
119-130	نومبر	الجبراء کا تعارف	9
131-144	نومبر/دسمبر	احاطے اور رقبے	10
145-157	دسمبر	نسبت و تناسب	11
158-167	جنوری	تشاکل	12
168-177	فروری	عملی جیومیٹری	13
178-185	فروری	دوابعادی و سہابعادی اشکال کی تفہیم	14
	مارچ	اعادہ	

نئے تعلیمی سال میں مدرسہ کا پہلا دن سلمیٰ اور آفرین جماعت ششم میں داخل ہوئے۔ ان کے ریاضی کے معلم نے حال ہی میں ہوئے مردم شماری کی بنیاد پر ہمارے ملک ریاست اور ضلع کی آبادی سے متعلق گفتگو کی۔ لیکن وہ اعداد و شمار کو سمجھ نہ سکے۔ گھر واپسی کے دوران سلمیٰ نے اپنی سہیلی آفرین سے آبادی سے متعلق دریافت کیا۔

سلمیٰ : کیا تم جانتی ہو کہ ہمارے گاؤں کی آبادی کتنی ہے؟

آفرین : ہاں! میں جانتی ہوں۔

سلمیٰ : تم کیسے جانتی ہو؟

آفرین : میں نے اسے گرام پنچایت دفتر کی دیوار پر آویزاں دیکھا ہے۔

سلمیٰ : دیوار پر تفصیلات لکھی ہوئی ہیں؟

آفرین : ہمارے گاؤں سے متعلق کئی تفصیلات درج ہیں۔ ان میں بالخصوص ہمارے گاؤں کی آبادی کے متعلق جیسے مرد و خواتین

کی تعداد بچوں کی تعداد اور گاؤں میں موجود مکانات کی تعداد (ان میں پکی اور کچی عمارتیں) وغیرہ درج ہیں۔ سلمیٰ : کیا ہم ابھی اس مقام کا دورہ کر سکتے ہیں۔

آفرین : ضرور

مدرسہ سے گھر واپسی کے دوران دونوں گرام پنچایت آفس پہنچے۔ اور دیوار پر آویزاں تفصیلات کا مشاہدہ کیا۔

گماڈی ڈالا (مردم شماری 2011 کے مطابق) :

گرام پنچایت کا نام :

سنکار پڈی :

8,032 :

4,065 :

3,967 :

967 :

2,017 :

1,947 :

76 :

سلمیٰ آفس کی دیوار پر آویزاں تمام تفصیلات سے بخوبی واقف ہو گئی اس کے بعد اس نے آفرین سے لاکھوں اور کروڑوں کے بارے میں پوچھا کہ معلم نے کمرہ جماعت میں آبادی کے متعلق لاکھوں اور کروڑوں کی بحث کی۔ آخر کیوں؟ غور کیجئے اور اپنے ساتھیوں سے گفتگو کیجئے۔

ہم سابقہ جماعتوں میں ہزار تک اعداد کی گنتی سیکھ چکے ہیں۔ ہم اعداد کو مختلف صورتوں میں استعمال کرتے رہتے ہیں۔ جیسے اعداد کا تقابل۔ اعداد کو بڑھتی ہوئی اور گھٹتی ہوئی ترتیب میں لکھنا اعداد کی جمع و تفریق بھی کر چکے ہیں۔

مثلاً: ایک ٹیلی ویژن کی قیمت: ₹12,500

آئیے ہم سابقہ سیکھے گئے اعداد کا اعادہ کرتے ہوئے ان سے بڑے اعداد کے فہم کے ذریعہ لطف اندوز ہوں گے۔ کیا آپ ایسے کوئی 5 صورتحال بیان کر سکتے ہیں جس میں اعداد ہزاروں میں استعمال ہوئے ہیں۔

## 1.2 اندازہ لگانا اور اعداد کا تقابل کرنا:

دیئے گئے اعداد میں بڑے سے بڑا عدد اور چھوٹے سے چھوٹا عدد کی نشاندہی کیجئے۔

سلسلہ نشان	اعداد	بڑے سے بڑا عدد	چھوٹے سے چھوٹا عدد
1	3845, 485, 34, 13845	13845	34
2	856, 1459, 35851, 23	.....	.....
3	585, 9535, 678, 44	.....	.....
4	39, 748, 19651, 7850	.....	.....

ان میں ہندسوں کی گنتی کی بنیاد پر ہم باسانی شناخت کر سکتے ہیں۔ 5 ہندسی اعداد 2 ہندسی اعداد سے بڑے ہوں گے۔ آپ اپنے دوستوں سے کہیں کہ 51845 اور 41964 کا تقابل کریں اور بتلائیں کہ ان میں کون سا بڑا ہے؟ ان کا تقابل بھی بے حد آسان ہے اس لئے کہ 51845 میں دس ہزار کے مقام پر 5 ہے جب کہ 41964 میں دس ہزار کا مقام 4 پر ہے۔ اس لئے  $51845 > 41964$

بتلائیے کہ اعداد 58672 اور 57875 میں کون سا بڑا عدد ہے؟ چوں کہ دونوں اعداد کے دس ہزار کے مقام پر 5 ہے لہذا ہم اگلے یعنی ہزار کے مقام کا تقابل کریں گے۔ یعنی  $8 > 7$  لہذا 58675 بڑا عدد ہے۔

اس طرح  $58675 > 57875$

فرض کرو کہ اگر ہزار کے مقام کے عدد بھی یکساں ہوں۔ تب آپ کیا کریں گے؟ سیٹھ کے اعداد کا تقابل کریں گے پھر دہائی کے مقام آخر میں اکائی کے مقام کا تقابل کیا جائے۔

### مشق: 1.1



1. دیئے گئے اعداد کے گروپ میں بڑے سے بڑے عدد اور چھوٹے سے چھوٹے عدد کی نشاندہی کیجئے۔

i - 15432, 15892, 15370, 15524 -ii 25073, 25289, 25800, 25623

iii - 44687, 44645, 44670, 44602 -iv 75671, 75635, 75641, 75610

v - 34895, 34891, 34899, 34893

2. دیئے گئے اعداد کو صعودی (بڑھتی ہوئی) ترتیب میں لکھئے۔

i - 375, 1475, 15951, 4713 -ii 9347, 19035, 22570, 12300



3. دیئے گئے اعداد کو نزولی (کھٹتی ہوئی) ترتیب میں لکھئے۔

i - 1876, 89715, 45321, 89254 - ii 3000, 8700, 3900, 18500

4. خالی جگہوں کو موزوں علامت <یا> سے پر کیجئے۔

i 3854 ..... 15200 ii 4895 ..... 4864  
iii 99454 ..... 99445 iv 14500 ..... 14499

5. ان اعداد کو الفاظ میں لکھئے۔

i 72642 = .....  
ii 55345 = .....  
iii 66600 = .....  
iv 30301 = .....

6. ان الفاظ کو اعداد میں لکھئے:

(i) چالیس ہزار دو سو ستر = .....  
(ii) چودہ ہزار چونسٹھ = .....  
(iii) نو ہزار سات سو = .....  
(iv) ساٹھ ہزار = .....

7. ہندسوں 7,3,0,4 کو استعمال کرتے ہوئے چار ہندسی اعداد بنائے اور بتائے کہ ان میں کون سا بڑا اور کون سا چھوٹا عدد ہے۔

8. (i) چھوٹے سے چھوٹا 4 ہندسی عدد لکھئے۔

(ii) بڑے سے بڑا 4 ہندسی عدد لکھئے۔

(iii) چھوٹے سے چھوٹا 5 ہندسی عدد لکھئے۔

(iv) بڑے سے بڑا 5 ہندسی عدد لکھئے۔

### 1.3 اندازہ لگانا اور Round Off کرنا۔

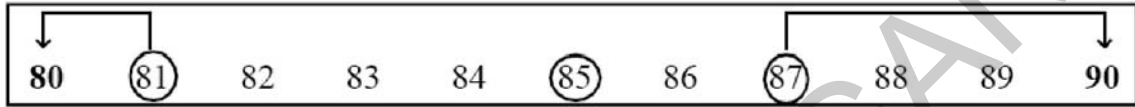
ہماری روزمرہ زندگی میں ایسے کئی مواقع ظاہر ہوئے ہیں جیسے:

- ماہ نومبر میں قریب قریب 25,000 افراد نے سالار جنگ میوزیم کا مشاہدہ کیا۔
- ہماری ریاست میں اس سال جماعت دہم کے سالانہ امتحانات میں تقریباً 9 لاکھ افراد شرکت کریں گے۔
- وٹاکھا پنٹم کی بندرگاہ میں 43,500 ٹن لوہا کشتی میں لا دیا گیا۔

الفاظ جیسے ”قریب ترین“، ”تقریباً“، ”کم و بیش“ وغیرہ افراد یا طلبہ یا وزن کی حقیقی قدر نہیں بتلاتے۔ اس طرح قریب ترین اعداد لکھنا ایک قسم کا تخمینہ سمجھا جاتا ہے۔ حقیقت میں 25000 کا مطلب اعداد 24,975 یا 25,045 ہو سکتے ہیں یہ کچھ کم یا کچھ زیادہ ہو سکتے ہیں بالکل وہی قدر نہیں۔

اندازہ لگانا بھی صحیح جواب کی نشاندہی میں یا Round off کرنے میں معاون ثابت ہوتا ہے۔ ہم عام طور پر ایسے اعداد جو 10 (دہائی)، 100 (سیکڑہ)، 1000 (ہزار)، 10,000 (دہ ہزار) وغیرہ کے قریب تر ہوتے ہیں ان کی نشاندہی کر کے انہیں Round Off کرتے ہیں۔

حسب ذیل اعداد کا مشاہدہ کیجئے اور دہائیوں کی اساس پر ان اعداد کا تعین کر کے جواب کا انتخاب کیجئے۔



- ☆ مندرجہ بالا اعداد میں اعظم ترین عدد 90 ہے اور اقل ترین عدد 80 ہے۔ اور درمیانی عدد 85 ہے۔
- ☆ عدد 80, 81 سے قریب ترین ہے نہ کہ 90 کے اس لئے 81 کو Round Off کر کے 80 لکھا جاتا ہے۔
- ☆ اسی طرح 90, 87 کے قریب نہ کہ 80 کے۔ اس لئے 87 کو Round Off کر کے 90 لکھا جاتا ہے۔
- ☆ چونکہ عدد 80, 85 اور 90 کے مساوی فاصلے پر ہے اس لئے اس کو 90 کے قریب تر تصور کر کے 90 لکھا جاتا ہے۔
- ☆ اعداد کو قریبی سیکڑہ تک Round Off کرنا۔



- ☆ ان اعداد میں چھوٹا عدد 200 ہے اور بڑا عدد 300 ہے اور درمیانی عدد 250 ہے۔
- ☆ عدد 200, 220 سے قریب تر ہے نہ کہ 300 اس لئے 220 کو Round Off کر کے 200 لکھا جاتا ہے۔
- ☆ عدد 300, 280 سے قریب تر ہے نہ کہ 200 اس لئے 280 کو Round Off کر کے 300 لکھا جاتا ہے۔
- ☆ عدد 250 کو کس عدد سے Round off کیا جاتا ہے؟ کیوں؟

یہ کیجئے:



ذیل میں دیئے اعداد کے قریب ترین عدد بتلائے گئے طریقہ پر Round Off کیجئے۔

1. 27, 94, 81, 62, 48 اعداد کو ان کے قریبی دہائیوں پر Round off کیجئے۔
2. 199, 695, 312, 275, 128 اعداد کو ان کے قریبی سیکڑوں پر Round off کیجئے۔
3. 9600, 7119, 3066, 8115, 7452 اعداد کو ان کے قریبی ہزاروں پر Round off کیجئے۔



غور کیجئے۔ تبادلہ خیال کیجئے اور حل کیجئے۔

اپنے ساتھیوں سے دس ہزار کی اساس پر اعداد کو Round off کرنے کے متعلق تبادلہ خیال کیجئے۔

#### 1.4 مقامی قدر کا اعادہ

آپ تمام بخوبی واقف ہیں کہ مقامی قدر کی بنیاد پر اعداد کو کس طرح توسیعی شکل میں لکھتے ہیں آپ کس طرح دو ہندسی تین ہندسی چار اور پانچ ہندسی اعداد کو توسیعی شکل دیے ہیں دہرائیے (Recall)

دہائی	اکائی
6	4

$$= (6 \times 10) + (4 \times 1)$$
$$= 60 + 4$$

1- 64 توسیعی شکل میں لکھئے

سیکڑہ	دہائی	اکائی
3	2	5

$$= (3 \times 100) + (2 \times 10) + (5 \times 1)$$
$$= 300 + 20 + 5$$

2- 325 توسیعی شکل میں لکھئے

ہزار	سیکڑہ	دہائی	اکائی
5	0	7	8

$$= (5 \times 1000) + (0 \times 100) + (7 \times 10) + (8 \times 1) = 5000 + 0 + 70 + 8$$
$$= 5000 + 70 + 8$$

3- 5078 کو توسیعی شکل میں لکھئے

دس ہزار	ہزار	سیکڑہ	دہائی	اکائی
2	9	5	0	0

$$= (2 \times 10000) + (9 \times 1000) + (5 \times 100) + (0 \times 10) + (0 \times 1)$$
$$= 20000 + 9000 + 500 + 0 + 0$$
$$= 20000 + 9000 + 500$$

4- 29500 توسیعی شکل میں لکھئے۔

یہ کیجئے

ذیل میں دی گئی مثال کا مشاہدہ کرتے ہوئے اعداد کو توسیعی شکل دیجئے۔

عدد	وسعت دینا	توسیعی شکل
21504	$(2 \times 10000) + (1 \times 1000) + (5 \times 100) + (0 \times 10) + (4 \times 1)$	$20000 + 1000 + 500 + 4$
38400		
77888		
20050		
41501		

## مشق: 1.2



1. دہائیوں کی اساس پر اعداد کو Round Off کیجئے۔
  - i. 89      ii. 415      iii. 3951      iv. 4409
2. سینکڑوں کی اساس پر اعداد کو Round Off کیجئے۔
  - i. 695      ii. 36152      iii. 13648      iv. 93618
3. ہزاروں کی اساس پر اعداد کو Round Off کیجئے۔
  - i. 3415      ii. 70124      iii. 8765      iv. 4001
4. ذیل میں دئے گئے اعداد کو مختصر شکل میں لکھئے۔
  - i.  $3000 + 400 + 7$       ii.  $10000 + 2000 + 300 + 50 + 1$
  - iii.  $30000 + 500 + 20 + 5$       iv.  $90000 + 9000 + 900 + 90 + 9$
5. اعداد کو توسیعی شکل میں لکھئے۔
  - i. 4348      ii. 30214      iii. 22222      iv. 75025

## 1.5 بڑے سے بڑے عدد کا تعارف

بڑے سے بڑا پانچ ہندسی عدد 99,999 ہے۔ اب ہم اس میں 1 جمع کرتے ہیں۔

$$99,999 + 1 = 1,00,000$$

اس عدد کو ایک لاکھ کہتے ہیں۔ یعنی 99,999 کے فوری بعد آنے والا اگلا عدد ایک لاکھ ہوتا ہے۔

اب کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ

ایک لاکھ میں کتنی دہائیاں ہوتی ہیں؟

ایک لاکھ میں کتنے سینکڑے ہوتے ہیں؟

ایک لاکھ میں کتنے ہزار ہوتے ہیں؟

مثال کے طور پر 3, 15, 645 عدد کو لکھئے۔ اس کی توسیعی شکل یہ ہوتی ہے۔

$$3, 15, 645 = (3 \times 100000) + (1 \times 10000) + (5 \times 1000) + (6 \times 100) + (4 \times 10) + (5 \times 1) \\ = 300000 + 10000 + 5000 + 600 + 40 + 5$$

مشاہدہ کیجئے:

3	1	5	6	4	5
لاکھ	دس ہزار	ہزار	سینکڑے	دہائیاں	اکائیاں

اس عدد کے اکائی کے مقام پر 5، دہائی کے مقام پر 4، سینکڑے کے مقام پر 6، ہزار کے مقام پر 5، دس ہزار کے مقام پر 1 اور لاکھ کے مقام پر 3 ہے۔ لہذا ہم اس عدد کو تین لاکھ پندرہ ہزار چھ سو پینتالیس پڑھتے ہیں۔

ان اعداد کو پڑھیے اور توسیعی شکل میں لکھئے۔

عدد	توسیعی شکل	پڑھنے کا طریقہ
5,00,000	$5 \times 100000$	پانچ لاکھ
4,50,000	$4 \times 100000 + 5 \times 10000$	چار لاکھ پچاس ہزار
4,57,000	.....	.....
3,05,400	.....	.....
3,09,390	.....	.....
2,00,035	.....	.....

مزید کوئی پانچ 6 ہندسی اعداد لکھئے اور اپنے ساتھیوں سے کہئے کہ انہیں پڑھیں اور توسیعی شکل دیں۔  
 اگرچہ ہندسی عدد میں تمام ہندسے 9 ہوں تو آپ کو کون سا عدد حاصل ہوتا ہے؟  
 کیا آپ مطلوبہ عدد کو بڑے سے بڑا چھ ہندسی عدد کہہ سکتے ہیں؟ کیوں؟  
 اب ہم اس عدد میں اگر 1 جمع کرتے ہیں تب کون سا عدد حاصل ہوتا ہے؟  
 $9,99,999 + 1 = 10,00,000$

یہ عدد 'دس لاکھ' کہلاتا ہے۔ کیا یہ چھوٹے سے چھوٹا سات ہندسی عدد ہے؟  
 اب آپ ذیل کے نمونے (Pattern) کا مشاہدہ کیجئے اور انہیں مکمل کیجئے۔

$$\begin{aligned}
 9 + 1 &= 10 \\
 99 + 1 &= 100 \\
 999 + 1 &= 1000 \\
 9999 + 1 &= ..... \\
 99999 + 1 &= ..... \\
 999999 + 1 &= ..... \\
 9999999 + 1 &= 1,00,00,000
 \end{aligned}$$

بڑے سے بڑے سات ہندسی عدد میں 1 جمع کرنے پر آپ کو چھوٹے سے چھوٹا 8 ہندسی عدد حاصل ہوگا۔ جو ایک کروڑ کہلاتا ہے۔  
 آپ بڑے سے بڑا 8 ہندسی عدد کس طرح سے حاصل کریں گے؟

کئی مواقع پر بڑے سے بڑے اعداد کا تذکرہ ہم کرتے رہتے ہیں۔ مثلاً ہمارے ملک کا رقبہ 32,87,263 مربع کلومیٹر،  
 ہماری ریاست کی آبادی 8,46,65,533 اسی طرح مدرسہ کی عمارت کی قیمت زرعی پیداوار سیاروں کے درمیان فاصلہ تین ہندسی  
 اعداد کو 3 ہندسی یا زائد ہندسی اعداد سے ضرب دینے پر بڑے اعداد حاصل ہوتے ہیں۔

کیا آپ یہ کہہ سکتے ہیں کہ ان تمام بڑے سے بڑے اعداد کو سینکھنے کے بعد سلمیٰ کو اعداد شناسی ہوئی ہوگی جو اس کے ٹیچر نے پڑھایا تھا؟



1. آپ کی روزمرہ زندگی میں ایسے مواقع کی کوئی پانچ مثالیں دیجئے جہاں پراشیا کی گنتی 6 ہندسوں سے زائد ہو۔
2. دو ہندسی تین ہندسی چار ہندسی پانچ ہندسی سہ ہندسی سات ہندسی اور آٹھ ہندسی اعداد میں چھوٹے سے چھوٹا اور بڑے سے بڑا عدد لکھئے۔

### 1.5.1 بڑے اعداد کی مقامی قدر

ذیل کے اعداد پڑھئے۔

a) 25240 b) 130407 c) 4504155 d) 12200320

کیا انہیں پڑھنا مشکل محسوس ہو رہا ہے؟ کروڑوں، لاکھوں اور ہزاروں کو پڑھنے میں کیا آپ کو دشواری محسوس ہو رہی ہے؟ اب آپ ذیل کے اعداد کو پڑھئے۔

a) 25,240 b) 1,30,407 c) 45,04,155 d) 1,22,00,320

کیا تقابلی طور پر انہیں پڑھنا بے حد آسان ہے؟

”کاما“ کے استعمال سے بڑے اعداد کو پڑھنے اور لکھنے میں ہمیں مدد ملتی ہے۔

چند اشارے ہوتے ہیں جن کی مدد سے اعداد کو توسیعی شکل میں لکھ سکتے ہیں۔ مثلاً جبین عدد کو اس طرح توسیعی شکل دیتی ہے۔ جبین نے عدد 367 میں اکائی، دہائی اور سینکڑے کے مقامات کی نشاندہی کی ہے اور ان کو O اور H سے ظاہر کرتی ہے۔ آئیے جدول کی مدد سے مشاہدہ کریں۔

H	T	O
3	6	7

توسیعی شکل میں

$$3 \times 100 + 6 \times 10 + 7 \times 1$$

عدد 1,729 کے لئے بھی ٹھیک اسی طرح

Th	H	T	O
1	7	2	9

توسیعی شکل میں

$$1 \times 1000 + 7 \times 100 + 2 \times 10 + 9 \times 1$$

اسی طرح ہر کوئی ان اشارات کی مدد سے لاکھوں اور کروڑوں مقامات رکھنے والے اعداد کو توسیعی شکل دے سکتے ہیں۔ آئیے جدول کا مشاہدہ کرتے ہیں۔

مقامات	کروڑ		لاکھ		ہزار		سیکڑے	دہائیاں	اکائیاں
	دس کروڑ	کروڑ	دس لاکھ	لاکھ	دس ہزار	ہزار			
	(T.Cr)	(Cr)	(T.La)	(La)	(T.Th)	Th	H	T	O
عدد	10,00,00,000	1,00,00,000	10,00,000	1,00,000	10,000	1,000	100	10	1
ہندسوں کی تعداد	9	8	7	6	5	4	3	2	1

$$1 \text{ لاکھ} = 100 \text{ ہزار}$$

$$1000 \text{ سیکڑے} =$$

$$1 \text{ کروڑ} = 100 \text{ لاکھ}$$

$$10,000 = \text{ہزار}$$

آئیے اب ہم بڑے عدد کو مقامات کی قدر کو ظاہر کرنے والے چارٹ یا جدول کی مدد سے لکھ کر پڑھیں گے۔ جیسا کہ ذیل میں بتلایا گیا ہے۔

پڑھنے کا طریقہ	اکائیاں	دہائیاں	سزے	ہزار	دس ہزار	لاکھ	دس لاکھ	کروڑ	دس کروڑ	عدد
چار کروڑ چودہ لاکھ تیس ہزار چار سو پچانوے	5	9	4	0	3	4	1	4	-	41430495
										304512031
										241800240
										69697100
										100091409

مزید کوئی پانچ بڑے اعداد سوچئے اور انہیں لکھئے۔ کیا آپ ذیل کی طرح ان اعداد کو توسیعی شکل دے سکتے ہیں۔

عدد 12735045 کی توسیعی شکل

$$1,27,35,045 = 1 \times 1,00,00,000 + 2 \times 10,00,000 + 7 \times 1,000,000 + 3 \times 10,000 + 5 \times 1,000 + 0 \times 100 + 4 \times 10 + 5 \times 1$$

یہ کیجئے۔

حسب ذیل اعداد کو کاما لگاتے ہوئے توسیعی شکل دیجئے۔

iii. 510010051

ii. 34530678

i. 999999999

## 1.5.2 کاما کا استعمال (Usage of Commas):

ہمارے ہندوستانی عددی نظام (ہند عربک نظام) میں ہم اکائیاں، دہائیاں، سینکڑے، ہزار، لاکھ، کروڑ جیسی مقامی قیمتوں کا استعمال کرتے ہیں۔ ہزار لاکھ اور کروڑوں کو ظاہر کرتے وقت کاما کا استعمال کرتے ہیں۔ سب سے پہلا ”کاما“ سینکڑے کے مقام کے فوری بعد لگایا جاتا ہے۔ (یعنی دائیں جانب سے تین ہندسوں کے بعد) جیسا کہ 74517,500 میں سینکڑے کے بعد آتا ہے ہزار کی نشاندہی کرتا ہے۔ دوسرا ”کاما“ دو ہندسوں کے بعد لگایا جاتا ہے (یعنی دائیں جانب سے پانچ ہندسوں کے بعد) جیسا کہ 745,17,500 ہزاروں کے بعد لگایا جاتا ہے لاکھ کی نشاندہی کرتا ہے۔ تیسرے ”کاما“ کو اگلے دو ہندسوں کے بعد لگایا جاتا ہے۔ (یعنی دائیں جانب سے سات ہندسوں کے بعد) جیسا کہ 7,45,17,500 میں کاما لگا کر کروڑوں کو ظاہر کیا گیا ہے۔ بڑے اعداد کو آسانی کے ساتھ لکھنے اور پڑھنے میں ”کاما“ ہماری مدد کرتا ہے۔

مثلاً: سات کروڑ پینتالیس لاکھ سترہ ہزار پانچ سو کو ”کاما“ کا استعمال کرتے ہوئے اس طرح لکھتے ہیں۔ 7,45,17,500

ٹھیک اسی طرح عدد 45,30,14,252 کو باسانی پڑھ سکتے ہیں کیونکہ اس کو کاما سے علیحدہ کیا گیا ہے۔

(پینتالیس کروڑ تیس لاکھ چودہ ہزار دو سو باون)

یہ کیجئے:

حسب ذیل اعداد کو پڑھئے اور الفاظ میں لکھئے۔

iii) 2,50,00,350    ii) 12,36,99,140    i) 5,06,45,075

### مشق - 1.3



1. ”کاما“ استعمال کرتے ہوئے اعداد کی مقامی قدر کے لحاظ سے حسب ذیل اعداد لکھئے۔

(i). 11245670    (ii) 22402151

(iii). 30608712    (iv) 190308020

2. اعداد کو الفاظ میں لکھئے۔

(i) 34,025    (ii) 7,09,115

(iii) 47,60,00,317    (iv) 6,18,07,000

3. الفاظ کو ہندسوں میں لکھئے:

(i) چار لاکھ ستاون ہزار چار سو

(ii) ساٹھ لاکھ دو ہزار سات سو پچھتر

(iii) دو کروڑ پچاس لاکھ چالیس ہزار تین سو تین

(iv) ساٹھ کروڑ ساٹھ لاکھ ساٹھ ہزار چھ سو

4. اعداد کو توسیعی شکل میں لکھئے۔

(i) 6,40,156    (ii) 63,20,500

(iii) 1,25,30,275    (iv) 75,80,19,202

5. حسب ذیل اعداد کو مختصر شکل میں لکھئے۔

(i) 50,00,000 + 4,00,000 + 20,000 + 8,000 + 500 + 20 + 4

(ii) 6,00,00,000 + 40,00,000 + 3,00,000 + 20,000 + 500 + 1

(iii) 3,00,00,000 + 3,00,000 + 7,000 + 800 + 80 + 1

(iv) 7,00,00,000 + 70,00,000 + 7000 + 70.

6. دیئے گئے دو اعداد میں کون سا عدد بڑا ہے؟ (>) علامت کا استعمال کرتے ہوئے لکھئے۔

(i) 4,67,612 or 18,71,964    (ii) 14,35,10,300 or 14,25,10,300

7. دیئے گئے دو اعداد میں کون سا عدد چھوٹا ہے؟ (<) علامت استعمال کرتے ہوئے لکھئے۔

(i) 2,00,015 or 99,999    (ii) 13,50,050 or 13,49,785

8. ایسے کوئی 10 اعداد لکھئے جن کے اکائی کے مقام پر 3، دہائی کے مقام پر 6، دس ہزاروں مقام پر 1، لاکھ کے مقام پر 2 اور کروڑوں کے مقام پر 5 ہو۔ (ماباقی مقامات پر کسی بھی ہندسہ کو لکھا جاسکتا ہے)

### 1.6 بین الاقوامی اعداد کا نظام (انگریزی نظام)

ہمارے ہند عربی اعداد کے نظام میں پڑھے اور لکھے جانے والے اعداد دنیا کے دوسرے ملکوں سے مختلف ہوتے ہیں۔ ہم 6 ہندسی اعداد کو لاکھ، 7 ہندسی اعداد کو دس لاکھ کے طور پر پڑھتے ہیں اسی طرح کروڑ اور دس کروڑ وغیرہ کے طور پر پڑھتے ہیں۔ جب کہ بین الاقوامی اعداد کے نظام میں اکائیاں، دہائیاں، سیکڑے، ہزار، دس ہزار اور اس کے بعد سو ہزار اور ملین کے طور پر پڑھتے ہیں۔



1 ملین سے مراد ہزار ہزار یا ”دس لاکھ“ ہوتے ہیں۔ اس نظام میں ہزاروں اور ملین کے مقامات کو علیحدہ کرتے ہوئے کا ما لگایا جاتا ہے۔ دائیں جانب سے ہر تین مقام یا ہندسوں کے بعد کا ما لگایا جاتا ہے۔ فرض کیجئے 145690255 ایک عدد ہے

بین الاقوامی اعداد کا نظام	ہند عربی اعداد کا نظام
45,690,255	4,56,90,255
45 ملین چھ سو نوے ہزار دو سو پچھپن	چار کروڑ چھپن لاکھ نوے ہزار دو سو پچھپن

کیا آپ نے مشاہدہ کیا ہے کہ سیکڑے کے مقام تک دونوں نظام میں کوئی تبدیلی نہیں ہے؟  
اس کے علاوہ مزید آپ نے کیا مشاہدہ کیا ہے؟  
آئیے بہتر تفہیم کے لئے دونوں نظام کے مقامات کا تقابل کرتے ہیں۔

اکائیاں	دہائیاں	سیکڑے	ہزار	دس ہزار	لاکھ	دس لاکھ	کروڑ	دس کروڑ	سو کروڑ	ہند عربی اعداد کا نظام
اکائیاں	دہائیاں	سیکڑے	ہزار	دس ہزار	سو ہزار	ایک ملین	دس ملین	سو ملین	ایک بلین	بین الاقوامی اعداد کا نظام

درج بالا جدول کی مدد سے ان دونوں نظاموں کے درمیان موجود تعلق یا رشتہ کی تفہیم کر سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned}
 1 \text{ ملین} &= 10 \text{ لاکھ} \\
 10 \text{ ملین} &= 1 \text{ کروڑ} \\
 100 \text{ ملین} &= 10 \text{ کروڑ} \\
 1 \text{ بلین} &= 100 \text{ کروڑ}
 \end{aligned}$$

#### مشق: 1.4

- بین الاقوامی اعداد کے نظام کے لحاظ سے کا ما کو استعمال کرتے ہوئے اعداد لکھئے۔  
 (i) 97645315  
 (ii) 20048421  
 (iii) 476356  
 (iv) 9490026834
- اپنے ساتھیوں اور رشتہ داروں کے موبائل نمبر اکٹھا کیجئے۔ ”کا ما“ استعمال کرتے ہوئے بین الاقوامی نظام میں ان اعداد کو لکھئے اور پڑھئے۔  
 (i) 123115027  
 (ii) 89643092
- ہند عربی اور بین الاقوامی نظام کو استعمال کرتے ہوئے حسب ذیل اعداد کو الفاظ میں لکھئے۔
- حسب ذیل عدد کو نوے سے پڑھئے اور سوالات کے جواب دیجئے۔

302,179,468

- وہ ہندسہ بتلایئے جو ملین کے مقام پر ہے؟
- وہ ہندسہ بتلایئے جو سیکڑے کے مقام پر ہے؟
- وہ ہندسہ بتلایئے جو دس ملین کے مقام پر ہے؟

## 1.7 روزمرہ زندگی میں بڑے اعداد کا استعمال

ہم بخوبی واقف ہیں کہ طول کی اکائی ”میٹر“ (m)، وزن کی اکائی ”کلوگرام“ (Kg)، حجم کی اکائی ”لیٹر“ (L) اور وقت کی اکائی سکینڈ (s) ہے۔

مثلاً: ہم پنسل کی لمبائی یا طول کو سنٹی میٹر میں جب کہ کپڑوں کی لمبائی یا طول کو میٹر میں پیمائش کرتے ہیں اسی طرح دو مقامات کے درمیانی فاصلے کو ”کلو میٹر“ میں ظاہر کرتے ہیں۔ لیکن ہم محسوس کرتے ہیں کہ کاغذ کی موٹائی کے لئے ”سنٹی میٹر“ اکائی بھی کافی زیادہ (بڑی) ہوتی ہے تب ہم ایسی صورت میں ”ملی میٹر“ (mm) اکائی کا استعمال کرتے ہیں۔

چونکہ مذکورہ بالا تمام اکائیوں کے درمیان رشتہ پایا جاتا ہے۔ لہذا ہمیں معلوم ہونا چاہئے کہ کس طرح ایک اکائی کو متعلقہ دوسری اکائیوں میں تبدیل کیا جاتا ہے اور ان کا اطلاق کیسے ہوتا ہے۔

10 ملی میٹر	=	1 سنٹی میٹر
100 سنٹی میٹر	=	1 میٹر
1000 میٹر	=	1 کلو میٹر

کس طرح آپ ملی میٹرس کو 1 کلو میٹر کے طور پر شمار کر سکتے ہیں۔

$$1 \text{ کلو میٹر} = 1000 \text{ میٹر}$$

$$1000 \times 100 = 100000 \text{ سنٹی میٹر}$$

$$100000 \times 10 = 1000000 \text{ ملی میٹر}$$

$$1000000 \text{ ملی میٹر} = 10,00,000$$

ٹھیک اسی طرح ہم چاول اور گہو کو کلوگرام کی شکل میں خریدتے ہیں جب کہ چند اشیاء مریج پاؤڈر، ہلدی جیسی اشیاء وغیرہ ہمیں بڑی مقدار میں درکار نہیں ہوتی ہیں لہذا ان کو ہم گرام (g) کی اکائی میں خریدتے ہیں۔

$$1 \text{ کلوگرام} = 1000 \text{ گرام}$$

کیا آپ ملی گرام کو ایک کلوگرام میں تبدیل کر سکتے ہیں؟

ایک بکیت میں عام طور پر 20 لیٹر پانی آتا ہے۔ لیکن بعض صورتوں میں ہم کو کم اکائی رکھنے والی اشیاء کی ضرورت پیش آتی ہے جنہیں ”ملی لیٹر“ (ml) میں شمار کیا جاتا ہے۔ جیسے Hair Oil، بوتل، پیننگ (مصوری) کے لئے استعمال ہونے والے Colour Lables وغیرہ۔ اور اس کے علاوہ تیل سے بھرے بڑے ٹینکرس (Oil Tankers) ڈیم یا Reservoirs میں موجود پانی کو کلو لیٹرس (KI) میں شمار کیا جاتا ہے۔

$$1000 \text{ لیٹر} = 1 \text{ کلو لیٹر}$$

کتنے ملی لیٹروں کا ایک کلو لیٹر ہوتا ہے؟

### کوشش کیجئے:

1. آپ کے ضلع کے کوئی چار اہم مقامات کے نام بتائیے۔ ان کے درمیان فاصلے کو کلو میٹروں میں نوٹ کیجئے۔ ان کو سنٹی میٹرس اور ملی میٹرس میں ظاہر کیجئے۔
2. کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ ملی گرام کا استعمال کہاں ہوتا ہے؟
3. ایک باکس 1,00,000 میں دوئی گولیاں (Tablets) رکھی ہوئی ہیں۔ ہر دوئی گولی کا وزن 20 ملی گرام ہو تو بتائیے کہ باکس میں موجود تمام دوئی گولیوں کا وزن کیا ہوگا؟ ان کو گرام اور کلوگرام دونوں میں ظاہر کیجئے۔
4. ایک پٹرول کے ٹینکر میں 20,000 لیٹر پٹرول ہے۔ اس پٹرول کو کلو لیٹر اور ملی لیٹروں میں ظاہر کیجئے۔

بڑے اعداد کا استعمال کرتے ہوئے روزمرہ زندگی میں چند مثالوں کا مشاہدہ کریں۔

مثال 1: تنڈولکر ایک مشہور کرکٹ کھلاڑی ہے جو اب تک ٹسٹ میاچس میں 15,030 اور ایک روزہ (One Day) میاچس میں

18,111 دوڑ (Runs) بنائے ہیں۔ تو بتائیے کہ دونوں فارمیٹ کے میاچس میں جملہ کتنے دوڑ (Runs) بنائے ہیں۔

$$\begin{aligned} \text{حل:} \quad & 15,030 = \text{ٹسٹ میاچس میں بنائے گئے رنس دوڑ} \\ & 18,111 = \text{ایک روزہ میاچس میں بنائے گئے رنس دوڑ} \\ & \underline{\quad\quad\quad} = \text{جملہ رنس کی تعداد} \\ & \quad\quad\quad = 33,141 \end{aligned}$$

مثال 2: ایک 16 صفحات کا اخبار روزانہ شائع ہوتا ہے۔ ہر روز اس اخبار کے 15,020 نقل (Copies) کی طباعت ہوتی ہے تو

بتلائے کہ روزانہ کتنے صفحات طبع ہوتے ہیں؟

حل:  $15,020 =$  روزانہ طبع کیے ہوئے نقل (Copies) کی تعداد

ہر Copy 16 صفحات پر مشتمل ہے۔

لہذا  $15020 \times 16 =$  Copies کے لئے درکار صفحات

جملہ صفحات کی تعداد کا اندازہ لگانے کی کوشش کیجئے۔ یہ شاید 2,00,000 صفحات سے زیادہ ہونا چاہئے۔

$$15,020 \times 16 = 2,40,320$$

لہذا ہر روز 2,40,320 صفحات کی طباعت ہوتی ہے۔

مثال 3: ایک ہوٹل میں 15 لیٹر دودھ ہے۔ ایک گلاس یا کپ چائے بنانے کے لئے 25 ملی لیٹر دودھ کی ضرورت پڑتی ہے۔ تو بتائیے

کہ 15 لیٹر دودھ میں کتنے کپ چائے بنائی جاسکتی ہے؟

حل: 15 لیٹر = ہوٹل میں موجود دودھ کی مقدار

$$= 15 \times 1000$$

$$= 15000 \text{ ml}$$

چونکہ فی کپ چائے بنانے کے لئے 25 ملی لیٹر دودھ درکار ہے۔

لہذا  $15000 \div 25 = 15$  لیٹر دودھ میں بحساب 25 ملی لیٹر کے جملہ کپ کی تعداد = 600 کپ

### مشق: 1.5

1. نئی دہلی میں منعقدہ دولت مشترکہ کھیلوں میں پہلے چار دن حاضر شائقین کی تعداد بالترتیب 14,235, 14,181, 15,290 اور 10,578 درج کیا گیا ہے۔ تو بتائیے کہ ان چار دنوں میں حاضر جملہ شائقین کی تعداد کیا ہوگی؟

2. لوک سبھا کے انتخابات میں جیت درج کرنے والے امیدوار کو 5,87,500 ووٹ حاصل ہوتے ہیں جب کہ حریف امیدوار کو

3,52,768 ووٹ حاصل ہوتے ہیں۔ تو بتائیے کہ فاتح امیدوار نے کتنے ووٹوں سے کامیابی حاصل کی ہے۔

3. ہندسوں 5, 3, 4, 0 اور سے بننے والے بڑے سے بڑا اور چھوٹے سے چھوٹا پانچ ہندسی عدد لکھئے اور ان کا فرق بتائیے۔

4. سائیکل تیار کرنے والے کارخانے میں روزانہ 3,125 سائیکل تیار ہوتی ہیں۔ تو بتائیے کہ ماہ جولائی میں کارخانے میں کتنی

سائیکل تیار کی گئیں۔

5. ایک ہیلی کاپٹر 600 کلومیٹر فی گھنٹہ رفتار سے سفر کرتا ہے تو بتائیے کہ 52 گھنٹوں میں ہیلی کاپٹر کتنا فاصلہ طے کرے گا؟

6. مساوی وزن رکھنے والے 5 بسکٹ پاکٹ کا وزن 8 کلوگرام 400 گرام ہے تو بتائیے کہ ایک بسکٹ پاکٹ کا وزن کیا ہوگا؟
7. حامد روزانہ گھر سے مدرسہ پیدل جاتا ہے۔ اگر گھر سے مدرسہ تک کا فاصلہ 1 کلو میٹر 875 میٹر ہو تو بتاؤ کہ 6 دنوں میں حامد جملہ کتنا فاصلہ پیدل چلے گا؟
8. اسکول یونیفارم شرٹ کے لئے فی طالب علم کو 1 میٹر 80 سنٹی میٹر کپڑا درکار ہوتا ہے تو بتاؤ کہ 40 میٹر کپڑا استعمال کر کے درزی کتنے (شرٹس) کی سلوائی کر سکتا ہے؟ اور کتنا کپڑا باقی رہے گا؟
9. ایک لیٹر پٹرول کی قیمت 60 روپے ہے۔ اگر ایک پٹرول بنک 750 لیٹر پٹرول ایک دن میں فروخت کرتا ہے تب بتائیے کہ دن کے ختم پر اس کو کتنی رقم حاصل ہوگی؟

### سوچئے، تبادلہ خیال کیجئے اور لکھئے۔



1. آپ احمد آباد میں رہتے ہیں اور آپ قریبی اسٹیشن کو پہنچنے کے لئے بس سے 400 میٹر کا فاصلہ طے کرتے ہیں۔ تب آپ گاندھی نگر پہنچنے کے لئے جو 15 کلو میٹر دور ہے ٹرین سے سفر کرتے ہیں۔ اسی طرح آپ اپنی خالہ کے گھر جو کہ 18 کلو میٹر دور ہے کیا ب کے ذریعہ جاتے ہیں۔
  - (i) اپنی خالہ کے گھر پہنچنے کے لئے آپ نے کتنا فاصلہ طے کیا۔
  - (ii) اسی طرح آپ 7 دن تک سفر کرتے رہے تو بتائیے کتنا فاصلہ طے کرو گے؟
2. آپ کے اسکول میں ہر ایک بچہ 2 لیٹر پانی کی بوتل لاتا ہے۔ اگر تمام بچوں کے لئے پانی کو ایک ٹانگی میں ڈال دیا جائے جس کی گنجائش 2 کلو لیٹر ہے۔ پھر بھی ٹانگی کو مکمل کرنے کے لئے مزید 600 لیٹر پانی کی ضرورت ہوتی ہے تو بتائیے کہ کتنے بچوں کے بوتلوں کا پانی ٹانگی میں ڈالا گیا؟

### ہم نے کیا سیکھا؟

1. دیئے گئے دو اعداد میں زیادہ ہندسے رکھنے والا عدد بڑا ہوتا ہے۔ اگر دئے گئے دو اعداد میں یکساں ہندسے ہوں تب وہ بڑا کہلائے گا جس کے بائیں جانب کا آخر میں موجود ہندسہ بڑا ہوتا ہے۔ اگر وہ ہندسہ بھی یکساں ہو تب اگلا ہندسہ (بائیں جانب سے) تقابل کیا جائے۔ اسی طرح آگے بڑھا جائے گا۔
2. دیئے گئے ہندسوں کی مدد سے اعداد لکھتے وقت اس بات کا خاص لحاظ رکھا جائے کہ ان کی حقیقی قدروں کی ترتیب درست ہو۔ پس 7, 8, 3 اور 5 ان چار ہندسوں کا استعمال کرتے ہوئے بڑے سے بڑا عدد لکھنا ہو تو بائیں جانب کا آخری ہندسہ 8 ہونا چاہئے اور اسی طرح چھوٹے سے چھوٹا عدد لکھنا ہو تو بائیں جانب کا آخری ہندسہ 3 ہونا چاہئے۔
3. چھوٹے سے چھوٹا چار ہندسی عدد 1000 (ایک ہزار) ہے۔ یہ بڑے سے بڑے تین ہندسی عدد 999 میں 1 ملانے سے حاصل ہوتا ہے۔ ٹھیک اسی طرح چھوٹے سے چھوٹا پانچ ہندسی عدد 10,000 ہے جو بڑے سے بڑے چار ہندسی عدد 9999 میں 1 ملانے سے حاصل ہوتا ہے۔ اسی طرح چھوٹے سے چھوٹا چھ ہندسی عدد 1,00,000 ہے۔ ایک لاکھ ہے۔ یہ عدد بڑے سے بڑے پانچ ہندسی عدد 99,999 میں 1 جمع کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔ اسی طرح اگلے بڑے اعداد کو حاصل کیا جاسکتا ہے۔

4. کاما کے استعمال کے ذریعہ اعداد کو پڑھنے اور لکھنے میں مدد ملتی ہے۔ ہندو عربی نظام میں دائیں جانب سے 3 ہندسوں کے بعد ”کاما“ لگاتے ہیں اس کے بعد ہر دو ہندسوں کے بعد دائیں جانب کاما لگایا جاتا ہے۔ تیسرے پانچویں اور 7 ویں ہندسے کے بعد کاما لگا کر ان کو بالترتیب ہزار لاکھ اور کروڑوں سے علیحدہ (الگ) کیا جاتا ہے۔ جب کہ بین الاقوامی نظام میں دائیں جانب سے 3 ہندسوں کے بعد کاما لگا کر ان کو ترتیب وار ہزار اور ملین سے الگ کیا جاتا ہے۔
5. روزمرہ زندگی کے کئی شعبوں میں بڑے سے بڑے اعداد کی ضرورت محسوس ہوتی ہے۔ مثلاً ضلع میں موجود تمام طالب علم کی تعداد گاؤں یا شہر کی آبادی شہروں کے درمیان فاصلہ یا ممالک کے درمیان فاصلہ بڑے پیمانے پر کئے جانے والے برآمدات و درآمدات کو شمار کرنے کے لئے وغیرہ۔
6. یاد رہے کہ کلو سے مراد 1000 سنٹی کا مطلب 100 واں حصہ اور ملی کا مطلب 1000 واں حصہ ہے۔ لہذا 1 کلو میٹر = 1000 میٹر = 1 میٹر = 100 سنٹی میٹر یا 1000 ملی میٹر وغیرہ۔
7. چند خصوصی موقعوں پر ہم حقیقی قدر کا تعین نہیں کر سکتے ہیں۔ مگر ہم اندازہ لگا سکتے ہیں یا تخمینہ قدر بتا سکتے ہیں۔ مثلاً کسی بین الاقوامی ہاکی کھیل کے مقابلے میں ناظرین کی تعداد کو اندازہ لگا کر 51,000 بتانا وغیرہ۔
8. اندازہ لگانے سے تخمینہ قدر حقیقی قدر سے قریب ہوتی ہے۔ اس لئے 4,117 کو اندازاً 4,100 یا 4,000 کہہ سکتے ہیں جس کو سیڑھے یا ہزار کی بنیاد پر تعین کر کے انتخاب کرتے ہیں۔
9. کئی موقعوں پر بنیادی عمل پر مبنی مسائل کے جواب کا اندازہ لگانا پڑتا ہے۔ اعداد کو Round off کرتے ہوئے کم و بیش یا قریب قریب جواب کو تیزی کے ساتھ بتایا جاسکتا ہے۔
10. اعداد کو ہندو عربی نظام اور بین الاقوامی نظام میں ظاہر کیا جاتا ہے۔

### سرینیواس رامنجن (ہندوستان) 1887-1920



رامنجن ہندوستان میں ”عددی نظام“ کے ماہر ہیں وہ پہلے ہندوستانی ہیں جنہیں رائل سوسائٹی (انگلینڈ) کے ممبر کی حیثیت سے نامزد کیا گیا۔ 1729 کو رامنجن نمبر کہا جاتا ہے ہر سال 22 دسمبر کو ان کی پیدائش کے دن یوم ریاضی منایا جاتا ہے۔

رامنجن کی یاد میں حکومت ہند کی جانب سے 2011 میں ڈاک ٹکٹ شائع کیا گیا۔ حکومت ہند کی جانب سے 2012 کو ریاضی کا سال قرار دیا گیا۔



## 2.1 تمہید

گذشتہ جماعت میں ہم اشیاء کا شمار سیکھ چکے ہیں۔ اشیاء کے شمار کے لئے ہمیں اعداد  $1, 2, 3, 4, \dots$  کی ضرورت ہوتی ہے۔ ان اعداد کو طبعی اعداد کہتے ہیں۔ ہم طبعی اعداد کے سیٹ کو  $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$  کی شکل میں ظاہر کرتے ہیں۔ طبعی اعداد کو سیکھتے وقت ہم نے مشاہدہ کیا ہے کہ کسی بھی طبعی عدد میں 1 جمع کرنے پر اگلا طبعی عدد حاصل ہوتا ہے۔ مثلاً عدد 16 میں 1 جمع کرنے پر 17 حاصل ہوتا ہے جو طبعی عدد ہے۔ ٹھیک اسی طرح کسی بھی طبعی عدد میں سے 1 تفریق کرنے پر دوبارہ طبعی عدد ہی حاصل ہوتا ہے۔ مثلاً طبعی عدد 25 میں سے 1 تفریق کرنے پر 24 حاصل ہوتا ہے جو کہ طبعی عدد ہے۔ اگر ”1“ سے ”1“ تفریق کیا جائے تو بھی طبعی عدد حاصل ہوتا ہے۔

کسی بھی طبعی عدد کا اگلا عدد پس رو اور پچھلا عدد پیش رو عدد کہلاتا ہے۔  
مثلاً: عدد 9 کا پس رو عدد 10 ہے۔

عدد 9 کا پیش رو عدد 8 ہے۔

اب دئے گئے اعداد کے پیش رو اور پس رو اعداد سے جدول مکمل کیجئے۔

سلسلہ نشان	طبعی عدد	پس رو عدد	پیش رو عدد
1	13		
2	237		
3	999		
4	26		
5	9		
6	1		

اپنے ساتھیوں سے تبادلہ خیال کیجئے۔

1. کون سا طبعی عدد پیش رو عدد نہیں رکھتا؟ 2. کون سا طبعی عدد پس رو عدد نہیں رکھتا۔

## 2.2 مکمل اعداد:

شاید آپ اس بات کو جان چکے ہوں گے کہ طبعی اعداد میں 1 کا پس رو عدد نہیں ہوتا ہے۔ جب ہم طبعی اعداد میں صفر (0) کو شامل کرتے ہیں۔ اس طرح حاصل ہونے والے اعداد کو مکمل اعداد کہتے ہیں۔  
ہم مکمل اعداد کو اس طرح ظاہر کرتے ہیں:

$$w = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

1- اقل ترین مکمل عدد کون سا ہے؟



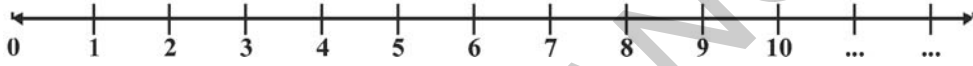
سوچئے، تبادلہ خیال کیجئے اور لکھئے۔

1. کیا تمام طبعی اعداد مکمل اعداد ہوتے ہیں؟
2. کیا تمام مکمل اعداد طبعی اعداد ہوتے ہیں؟

### 2.3 مکمل اعداد کا عددی خط پر اظہار

ایک خط کھینچئے۔ خط پر ایک نشان لگائیے اور اس کو '0' سے ظاہر کیجئے۔ خط پر اس طرح کے کئی نشان بنائیے جو دائیں جانب مساوی فاصلے پر ہوں اور انہیں ترتیب وار 1, 2, 3, 4..... سے ظاہر کیجئے۔ کوئی دو متصل نشانوں کے درمیان کا فاصلہ 'کافی فاصلہ' کہلاتا ہے۔ اس طرح عددی خط پر دائیں جانب کئی مکمل اعداد کی نشاندہی کر سکتے ہیں۔

مکمل اعداد کا عددی خط



اوپر دئے گئے عددی خط پر ہم جانتے ہیں کہ کسی بھی عدد کا پیش رو اس عدد کے دائیں جانب ہوتا ہے۔

مثال کے طور پر 3 کا پس رو عدد 4 ہے۔ عدد 4، عدد 3 سے بڑا ہوتا ہے اور عدد 3 کے دائیں جانب پایا جاتا ہے۔ ہم کہہ سکتے

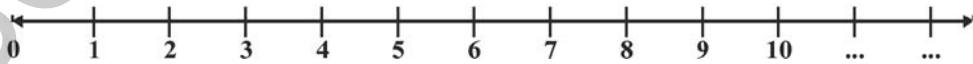
ہیں کہ عدد کے دائیں جانب والا عدد بڑا ہوتا ہے۔

اپنے دوستوں سے گفتگو کیجئے اور جدول کو پریکٹس کیجئے۔

سلسلہ نشان	عدد	عددی خط پر مقام	اعداد کے درمیان رشتہ
1.	12, 8	8'12 کے دائیں جانب ہوتا ہے	$12 > 8$
2.	12, 16		
3.	236, 210		
4.	1182, 9521		
5.	10046, 10960		

عددی خط پر جمع:

مکمل اعداد کی جمع عددی خط پر ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ اعداد 2 اور 3 کی جمع کو نیچے دی گئی عددی خط پر ظاہر کیا گیا ہے۔



عدد 2 سے شروع کرتے ہیں۔ 2 میں 3 کو ملاتے ہیں۔ ہم عددی خط پر دائیں جانب چھلانگ لگاتے ہیں جیسا کہ بتایا گیا

ہے۔ ہم 5 پر پہنچیں گے۔

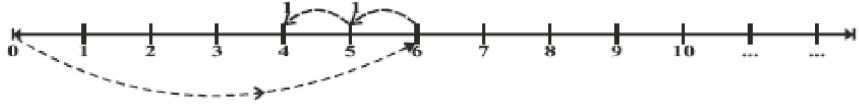
$$2+3=5$$

لہذا جب کبھی ہم دو اعداد کو جمع کرتے ہیں ہم عددی خط پر دائیں جانب آگے بڑھتے ہیں۔ ان میں سے کسی بھی عدد سے

شروعات کریں۔

## عددی خط پر تفریق

6-2 پر غور کیجئے۔



عددی خط پر شروع کرتے ہیں چونکہ ہم کو 6 میں سے 2 کو تفریق کرنا ہے۔ ہم عددی خط کے بائیں جانب دو قدم حرکت کرتے ہیں جیسا کہ شکل میں بتایا گیا ہے ہم 4 پر پہنچتے ہیں۔ اس طرح  $6-2=4$  لہذا عددی خط پر بائیں جانب جانا مطلب تفریق ہے۔

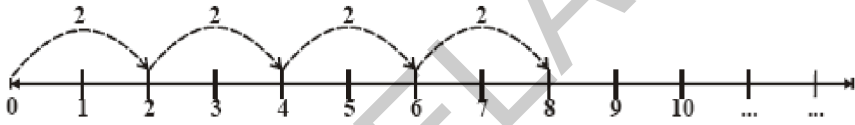
یہ کیجئے۔

ذیل کو عددی خط پر ظاہر کیجئے۔

1.  $5 + 3$
2.  $5 - 3$
3.  $3 + 5$
4.  $10 + 1$

عددی خط پر ضرب

اب ہم عددی خط پر مکمل اعداد کے ضرب کا عمل سیکھیں گے۔ آئیے  $2 \times 4$  کا حاصل ضرب معلوم کرتے ہیں۔ ہم جانتے ہیں  $2 \times 4$  کا مطلب عدد خط پر دائیں جانب 2 کا 4 مرتبہ چھلانگ لگانا ہے۔



صفر (0) سے شروع کرتے ہیں دائیں جانب 2 کا 4 مرتبہ چھلانگ لگاتے ہیں اس طرح ہم 8 پر پہنچتے ہیں۔

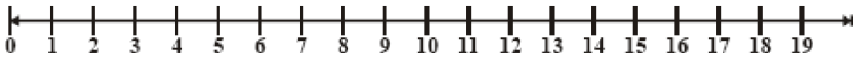
$$2 \times 4 = 8 \text{ لہذا}$$

یہ کیجئے۔

عددی خط پر حسب ذیل کو معلوم کیجئے۔

1. عدد 5 کو حاصل کرنے کے لئے 8 میں سے کون سے عدد کو تفریق کرنا چاہئے؟
2. عدد 1 حاصل ہونے کے لئے 6 میں سے کون سے عدد کو تفریق کرنا چاہئے؟
3. عدد 8 کو حاصل کرنے کے لئے 6 میں سے کون سے عدد کو جمع کرنا چاہئے؟
4. عدد 30 کو حاصل کرنے کے لئے کتنے مرتبہ 6 کی ضرورت ہوگی؟

احمد اور جبین نے مل کر عددی خط تیار کیا ہے اور اس خط پر وہ ایک کھیل کھیلتے ہیں۔



احمد نے جبین سے پوچھا اگر تم صفر سے تین چھلانگ لگاتی ہو پہلے 3 قدم، پھر 8 قدم پھر 5 قدم، تو تم کہاں پہنچو گی؟ جبین نے کہا میں پہلے تین قدم کی چھلانگ لگاؤں گی اور 3 پر پہنچوں گی اس کے بعد دوسری 8 قدم کی چھلانگ میں 11 پر پہنچوں گی اور یہاں سے 5 قدم لیتے ہوئے 16 پر پہنچوں گی۔

آپ کیا سوچتے ہیں جبین نے جو کہا ہے وہ صحیح ہے؟ جبین کے اقدام کو اتاریے۔ عددی خط پر جمع و تفریق کے کھیل کو اپنے دوستوں کے ساتھ کھیلتے۔



## مشق: 2.1



1. ذیل کے کون سے بیانات صادق (T) ہیں اور کون سے کاذب (F) ہیں۔ کاذب بیانات کی تصحیح کیجئے۔
  - (i) طبعی اعداد میں ایک عدد ایسا ہے جس کا پس رو عدد نہیں ہوتا۔
  - (ii) صفر (0) اقل ترین مکمل عدد ہے۔
  - (iii) تمام مکمل اعداد طبعی اعداد ہوتے ہیں۔
  - (iv) عددی خط پر کسی عدد کے بائیں جانب پایا جانے والا مکمل عدد بڑا ہوتا ہے۔
  - (v) عددی خط پر کسی عدد کے دائیں جانب پایا جانے والا مکمل عدد بڑا ہوتا ہے۔
  - (vi) عددی خط پر اقل ترین مکمل عدد کو ظاہر نہیں کیا جاسکتا ہے۔
  - (vii) عددی خط پر ہم اعظم ترین مکمل عدد کو ظاہر کر سکتے ہیں۔
2. 27 اور 46 کے درمیان کتنے مکمل اعداد ہوتے ہیں؟
3. حسب ذیل کو عددی خط کے ذریعہ معلوم کیجئے۔
  - i.  $6 + 7 + 7$
  - ii.  $18 - 9$
  - iii.  $5 \times 3$
4. ہر ایک جوڑ میں کون سا عدد دوسرے عدد کے دائیں جانب واقع ہوگا؟
  - i. 895 ; 239
  - ii. 1001 ; 10001
  - iii. 10015678 ; 284013
5. عددی خط پر اقل ترین مکمل عدد کی نشاندہی کیجئے۔
6. موزوں علامت کا استعمال کرتے ہوئے خالی جگہوں کو پر کیجئے۔ (> اور <)
  - i. 8 ..... 7
  - ii. 5 ..... 2
  - iii. 0 ..... 1
  - iv. 10 ..... 5
7. عددی خط پر 11 کا پس رو اور 5 کا پیش رو عدد ظاہر کیجئے۔

## مکمل اعداد کی خصوصیات:

2.4

اعداد کی بہتر تفہیم کے لئے مکمل اعداد کی خصوصیات سے واقفیت ہونا ضروری ہے۔ آئیے مکمل اعداد کے چند خصوصیات کا مشاہدہ کرتے ہیں۔ کوئی دو مکمل اعداد لیجئے اور انہیں جمع کیجئے۔

کیا ان دونوں کا مجموعہ بھی مکمل عدد ہوتا ہے؟ مزید مثالوں کا مشاہدہ کیجئے اور جانچئے۔ آپ کی جمع بھی اس طرح ہو سکتی ہے۔

2	+	3	=	5	ایک مکمل عدد ہے
0	+	7	=	7	ایک مکمل عدد ہے
20	+	51	=	71	ایک مکمل عدد ہے
2	+	1	=	3	ایک مکمل عدد ہے
0	+	0	=	0	ایک مکمل عدد ہے

یہاں ہم یہ دیکھتے ہیں کہ دو مکمل اعداد کا مجموعہ بھی ہمیشہ مکمل عدد ہوتا ہے۔

کیا آپ نے مکمل عدد کی کوئی ایسی جوڑی دیکھی ہے جس کا مجموعہ مکمل عدد نہیں ہے؟ ہم دیکھتے ہیں کہ ایسی کوئی جوڑی نہیں ہوتی ہے۔ لہذا مکمل اعداد کا سٹ بندشی خاصیت رکھتا ہے۔ اسلئے اس کو مکمل اعداد کے سٹ میں بندشی خاصیت بلحاظ عمل جمع کہتے ہیں۔ آئیے دیکھتے ہیں کہ مکمل اعداد کا سٹ بلحاظ عمل ضرب بندشی ہوتا ہے یا نہیں۔ 5 مثالیں لے کر کوشش کرتے ہیں۔

ضرب کا عمل اس طرح ہونا چاہئے

$5 \times 6 = 30$	ایک مکمل عدد ہے
$11 \times 0 = 0$	ایک مکمل عدد ہے
$16 \times 5 = 80$	ایک مکمل عدد ہے
$10 \times 100 = 1000$	ایک مکمل عدد ہے
$7 \times 16 = 112$	ایک مکمل عدد ہے

دو مکمل اعداد کا حاصل ضرب بھی مکمل عدد ہی ہوتا ہے۔ لہذا ہم کہہ سکتے ہیں مکمل اعداد کا سٹ بلحاظ ضرب بندشی خاصیت رکھتا ہے۔ اس لیے اس کو مکمل اعداد کے سٹ میں بندشی خاصیت بلحاظ عمل ضرب کہتے ہیں۔

سوچئے، تبادلہ خیال کیجئے اور لکھئے۔

1. کیا مکمل اعداد بلحاظ تفریق بندشی خاصیت رکھتے ہیں؟  
مثالوں کا مشاہدہ کر کے خالی جگہوں کو پر کیجئے۔

7	-	5	=	2,	مکمل عدد ہے
5	-	7	=	-2,	مکمل عدد نہیں ہے
.....	-	.....	=	.....	
.....	-	.....	=	.....	

زیادہ سے زیادہ مثالیں لے کر جانچئے۔

2. کیا مکمل اعداد عمل تقسیم کے لحاظ سے بندشی خاصیت رکھتے ہیں۔ اب ہم ذیل کا مشاہدہ کرتے ہیں۔

6	÷	3	=	2,	مکمل عدد ہے
5	÷	2	=	$\frac{5}{2}$	مکمل عدد نہیں ہے
.....	÷	.....	=	.....	
.....	÷	.....	=	.....	

مزید مثالوں کو لیتے ہوئے اس کی تصدیق کیجئے۔

صفر (0) سے تقسیم

آئیے  $6 \div 2$  معلوم کریں۔

6 کو 2 سے تقسیم کرنا مطلب 6 میں سے 2 کو مسلسل تفریق کرتے رہنا ہے۔ یعنی 6 میں سے 2 کو بار بار تفریق کرتے رہنا

ہے۔ جب تک کہ ہمیں صفر (0) حاصل نہ ہو جائے۔

$$6 - 2 = 4 \text{ (پہلی مرتبہ)}$$

$$4 - 2 = 2 \text{ (دوسری مرتبہ)}$$

$$2 - 2 = 0 \text{ (تیسری مرتبہ)}$$

$$6 \div 2 = 3 \text{ اس طرح}$$

آئیے۔ اب ہم  $3 \div 0$  کا مشاہدہ کرتے ہیں۔

یہاں پر ہم 3 میں سے 0 کو (مسلل) تفریق کرنا ہے

$$3 - 0 = 3 \text{ پہلی مرتبہ}$$

$$3 - 0 = 3 \text{ دوسری مرتبہ}$$

$$3 - 0 = 3 \text{ تیسری مرتبہ اسی طرح بار بار کرنے پر بھی}$$

کیا یہ عمل ختم ہوگا؟ نہیں۔ اس طرح یہ ایک عدد نہیں ہے جو ہم حاصل کر سکتے ہیں۔ اس لئے کسی بھی مکمل عدد کو صفر (0) تقسیم کرنے سے معلوم عدد حاصل نہیں ہوتا۔ یعنی صفر سے تقسیم کی تعریف نہیں کی جاسکتی۔

یہ کیجئے۔

$$1. 12 \div 3 \text{ اور } 42 \div 7 \text{ کو معلوم کیجئے۔}$$

$$2. 6 \div 0 \text{ اور } 9 \div 0 \text{ یہ کس کے مساوی ہیں؟}$$

مکمل اعداد کی نقلی خاصیت

حسب ذیل جمع کے عمل کا مشاہدہ کیجئے۔

$$2 + 3 = 5 ; 3 + 2 = 5$$

دونوں صورتوں میں ہم دیکھتے ہیں کہ حاصل جمع 5 ہے۔ اب یہ دیکھئے۔

$$7 + 8 = 15 ; 8 + 7 = 15$$

ہم دیکھتے ہیں کہ  $7+8$  اور  $8+7$  کا مجموعہ بھی مساوی ہوتا ہے۔

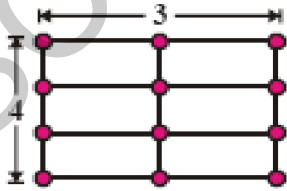
یہاں پر مجموعہ ایک ہی ہے اگرچہ کہ مکمل اعداد کی جوڑی کی جمع کی ترتیب کو بدلا جائے۔

مزید مثالوں سے اس کی جانچ کرتے ہیں:  $20+11$ ,  $25+10$

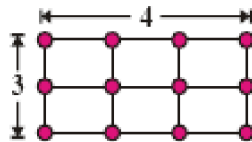
لہذا یہ واضح ہوتا ہے کہ ہم کسی بھی ترتیب میں دو مکمل اعداد کی جوڑی جمع کرتے ہیں۔

اس طرح ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ مکمل اعداد میں جمع کی نقلی خاصیت ہوتی ہے۔

حسب ذیل شکل کا مشاہدہ کیجئے۔



$$4 \times 3 = 12$$



$$3 \times 4 = 12$$

ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ دونوں صورتوں میں حاصل ضرب مساوی ہے۔ اگرچہ مکمل اعداد کے عمل ضرب کی ترتیب کو بدلا گیا ہے۔

مزید مثالوں سے جانچ کیجئے۔ مثلاً  $6 \times 5$ ,  $7 \times 9$  وغیرہ۔ کیا ان کا حاصل ضرب بھی مساوی حاصل ہوتا ہے؟ لہذا بلحاظ عمل جمع

اور ضرب مکمل اعداد نقلی خاصیت رکھتے ہیں۔

1. مزید مثالوں کی مدد سے جانچ کیجئے کہ آیا کیا عمل تفریق کے لئے مکمل اعداد نقلی خاصیت رکھتے ہیں یا نہیں؟
2. عمل تقسیم کے لئے مکمل اعداد نقلی خاصیت رکھتے ہیں یا نہیں؟

عمل جمع و ضرب کے لئے تلازمی خاصیت

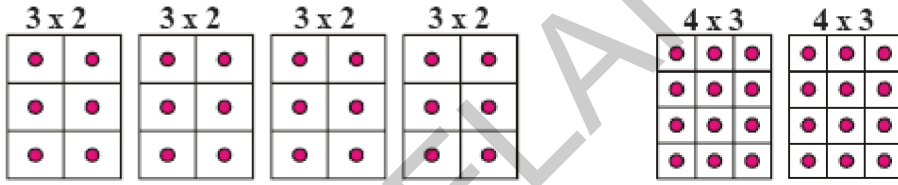
حسب ذیل کا مشاہدہ کیجئے:

i.  $(3 + 4) + 5 = 7 + 5 = 12$

ii.  $3 + (4 + 5) = 3 + 9 = 12$

لہذا  $(3 + 4) + 5 = 3 + (4 + 5)$

(i) میں ہم 3 اور 4 کو پہلے جمع کر کے اس کے بعد حاصل جمع میں 5 کو جمع کرتے ہیں جب کہ (ii) میں ہم 4 اور 5 کو پہلے جمع کر کے اس کے مجموعہ میں 3 جمع کرتے ہیں۔ یہ مکمل اعداد کے سٹ کی بلحاظ جمع تلازمی خاصیت کہلاتی ہے۔ مزید مثالوں کی مدد سے اس خاصیت کی تصدیق کیجئے۔ کیا آپ کو ایسی کوئی مثال مل سکتی ہے جہاں ان کا مجموعہ مساوی نہ ہو۔ حسب ذیل کا مشاہدہ کیجئے۔



$4 \times (3 \times 2) =$  کا چار گنا  $(3 \times 2)$

شکل (a)

$2 \times (4 \times 3) =$  کا دو گنا  $(4 \times 3)$

شکل (b)

شکل (a) اور شکل (b) کے بلاکس کی تعداد معلوم کیجئے۔ آپ کو کیا جواب حاصل ہوا؟ شکل (a) میں بلاکس کی تعداد ایک جیسی ہے۔ ہمارے پاس اس کے ہر ایک باکس میں  $3 \times 2$  بلاکس ہیں۔ اس طرح کل بلاکس کی تعداد  $4 \times (3 \times 2) = 24$  ہے۔

شکل (b) کے ہر ایک باکس میں  $4 \times 2$  بلاکس ہیں اس طرح کہ کل بلاکس کی تعداد  $2 \times (4 \times 3) = 24$  ہے۔

لہذا  $4 \times (3 \times 2) = 2 \times (4 \times 3)$

عمل ضرب میں بھی ہم دیکھتے ہیں کہ نتیجہ (حاصل ضرب) ایک ہی حاصل ہوتا ہے۔ اعداد کو کسی بھی طرح ترتیب دیا جائے نتیجہ (حاصل ضرب) آپ کو ایک ہی حاصل ہوتا ہے۔ یہ مکمل اعداد کی بلحاظ ضرب تلازمی خاصیت کہلاتی ہے۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ عمل جمع اور ضرب میں مکمل اعداد تلازمی خاصیت رکھتے ہیں۔

ذیل کی جانچ کیجئے۔

i.  $(5 \times 6) \times 2 = 5 \times (6 \times 2)$

ii.  $(3 \times 7) \times 5 = 3 \times (7 \times 5)$

مثال 1:  $196 + 57 + 4$  کا مجموعہ معلوم کیجئے۔

حل

$$196 + (57 + 4)$$

$$= (196 + 4) + 57 \quad (\text{تقلیمی خاصیت})$$

$$= 196 + (4 + 57)$$

$$= (196 + 4) + 57 \quad (\text{تلازمی خاصیت})$$

$$= 200 + 57 = 257$$

عمل جمع میں ہم نے یہاں پر دونوں خصوصیات تقلیمی اور تلازمی کا استعمال کیا ہے۔

کیا آپ یہ محسوس کرتے ہیں کہ تقلیمی اور تلازمی خصوصیات کے استعمال سے مسائل کا حل آسان ہو جاتا ہے؟

مثال 2:  $5 \times 9 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$  کو معلوم کیجئے۔

حل:

$$5 \times 9 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$= 5 \times 2 \times 9 \times 2 \times 5 \times 3 \quad (\text{تقلیمی خاصیت})$$

$$= (5 \times 2) \times 9 \times (2 \times 5) \times 3 \quad (\text{تلازمی خاصیت})$$

$$= 10 \times 9 \times 10 \times 3$$

$$= 90 \times 30 = 2700$$

عمل ضرب میں ہم نے یہاں پر دونوں خصوصیات تقلیمی اور تلازمی خصوصیات کا استعمال کیا ہے۔

کیا آپ یہ محسوس کرتے ہیں کہ تقلیمی اور تلازمی خصوصیات کے استعمال سے مسائل کا حل آسان ہو جاتا ہے؟

یہ کیجئے۔

تقلیمی اور تلازمی خصوصیات کا استعمال کرتے ہوئے مختصر کیجئے۔

i.  $319 + 69 + 81$

ii.  $431 + 37 + 69 + 63$

iii.  $2 \times (71 \times 5)$

iv.  $50 \times 17 \times 2$

سوچئے، تبادلہ خیال کیجئے اور لکھئے۔



کیا  $(16 \div 4) \div 2 = 16 \div (4 \div 2)$  ؟

مکمل اعداد کے سیٹ کے لئے کیا عمل تقسیم تلازمی خاصیت رکھتا ہے؟  
جانچئے کہ مکمل اعداد کے سیٹ کے لئے عمل تفریق بھی تلازمی خاصیت رکھتا ہے۔  
اپنے جواب کی تصدیق کے لئے ہر ایک کی 5 مثالیں دیجئے۔

ذیل کا مشاہدہ کیجئے۔

نمبر گرڈ کو بتلائے  
گئے طریقہ سے  
کٹ کیجئے

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array}$$

$5 \times 4 \qquad \qquad \qquad 2 \times 4 \qquad \qquad \qquad 3 \times 4$

$5 \times 4$  گریڈ پیپر (ترسیمی کاغذ) کو دو ٹکڑوں یعنی  $2 \times 4$  اور  $3 \times 4$  میں تقسیم کیجئے۔

$$5 \times 4 = (2 \times 4) + (3 \times 4)$$

$$= 8 + 12 = 20$$

$$5 \times 4 = (2 + 3) \times 4 \quad \text{لہذا}$$

ٹھیک اسی طرح

$$(5 + 6) \times 7 = 11 \times 7 = 77$$

$$(5 \times 7) + (6 \times 7) = 35 + 42 = 77$$

ہم دیکھتے ہیں کہ دونوں مساوی ہیں۔

اس کو ہم عمل ضرب کی تقسیمی (انتشاری) خاصیت بلحاظ عمل جمع پر کہتے ہیں۔ تقسیمی خاصیت کا استعمال کرتے ہوئے

$$2x(5+6), 5x(7+8), 19x7+19x3$$

مثال 3:  $12 \times 75$  کو تقسیمی خاصیت کا استعمال کرتے ہوئے معلوم کیجئے۔

$$\text{حل: } 12 \times 75 = 12 \times (70 + 5) \text{ یا } 12 \times (80 - 5)$$

$$= (12 \times 70) + (12 \times 5) \text{ یا } (12 \times 80) - (12 \times 5)$$

$$= 840 + 60 = 900 \quad \text{یا} \quad 960 - 60 = 900$$

یہ کیجئے:

$$25 \times 78, 17 \times 26, 49 \times 68 + 32 \times 49$$

عمل جمع و ضرب کے لئے تماشلی عنصر

جب آپ 7 اور 5 کو جمع کرتے ہیں تو ایک نیا مکمل عدد 12 حاصل ہوتا ہے۔ دو مکمل اعداد کا مجموعہ ایک نیا مکمل عدد ہوتا ہے۔

2	+	0	=	2
9	+	0	=	9
0	+	11	=	11
.....	+	25	=	25

کیا یہ تمام صورتوں میں مکمل اعداد کے لئے ممکن ہوتا ہے؟

جدول کا مشاہدہ کیجئے۔

جب ہم صفر (0) کو مکمل اعداد میں جمع کرتے ہیں تو

دوبارہ وہی مکمل عدد حاصل ہوتا ہے اس لئے صفر (0) کو

مکمل اعداد کا جمعی تماشلی عنصر کہتے ہیں۔

حسب ذیل جدول کا مشاہدہ

کیجئے۔

1	×	9	=	9
6	×	5	=	30
6	×	4	=	24
5	×	1	=	5
11	×	1	=	11
2	×	3	=	6

ہم دیکھتے ہیں کہ کسی بھی مکمل عدد

کو 1 سے ضرب دینے پر وہی مکمل عدد حاصل

ضرب کی شکل میں حاصل ہوتا ہے۔ لہذا

1 کو مکمل اعداد کا ضربی تماشلی عنصر کہتے

ہیں۔

## مشق: 2.2



1. دی گئی اطلاعات کی بنیاد پر حل کئے بغیر نتائج لکھئے۔

i	28	×	19	=	532	تب	19	×	28	=
ii	1	×	47	=	47	تب	47	×	1	=
iii	a	×	b	=	c	تب	b	×	a	=
iv	58	+	42	=	100	تب	42	+	58	=
v	85	+	0	=	85	تب	0	+	85	=
vi	a	+	b	=	d	تب	b	+	a	=

2. موزوں و مناسب ردو بدل کے ذریعہ مجموعہ معلوم کیجئے۔

i.  $238 + 695 + 162$       ii.  $154 + 197 + 46 + 203$

3. موزوں و مناسب ردو بدل کے ذریعہ حاصل ضرب معلوم کیجئے۔

i.  $25 \times 1963 \times 4$       ii.  $20 \times 255 \times 50 \times 6$

4. حسب ذیل کی قدر معلوم کیجئے۔

i.  $(368 \times 12) + (18 \times 368)$       ii.  $(79 \times 4319) + (4319 \times 11)$

5. مناسب خصوصیات کا استعمال کرتے ہوئے حاصل ضرب معلوم کیجئے۔

i.  $205 \times 1989$       ii.  $1991 \times 1005$

6. ایک دودھ فروش ہر روز ایک ہاسٹل کو 56 لیٹر دودھ صبح اور 44 لیٹر دودھ شام میں سربراہ کرتا ہے۔ اگر ایک لیٹر دودھ کی قیمت ₹30 ہو تو بتاؤ کہ ایک دن میں وہ کتنی رقم حاصل کرے گا؟

7. حکیم اور شمیم بالترتیب 12 اور 10 نوٹ بکس خریدتے ہیں۔ ایک نوٹ بک کی قیمت اگر 15 روپے ہو تو بتائیے یہ کتنی رقم دوکاندار کو ادا کریں گے۔

8. جوڑ ملائیے۔

i. $1991+7 = 7+1991$	( )	(a) جمعی اکائی عنصر
ii. $68 \times 50 = 50 \times 68$	( )	(b) ضربی اکائی عنصر
iii. 1	( )	(c) تقسیمی خاصیت بلحاظ عمل جمع
iv. 0	( )	(d) عمل ضرب کی تقسیمی خاصیت بلحاظ عمل جمع
v. $879 \times (100+30) = 879 \times 100 + 879 \times 30$	( )	(e) تقسیمی خاصیت بلحاظ عمل ضرب

## 2.5 مکمل اعداد کے نمونے

ہم جیومیٹری کے بنیادی اشکال کو Dots (نقاط) کے ذریعہ ترتیب دینے کی کوشش کریں گے۔ ایک گرڈ پر ڈاٹس دو محوروں کے ساتھ مساوی فاصلہ پر ہوں گے۔ اشکال جو ہمیں بنانا ہے (i) خط (ii) مستطیل (iii) مربع اور (iv) مثلث۔ ہر ایک عدد کو ان اشکال میں سے کسی ایک کی شکل دینی چاہئے۔ غیر منظم اشکال کی اجازت نہیں ہے۔

مکمل اعداد کو جو میٹری کے بنیادی نمونوں (شکلوں) کے ذریعہ ظاہر کر سکتے ہیں۔ حسب ذیل کا مشاہدہ کیجئے۔

☆ ہر عدد کو خط کی شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں۔

عدد 2 کو ●● سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

عدد 3 کو ●●● سے ظاہر کیا جاسکتا ہے وغیرہ وغیرہ

☆ بعض اعداد کو مستطیلی شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں۔

مثلاً: عدد 6 کو ●●●●●● اس طرح بتایا جاسکتا ہے۔

ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ اس مستطیل میں 2 صف اور 3 کالم ہیں۔

بعض اعداد جیسے 4 یا 9 کو مربع نما شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں۔



وہ کونسے اعداد ہیں جسے مربع شکل کی طرح ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ یہاں پر ہم ایک نمونے پر غور کرتے ہیں

4 جو کہ ایک کامل مربع ہے  $4=2 \times 2$

9 جو کہ ایک کامل مربع ہے  $9=3 \times 3$

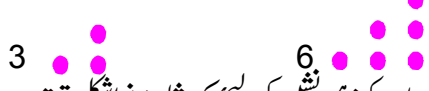
اس کے بعد وہ کون سا عدد ہے جس کو مربع نما شکل میں ترتیب دیا جاسکتا ہے؟

آسانی سے ہم بتا سکتے ہیں کہ اگلا عدد  $16=4 \times 4$  ہے کیونکہ 16 بھی ایک کامل مربع ہے۔

اگلے 3 اعداد معلوم کیجئے۔ جنہیں مربع نما شکل میں ترتیب دے سکتے ہیں؟

ایسے 5 اعداد بتائیے جنہیں مستطیلی شکل میں ترتیب دے سکتے ہیں جو مربع نہیں ہیں۔

بعض اعداد کو مثلث نما شکل میں ترتیب دے سکتے ہیں۔



یہاں اس بات کو ذہن نشین کر لیجئے کہ مثلث نما شکل میں ترتیب دیتے وقت کم از کم دو ضلع مساوی ہوں۔ ترتیب دیتے وقت ہر ایک

صف میں نقاط کی تعداد 1, 2, 3, 4 ہو اور ہمیشہ اوپر کی صف میں صرف ایک ہی نقطہ پایا جائے تاکہ ایک راس (Vertex) بن سکے۔

اگلا ممکنہ عدد بتائیے جس کی مثلث نما ترتیب دی جاسکتی ہے؟ ایسے اور اعداد بتائیے۔

کیا آپ نے کسی نمونے (Pattern) کا یہاں مشاہدہ کیا ہے؟ ہر صف میں موجود نقاط کی تعداد کا مشاہدہ کیجئے۔ اس پر غور

کیجئے۔ اب ذیل کی جدول مکمل کیجئے۔

عدد	خط	مستطیل	مربع	مثلث
2	ہاں	نہیں	نہیں	نہیں
3	ہاں	نہیں	نہیں	ہاں
4	ہاں	نہیں	ہاں	نہیں
5				
.....				
25				

کیا عدد 1 مربع ہے یا نہیں۔ کیوں؟



1. کون سے عدد کو صرف خط کی شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے؟
2. وہ کون سے اعداد ہیں جنہیں مستطیلی شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے؟
3. وہ کون سے اعداد ہیں جنہیں مربعی شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے؟
4. وہ کون سے اعداد ہیں جنہیں مثلثی شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے؟ مثلاً 3, 6, .....۔

اعداد کے نمونے

مختصر کے عمل کو آسان بنانے کے لئے ہم نمونوں کا استعمال کر سکتے ہیں۔ حسب ذیل کا مشاہدہ کیجئے۔

1.  $296 + 9 = 296 + 10 - 1 = 306 - 1 = 305$
2.  $296 - 9 = 296 - 10 + 1 = 286 + 1 = 287$
3.  $296 + 99 = 296 + 100 - 1 = 396 - 1 = 395$
4.  $296 - 99 = 296 - 100 + 1 = 196 + 1 = 197$

آئیے ایک اور ترتیب کا مشاہدہ کریں گے۔

1.  $65 \times 99 = 65 (100 - 1) = 6500 - 65 = 6435$
2.  $65 \times 999 = 65 (1000 - 1) = 65000 - 65 = 64935$
3.  $65 \times 9999 = 65 (10000 - 1) = 650000 - 65 = 649935$
4.  $65 \times 99999 = 65 (100000 - 1) = 6500000 - 65 = 6499935$

وغیرہ

یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ کسی عدد کو .....9,99,999 سے مختصر طریقے سے کس طرح ضرب دیا جاسکتا ہے۔ ایسا مختصر طریقے مسائل کو حل کرنے میں مددگار ثابت ہوتے ہیں۔  
حسب ذیل ترتیب کا مشاہدہ کیجئے جو کسی عدد کو .....5, 15, 25 سے ضرب دینے کو بتلاتے ہیں۔ (اس طرح کے مزید سوالات آپ حل کر سکتے ہیں)

- a.  $46 \times 5 = 46 \times \frac{10}{2} = \frac{460}{2} = 230 = 230 \times 1$
- b.  $46 \times 15 = 46 \times (10 + 5)$   
 $= 46 \times 10 + 46 \times 5 = 460 + 230 = 690 = 230 \times 3$
- c.  $46 \times 25 = 46 \times (20 + 5)$   
 $= 46 \times 20 + 46 \times 5 = 920 + 230 = 1150 = 230 \times 5$  .....

### مشق: 2.3



1. ذیل کی ترتیب کا مشاہدہ کیجئے۔
- $$1 \times 8 + 1 = 9$$
- $$12 \times 8 + 2 = 98$$
- $$123 \times 8 + 3 = 987$$
- $$1234 \times 8 + 4 = 9876$$
- $$12345 \times 8 + 5 = 98765$$

اگلے چار مدارج (Steps) لکھئے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ کس طرح یہ ترتیب یا نمونہ کام کرتا ہے۔

2. حسب ذیل ترتیب کا مشاہدہ کیجئے۔

$$91 \times 11 \times 1 = 1001$$

$$91 \times 11 \times 2 = 2002$$

$$91 \times 11 \times 3 = 3003$$

اگلے سات مدارج لکھئے۔ اور ان کی تصدیق کیجئے۔

..... $143 \times 7 \times 1$ ,  $143 \times 7 \times 2$  اس ترتیب کو آگے بڑھائیے۔

3. اعداد 13680347، 35702369 اور 25692359 کو 9 سے ذہنی طور پر کس طرح دیا جاسکتا ہے۔ حاصل ہونے والی پر غور کیجئے۔

## ہم نے کیا سیکھا

1. اعداد ..... 3, 2, 1 جو گنتی کے لئے استعمال کئے جاتے ہیں، طبعی اعداد کہلاتے ہیں۔
2. ہر طبعی عدد کا پیش رو عدد ہوتا ہے۔ سوائے 1 کے ہر طبعی عدد پس رو عدد رکھتا ہے۔
3. طبعی اعداد کے سٹ میں اگر ہم 0 کو شامل کرتے ہیں تو ہمیں مکمل اعداد کا سٹ حاصل ہوتا ہے۔  
 $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
4. ہر مکمل عدد کا پیش رو عدد ہوتا ہے۔ ہر مکمل عدد سوائے 0 کے پس رو عدد رکھتا ہے۔
5. تمام طبعی اعداد مکمل اعداد ہوتے ہیں اور تمام مکمل اعداد سوائے صفر (0) کے طبعی اعداد کہلاتے ہیں۔
6. ہم عددی خط پر مکمل اعداد کو ظاہر کر سکتے ہیں۔ عددی خط جمع، تفریق اور ضرب کے اعمال کو آسانی کے ساتھ بتایا جاسکتا ہے۔
7. عددی خط پر عمل جمع کو بتاتے وقت دائیں جانب بڑھا جاتا ہے جب کہ عمل تفریق کو بتاتے وقت بائیں جانب بڑھا جاتا ہے۔ عمل ضرب میں صفر (0) سے مساوی فاصلے پر دائیں جانب چھلانگ لگایا جاتا ہے۔
8. مکمل اعداد بلحاظ عمل جمع اور عمل ضرب بندشی خاصیت رکھتے ہیں۔ مکمل اعداد بلحاظ عمل تفریق اور عمل تقسیم بندشی خاصیت میں نہیں رکھتے۔
9. صفر (0) سے کسی بھی عدد کی تقسیم کی تعریف نہیں کی جاسکتی۔
10. مکمل اعداد میں صفر (0) جمع، اکائی عنصر کہلاتا ہے جب کہ 1 ضربی اکائی عنصر کہلاتا ہے۔
11. مکمل اعداد تقسیمی خاصیت بلحاظ عمل جمع اور عمل ضرب رکھتے ہیں۔
12. مکمل اعداد بلحاظ عمل جمع و ضرب تلازمی خاصیت رکھتے ہیں۔
13. مکمل اعداد عمل ضرب، عمل جمع پر تقسیمی (انتشاری) خاصیت رکھتا ہے۔
14. مکمل اعداد کی تقسیمی، تلازمی و تقسیمی خصوصیات آسانی سے مسائل کو حل کرنے میں مدد و معاون ثابت ہوتے ہیں۔ اکثر ہم ان کو جانے بغیر ان کا اطلاق کرتے رہتے ہیں۔
15. اعداد کی ترتیب نہ صرف دلچسپی کے حامل ہوتی ہے بلکہ ذہنی مسائل سلجھانے میں کارآمد ثابت ہوتے ہیں۔ یہ اعداد کی خصوصیات کو بہتر طور پر سمجھنے میں ہماری مدد کرتے ہیں۔

## 3.1 تمہید

آئیے ذیل کی صورتحال کا مشاہدہ کرتے ہیں۔  
رانی اپنے یوم پیدائش کے موقع پر ساتھیوں میں چاکلیٹ تقسیم کرنا چاہتی ہے۔ رانی کے والد نے 125 چاکلیٹ سے بھر ایک ڈبہ خرید لایا۔ رانی کی جماعت میں 25 طلباء ہیں۔



رانی نے یہ طے کیا کہ چاکلیٹ کی تقسیم اس طرح ہو کہ ہر طالب علم کو مساوی طور پر چاکلیٹ ملیں۔ پہلے اس نے فی طالب علم 2 چاکلیٹ دینے کا ارادہ کیا لیکن چاکلیٹ باقی رہ جانے کے امکانات تھے تب اس نے 3 چاکلیٹ فی طالب علم کو دینے کا ارادہ ظاہر کیا پھر بھی کچھ چاکلیٹ باقی رہ جانے کے امکانات تھے۔ اس نے آخر میں 5 چاکلیٹ فی طالب علم کو دینے کا طے کر لیا۔ اب ایک بھی چاکلیٹ باقی نہ رہا۔  
کیا ہم راست طور پر اس کا جواب حاصل کر سکتے ہیں۔  
آپ سوچ کر بتائیے۔ بالکل جواب دے سکتے ہیں

$125 \div 5$  یعنی 125 کو 5 سے تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ سابقہ جماعتوں میں آپ کسی عدد کے تقسیم پذیری کے لئے مختلف اصولوں سے متعلق واقفیت حاصل کر چکے ہیں۔ یعنی دیا گیا عدد آیا 2, 3, 5, 6, 9 اور 10 سے مکمل طور پر تقسیم ہوتا ہے یا نہیں اس باب میں ہم سابقہ معلومات کا اعادہ کریں گے۔ ساتھ ہی ساتھ 4, 8 اور 11 کے لئے تقسیم پذیری کے اصول کو معلوم کریں گے۔

## 3.2 تقسیم پذیری کے اصول:

عدد 29 پر غور کیجئے۔ جب آپ 29 کو 4 سے تقسیم کرتے ہیں تب باقی 1 ہوگا۔ خارج قسمت 7۔ کیا آپ یہ کہہ سکتے ہیں کہ 29 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہے؟ کیوں؟  
 $24 \div 4$  میں خارج قسمت اور باقی معلوم کیجئے؟  
کیا 24 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہے؟ کیوں؟  
لہذا کوئی عدد کسی عدد سے مکمل طور پر تقسیم ہوتا ہے تو باقی صفر ہوتا ہے۔ (اگر ایک عدد کو کسی دوسرے عدد سے تقسیم کرنے پر باقی '0' ہو تو وہ عدد مکمل طور پر قابل تقسیم ہے)  
جانچ کا وہ طریقہ جس میں تقسیم کے بغیر دیا گیا عدد ایک دوسرے عدد سے قابل تقسیم ہے یا نہیں معلوم کرنا ہی تقسیم پذیری کا اصول کہلاتا ہے۔ اب ہم سابقہ جماعتوں میں سیکھے ہوئے تقسیم پذیری کے اصول کا اعادہ کریں گے۔

### 3.2.1 '2' سے تقسیم پذیری کا اصول

ذیل میں دئے گئے اعداد کے چارٹ کا مشاہدہ کیجئے۔

#### اعداد کا چارٹ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

اب آپ 2 کے اضعاف پر ضرب (x) کا نشان لگائیے۔ کیا آپ نے ان اعداد کے اکائی کے مقام کی ترتیب پر غور کیا ہے؟ ان تمام اعداد کے اکائی کے مقام پر ہمیشہ 0، 2، 4، 6 یا 8 پایا جاتا ہے۔ ان مشاہدات کی بنا پر ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ ”اگر کسی عدد کے اکائی مقام پر 2 یا 4 یا 6 یا 8 یا 0 ہو تب وہ عدد 2 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہوگا۔“



کیا 452، 900، 9534، 953 عدد 2 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہیں؟ عمل تقسیم کے ذریعہ بھی تصدیق کیجئے۔

### 3.2.2 '3' سے تقسیم پذیری کا اصول

اوپر کے جدول میں 3 اضعاف پر دائرہ بنائیے۔ آپ اعداد جیسے 21، 27، 36، 54 وغیرہ پر بھی دائرہ بنا سکتے ہیں۔ کیا آپ ان اعداد کے اکائی کے مقام پر کسی خاص ترتیب کو پاتے ہیں۔ ہم ان اعداد میں کوئی خاص ترتیب نہیں پاتے ہیں۔ کیونکہ اکائی کے مقام پر موجود ایک جیسے ہندسے 3 سے تقسیم ہو بھی سکتے ہیں یا نہیں بھی ہو سکتے۔ مثلاً اعداد 27 اور 37 دونوں کے اکائی مقام پر ہندسہ 7 ہے۔ کیا یہ دونوں اعداد 3 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہیں۔

21، 36، 54، 63، 72، 117 اعداد کے ہندسوں کا مجموعہ معلوم کیجئے۔

$$2 + 1 = 3$$

$$5 + 4 = \underline{\quad}$$

$$7 + 2 = \underline{\quad}$$

$$3 + 6 = \underline{\quad}$$

$$6 + 3 = \underline{\quad}$$

$$1 + 1 + 7 = \underline{\quad}$$

یہ تمام مجموعے 3 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہیں۔

لہذا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ ”اگر عدد کے ہندسوں کا مجموعہ 3 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہو تب وہ عدد بھی 3 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہوتا ہے۔“



تصدیق کیجئے کہ آیا حسب ذیل اعداد '3' سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہیں؟

(i) 45986 (ii) 36129 (iii) 7874

### 3.2.3: '6' سے تقسیم پذیری کا اصول

اعداد کے چارٹ میں 6 کے اضعاف پر (X) کا نشان لگائیے۔

کیا آپ کوئی خاص بات مشاہدہ کرتے ہیں۔

جی ہاں یہ ترتیب 2 اور 3 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہے۔

”اگر کوئی عدد 2 اور 3 دونوں سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہوتا ہے تب وہ عدد 6 سے بھی مکمل طور پر قابل تقسیم ہوگا۔“



1. کیا عدد 7224 '6' سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہے؟ کیوں؟

2. 4 ہندسی اعداد کی ایسی دو مثالیں دیجئے جو '6' سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہو؟

3. کیا آپ ایسی کوئی مثال دے سکتے ہیں جو '6' سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہو لیکن 2 اور 3 سے مکمل طور پر ناقابل تقسیم ہے؟ کیوں؟

### 3.2.4: '9' سے تقسیم پذیری کا اصول

اعداد کے چارٹ میں 9 کے اضعاف پر □ (باکس) بنائیے۔

9 سے تقسیم پذیری کی جانچ کیجئے اب کسی اصول رنمونے کو تلاش کرنے کی کوشش کیجئے (اشارہ: ہندسوں کا مجموعہ) عدد کے تمام

ہندسوں کا مجموعہ 9 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہے۔

مثلاً عدد 81 میں  $8+1=9$  اسی طرح عدد 99 میں  $9+9=18$  جو کہ '9' سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہے۔

اگر عدد کے تمام ہندسوں کا مجموعہ 9 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہو تب وہ عدد 9 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہوتا ہے۔



1. کیا عدد 9846 '9' سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہے؟

2. تقسیم کا عمل کئے بغیر بتائیے کہ آیا 8998794 عدد 9 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہے؟

3. کیا عدد 786 '3' اور 9 دونوں سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہے؟ جانچ کیجئے۔

### 3.2.5: 5 سے تقسیم پذیری کا اصول

کیا اعداد 20, 25, 30, 35, 40, 45 اور 50 عدد 5 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہیں؟

کیا عدد 53 '5' سے مکمل طور پر تقسیم پذیر ہے؟ کیوں؟

کیا آپ یہ کہہ سکتے ہیں کہ ایسے اعداد جن کے اکائی کے مقام پر 0 اور 5 ہوں وہ اعداد 5 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہیں؟

9005, 101010, 1000, 6021, 5785 اعداد کا مشاہدہ کیجئے۔ اندازہ لگائیے کہ وہ کون سے اعداد ہیں جو 5 سے مکمل طور پر

قابل تقسیم ہیں؟ اور عمل تقسیم کے ذریعہ تصدیق کیجئے۔

### 3.2.6: '10' سے تقسیم پذیری کا اصول

- اعداد کے چارٹ میں 10 کے اضعاف پر (✓) کا نشان لگائیے۔  
آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟
- تمام اعداد کے اکائی کے مقام پر ہندسہ صفر ہے۔
  - تمام اعداد 2 اور 5 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہیں۔

### مشق: 3.1

- مندرجہ ذیل میں کون سے اعداد 2 سے 3 سے اور 6 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہیں؟
  - 321729
  - 197232
  - 972132
  - 1790184
  - 312792
  - 800552
  - 4335
  - 726352
- مندرجہ ذیل میں کون سے اعداد 5 اور 10 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہیں؟ تعین کیجئے۔ جانچ کیجئے کہ آیا 10 سے مکمل طور پر قابل تقسیم اعداد 2 اور 5 سے بھی مکمل طور پر قابل تقسیم ہیں؟
- 3 اور 9 کے تقسیم پذیری کے اصولوں کی بنیاد پر جدول کو مکمل کیجئے۔

عدد	عدد کے ہندسوں کا مجموعہ	قابل تقسیم	
		3	9
72	.....		
197	.....		
4689	.....		
79875	.....		
988974	$9 + 8 + 8 + 9 + 7 + 4 = 45$	Yes	Yes


- 1, 9 اور 8 ہندسوں کا استعمال کرتے ہوئے کوئی تین مختلف 3 ہندسی کوئی تین مختلف اعداد بنائیے خیال رہے کہ ہندسوں کا استعمال ایک ہی مرتبہ ہو اور تصدیق کیجئے کہ ان سے بننے والے کون سے اعداد 9 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہیں۔
- 2, 3, 5, 6, 9 میں کون سے اعداد 12345 کو مکمل طور پر تقسیم کرتے ہیں؟
- 12345 عدد کو اٹنی ترتیب (دائیں سے بائیں جانب) میں لکھئے اور بتائیے کہ یہ کونسے اعداد سے مکمل طور پر تقسیم ہوتا ہے۔
- ہندسوں 3, 4 اور 5 کا استعمال کرتے ہوئے ممکنہ 2 ہندسی اعداد لکھئے اور تصدیق کیجئے کہ آیا یہ اعداد 2, 3, 5, 6 اور 9 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہیں؟
- مندرجہ ذیل اعداد کے خالی جگہوں کو موزوں ہندسہ (اقل ترین یا اعظم ترین) سے پر کیجئے تاکہ وہ عدد 3 سے مکمل طور پر تقسیم ہو جائے۔

i. \_\_\_ 6724      ii. 4765\_\_ 2      iii. 7221\_\_ 5

- بتائیے کہ وہ کون سا اقل ترین عدد ہے جس کو 123 میں جمع کرنے پر وہ 5 سے مکمل طور پر تقسیم ہو جائے؟
- بتائیے کہ وہ کون سا اقل ترین عدد ہے جس کو 256 میں سے تفریق کرنے پر وہ 10 سے مکمل طور پر تقسیم ہو جائے۔


اب تک ہم اعداد 2, 3, 5, 6 اور 10 سے تقسیم پذیری کے اصول سے متعلق سیکھ چکے ہیں۔ اب ہم اجزائے ضربی کے تصور سے متعلق معلومات حاصل کریں گے۔  
آئیے ذیل کے حالات کا مشاہدہ کرتے ہیں۔  
شیرین کے پاس 6 سکے ہیں۔ اور اس نے یہ طے کیا کہ ان سکوں کو کالم کی شکل میں اس طرح ترتیب دینا ہے کہ ہر کالم میں مساوی تعداد میں سکے رکھے جائیں۔ اس طرح شیرین نے 6 سکوں کو مختلف صورتوں میں ترتیب دیا ہے۔

پہلی صورت




ہر کالم میں 1 سکہ رکھتے ہوئے  
6 کالموں کی تعداد = 6  
جملہ سکوں کی تعداد =  $1 \times 6 = 6$

دوسری صورت



ہر کالم میں 2 سکے رکھتے ہوئے  
3 کالموں کی تعداد = 3  
جملہ سکوں کی تعداد =  $2 \times 3 = 6$

تیسری صورت



ہر کالم میں 3 سکے رکھتے ہوئے  
2 کالموں کی تعداد = 2  
جملہ سکوں کی تعداد =  $3 \times 2 = 6$

چوتھی صورت



ہر کالم میں 6 سکے رکھتے ہوئے  
1 کالموں کی تعداد = 1  
جملہ سکوں کی تعداد =  $6 \times 1 = 6$

6 سکوں کو استعمال کرتے ہوئے ترتیب کے ہی ممکنہ ترتیب ہے۔

مذکورہ بالا ترتیب سے شیرین نے یہ مشاہدہ کیا کہ 6 کو دو اعداد کے حاصل ضرب کے طور پر مختلف طریقوں سے لکھا جاسکتا ہے۔

$$6 = 1 \times 6 \quad 6 = 2 \times 3 \quad 6 = 3 \times 2 \quad 6 = 6 \times 1$$

$6 = 2 \times 3$  کی مدد سے ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ 2 اور 3 سے 6 مکمل طور پر تقسیم ہوتا ہے۔ لہذا 2 اور 3 کے اجزائے ضربی ہیں۔ اس طرح  $6 = 1 \times 6$  کی مدد سے یہ کہہ سکتے ہیں کہ 1 اور 6 بھی 6 کے اجزائے ضربی ہیں۔  
اس طرح 6 کے اجزائے ضربی 1, 2, 3 اور 6 ہی ہوتے ہیں۔

ایک عدد کو مکمل طور پر تقسیم کرنے والا دوسرا عدد اس پہلے عدد کا جزو ضربی کہلاتا ہے۔

دوسرے الفاظ میں ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ ہر عدد اپنے جزو ضربی سے مکمل طور پر تقسیم ہوتا ہے۔ یہاں پر 1, 2, 3 اور 6 یہ تمام

6 کے اجزائے ضربی ہیں۔ اسی طرح 1 اور 19 کے اجزائے ضربی ہیں۔ عدد 5 اور 16 کا جزو ضربی نہیں ہے۔ کیوں؟  
حسب ذیل کا مشاہدہ کیجئے۔

عدد	اجزائے ضربی
12	1, 2, 3, 4, 6, 12
18	1, 2, 3, 6, 9, 18
20	1, 2, 4, 5, 10, 20
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

مذکورہ بالا جدول سے ہم یہ مشاہدہ کرتے ہیں کہ

1. '1' ہر عدد کا جزو ضربی ہوتا ہے اور یہ سب سے اقل ترین جزو ضربی ہے۔

2. ہر عدد خود کا جز ضربی ہوتا ہے اور یہ اجزائے ضربی میں اعظم ترین جز ضربی ہوتا ہے۔
3. ہر جز ضربی متعلقہ عدد کے مساوی ہوتا ہے یا اس سے چھوٹا ہوتا ہے۔
4. ہر عدد کے اجزائے ضربی محدود ہوتے ہیں یعنی ان کا شمار کیا جاسکتا ہے۔

یہ کیجئے۔

1. عدد 80 کے اجزائے ضربی معلوم کیجئے۔
2. کیا کسی عدد کے تمام اجزائے ضربی اس عدد کو مکمل طور پر تقسیم کر سکتے ہیں؟ 28 کے اجزائے ضربی معلوم کیجئے۔ اور عمل تقسیم کے ذریعہ تصدیق کیجئے۔
3. کیا 3، 15 اور 24 کا جز ضربی ہے۔ کیا 3 ان دو اعداد کے فرق کا بھی جز ضربی ہے؟

#### 3.4 مفرد اور مرکب اعداد

ذیل میں دئے گئے چند اعداد کے اجزائے ضربی کا مشاہدہ کرتے ہیں۔

عدد	جز ضربی	جز ضربی کی تعداد
1	1	1
2	1, 2	2*
3	1, 3	2*
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2*
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2*

مندرجہ بالا جدول کی مدد سے بتلائیے کہ کون سے اعداد دو اجزائے ضربی رکھتے ہیں؟

- 3, 5 اور 7 چار اعداد ہیں جو صرف دو اجزائے ضربی رکھتے ہیں۔ (جدول میں \* نشان کے ذریعہ ظاہر کیا گیا ہے)۔ یعنی '1' اور وہ عدد خود۔

ایسے اعداد جن کے اجزائے ضربی 1 اور خود وہ عدد ہوتا ہے مفرد اعداد (Prime Numbers) کہلاتے ہیں۔

وہ کون سے اعداد ہیں جو دو سے زائد اجزائے ضربی رکھتے ہیں؟

- ایسے اعداد جو دو سے زائد اجزائے ضربی رکھتے ہیں مثلاً 4, 6 وغیرہ..... مرکب اعداد (Composite Numbers) کہلاتے ہیں۔ کوئی 5 مرکب اعداد کی مثالیں دیجئے جو دس (10) سے بڑے ہوں۔ کون سا عدد صرف ایک جز ضربی رکھتا ہے؟ عدد 1 صرف ایک ہی جز ضربی رکھتا ہے وہ (وہ خود) لہذا 1 نہ تو مفرد عدد ہے اور نہ ہے مرکب عدد۔

کوشش کیجئے۔

1. اقل ترین مفرد عدد کون سا ہے؟
2. اقل ترین مرکب عدد کون سا ہے؟
3. اقل ترین طاق مرکب عدد کون سا ہے؟
4. کوئی پانچ طاق و جفت مرکب اعداد بتائیے؟
5. کیا 1 مفرد عدد ہے یا مرکب عدد ہے؟ کیوں؟



کسی عدد کے اجزائے ضربی معلوم کیے بغیر ہم آسان طریقے سے 1 تا 100 اعداد کے درمیان آنے والے مفرد اعداد کی نشاندہی کر سکتے ہیں۔ مشہور یونانی ریاضی داں ایراتھوستھنس (Eratosthenes) نے 3 ق۔م میں اس طریقے کو رائج کیا۔ آئیے اس طریقے کا مشاہدہ کرتے ہیں۔ 1 تا 100 اعداد لکھئے۔

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- مرحلہ (1): 1 کو کاٹ (x) دیجئے کیونکہ 1 نہ تو مفرد ہے اور نہ ہی مرکب عدد۔  
 مرحلہ (2): عدد 2 پر دائرہ بنائیے اور 2 کے تمام اضعاف کو یعنی 4, 6, 8, ..... وغیرہ کو کاٹ (x) دیجئے۔  
 مرحلہ (3): اگلا غیر قطع کیا ہوا عدد 3 ہے اس لئے 3 پر دائرہ کا بنائیے اور 3 کے تمام اضعاف کو کاٹ (x) دیجئے۔  
 مرحلہ (4): اگلا غیر قطع کیا ہوا عدد 5 ہے، 5 پر دائرہ بنائیے اور 5 کے تمام اضعاف کو کاٹ (x) دیجئے۔  
 مرحلہ (5): اس سلسلے کو جاری رکھئے تاکہ ہر عدد پر یا تو دائرہ کا نشان لگا ہوا یا کٹ (x) کا نشان لگا ہوا ہو۔  
 اس طرح دائرہ کے نشان لگائے ہوئے تمام اعداد مفرد اعداد ہیں۔ اور سوائے 1 کے کٹ کئے ہوئے تمام اعداد مرکب اعداد ہیں۔

### کوشش کیجئے۔

1. کسی مفرد عدد کے ہندسوں کو باہم تبدیل کرتے ہوئے لکھنے پر کیا دوبارہ مفرد عدد ہی حاصل ہوتا ہے؟ سوچئے۔  
 ایسے مفرد اعداد کا اندازہ لگا کر بتائیے (اشارہ: 2 ہندسی مفرد عدد لیجئے)
2. آپ جانتے ہیں کہ 311 مفرد عدد ہے؟ ان ہندسوں کو باہم تبدیل کرتے ہوئے کیا آپ مزید دو مفرد اعداد معلوم کر سکتے ہیں۔

### 3.4.1 ہم مفرد اعداد (Co-prime Numbers) (یا) اضافی مفرد اعداد

- اعداد 3 اور 8 کا مشاہدہ کیجئے۔  
 3 کے اجزائے ضربی 1 اور 3 ہیں جبکہ  
 8 کے اجزائے ضربی 1, 2, 4, 8 ہیں  
 3 اور 8 دونوں کا مشترک جز ضربی صرف اور صرف 1 ہے۔  
 لہذا ایسے اعداد جن کا مشترک جز ضربی صرف اور صرف 1 ہوتا ہے ہم مفرد یا اضافی مفرد (Relatively Prime) اعداد کہلاتے ہیں۔ مشترک جز ضربی معلوم کرتے ہوئے 2 جوڑ ہم مفرد اعداد لکھئے۔

مثال 1: دو ہم مفرد اعداد 4 اور 5 کا مشاہدہ کیجئے۔ کیا یہ دونوں مفرد اعداد ہیں؟  
 حل: نہیں۔ 4 مفرد عدد نہیں ہے۔ صرف 5 ہی مفرد عدد ہے۔  
 لہذا ہم کہہ سکتے ہیں ”تمام مفرد اعداد ہم مفرد اعداد ہوتے ہیں مگر تمام ہم مفرد اعداد مفرد نہیں ہوتے“

### 3.4.2 جڑواں مفرد (Twin Primes)

ایسے مفرد اعداد جن کے درمیان 2 کا فرق ہو جڑواں مفرد اعداد کہلاتے ہیں مثلاً (3, 5), (5, 7), (11, 13), (41, 43) وغیرہ۔

کیا تمام جڑواں مفرد اعداد ہم مفرد اعداد ہوتے ہیں۔ مباحثہ کیجئے۔

یہ کیجئے۔

دیئے گئے اعداد میں سے ہم مفرد اعداد کے جوڑیوں کی نشاندہی کیجئے۔  
 10 اور 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2

مشق: 3.2

1. حسب ذیل اعداد کے تمام اجزائے ضربی لکھئے۔  
 (i) 36 (ii) 23 (iii) 96 (iv) 115
2. حسب ذیل جوڑیوں میں ہم مفرد اعداد کی نشاندہی کیجئے۔  
 (i) 35 اور 18 (ii) 215 اور 216  
 (iii) 415 اور 30 (iv) 68 اور 17
3. اعداد 1 تا 20 کے درمیان اعظم ترین مفرد عدد کون سا ہے؟
4. 10 تا 30 کے درمیان مفرد اور مرکب اعداد کی درجہ بندی کیجئے۔
5. 17 اور 71 مفرد اعداد ہیں۔ ان دو اعداد کے ہندسے 1 اور 7 ہیں۔ اس نمونہ کی بنیاد پر دو جوڑے مفرد اعداد کی نشاندہی کیجئے جو عدد 100 سے چھوٹے ہوں۔
6. تین جوڑے جڑواں مفرد اعداد لکھئے جو 20 سے کم ہوں۔
7. ایسے دو مفرد اعداد بتائیے جن کا حاصل ضرب 35 ہو۔
8. ایسے دو طاق مفرد اعداد بتائیے جن کا مجموعہ 36 ہو۔
9. سات ایسے متواتر مرکب اعداد لکھئے جو کہ 100 سے چھوٹے ہوں۔
10. ایسے تین طاق مفرد اعداد بتائیے جن کا مجموعہ 53 ہو۔
11. ایسے دو مفرد اعداد لکھئے جن کا فرق 10 ہو۔
12. 20 سے کم ایسے تین جوڑے مفرد اعداد کی نشاندہی کیجئے جن کا مجموعہ 5 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہو۔

### 3.5 مفرد اجزائے ضربی

جب کسی عدد کو جزو ضربی کے حاصل ضرب میں ظاہر کیا جاتا ہے ہم کہتے ہیں کہ اعداد کو اجزائے ضربی میں تحویل کیا گیا ہے۔  
اجزائے ضربی معلوم کرنے کا طریقہ ہی دراصل اجزائے ضربی میں تحویل (تحویل ضربی) کہلاتا ہے۔

اجزائے ضربی میں تحویل کرنے کے مختلف طریقے ہوتے ہیں۔ مثلاً 24 کو حسب ذیل طریقوں سے اجزائے ضربی میں تحویل کیا جاسکتا ہے۔

$$\begin{array}{lll} \text{i)} & 24 = 1 \times 24 & \text{ii)} & 24 = 2 \times 12 & \text{iii)} & 24 = 3 \times 8 \\ \text{iv)} & 24 = 4 \times 6 & \text{v)} & 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \end{array}$$

(ii) اور (iii) میں ایک جزو ضربی مفرد ہے جب کہ دوسرا جزو ضربی مرکب عدد ہے۔ (iv) میں دونوں جزو ضربی مرکب اعداد ہیں۔ جبکہ (v) میں تمام اجزائے ضربی مفرد اعداد ہیں۔

اس لئے یہ طریقہ مفرد اجزائے ضربی میں تحویل کہلاتا ہے۔

لہذا مفرد اجزائے ضربی میں تحویل کرنے کے بعد جو اجزائے ضربی حاصل ہوتے ہیں انہیں مزید جزو ضربی میں تحویل نہیں کیا جاسکتا ہے۔

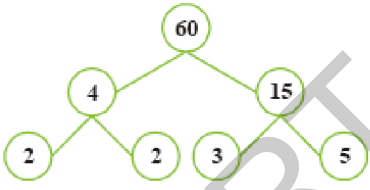
2	42
3	21
7	7
1	

#### 3.5.1 مفرد اجزائے ضربی میں تحویل کے طریقے:

1. تقسیمی طریقہ: 42 کو مفرد اجزائے ضربی میں تحویل کرنے کے لئے ہم تقسیمی طریقہ استعمال کرتے ہیں جو اس طرح ہے۔

سب سے پہلے اقل ترین مفرد جزو ضربی سے تقسیم کیجئے۔ اس سلسلے کو اسی طرح جاری رکھئے اس وقت تک کہ نتیجہ 1 حاصل نہ ہو۔  $42 = 2 \times 3 \times 7$  کا مفرد اجزائے ضربی میں تحویل

2. اجزائے ضربی کا شجرہ طریقہ: 60 کو مفرد اجزائے ضربی میں تحویل کرنے کے لئے ہم اجزائے ضربی کا شجرہ طریقہ استعمال کرتے ہیں جو اس طرح ہے:



مرحلہ 1: 60 کو دو اعداد کے حاصل ضرب کے طور پر لکھئے۔

مرحلہ 2: 4 اور 15 کو مزید اجزائے ضربی میں تحویل کیجئے۔ چونکہ یہ مرکب اعداد ہیں۔

مرحلہ 3: سلسلہ کو اس وقت تک جاری رکھئے جب تک کہ تمام جزو ضربی مفرد اعداد ہی حاصل ہوں۔  $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$  کے مفرد اجزائے ضربی

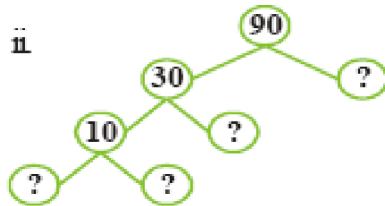
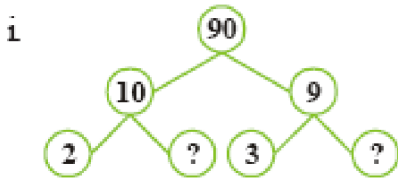
یہ کیجئے۔

1. تقسیمی طریقہ استعمال کرتے ہوئے 28 اور 36 کو مفرد اجزائے ضربی میں تحویل کیجئے۔

2. اجزائے ضربی کا شجرہ طریقہ استعمال کرتے ہوئے 42 کو مفرد اجزائے ضربی میں تحویل کیجئے۔

#### مشق: 3.3

1. 90 کے اجزائے ضربی کے شجرہ طریقہ میں غائب شدہ اعداد لکھئے۔



2. تقسیمی طریقہ استعمال کرتے ہوئے 84 کو اجزائے ضربی میں تجویل کیجئے۔
3. 4 ہندسی بڑے سے بڑا عدد لکھ کر اس کو مفرد اجزائے ضربی میں تجویل کیجئے۔
4. میں 4 مختلف مفرد اعداد کو ضرب دینے پر حاصل ہونے والا ایک اقل ترین عدد ہوں۔ تو بتاؤ کہ میں کون ہوں؟

### 3.6 مشترک اجزائے ضربی

حسب ذیل جدول کا مشاہدہ کیجئے۔

عدد	12	18
اجزائے ضربی	1,2,3,4,6,12	1,2,3,6,9,18

- 12 اور 18 کے مشترک اجزائے ضربی 1, 2, 3 اور 6 ہیں۔  
 مشترک جزو ضربی وہ اعداد ہوتے ہیں جو دئے گئے تمام اعداد کے جزو ضربی ہوتے ہیں۔  
 اب آپ 20 اور 24 کے مشترک اجزائے ضربی معلوم کیجئے۔

#### 3.6.1 عادا عظم مشترک (HCF) (Highest Common Factor)

مذکورہ بالا جدول کی بنا پر ہم دیکھتے ہیں کہ 12 اور 18 کے مشترک اجزائے ضربی 1, 2, 3 اور 6 ہیں بتلائے کہ ان اجزائے ضربی میں کون سا عظم ترین جزو ضربی ہے؟ 6 عظم ترین جزو ضربی ہے۔ لہذا ہم کہہ سکتے ہیں کہ 12 اور 18 کا عادا عظم مشترک ہے۔  
 دو یا دو سے زائد اعداد کے مشترک اجزائے ضربی میں عظم ترین عدد کو عظم ترین مشترک جزو ضربی یا عادا عظم مشترک (ع۔ ا۔ م) کہتے ہیں۔

#### 3.6.2 عادا عظم مشترک معلوم کرنے کا طریقہ

1. مفرد اجزائے ضربی میں تجویل کا طریقہ

36, 30, 20 کے عادا عظم مشترک کو مفرد اجزائے ضربی میں تجویل کرتے ہوئے معلوم کیا جاسکتا ہے۔ حسب ذیل کا مشاہدہ کیجئے۔

2	12	2	30	3	36
2	6	3	15	3	12
3	3	5	5	2	4
	1		1	2	2

لہذا  $12 = 2 \times 3 \times 2$   
 $30 = 2 \times 3 \times 5$   
 $36 = 2 \times 3 \times 2 \times 3$

12 اور 36 کا مشترک جزو ضربی  $2 \times 3 = 6$  ہے۔

لہذا 12، 30 اور 36 کا عادا عظم مشترک 6 ہے۔



12، 16 اور 28 کا عادا عظم مشترک معلوم کیجئے۔

## 2. مسلسل عمل تقسیم کے ذریعہ عاوا عظم (ع۔ا۔م) مشترک (HCF) معلوم کرنا۔

اس طریقہ تقسیم کو مشہور یونانی ریاضی داں اقلیدس نے ایجاد کیا ہے۔ اس طریقہ میں دئے گئے اعداد میں سے اعظم ترین عدد کو اقل ترین عدد سے تقسیم کرتے ہیں اور باقی جو حاصل ہوتا ہے اس قدر سے (مقسوم علیہ) کو باقی (0) صفر آنے تک تقسیم کیجئے۔ اس طرح آخری مقسوم علیہ کو اعداد کا ع۔ا۔م کہتے ہیں۔

مثال (2): 56 اور 64 کا ع۔ا۔م معلوم کیجئے

$$\begin{array}{r} 56 \quad 64 \quad (1) \\ \underline{-56} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \quad 64 \quad (1) \\ \underline{-56} \\ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \quad 56 \quad (7) \\ \underline{-56} \\ 0 \end{array}$$

اس طرح آخری مقسوم علیہ 8 ہے کیونکہ اس سے تقسیم کرنے پر باقی صفر (0) حاصل ہوا ہے۔ لہذا 56 اور 64 کا عاوا عظم مشترک (ع۔ا۔م) 8 ہے۔ بڑے اعداد کا ع۔ا۔م معلوم کرنے کے لئے یہ طریقہ کار آدھا ثابت ہوتا ہے۔

مثال 3: 40, 56 اور 60 کا ع۔ا۔م معلوم کیجئے۔

حل:

مرحلہ 1: پہلے کسی دو اعداد کا ع۔ا۔م معلوم کیجئے۔ آئیے پہلے 40 اور 56 کا ع۔ا۔م معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 40 \quad 56 \quad (1) \\ \underline{-40} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \quad 56 \quad (1) \\ \underline{-40} \\ 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \quad 40 \quad (2) \\ \underline{-32} \\ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \quad 16 \quad (2) \\ \underline{-16} \\ 0 \end{array}$$

اس طرح 40 اور 56 کا ع۔ا۔م 8 ہے۔

مرحلہ 2: اب تیسرے عدد اور پہلے دو اعداد کے ع۔ا۔م کا ع۔ا۔م معلوم کریں۔

آئیے اب ہم 8 اور 60 کا ع۔ا۔م معلوم کرتے ہیں۔

$$\begin{array}{r} 8 \quad 60 \quad (7) \\ \underline{-56} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \quad 60 \quad (7) \\ \underline{-56} \\ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 8 \quad (2) \\ \underline{-8} \\ 0 \end{array}$$

لہذا 8 اور 60 کا ع۔ا۔م 4 ہے

مرحلہ 3: یہ عدد مذکورہ بالا تین اعداد کا ع۔ا۔م ہوتا ہے۔ لہذا 40, 56 اور 60 کا ع۔ا۔م 4 ہے۔



سوچئے، تبادلہ خیال کیجئے اور لکھئے۔

دو اعداد کا ع۔ ا۔ م کیا ہوتا ہے؟

(i) متواتر اعداد (ii) متواتر جفت اعداد (iii) متواتر طاق اعداد

آپ نے کیا مشاہدہ کیا ہے؟ اپنے ساتھیوں سے گفتگو کیجئے۔

مثال 4: دو ٹینکروں میں بالترتیب 850 لیٹر اور 680 لیٹر کیروسین تیل موجود ہے۔ اعظم ترین گنجائش کا پیمانہ معلوم کیجئے جس کے ذریعہ دو ٹینکروں میں موجود کیروسین تیل کی مقدار کو مکمل طور پر ناپ سکیں۔

حل: دو ٹینکروں کو مطلوبہ اعظم ترین پیمانے سے ناپنے کا مطلب یہ ہے کہ اس کی گنجائش سے دونوں ٹینکروں کی مقدار کو مکمل طور پر تقسیم کیا جاسکے۔ اس کے علاوہ یہ گنجائش اعظم ترین گنجائش ہوگی۔ یہ اعظم ترین گنجائش دراصل ان اعداد 850 اور 680 کا ع۔ ا۔ م ہوتا ہے لہذا دونوں ٹینکروں میں موجود تیل کی پیمائش کرنے کے لئے اعظم ترین پیمانہ کی گنجائش 170 لیٹر ہوگی۔

اس طرح پہلی ٹینکر کو 5 مرتبہ بھرا جاسکتا ہے یعنی  $170 \times 5 = 850$

دوسری ٹینکر کو 4 مرتبہ بھرا جاسکتا ہے یعنی  $170 \times 4 = 680$

### مشق 3.4:



1. حسب ذیل اعداد کے ع۔ ا۔ م مفرد اجزائے ضربی اور مسلسل عمل تقسیم کے طریقے سے معلوم کیجئے۔

i. 18, 27, 36 ii. 106, 159, 265

iii. 10, 35, 40 iv. 32, 64, 96, 128

2. 792, 504 اور 1080 کے مشترک اجزائے ضربی میں اعظم ترین عدد معلوم کیجئے۔

3. ایک کمرے کا طول، عرض اور بلندی ترتیب وار 12 میٹر، 15 میٹر اور 18 میٹر ہے۔ ٹیپ کے اعظم ترین طول کو معلوم کیجئے جس کی مدد سے کمرے کی تین ابعادوں کی پیمائش مکمل ہو سکے۔

4. ہم مفرد اعداد 4 اور 15 کا ع۔ ا۔ م مفرد اجزائے ضربی کے طریقے سے اس طرح معلوم کیا گیا۔

2x2=4 اور 3x5=15 چونکہ 4 اور 15 کے مشترک جزو ضربی نہیں۔ لہذا 4 اور 15 کا ع۔ ا۔ م صفر (0) ہوتا ہے؟ کیا یہ جواب درست ہے؟ اگر نہیں ہے تو درست ع۔ ا۔ م معلوم کیجئے۔

5. 32 لیٹر، 24 لیٹر اور 48 لیٹر گنجائش والے تیل کے برتن سے تیل خالی کرنے کے لئے بڑے سے بڑا گنجائشی برتن چاہئے جس سے ان تینوں برتنوں کو خالی کیا جاسکے۔

### 3.7 مشترک اضعاف (Common Multiples)

4 اور 6 کے اضعاف کا مشاہدہ کیجئے

4 کے اضعاف 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36.....

6 کے اضعاف 6=6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48.....

4 اور 6 کے مشترک اضعاف 12, 24, 36.....

### 3.7.1 ذواضعاف اقل مشترک (ذ۔ا۔م)

4 اور 6 کے مشترک اضعا ف 12, 24, 36..... ہیں  
ان تمام میں اقل ترین ضعف 12 ہے۔  
اس کا مطلب یہ ہوا کہ عدد 12، اعداد 4 اور 6 کے تمام مشترک اضعا ف میں سب سے چھوٹا ہے  
لہذا 4 اور 6 کا ذواضعاف اقل ترین مشترک (ذ۔ا۔م) 12 ہے۔  
مثال 5: دو گھنٹیاں بہ یک وقت بجتی ہیں۔ اگر پہلی گھنٹی ہر 3 منٹ کے بعد اور دوسری گھنٹی ہر 4 منٹ کے بعد بجتی ہیں تو بتاؤ کہ دوبارہ کب  
یہ دو گھنٹیاں بہ یک وقت بجیں گی؟  
حل: پہلی گھنٹی ہر 3 منٹ کے بعد بج رہی ہے۔  
یعنی پہلی گھنٹی۔ 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24..... (3 کے اضعا ف) منٹ پر بجے گی  
دوسری گھنٹی ہر 4 منٹ کے بعد بجتی ہے۔  
یعنی دوسری گھنٹی 4 منٹ 12, 16, 20, 24 (4 کے اضعا ف)  
دونوں گھنٹیاں 12 منٹ، 24 منٹ..... (دونوں 3 اور 4 کے مشترک اضعا ف) پر ایک ساتھ بجتی ہیں۔ ان میں اقل ترین 12 ہے۔  
یعنی 12 منٹ بعد دونوں گھنٹیاں بہ یک وقت بجیں گی۔  
لہذا یہ ہم کہہ سکتے ہیں کہ

دو یا دو سے زائد اعداد کے مشترک اضعا ف کا اقل ترین مشترک ضعف ان کا ذ۔ا۔م ہے

### 3.7.2 ذ۔ا۔م معلوم کرنے کے طریقے

1. مفرد اجزائے ضربی کا طریقہ  
36 اور 60 کا ذ۔ا۔م مفرد اجزائے ضربی کے طریقے سے اس طرح معلوم کیا جاتا ہے۔  
اس طریقہ کار کا مشاہدہ کیجئے۔

مرحلہ 1: ہر عدد کو مفرد اجزائے ضربی کے حاصل ضرب میں لکھئے

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

مرحلہ 2: دونوں کے مشترک اجزائے ضربی کو لیجئے۔  $2 \times 2 \times 3$

مرحلہ 3: دونوں کے زائد اجزائے ضربی کو لیجئے۔ وہ 3 اور 5 ہیں۔

مرحلہ 4: دونوں اعداد کے مفرد مشترک اجزائے ضربی اور زائد مفرد اجزائے ضربی کا حاصل ضرب لیتے ان اعداد کا ذ۔ا۔م حاصل ہوگا

$$\text{اس طرح } 36 = (2 \times 2 \times 3) \times 3 \times 5 = 60 \text{ اور } 60 \text{ کا ذ۔ا۔م}$$

$$= 12 \times 3 \times 5 = 180$$

یہ کیجئے۔

1. حسب ذیل اعداد کا ذ۔ا۔م معلوم کیجئے۔

i.	3, 4	ii.	10, 11	iii.	5, 6, 7
iv.	10, 30	v.	4, 12, 24	vi.	3, 12

مذکورہ بالا اعداد سے آپ نے کیا مشاہدہ کیا؟

اگر دئے گئے دو اعداد میں کوئی ایک عدد دوسرے عدد کا ضعف ہو تب بڑا عدد دئے گئے اعداد کا ذ۔ ا۔ م ہوگا۔  
2. تقسیمی طریقہ

24 اور 90 کا ذ۔ ا۔ م معلوم کیجئے۔

مرحلہ 1: اعداد کو صف میں ترتیب دیجئے۔

مرحلہ 2: اب اقل ترین مفرد عدد سے تقسیم کیجئے۔ خیال رہے کہ یہ اقل ترین عدد کم از کم دئے گئے دو اعداد کو مکمل تقسیم کرتا ہو۔ اگر کوئی عدد اس مفرد عدد سے تقسیم نہ ہو اس عدد کو جوں کا توں رکھیے۔

مرحلہ 3: اسی عمل کو دہراتے رہیے تا کہ کسی بھی عدد کا مشترک جزو ضربی سوائے 1 کے دوسرا نہ ہو۔

2	24, 90
3	12, 45
	4, 15

مرحلہ 4: ذ۔ ا۔ م، مقسوم علیہ اور باقی کا حاصل ضرب ہوتا ہے۔

$$2 \times 3 \times 4 \times 15 = 360 \quad \text{لہذا 24 اور 90 کا ذ۔ ا۔ م}$$

مثال 6: 21, 35 اور 42 کا ذ۔ ا۔ م معلوم کیجئے۔

7	21, 35, 42
3	3, 5, 6
	1, 5, 2

حل:

$$21, 35, 42 \text{ اور } 42 \text{ کا ذ۔ ا۔ م } 3 \times 7 \times 5 \times 2 = 210 \text{ ہوگا۔}$$



سوچئے، تبادلہ خیال کیجئے، لکھئے۔

کس صورت حال میں دو یا دو سے زائد اعداد کا ذ۔ ا۔ م ان دو اعداد کا حاصل ضرب ہوگا؟

### مشق: 3.5



1. حسب ذیل اعداد کا ذ۔ ا۔ م مفرد اجزائے ضربی میں تحویل کرنے کے طریقہ سے معلوم کیجئے۔

(i) 12 اور 15 (ii) 15 اور 25 (iii) 14 اور 21

(iv) 18 اور 27 (v) 48 اور 56 (vi) 14, 26 اور 91

2. حسب ذیل اعداد کا ذ۔ ا۔ م تقسیمی طریقہ سے معلوم کیجئے۔

i. 84, 112, 196 ii. 102, 119, 153 iii. 45, 99, 132, 165

3. وہ کون سا اقل ترین عدد ہے جس میں 5 جمع کرنے پر وہ 12, 14 اور 18 سے مکمل طور پر تقسیم ہوگا۔

4. وہ کون سا اعظم ترین تین ہندسی عدد ہے جس کو 45, 60 اور 75 سے تقسیم کرنے پر باقی

(i) صفر ہو (ii) ہر صورت میں 4 باقی رہے

5. فضل اور سہیل مہینے کی پہلی تاریخ کو مارکٹ میں ملے۔ فضل ہر تیسرے دن مارکٹ جاتا ہے اور سہیل ہر چوتھے دن۔ تو بتائیے کہ

یہ دوبارہ مارکٹ میں کب ملیں گے۔



### 3.8 ذ۔ ا۔ م اور ع۔ ا۔ م میں رشتہ

اعداد 18 اور 27 لیجئے۔

18 کے اجزائے ضربی کا حاصل ضرب =  $2 \times 3 \times 3 = 18$       27 کے اجزائے ضربی کا حاصل ضرب =  $3 \times 3 \times 3 = 27$

18 اور 27 کا ذ۔ ا۔ م  $3 \times 3 \times 3 \times 2 = 54$

18 اور 27 کا ع۔ ا۔ م  $3 \times 3 = 9$

ذ۔ ا۔ م  $\times$  ع۔ ا۔ م  $54 \times 9 = 486$

18 اور 27 کا حاصل ضرب  $18 \times 27 = 486$

آپ نے کیا غور کیا؟

ہم دیکھتے ہیں کہ دو اعداد کا حاصل ضرب ان کے ذ۔ ا۔ م اور ع۔ ا۔ م کے حاصل ضرب کے مساوی ہوتا ہے۔

ذ۔ ا۔ م  $\times$  ع۔ ا۔ م = دو اعداد کا حاصل ضرب

مثال 7: اعداد 8 اور 12 کا ذ۔ ا۔ م معلوم کیجئے اور حسب بالا رشتے کے استعمال سے ع۔ ا۔ م معلوم کیجئے۔

8 اور 12 کا ذ۔ ا۔ م  $4 \times 2 \times 3 = 24 =$

ہم جانتے ہیں کہ دو اعداد کا حاصل ضرب = ذ۔ ا۔ م  $\times$  ع۔ ا۔ م

4		8, 12
		2, 3

$$\text{دو اعداد کا حاصل ضرب} \\ \text{ذ۔ ا۔ م} = \frac{\text{ع۔ ا۔ م}}{\text{ذ۔ ا۔ م}}$$

$$\text{ع۔ ا۔ م} = \frac{8 \times 12}{24} = 4$$

لہذا 8 اور 12 کا ع۔ ا۔ م 4 ہے۔

سوچئے، تبادلہ خیال کیجئے، لکھئے۔

1. جڑواں مفرد اعداد کے ذ۔ ا۔ م اور ع۔ ا۔ م کیا ہے؟

2. کسی دو اعداد کے LCM اور HCF کے درمیان رشتہ معلوم کیجئے۔

### مشق: 3.6

1. حسب ذیل کے ذ۔ ا۔ م اور ع۔ ا۔ م معلوم کیجئے۔

(i) 15, 24      (ii) 8, 25      (iii)

12, 48 ان کے درمیان پائے جانے والے رشتہ کی جانچ کیجئے۔

2. اگر دو اعداد کا ذ۔ ا۔ م 216 اور ان کا حاصل ضرب 7776 ہو تو ان کا ع۔ ا۔ م کیا ہوگا؟

3. دو اعداد کا حاصل ضرب 3276 ہے ان کا ع۔ ا۔ م 6 ہو تو ذ۔ ا۔ م کیا ہوگا؟

4. دو اعداد کا ذ۔ ا۔ م 36 اور ع۔ ا۔ م 6 ہے ان میں ایک عدد 12 ہو تو دوسرا عدد معلوم کیجئے۔

### 3.9: عدد 4, 8 اور 11 سے تقسیم پذیری کے اصول

ہم عدد 2, 3, 5, 6 اور 10 سے تقسیم پذیری کے اصول سے واقفیت حاصل کر چکے ہیں۔ اب ہم عدد 4, 8 اور 11 سے تقسیم پذیری کے اصول سیکھیں گے۔

#### 3.9.1 عدد 4 سے تقسیم پذیری کا اصول

ترتیب کا مشاہدہ کیجئے۔

عدد	اس کو اس طرح بھی لکھا جاسکتا ہے	کیا یہ 4 سے تقسیم پذیر ہے
100	100	ہاں
600	6 x 100	ہاں
1000	10 x 100	ہاں
10000	100 x 100	ہاں
100000	1000 x 100	ہاں

مندرجہ بالا جدول کا مشاہدہ سے ہمیں یہ بات معلوم ہوتی ہے کہ 100 چار سے تقسیم پذیر ہے۔ یہاں پر 600, 1000, 10000, 100000 کو 100 کے اضعاف کے طور پر لکھا جاسکتا ہے۔ اسی لئے یہ تمام اعداد 4 سے تقسیم پذیر ہیں۔

ہم جانتے ہیں تمام جفت اعداد 2 سے مکمل طور پر تقسیم ہوتے ہیں۔

کیا تمام جفت اعداد 4 سے تقسیم پذیر ہیں؟

اب ہم تصدیق کریں گے۔

126 ایک جفت عدد 2 سے مکمل تقسیم ہوتا ہے۔ کیا عدد 4 سے 126 مکمل تقسیم ہوتا ہے؟

126 کو  $126 = 100 + 26$  لکھا جاسکتا ہے۔

ہم جانتے ہیں 100 عدد 4 سے مکمل تقسیم ہوتا ہے لیکن 26 عدد 4 سے مکمل تقسیم نہیں ہوتا۔

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ تمام جفت اعداد 4 سے تقسیم ہونا ضروری نہیں ہے۔

مثال کے طور پر عدد 76532 پر غور کیجئے۔

عدد 76532 کو ہم کی توسیعی شکل میں اس طرح لکھ سکتے ہیں۔  $70000 + 6000 + 500 + 30 + 2$  ہم جانتے ہیں

کہ 100, 1000, 10000 عدد 100 کے اضعاف ہیں۔ اور 100 عدد 4 سے مکمل تقسیم ہوتا ہے۔

اس لئے ہمیں انہیں بار بار جانچنے کی ضرورت نہیں ہے۔ اس لئے ہمیں دئے گئے عدد کے آخری دو ہندسوں کی جانچ کرنی کافی

ہے۔ یعنی 32 کیا عدد 4 سے مکمل تقسیم ہوتا ہے؟ ہاں یہ 4 سے مکمل تقسیم ہوتا ہے۔

تب ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ عدد 76532 بھی عدد 4 سے مکمل تقسیم ہوتا ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ طاق اعداد 4 سے مکمل تقسیم نہیں ہوتے۔

دینے گئے عدد کے آخری دو ہندسوں سے مل کر بننے والا عدد (دہائی، اکائی کے مقامات) اگر 4 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہوتو دیا گیا عدد 4 سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہوگا۔

نوٹ: اس اصول کو 100 سے بڑے اعداد کے لئے لاگو کیا جاسکتا ہے۔ چھوٹے اعداد (ایک ہندسی، دو ہندسی) کے لئے ہمیں روایتی تقسیم کے عمل کو کرنا ہوگا۔

مثال 8: کیا عدد 56496 عدد 4 سے مکمل تقسیم ہوتا ہے تصدیق کیجئے؟

$$\text{حل: } 56496 = 50000 + 6000 + 400 + 96$$

ہم جانتے ہیں کہ 400، 6000، 50000 عدد 100 کے اضعاف ہیں۔ یہ عدد 4 سے مکمل تقسیم ہوتے ہیں۔

ہمیں یہ دیکھنا ہوگا کہ عدد 96 (آخری دو مقامات) 4 سے تقسیم ہوتا ہے یا نہیں؟

عدد 96 عدد 4 سے مکمل تقسیم ہوتا ہے۔

لہذا دیا گیا عدد 56476 بھی 4 سے مکمل تقسیم ہوتا ہے۔



یہ کیجئے

1. کیا عدد 100000 عدد 4 سے مکمل تقسیم پذیر ہے؟ کیوں؟

2. دو ہندسی عدد کی مثال دیجئے جو 2 سے مکمل تقسیم ہوتا ہے۔ لیکن 4 سے نہیں ہوتا؟

### 3.9.2 8 سے تقسیم پذیری کا اصول

ہم نے 4 کے تقسیم پذیری کا اصول سیکھا۔ یہ توسیعی شکل پر منحصر ہوتا ہے۔ چونکہ عدد 10، 4 سے مکمل تقسیم نہیں ہوتا لہذا ہم نے

عدد 100 اور اس سے بڑے عدد کو 100 کے اضعاف کے طور پر لکھے ہیں۔ اگر آخری دو مقامات 4 سے تقسیم ہوتے ہوں تو وہ عدد 4 سے

مکمل تقسیم ہوتا ہے اسی طرح چون کہ 10 عدد 8 سے مکمل طور پر تقسیم نہیں ہوتا لہذا ہم عدد 100 لیں گے۔

کیا عدد 100 عدد 8 سے مکمل تقسیم ہوتا ہے؟ نہیں۔

کیا عدد 1000 عدد 8 سے مکمل تقسیم ہوتا ہے؟ ہاں۔

ہم جانتے ہیں کہ 1000 سے بڑے عدد کو 1000 کے ضعف میں کسی عدد کے مجموعہ کے طور پر لکھا جاسکتا ہے۔

مثلاً 4825 کو  $4 \times 1000 + 825$  لکھا جاسکتا ہے۔

لہذا ہم کہہ سکتے ہیں کہ کسی عدد کے آخری تین ہندسوں سے بننے والا عدد اگر 8 سے مکمل طور پر تقسیم ہوتا ہے تو وہ عدد بھی 8 سے مکمل طور پر

تقسیم پذیر ہوگا۔ آئیے ایک مثال پر غور کرتے ہیں۔

مثال 9: تصدیق کیجئے کہ کیا عدد 93624 عدد 8 سے مکمل تقسیم ہوتا ہے؟

$$\text{حل: } 93624 = 90000 + 3000 + 600 + 20 + 4$$

ہم جانتے ہیں کہ 1000، 8 سے مکمل تقسیم ہوتا ہے۔

یہاں پر 90000 اور 3000 عدد 1000 کے اضعاف ہیں لہذا یہ بھی 8 سے مکمل تقسیم ہوتے ہیں۔

لہذا یہاں پر آخری تین مقامات کو جانچنے کی ضرورت ہے کہ وہ 8 سے تقسیم ہوں گے یا نہیں۔

کیا عدد 624 عدد 8 سے مکمل تقسیم ہوتا ہے؟ ہاں!

یعنی عدد 93624 بھی عدد 8 سے مکمل طور پر تقسیم پذیر ہے۔

ایک چار ہندسی یا زائد ہندسی والا عدد 8 سے تقسیم پذیر ہوگا۔ اگر اس کے آخری تین ہندسوں سے بننے والا عدد 8 سے تقسیم ہوتا ہے۔ 1، 2 یا 3 ہندسی اعداد کی 8 سے تقسیم پذیری کی جانچ تقسیمی طریقے سے کیجئے۔

یہ کیجئے۔

1. کیا عدد 76104، عدد 8 سے مکمل طور پر تقسیم پذیر ہے؟

2. 100 اور 200 کے درمیان پائے جانے والے وہ اعداد لکھئے جو 8 سے مکمل طور پر تقسیم پذیر ہیں۔

### 3.9.3 عدد 11 سے تقسیم پذیری کا اصول

خالی جگہوں کو پر کرتے ہوئے جدول مکمل کیجئے۔

عدد	طاق مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ (دائیں سے بائیں)	جفت مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ (دائیں سے بائیں)	فرق	کیا فرق 11 سے تقسیم ہوگا
29843				
90002				
80927				
19091908	$8+9+9+9=35$	$0+1+0+1=2$	$35-2=33$	ہاں
83568				

جدول دیکھ کر آپ نے کیا غور کیا؟

ہر صورت میں ہم نے غور کیا کہ فرق یا تو '0' ہے یا 11 سے تقسیم پذیر ہے یہ تمام اعداد بھی 11 سے تقسیم پذیر ہیں۔

عدد 83568 کے لئے فرق 12 ہے جو کہ 11 سے مکمل تقسیم نہیں ہوتا۔ لہذا عدد 83568 بھی 11 سے مکمل تقسیم نہیں ہوتا۔

دیا گیا عدد اس وقت 11 سے مکمل طور پر تقسیم ہوگا۔ جب کہ اس عدد کے طاق مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ اور جفت مقامات کے ہندسوں

کے (دائیں سے بائیں) مجموعوں کا فرق 0 ہو یا 11 سے تقسیم پذیر ہو۔

مثال 10: کیا عدد 6535، 11 سے مکمل تقسیم ہوگا؟

حل: طاق مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ:  $5+5=10$

جفت مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ:  $3+6=9$

ان کا فرق:  $10-9=1$

کیا عدد 1، عدد 11 سے مکمل طور پر تقسیم ہوگا؟ نہیں

لہذا عدد 6535 بھی 11 سے مکمل تقسیم نہیں ہوگا۔

مثال 11: کیا عدد 1221، عدد 11 سے مکمل تقسیم ہوگا؟

حل: طاق مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ:  $1+2=3$

جفت مقامات کے ہندسوں کا مجموعہ:  $2+1=3$

ان دونوں کا فرق:  $3-3=0$

لہذا عدد 1221، 11 سے تقسیم پذیر ہے۔

عدد 1221 ایک Polyndrome Number ہے جس کے ہندسوں کو الٹی ترتیب میں لکھنے سے وہی عدد حاصل ہوتا ہے۔ لہذا ہر Polyndrome Number جس کے ہندسوں جفت ہو وہ 11 سے مکمل تقسیم پذیر ہوگا۔  
چھ ہندسی Polyndrome عدد لکھ کر تصدیق کیجئے کہ آیا وہ 11 سے تقسیم پذیر ہے یا نہیں؟

### مشق: 3.7

1. ذیل کے کون سے اعداد 4 سے مکمل تقسیم ہوں گے؟
 

i) 572	ii) 21,084	iii) 14,560
iv) 1,700	v) 2150	
2. جانچئے کہ کیا ذیل کے اعداد 8 سے مکمل تقسیم پذیر ہیں؟
 

i) 9774	ii) 5,31,048	iii) 5500
iv) 6136	v) 4152	
3. جانچئے کہ کیا حسب ذیل اعداد 11 سے مکمل تقسیم پذیر ہیں؟
 

i) 59484	ii) 10824	iii) 20801
----------	-----------	------------
4. یہ اعداد کیا 4 اور 8 سے مکمل تقسیم ہوں گے؟
 

i) 2104	ii) 726352	iii) 1800
---------	------------	-----------
5. وہ اقل ترین عدد کون سا ہے جس کو 289279 میں جمع کرنے پر حاصل ہونے والا عدد 8 سے مکمل تقسیم ہوگا۔
6. وہ اقل ترین عدد معلوم کیجئے جس کو 1965 میں سے تفریق کرنے پر حاصل عدد 4 سے مکمل تقسیم پذیر ہوگا۔
7. 1000 اور 1100 کے درمیان ایسے اعداد لکھئے جو کہ عدد 11 سے مکمل طور پر تقسیم پذیر ہوں۔
8. 1240 سے قریب ترین عدد لکھئے جو 11 سے مکمل تقسیم پذیر ہو۔
9. عدد 105 کا قریبی عدد لکھئے جو 4 سے مکمل تقسیم پذیر ہو۔

### ہم نے کیا سیکھا؟

1. ہم نے اب تک اضعاف، تقسیم پذیری کے اصول اجزائے ضربی کے بارے میں سیکھا ہے اور دئے گئے اعداد کے اجزائے ضربی اور اضعاف معلوم کرنے کا طریقہ بھی سیکھ چکے ہیں۔
2. ہم نے حسب ذیل سے متعلق سیکھا ہے۔
  - (i) کسی عدد کو مکمل طور پر تقسیم کرنے والا عدد اس عدد کا جزو ضربی ہوتا ہے۔
  - (ii) ہر عدد کا جزو ضربی وہ خود ہوتا ہے۔ 1 ہر عدد کا جزو ضربی ہوتا ہے۔
  - (iii) کسی عدد کا جزو ضربی دئے گئے عدد سے چھوٹا یا مساوی ہوتا ہے۔
  - (iv) ہر عدد اس کے جزو ضربی کا ضعف ہوتا ہے۔
  - (v) کسی عدد کا ضعف دیے گئے عدد سے بڑا یا مساوی ہوتا ہے۔
  - (vi) ہر عدد خود کا ضعف ہوتا ہے۔

3. ہم نے سیکھا ہے کہ
- (i) ایسے اعداد جن کے اجزائے ضربی اور خود وہ ہوتے ہیں۔ مفرد اعداد (سوائے 1 کے) کہلاتے ہیں۔ اور ایسے اعداد جو دو سے زائد اجزائے ضربی رکھتے ہیں مرکب اعداد کہلاتے ہیں۔ عدد 1 نہ ہی مفرد ہے اور نہ ہی مرکب (غیر مفرد عدد)
- (ii) عدد 2 اقل ترین جفت مفرد عدد ہے۔ تمام مفرد عدد سوائے 2 کے طاق ہوتے ہیں۔
- (iii) ایسے اعداد جن کا مشترک جزو ضربی صرف اور صرف 1 ہوتا ہے ہم مفرد اعداد کہلاتے ہیں۔
- (iv) اگر ایک عدد دوسرے عدد سے مکمل طور پر قابل تقسیم ہوتا ہے تب پہلا عدد دوسرے عدد کے تمام اجزائے ضربی سے بھی مکمل طور پر قابل تقسیم ہوگا۔
- (v) اگر کوئی عدد دو ہم مفرد اعداد سے مکمل طور پر تقسیم ہوتا ہے تو وہ عدد ہم مفرد اعداد کے حاصل ضرب سے بھی تقسیم پذیر ہوگا۔
4. ہم نے یہ سیکھا کہ کس طرح صرف اعداد کو دیکھ کر ہی پہچانا جاسکتا ہے کہ یہ اعداد 2, 3, 4, 5, 8, 9 اور 11 سے تقسیم پذیر ہوتے ہیں یا نہیں۔ اور ہم اعداد کے ہندسوں کے درمیان رشتوں کو ظاہر کرتے ہوئے مختلف اعداد سے تقسیم پذیری کے اصول بھی سیکھ چکے ہیں۔
- (i) صرف اکائی کے ہندسوں کو دیکھ کر یہ کہہ سکتے ہیں کہ آیا یہ اعداد 2, 5 اور 10 سے مکمل طور پر تقسیم ہوتے ہیں یا نہیں۔
- (ii) دیے گئے ہندسوں کے مجموعہ کی بنیاد پر ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ آیا یہ اعداد 3 اور 9 سے مکمل طور پر تقسیم ہوتے ہیں یا نہیں۔
- (iii) دیے گئے عدد کے آخری 2 اور 3 ہندسوں کی اساس پر ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ آیا یہ اعداد 4 اور 8 سے مکمل طور پر تقسیم ہوتے ہیں یا نہیں۔
- (iv) دیئے گئے اعداد کے طاق و جفت مقامات کے مجموعہ کی بنا پر ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ آیا یہ اعداد 11 سے مکمل طور پر تقسیم ہوتے ہیں یا نہیں۔
5. ہم نے یہ دریافت کیا ہے کہ اگر دو اعداد کسی عدد سے مکمل طور پر تقسیم ہوتے ہیں تب اعداد کا مجموعہ اور فرق بھی اس عدد سے مکمل طور پر تقسیم ہوتا ہے۔
6. ہم نے سیکھا کہ:
- (i) دو یا دو سے زائد اعداد کے مشترک اجزائے ضربی کے اعظم ترین عدد کو عدا عظیم مشترک (ع۔م) کہتے ہیں۔
- (ii) دو یا دو سے زائد اعداد کے اضعاف میں اقل ترین مشترک اضعاف کو ان اعداد کو اضعاف اقل ترین مشترک (ذ۔م) کہتے ہیں۔
7. دیئے گئے دو اعداد میں اگر ایک عدد دوسرے عدد کا ضعف ہوتا ہے تب ان میں اعظم ترین عدد دئے گئے اعداد کا ذ۔م ہوتا ہے۔
8. ذ۔م اور ع۔م کے درمیان رشتہ
- دیئے گئے اعداد کا حاصل ضرب = ذ۔م × ع۔م



### داتتاریا رامچندرا کاپریکر (ہندوستان)

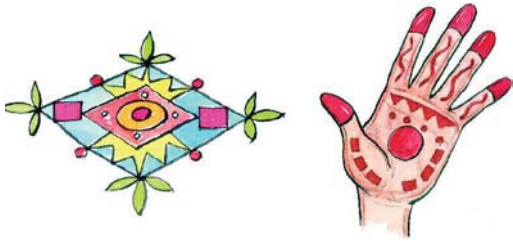
1905-1986 (عیسوی)

یہ معلم تھے۔ جنہوں نے اعداد کا کھیل کھیلا۔

6174 کاپریکر کا مستقل کہلاتا ہے۔

انہوں نے ڈیملو عدد اور سیلف عدد ایجاد کی۔

## 4.1 تمہید

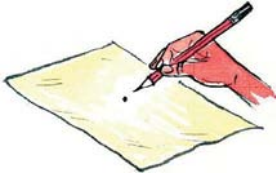


ہم اپنے اطراف و اکناف مختلف اشیاء دیکھتے ہیں جیسے عمارتیں، ظروف، فرنیچر، تصاویر وغیرہ آپ نے رنگولی یا مہندی کے ڈیزائن بھی دیکھے ہوں گے کیا آپ نے کبھی ان کو بنایا ہے۔ یہ ڈیزائن کس طرح بنائے جاتے ہیں؟

ہم ان میں مختلف جیومیٹریائی شکلیں استعمال کرتے ہیں۔

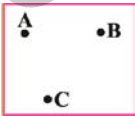
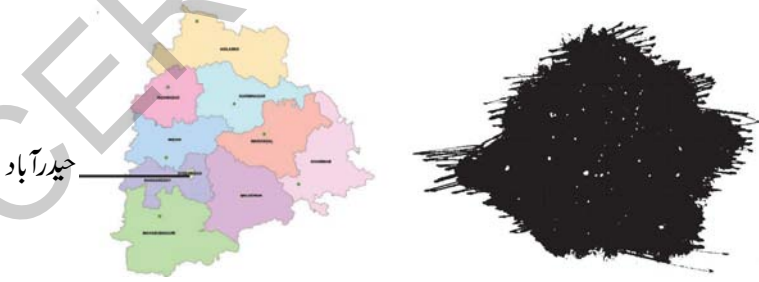
آپ اپنے اطراف و اکناف کی مختلف اشیاء کا مشاہدہ کیجئے اور ان میں پائے جانے والے مختلف اشکال کی نشاندہی کیجئے۔ مثلاً ٹیلی ویژن کا اسکرین مستطیلی شکل میں ہوتا ہے۔ اسی طرح ریفریجریٹر، پنسل کا باکس کتاب وغیرہ بھی مستطیلی شکل میں ہوتے ہیں۔ لیکن گلاس، پھول وغیرہ کس شکل کے ہیں؟ ہم نے گذشتہ جماعتوں میں چند جیومیٹریائی اشکال سے متعلق معلومات حاصل کی ہیں اس باب میں ان اشکال سے متعلق مزید تفصیلات حاصل کریں گے۔

## 4.2 نقطہ:



ایک نوک دار پنسل لے کر کاغذ پر ایک نشان بنائے۔ آپ جتنی تیز (نوک دار) پنسل لیں گے نشان اتنا ہی باریک ہوگا۔ خفیف نشان کا مشاہدہ کیجئے یہ نقطہ کا تصور دے گا۔ ایک نقطہ مقام کا تعین کرتا ہے چند مثالیں سوچیے جو کہ نقطہ کی مانند ہیں۔

دور نظر آنے والے تارے بھی نقطہ جیسے نظر آتے ہیں۔ تلنگانہ کے نقشہ میں حیدرآباد کی نشاندہی کرنے کے لئے ہم نقطہ کا استعمال کرتے ہیں۔ مزید مثالیں سوچیے جن میں مخصوص اشیاء، خاکے یا نقشہ میں کسی چیز کے مقام کو ظاہر کرنے کے لئے نقطہ استعمال کیا جاتا ہے۔



نقطہ کو انگریزی حروف تہجی کے بڑے حروفوں سے ظاہر کرتے ہیں متصلہ شکل میں A, B, C تین نقاط ہیں؟ جس کو نقطہ A، نقطہ B اور نقطہ C پڑھا جاتا ہے۔

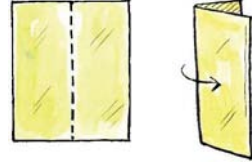
## یہ کیجئے



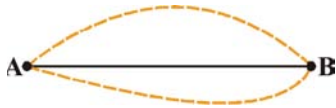
1. دیئے ہوئے مستطیل میں 4 نقاط بنائے گئے ہیں ان کو نام دیجئے۔

### 4.3 خطی قطعہ

ایک موٹا کاغذ لیجئے اور اسکو موڑیے جیسا کہ تصویر میں بتایا گیا ہے موڑے گئے کنارے کا مشاہدہ کیجئے۔ یہ ہمیں خطی قطعہ کا تصور دے گا۔ یعنی شکل میں ظاہر کیا گیا خط، خطی قطعہ ہے۔ اس کے دو کونے A اور B ہیں۔ خطی قطعے کی موٹائی قابل نظر انداز ہوتی ہے۔



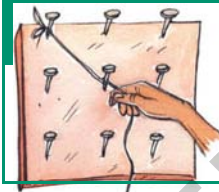
اپنی نوٹ بک یا پینسل کا بکسہ لیجئے اور اس کے کنارے کی مدد سے کسی کاغذ پر ایک خط کھینچئے آپ نے جو خط کھینچا وہ ایک خطی قطعہ ہے۔ اس کے دو کونے ہیں ان کو نام دیجئے۔ ایک دھاگہ لیجئے اس کے سروں کو کھینچ کر پکڑ لیئے۔ خطی قطعہ کا تصور واضح ہو جائے گا اور دھاگے کے دونوں سروں سے خطی قطعے کے کونے ہوں گے۔



کاغذ پر دو نقطے A اور B بنائیے۔ اور ان دو نقاط کو ملائیے۔ ان نقاط کو ملاتے ہوئے جیسا آپ چاہیں ویسے کئی خطوط بنا سکتے ہیں۔ ان دو نقاط کا اقل ترین فاصلہ رکھنے والا خط، خطی قطعہ AB ہوگا جس کو AB یا BA لکھا جاتا ہے۔

### 4.4 خط مستقیم

خطی قطعہ AB کے دونوں کونوں A اور B کو طول دیجئے اس طرح کہ ان کا اختتام نہ ہو۔ تب خط حاصل ہوگا۔ ہم چونکہ کاغذ پر غیر مختتم خط نہیں بنا سکتے اس لئے خط کے دونوں جانب پر تیر کا نشان (Arrow Mark) لگا کر ظاہر کرتے ہیں۔ خط کو  $\overleftrightarrow{AB}$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ان کو انگریزی حروف تہجی کے چھوٹے حروف سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ جسے n, m, l وغیرہ۔ یہ بھی ایک خط مستقیم کہلاتا ہے۔

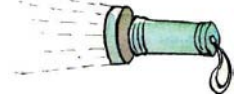


جیو بورڈ لیجئے۔ کسی دوپن کو منتخب کر لیجئے ایک دھاگہ لے کر ان دونوں پینوں کے درمیان دھاگہ باندھ دیجئے۔ باندھا گیا دھاگہ دراصل ایک خط کو ظاہر کرتا ہے جس کو ان کے دونوں سمتوں سے طول دیا جاسکتا ہے اور صرف ان ہی دونوں سمتوں میں ہی۔

### 4.5 شعاع

سورج کی کرنیں، نور کی شعاعیں یا ٹارچ لائٹ کی شعاعیں، جیومیٹری کی اصطلاح 'شعاع' کو سمجھنے کیلئے بہترین مثالیں ہیں۔

شعاع، خط کا ایک حصہ ہے۔ اس کا آغاز ایک نقطہ سے ہوتا ہے اور دوسری جانب وہ کسی مخصوص سمت میں غیر مختتم ہوتی ہے۔ یعنی شعاع میں صرف ایک اختتامی نقطہ ہوتا ہے۔



فرض کیجئے کہ خط پر ایک نقطہ A ہے۔ اسی خط پر A کے دائیں اور بائیں جانب نقاط B اور C واقع ہیں۔ تب  $\overrightarrow{AB}$  اور  $\overrightarrow{AC}$  دو شعاعیں ہوں گے۔







سوچئے، بحث کیجئے اور لکھئے۔

ایک شعاع OA ہے اس کا آغاز O سے ہو اور یہ نقاط A اور B سے گزرتی ہے۔

کیا آپ شعاع OA کو آپ OB کہہ سکتے ہیں؟ کیوں؟

کیا آپ شعاع OA کو AO لکھ سکتے ہیں؟ کیوں؟ وجہ بتائیے؟

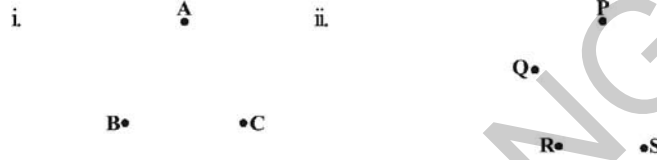


وجوہات بیان کیجئے۔

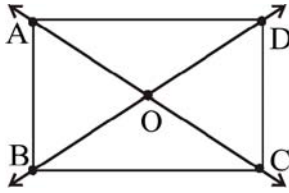
## مشق 4.1



1. ان نقاط کو ملائیے اور خطی قطعوں کے نام لکھئے۔



2. متصلہ تصویر دیکھ کر حسب ذیل کے نام لکھئے۔



(i) کوئی پانچ نقاط

(ii) کوئی پانچ خطی قطعہ

(iii) کوئی تین شعاعیں

(iv) کوئی دو خطوط

3. ذیل میں دیے گئے نقاط سے کتنے خطوط کھینچے جاسکتے ہیں؟ آپ کے جواب کے لئے کچا خاکہ بنائیے۔

(i) ایک نقطہ سے (ii) دو مختلف نقاط سے اپنے جواب کیلئے کچا خاکہ بنائیے۔

4. حسب ذیل میں سے کس کا فاصلہ متناہی ہوتا ہے۔

(i) خط (ii) نقطہ (iii) خطی قطعہ

5. حسب ذیل کے کتنے مختتم نقاط ہوں گے؟

(i) خطی قطعہ (ii) شعاع

6. صادق یا کاذب بتلائیے۔

(i) خط کے کوئی اختتامی نقاط نہیں ہوتے۔

(ii) شعاع خط کا ایک حصہ ہے۔

(iii) خطی قطعہ کا مخصوص طول نہیں ہوتا۔

(iv) خطی قطعہ کا صرف ایک اختتامی نقطہ ہوتا ہے۔

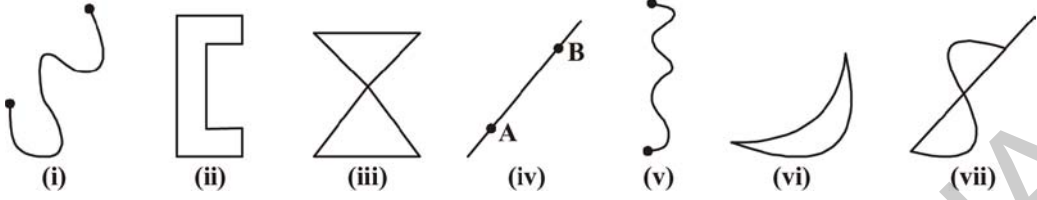
(v) ہم ایک نقطہ سے کئی خطوط بنا سکتے ہیں۔

7. شکل بنائیے اور نام دیجئے۔

(i) خط جس میں نقطہ P ہے۔ (ii) R سے گزرنے والا خط

## 4.6 منحنی

کیا آپ نے چھوٹے بچوں کی اتاری ہوئی تصاویر دیکھی ہیں؟ چند مثالیں دی گئی ہیں۔



یہ منحنی کی مثالیں ہیں۔

شکل (i) اور (ii) کا مشاہدہ کیجئے ان میں کیا فرق ہے؟

شکل (ii) بند منحنی ہے جبکہ شکل (i) کھلی منحنی ہے۔

آپ نے مشاہدہ کیا ہوگا کہ منحنی (iii) اور (vii) ایک دوسرے کو قطع کر رہے ہیں یہ بند منحنی نہیں کہلاتی ہیں۔ جبکہ دیگر منحنی (i) (ii) (iv) (v) اور (vi) قطع نہیں کرتے۔ منحنی جو قطع نہیں کرتیں ایسی منحنی سادہ منحنی کہلاتی ہیں۔ عام زبان میں منحنی، خط مستقیم کو تعبیر نہیں کرتا جبکہ ریاضی کی زبان میں خط مستقیم بھی منحنی خط ہے۔



### سوچے بحث کیجئے اور لکھئے

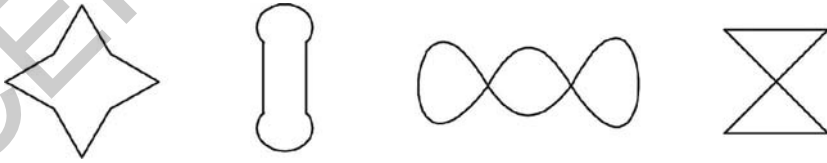
1. اپنی پنسل کو حسب ذیل انگریزی کے حروف تہجی پر گھمائیے اور بتلایئے کہ کونسی کھلی اور کونسی بند اشکال ہیں؟

D U O L M

2. بتلایئے کہ کونسا حروف تہجی سادہ منحنی کی مثال ہے؟

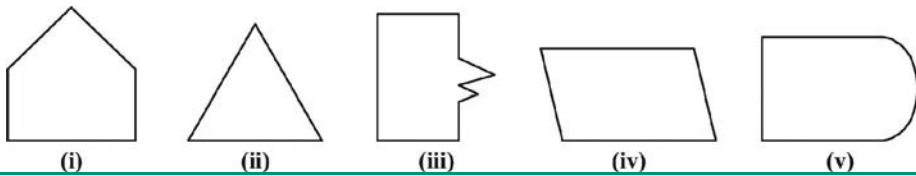
### کوشش کیجئے۔

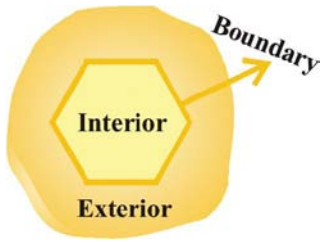
بتلائے کہ کونسے سادہ منحنی ہیں اور کونسے سادہ منحنی نہیں ہیں؟



کثیر ضلعی:

ذیل کی اشکال کا مشاہدہ کیجئے۔





ان سے متعلق آپ کیا کہتے ہیں؟ کیا یہ بند اشکال ہیں؟ ہر شکل دوسری سے کس طرح مختلف ہے؟ (i) (ii) (iii) اور (iv) شکل (v) سے مختلف ہے؟ چوں کہ یہ تمام اشکال کئی متناہی خطی قطعوں سے بنائے گئے۔ اسی لئے ان کو کثیر ضلعی کہا جاتا ہے۔ لہذا متناہی خطی قطعوں سے بننے والی سادہ بند شکل کثیر ضلعی کہلاتی ہے۔ کوئی 10، کثیر ضلعی اشکال اتاریئے۔

ایک باغ کے اطراف کی دیوار مستوی کو تین حصوں میں تقسیم کرتی ہے۔ (i) باغ کا اندرونی حصہ (ii) باغ کے حدود (iii) باغ کا بیرونی حصہ۔ آپ حدود سے گزرے بغیر باغ میں داخل نہیں ہو سکتے۔ اسی طرح بند شکل کسی مستوی کو تین حصوں میں تقسیم کرتی ہے۔

(i) اندرونی حصہ

(ii) شکل کے حدود

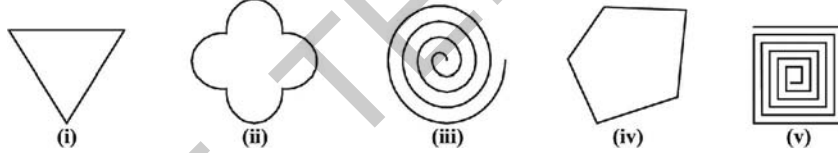
(iii) شکل کا بیرونی حصہ

اندرونی حصہ اور حدود کو ملا کر خطہ کہا جاتا ہے۔

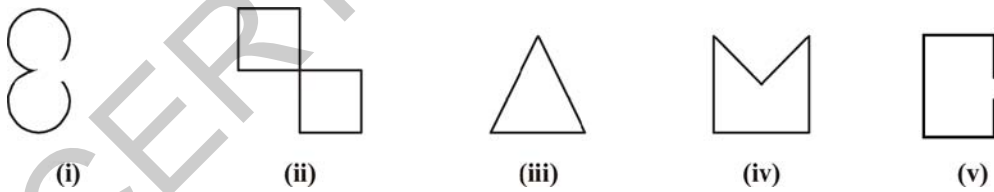
## مشق 4.2



1. سادہ منحنی شکل کی نشاندہی کیجئے



2. بتائے کہ کونسی منحنی شکل بند شکل ہے اور کونسی کھلی شکل ہے



3. تصویر کے اندرونی، بیرونی اور حدود پر واقع نقاط کی نشاندہی کیجئے۔



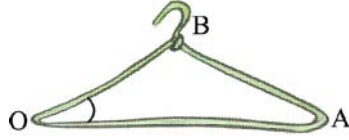
4. کوئی تین سادہ بند اشکال بنائیے۔

(i) صرف خطوط مستقیم کے ذریعہ

(ii) خطوط مستقیم اور منحنی دونوں کے ذریعہ

## 4.7 زاویہ

تصویروں کا مشاہد کیجئے۔



شکل-1



شکل-2



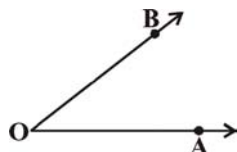
شکل-3

زاویے اسوقت وجود میں آتے ہیں جب کونے بنتے ہیں شکل (i) میں دو شعاعیں تصور کیجئے OA اور OB ان کا مشترک نقطہ O ہے۔ یہ دو شعاعیں مل کر زاویہ بناتے ہیں۔



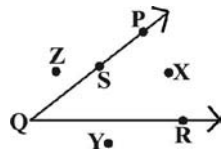
دروازہ کو دیکھئے جب دروازہ بند کیا جاتا ہے تو وہ دہلیز کے ساتھ ملکر وہ زاویہ نہیں بناتا ہے۔ جب ہم دروازہ کھولتے ہیں تب دروازہ اور دہلیز کے درمیان زاویہ بنتا ہے۔ دروازہ جیسے جیسے کھولتے جائیں گے زاویہ بھی تبدیل ہوتا جائے گا۔ یہاں پر دو شعاعوں کا تصور کیا جاسکتا ہے ایک دروازہ دوسرا دہلیز۔ گھڑی کے دوکانٹوں سے کس طرح مختلف اوقات میں مختلف زاویے بنتے ہیں؟ غور کیجئے۔

دو شعاعیں جب زاویہ بناتے ہیں تو ان شعاعوں کو زاویہ کے بازو کہا جاتا ہے۔ ان شعاعوں کا مشترک نقطہ زاویہ کا راس کہلاتا ہے۔ متصلہ شکل میں OA اور OB دو زاویہ کے بازو ہیں؟ 'O' زاویہ کا راس ہے۔ چونکہ زاویہ



پر بنتا ہے اسلئے اس زاویہ کو AOB یا BOA کہا جاتا ہے اور اس کو اس طرح لکھا جاتا ہے:  $\angle AOB$  یا  $\angle BOA$ ۔ بعض مرتبہ ( $\hat{A}OB$  یا  $\hat{B}OA$ ) یا پھر  $\angle O$  لکھا جاتا ہے۔

متصلہ شکل میں نقطہ X زاویہ کے اندرونی حصہ میں موجود ہے۔ نقطہ Z اندرونی حصہ میں نہیں ہے۔ یہ زاویہ کے بیرونی حصہ میں واقع ہے (زاویہ کے باہر واقع) ہے۔ نقطہ 's' زاویہ PQR کے بازو پر واقع ہے۔ اس طرح زاویہ مستوی کو تین حصوں میں تقسیم کرتا ہے (i) اندرونی (ii) بیرونی (iii) بازو۔ اب نقطہ Y پر غور کیجئے۔ یہ کہاں پر واقع ہے۔

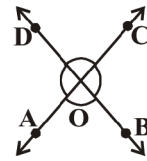


اگر ہم شعاع QP اور QR کو آگے بڑھائیں تو نقطہ Y زاویہ کے اندرونی حصہ میں واقع ہوگا۔ کیا یہ ممکن ہے زاویہ کے اندرونی حصہ میں نقطہ M کی نشاندہی شعاعوں کو طول دے کر کی جاسکتی ہے۔

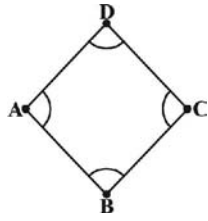
### مشق 4.3

1. دی گئی شکل سے زاویے، راس اور زاویے کے بازو کے نام جدول میں درج کیجئے۔

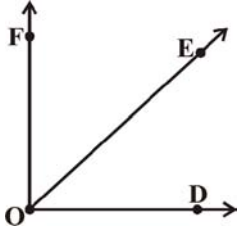
	i	ii	iii	iv
زاویہ	$\angle AOB$			
راس	O			
بازو	OA, OB			



2. زاویوں کے نام بتلائیے جو کہ دی گئی شکل سے حاصل ہوتے ہیں۔



3. شکل میں حسب ذیل نقاط کی نشاندہی کیجئے۔ جو تمام تین شرائط کو مطمئن کرتے ہیں۔

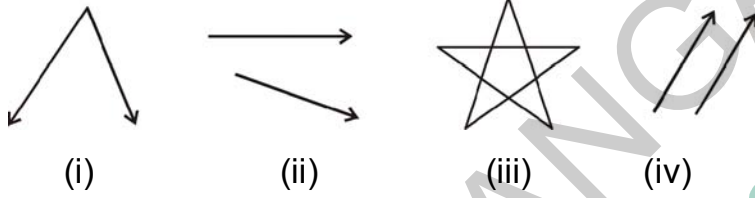


(i)  $\angle DOF$  کے اندرونی علاقے میں نقاط A اور B

(ii)  $\angle EOF$  کے بیرونی حصہ میں C, A

(iii) DOC پر نقطہ B

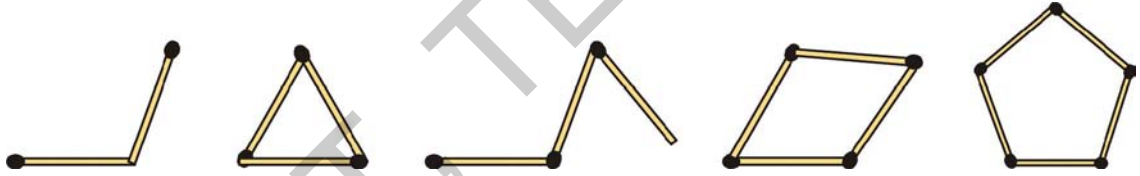
4. حسب ذیل کن شکلوں میں زاویے بنتے ہیں



## 4.8 مثلث

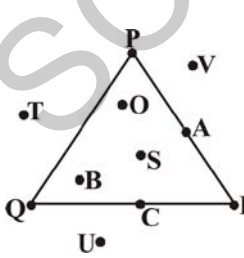
یہ کیجئے

ماچس کی تیلیاں لے کر چند سادہ بند اشکال بنانے کی کوشش کیجئے۔



ایک سادہ بند شکل بنانے کیلئے کم از کم کتنے تیلیوں کی ضرورت ہوگی؟ یقیناً تین۔ کیا آپ بتلا سکتے ہیں کہ دو تیلیوں کی مدد سے بند شکل کیوں نہیں بنائی جاسکتی؟

تین خطی قطعوں سے گھیری ہوئی سادہ بند شکل مثلث کہلاتی ہے۔ اور تین خطی قطعے اس کے اضلاع کہلاتے ہیں۔



مثلث کا مشاہدہ کیجئے یہ تین خطی قطعوں  $\overline{AB}$  اور  $\overline{BC}$  سے مل کر

بنا ہے یہاں  $A, B, C$  اس مثلث کے تین راس ہیں آپ جانتے ہیں کہ ان

سے تین زاویے  $\angle BAC$ ,  $\angle ACB$ , اور  $\angle A'B'C'$  راس ABC پر بنتے ہیں اس طرح اس

مثلث کو  $\Delta ABC$  سے تعبیر کیا جاتا ہے۔ چونکہ یہ ایک کثیر ضلعی ہے اس لئے اس کا بھی اندرونی

اور بیرونی حصہ ہوتا ہے۔ متصلہ مثلث اور بنائے گئے نقطوں کا مشاہدہ کیجئے نقطہ O اندرونی حصے

میں موجود ہے۔ اور کونسے نقاط مثلث کے اندرونی حصے میں موجود ہیں؟ نقطہ 'P' مثلث کے حدود پر (مثلث پر) واقع ہے؟

مثلث کے حدود پر واقع دیگر نقاط کی نشاندہی کیجئے۔

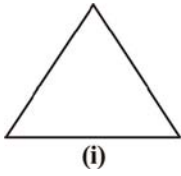
نقطہ T مثلث کے بیرونی حصہ میں موجود ہے۔ بیرونی حصہ میں اور کونسے نقاط واقع ہیں۔  
اس طرح مثلث کسی مستوی کو تین علاقوں میں تقسیم کرتا ہے (i) بیرونی حصہ (ii) اندرونی حصہ (iii) مثلث کے حدود (مثلث پر)  
مثلث کے حدود اور اندرونی حصہ ملا کر مثلثی خطہ کہلاتا ہے۔

یہ کیجئے۔

ٹکی (Straw) کے مختلف ٹکڑے لیجئے۔ اسمیں دھاگہ ڈال کر مختلف جسامت کے مثلثات بنائیے اور اپنی نوٹ بک میں مثلثات اتاریئے۔

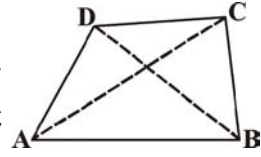
#### 4.9 چار ضلعی

متصلہ کثیر ضلعی اشکال کا مشاہدہ کیجئے؟ آپ جانتے ہیں کثیر ضلعی جس کے تین اضلاع ہوں ایک مثلث ہے جیسا کہ شکل (i) میں ہے۔ اسی طرح سادہ بند شکل جو کہ چار اضلاع پر مشتمل ہوتی ہے اسے چار ضلعی کہتے ہیں جیسا کہ شکل (ii) میں دکھا گیا۔



متصلہ شکل ABCD ایک چار ضلعی ہے۔ اور یہ چار خطی قطعے  $\overline{CD}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{AB}$  اور  $\overline{DA}$  اس کے چار اضلاع کہلاتے ہیں۔

اور  $\angle D$  اور  $\angle C$ ,  $\angle B$ ,  $\angle A$  کے چار زاویے ہیں۔ اور خطی قطعہ جو ان کے مقابل کے راس A، C اور D' B کو ملاتے ہیں یعنی  $\overline{AC}$  اور  $\overline{BD}$  چار ضلعی کے وتر کہلاتے ہیں۔  
مثلث کی طرح چار ضلعی بھی کسی مستوی کو تین حصوں میں تقسیم کرتی ہے۔ (i) اندرونی حصہ (ii) بیرونی



حصہ (iii) چار ضلعی کے حدود

چار ضلعی کا سایہ دار حصہ اندرونی علاقہ ہے اور غیر سایہ دار حصہ اس کا بیرونی علاقہ ہے۔  
 $\overline{AB}$  کے مقابل کا ضلع  $\overline{DC}$  ہے۔

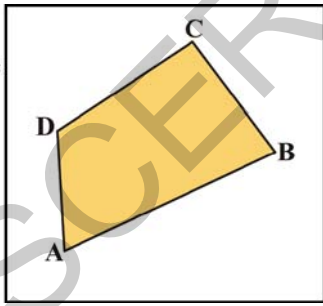
$\overline{CD}$ ,  $\overline{BC}$  اور  $\overline{AD}$  کے مقابل کے اضلاع کونسے ہیں؟

ضلع،  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  اور  $\overline{AD}$  کا متصلہ ضلع ہے۔

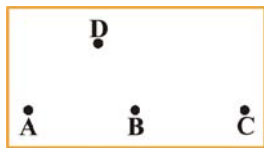
$\overline{CD}$ ,  $\overline{BC}$  اور  $\overline{AD}$  کے متصلہ ضلع کونسے ہیں! لکھئے۔

$\angle A$  کا مقابل کا زاویہ  $\angle C$  ہے۔ مقابل کے زاویوں کی دیگر جوڑیاں کونسی ہیں

$\angle A$  کے متصلہ زاویے  $\angle B$  اور  $\angle D$  ہیں۔ متصلہ زاویوں کی دیگر جوڑیاں کونسی ہیں؟



سوچیئے، تبادلہ خیال کیجئے اور لکھئے۔

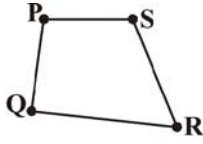


چار نقاط A, B, C, D اس طرح لیجئے کہ C, B, A ایک ہی خط مستقیم پر واقع ہوں اور D اس پر واقع نہ ہو، کیا خطی قطعہ  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  اور  $\overline{DA}$  مل کر چار ضلعی بناتے ہیں۔ وجوہات بیان کیجئے۔

## مشق 4.4



1. چار نقاط A, B, C اور D کی نشاندہی کیجئے ان کو ملا کر چار ضلعی بنائے اور اس کو نام دیجئے۔



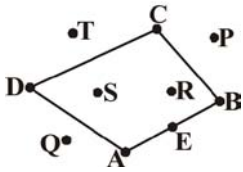
2. چار ضلعی PQRS ایک چار ضلعی ہے۔ ذیل کے جوابات دیجئے۔

(i) QR کے مقابل کا ضلع \_\_\_\_\_

(ii) P کے مقابل زاویہ \_\_\_\_\_

(iii) PQ کا مقابل کا ضلع \_\_\_\_\_

(iv) S کا متصلہ زاویہ \_\_\_\_\_



3. متصلہ شکل دیکھ کر نقاط کے نام بتائیے۔

(i) چار ضلعی کے اندرونی حصے میں واقع نقاط

(ii) چار ضلعی کے حدود پر واقع نقاط

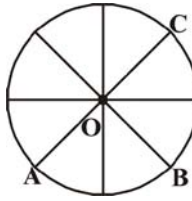
(iii) چار ضلعی کے بیرونی حصے میں پائے جانے والے نقاط



## 4.10 دائرہ

تصویروں کا مشاہدہ کیجئے۔

کاغذ پر ایک چوڑی رکھ کر پنسل سے اس کے کنارے کی شکل اتاریے۔ گول شکل حاصل ہوگی۔ یہ آپ کو دائرہ کا تصور سمجھنے میں مدد



دیگی۔ اس طرح کی گول شکل دائرہ کہلاتی ہے۔ کیا آپ اس طرح کی مزید مثالیں سوچ سکتے ہیں؟

سائیکل کا پھیدہ دیکھئے اور اسکی ہر کاڑی کی پیمائش کیجئے۔ آپ مشاہدہ کریں گے کہ ہر کاڑی کی لمبائی مساوی

ہے درمیانی نقطہ مرکز ہے اور محضی خط کو دائرے کا محیط کہا جاتا ہے مرکز سے محیط پر پائے جانے والے کسی

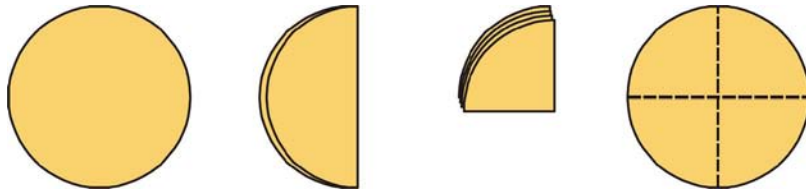
بھی نقطہ کا فاصلہ نصف قطر کہلاتا ہے۔ شکل میں دائرے کے مرکز اور نصف قطروں کا مشاہدہ کیجئے۔

کیا تمام نصف قطر مساوی ہیں؟ O مرکز ہے۔ OA, OB, OC دائرے کے نصف قطر ہیں۔

## یہ سمجھئے

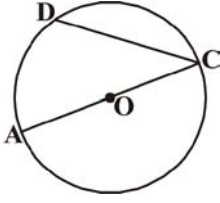
کاغذ پر دائرہ اتار کر اس کو کاٹ لیجئے۔ اس کو نصف حصے سے موڑیئے پھر اس کا ایک چوتھائی موڑیئے۔

تب موڑ کے نشان اس طرح نظر آئیں گے جیسا کہ شکل میں بتلایا گیا ہے۔



آپ درمیان میں ایک نقطہ کا مشاہدہ کریں گے اس کو O کا نام دیجئے یہ دائرہ کا مرکز ہے۔ آپ اس میں نصف قطر کو بھی ظاہر کر

سکتے ہیں۔ ایک دائرہ میں کتنے نصف قطر کھینچے جاسکتے ہیں؟



AC ایک خطی قطعہ ہے جو دائرے کے دو نقاط کو جوڑتا ہے۔  
کیا کوئی اور خطی قطعہ ہے جو دائرہ کے محیط کے دو نقطوں کو جوڑتا ہے؟ CD ایک خطی قطعہ ہے جو دائرے کے محیط پر واقع دو نقطوں کو جوڑتا ہے۔ ایسے خط کو وتر کہتے ہیں۔ AC اور CD دونوں وتر ہیں لیکن وتر AC چوں کہ دائرے کے مرکز O سے گزر رہا ہے۔ ایسا وتر جو مرکز سے گزرتا ہے اسکو قطر کہتے ہیں۔

یہ کیجئے

دائرہ کھینچ کر اسمیں کم از کم 5 وتر بتائے۔ اس بات کا لحاظ رکھتے ہوئے کہ کم از کم ایک وتر دائرے کے مرکز سے گذرے اس کا نام دیجیے اور جدول مکمل کیجئے۔

سلسلہ نشان	وتر	طول	مرکز سے گذر رہا ہے (ہاں/نہیں)
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			

آپ نے کیا غور کیا؟

آپ نے غور کیا ہوگا کہ وہ وتر جو دائرے کے مرکز سے گزر رہا ہے اس کا طول سب سے زیادہ ہے۔ AC ایک خطی قطعہ ہے جس کا درمیانی نقطہ O ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ OA اور OC دو نصف قطر ہیں اس طرح

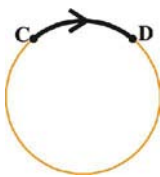
$$OA \text{ کی لمبائی} + OC \text{ کی لمبائی} = AC \text{ کی لمبائی}$$

یعنی قطر نصف قطر کا دو گنا ہوتا ہے۔

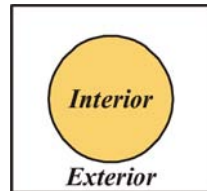
سوچئے اور تبادلہ خیال کیجئے۔

کیا یہ ممکن ہے کہ دائرے میں ایک سے زائد قطر کھینچے جاسکتے ہیں؟ کیا تمام قطروں کا طول مساوی ہوگا؟ ساتھیوں سے تبادلہ خیال کیجئے اور جواب لکھئے۔

شکل کا دوبارہ مشاہدہ کیجئے۔ C اور D کے درمیان پایا جانے والے دائرہ کا حصہ قوس کہلاتا ہے اور



اس کو CD سے ظاہر کرتے ہیں۔ شکل میں پائے جانے والے دوسرے قوسوں کی نشاندہی کیجئے۔ چوں کہ دائرہ سادہ بند شکل ہے دائرہ کا محیط دائرے کو دو حصوں اندرونی حصہ اور بیرونی حصہ میں تقسیم کرتا ہے۔

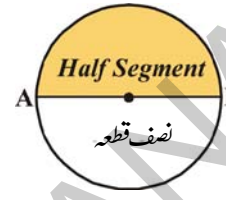
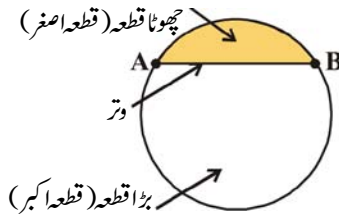
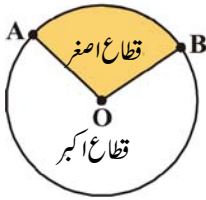


دائرے کا اندرونی حصہ جو حدود سے گھیرا ہوتا ہے دائرونی خطہ کہلاتا ہے۔



## دائرے کے دیگر حصے

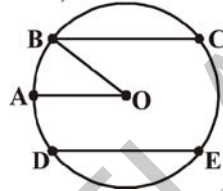
دائرہ کا وہ حصہ جو قوس اور دو نصف قطروں پر مشتمل ہوتا ہے دائرے کا قطاع کہلاتا ہے۔ دائرے کا وہ حصہ جو قوس اور ایک وتر پر مشتمل ہو اسے قطعہ دائرہ کہتے ہیں۔ وتر دائرہ کو دو قطعوں میں تقسیم کرتا ہے۔ وہ حصہ جو قوس اور قطر پر مشتمل ہوتا ہے نیم دائرہ کہلاتا ہے۔



## مشق 4.5



1. ایک دائرہ اتاریے اور اس کے مرکز 'نصف قطر' اور قوس کی نشاندہی کیجئے۔



2. دائرہ کے حسب ذیل حصے کو سایہ دار بنائے۔

(i) قطاع کو سرخ رنگ سے

(ii) چھوٹے قطعہ کو زرد رنگ سے

3. صادق یا کاذب بتلائے۔

(i) دائرہ میں صرف ایک مرکز ہوتا ہے۔ ( )

(ii) قطر نصف قطر کا دو گنا ہوتا ہے۔ ( )

(iii) قوس دائرہ کا حصہ ہوتا ہے۔ ( )

(iv) تمام وتروں کا طول مساوی ہوتا ہے۔ ( )

(v) تمام نصف قطر مختلف طول رکھتے ہیں۔ ( )

4. دائروں کے شکل کا کاغذ لیجئے نصف سے موڑئے۔ کیا آپ کو قطر حاصل ہوا؟ دائرے کے موڑ کو بدل کر یہی عمل دہرائیے۔ آپ

ایسے کتنے قطروں کا مشاہدہ کرتے ہیں؟ کتنے مزید قطر حاصل کر سکیں گے۔

## ہم نے کیا سیکھا

1. نقطہ مقام کو ظاہر کرتا ہے عام طور پر نقطہ کو انگریزی کے بڑے حروف تہجی سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

2. دو نقاط کو ملانے پر خطی قطعہ حاصل ہوگا۔ اس کا فاصلہ متناہی ہوتا ہے۔

3. خط اس وقت حاصل ہوتا ہے جب خطی قطعہ کو دونوں جانب لامتناہی آگے بڑھایا جائے۔
4. شعاع خط کا حصہ ہوتی ہے اور کسی ایک نقطہ سے شروع ہو کر دوسری جانب غیر مختتم ہوتی ہے۔
5. کسی شکل کو قلم/پنسل اٹھائے بغیر اتارا جائے تو اس کو منحنی کہتے ہیں۔ اس لحاظ سے خط مستقیم بھی منحنی ہے۔
6. سادہ منحنی وہ خط ہے جو خود کو قطع نہیں کرتی۔
7. منحنی دو قسم کے ہوتے ہیں۔ کھلی اور بند۔
8. دو شعاع کے ایک مشترک نقطہ پر زاویہ بنتا ہے۔ مشترک نقطہ زاویہ کا راس کہلاتا ہے۔ اور دو شعاع زاویہ کے بازو کہلاتے ہیں۔
9. زاویہ مستوی کو اندرونی حصہ بیرونی حصہ اور زاویہ کے حدود میں تقسیم کرتا ہے۔
10. مثلث سادہ بند شکل ہے جو کہ تین خطی قطعوں سے ملکر بنتی ہے۔
11. مثلث میں تین ضلع تین زاویے اور تین راس ہوتے ہیں۔
12. مثلث کے حدود اور اندرونی حصہ کو ملا کر منثالی خطہ کہتے ہیں۔
13. چار خطی قطعوں سے بننے والی سادہ بند شکل چار ضلعی کہلاتی ہے۔ چار ضلعی میں 4 ضلع 4 زاویے 4 راس اور دو وتر ہوتے ہیں۔
14. دائرہ سادہ منحنی بند شکل ہے۔ جس کے محیط کا ہر نقطہ مرکز سے مساوی فاصلے پر ہوتا ہے۔ نقطہ سے مرکز کا فاصلہ نصف قطر کہلاتا ہے۔
15. دائرے کے حدود کا ایک حصہ قوس کہلاتا ہے اور دائرہ کا کل قوس دائرہ کا محیط کہلاتا ہے۔
16. وتر وہ خط ہے جو دائرے کے کوئی دو نقاط کو ملانے پر بنتا ہے قطر بھی ایک وتر ہے۔
17. دائرہ کا قطر نصف قطر کا دو گنا ہوتا ہے۔
18. دائرہ کا محیط اور اندرونی حصہ دائری حصہ کہلاتا ہے۔
19. دائرہ کا وہ حصہ جو قوس اور دو نصف قطروں سے بنتا ہے۔ قطاع کہلاتا ہے۔
20. دائرے میں وتر اور قوس سے گھرا ہوا علاقہ دائرے کا قطعہ کہلاتا ہے۔
21. قطر دائرے کو دو مساوی حصوں میں بانٹتا ہے اور دو نیم دائرے بنتے ہیں۔ یہ ایک قطعہ ہے اور قطاع بھی ہے۔

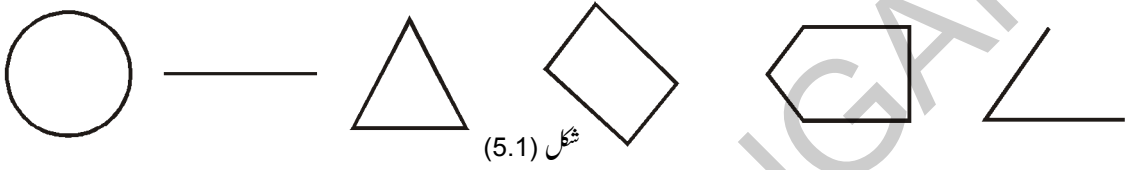


### اقلیدس (یونانی) 365 ق م

یہ ایک مشہور فلسفی و ریاضی داں تھے، انہوں نے کتاب ”عناصر“ میں جیومیٹری کو منطقی انداز میں ترتیب دیا۔  
ان کی متعارف کی ہوئی جیومیٹری، اقلیدس جیومیٹری کے نام سے جانی جاتی ہے۔

## 5.1 تمہید

باب جیومیٹری کے بنیادی تصورات میں ہم جیومیٹری کی چند اشکال کے بارے میں معلومات حاصل کر چکے ہیں۔ جن میں خطوط، زاویے، مثلثات، چار ضلعی اور دائرے شامل ہیں۔ ان میں زیادہ تر کو خطی قطعوں کی مدد سے بنایا گیا ہے۔ ہم یہ دیکھ سکتے ہیں کہ ان اشکال میں خطوط اور زاویے مختلف جسامت کے ہیں۔ انھیں دیکھ کر ہم خطی قطعہ کے طول اور زاویوں کا تقابل کر سکتے ہیں۔



شکل (5.1)

بہر حال یہ ہمیشہ ممکن نہیں ہے۔ کیونکہ دیکھنے کے اعتبار سے یہ مساوی معلوم ہوتے ہیں۔ لیکن اسے جانچنے کے لئے ایک معیاری آلے کی ضرورت ہوتی ہے تاکہ ان کی صحیح پیمائش کی جاسکے۔

## 5.2 خطی قطعہ کی پیمائش

کتاب کے کنارے، ٹیلی ویژن کے اسکرین کے کنارے، اینٹ کے کنارے وغیرہ وغیرہ یہ خطی قطعوں کے مماثل ہیں ہم کئی خطی قطعہ بنائے ہیں اور کئی خطی قطعہ دیکھ چکے ہیں۔ ہمیں معلوم ہے کہ مثلث تین خطی قطعوں سے بنتا ہے جبکہ چار ضلعی چار خطی قطعوں سے بنائی جاتی ہے۔ ایک خطی قطعہ وہ خط کا حصہ ہوتا ہے جس میں دو (سرے کے نقاط) اختتامی نقاط پائے جاتے ہیں۔ یہ خطی قطعہ کی پیمائش کرنے میں معاون ثابت ہوتے ہیں۔



شکل (5.2)

ہر خطی قطعہ کی پیمائش ”طول“ کہلاتی ہے۔ ہم طول کو خطی قطعوں کے تقابل کیلئے استعمال کرتے ہیں۔ ہم دو خطی قطعوں کے طول کا تقابل (a) آسانی سے مشاہدہ کر کے کر سکتے ہیں۔

(b) کاغذ پر اتار کر تقابل کر سکتے ہیں۔ (c) آلات کے استعمال سے کر سکتے ہیں۔

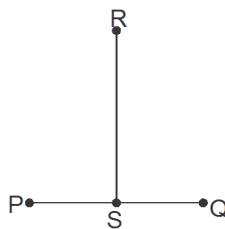
شکل (5.2) میں خطی قطعوں  $\overline{AB}$  اور  $\overline{CD}$  کو آسان مشاہدہ سے تقابل کیا جاسکتا ہے

کیا آپ ان میں سے کون بڑا ہے معلوم کر سکتے ہیں۔  
AB یقیناً  $\overline{CD}$  سے بڑا ہے۔

خطی قطعے  $\overline{PQ}$  اور  $\overline{RS}$  کے طول کا تقابل

کرنا مشکل کام ہے جیسا کہ شکل 5.3 میں

بتایا گیا ہے۔ کیوں؟



شکل (5.3)



سوچئے اور بحث کیجئے۔

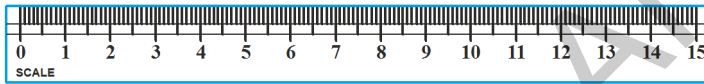
ہم ان کا تقابل کس طرح کریں گے؟

تقابل کرنے کے لئے ہم خطی قطعے  $\overline{AB}$  اور  $\overline{CD}$  ایک کاغذ پر اتارینگے اس طرح سے کہ وہ دونوں ایک ہی سمت میں واقع ہوں۔ اب ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ  $\overline{AB}$  خطی قطعے  $\overline{CD}$  سے لمبا ہے۔ بالکل اسی طرح ہم  $\overline{PQ}$  اور  $\overline{RS}$  کا تقابل کر سکتے ہیں۔ ہم یہ دیکھ سکتے ہیں کہ  $\overline{PQ}$  اور  $\overline{RS}$  طول میں دونوں مساوی ہیں۔

### 5.2.1 آلات کے ذریعہ تقابل

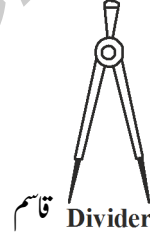
دو خطی قطعوں کے صحیح تقابل کے لئے ہمیں موزوں آلات کی ضرورت ہوتی ہے۔ یہ آلات جیسے پٹری، قاسم جیومیٹری باکس میں موجود ہوتے ہیں۔

کیا آپ نے ان آلات کو دیکھا ہے اور استعمال کیا ہے؟ اسکو غور سے دیکھئے۔



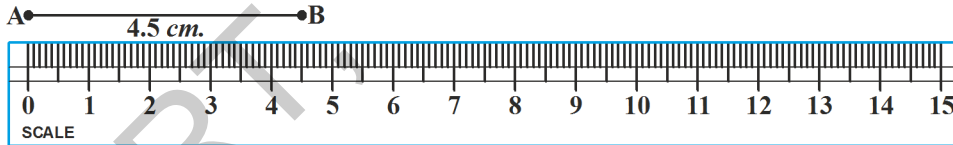
Ruler پٹری

شکل (5.4)



قاسم Divider

پٹری کے ایک سرے کو 15 بڑے حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے ان میں ہر ایک حصہ 1 سمر کو ظاہر کرتا ہے۔ ہر سمر مزید 10 حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ اور وہ منقسم ہر ایک حصہ 1 ملی میٹر کو ظاہر کرتا ہے۔ اب دیکھیں گے کہ کس طرح ایک خطی قطعہ کی پیمائش پٹری کے ذریعہ کی جاتی ہے۔

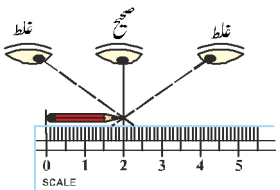


نقطہ A پر پٹری کے صفر نشان والے سرے کو رکھیے B پر حاصل ہونے والا عدد پڑھیئے۔ یہ AB کی لمبائی ہوگی۔ یہاں AB کی لمبائی 4.5 سمر ہے یعنی  $\overline{AB} = 4.5$  ہے۔

نوٹ: فرض کیجئے کہ ہم A کو نشان 1 پر رکھتے ہیں تب B کے پاس والا نشان 5.5 سمر ہوگا۔ یہاں حاصل طول سے 1 تفریق کرنے پر حقیقی طول آجائے گا۔ یعنی  $5.5 - 1 = 4.5$ ۔

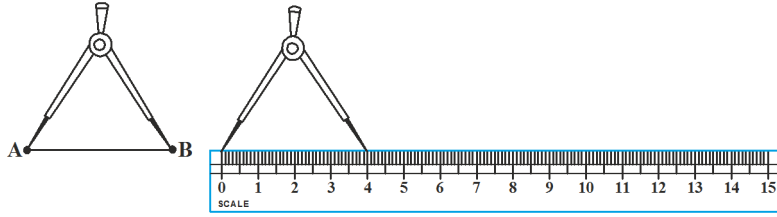


سوچئے، متبادلہ خیال کیجئے اور لکھئے۔



خطی قطعہ کی پیمائش میں آپ کوئی دوسری غلطیاں کر سکتے ہیں۔ خط کی پیمائش میں مثال کے طور پر پینسل کے طول کو معلوم کرنے کیلئے آنکھ کو صحیح مقام پر رکھنا ہوگا۔ جیسا کہ شکل میں بتایا گیا ہے۔ اس کی تصدیق دونوں نقاط سے کیجئے۔ ورنہ یہاں غلطی ہونے کا خدشہ رہتا ہے۔ دیکھتے وقت آنکھ سے بننے والا زاویہ عمودی ہونا ضروری ہے۔

اس غلطی کو ختم کرنے کیلئے بہتر طریقہ تو یہ ہوگا کہ قاسم کا استعمال کیا جائے اب صحیح پیمائش کیلئے قاسم کا استعمال کریں گے۔



شکل (5.5)

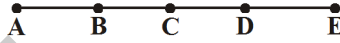
قاسم کو پھیلائیے۔ اس کے ایک سرے کو ایک مقام A پر جمائیے دوسرے سرے کو نقطہ B پر رکھیے۔ پھر اسکو نکال لیجئے۔ کھلے حصہ کو تبدیل کیے بغیر اسکو پٹری پر رکھ دیجئے۔ ہر ایک نقطہ پر موجود اعداد کو پڑھیے۔ خطی قطعہ  $\overline{AB}$  کا طول کیا ہے؟ مزید چند خطی قطعہ لیجئے اور ان کے طول کی پیمائش کیجئے۔

### کوشش کیجئے۔

1. ایک پوسٹ کارڈ لیکر اسکے طول اور عرض کی پیمائش پٹری کی مدد سے کیجئے۔ اور قاسم سے بھی کیجئے۔ کیا تمام پوسٹ کارڈ کے ابعاد مساوی ہوتے ہیں۔
2. کوئی تین اشیاء لیجئے جیسے ربڑ چھوٹا پنسل وغیرہ انکے طول کو کاغذ پر اتار لیجئے۔ ان خطی قطعوں کی پیمائش کیجئے۔

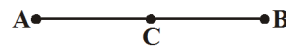
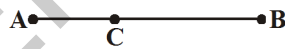
### مشق 5.1

1. اپنی کلاس میں مشاہدہ کیئے جانے والے کوئی 5 خطی قطعوں کی مثالیں دیجئے۔ مثلاً: تختہ سیاہ کا کنارہ
2. دو خطی قطعوں کے تقابل میں قاسم کا استعمال بہتر ہوگا بہ نسبت پٹری کے استعمال کے ایسا کیوں؟
3. ذیل میں دیئے گئے تمام خطی قطعوں کی پیمائش کر کے ان کے طول کے اعتبار سے صعودی ترتیب میں لکھئے۔



خطی قطعے  $\overline{AB}$   $\overline{AC}$   $\overline{AD}$   $\overline{AE}$   $\overline{BC}$   $\overline{BD}$   $\overline{BE}$   $\overline{CD}$   $\overline{CE}$   $\overline{DE}$

4.  $\overline{AB}$  کا وسطی نقطہ ساجدہ اور ریشما نے اس طرح بتایا۔



ساجدہ

ریشما

آپ کیا محسوس کرتے ہیں کون صحیح ہے۔  $\overline{AC}$ ،  $\overline{CB}$  کے طول کی پیمائش کیجئے اور تصدیق کیجئے۔

5. دی گئی ہر تصویر میں انکے ضلعوں کے اعتبار سے کئی خطی قطعے

ہونگے۔ الماری کیلئے طول والے حصہ کو خطی قطعے کو شکل میں بتایا

کیا ہے۔ ان تمام خطی قطعوں کی نشاندہی کرتے ہوئے انکی

پیمائش کیجئے۔



### 5.3 زاویہ کی پیمائش

ہم ہمیشہ اپنے اطراف زاویے دیکھتے ہیں۔

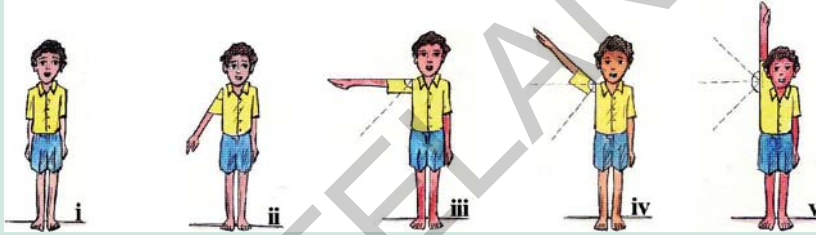


ہم جانتے ہیں کہ جب ہم قبینچی کے بلیڈ کو حرکت دیتے ہیں تب اسکے درمیان زاویہ بڑھتا ہے۔ زاویہ کی بناوٹ دو شعاعوں یا دو خطی قطعوں سے مل کر بنتی ہے۔ اس طرح کی چند مثالیں دیکھئے۔

مشغلہ



ذیل کی اشکال کو دیکھئے۔

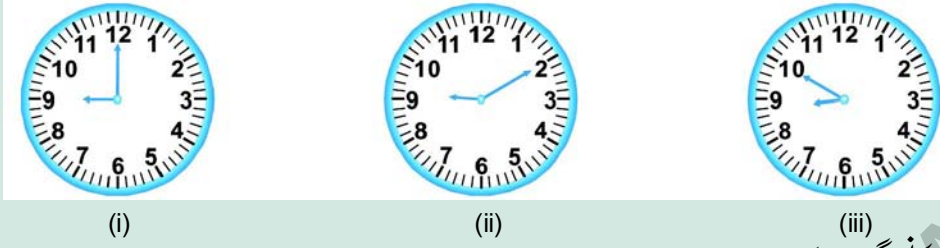


اپنے ہاتھ جسم سے لگائے رکھئے آہستہ آہستہ ایک ہاتھ کو اوپر کی طرف بڑھائیے دوسرے ہاتھ کو اسی طرح جسم سے لگائے رکھئے۔ جیسا آپ اپنے ہاتھ کو حرکت دیتے جائینگے آپ کے ہاتھ اور جسم کے درمیان کا زاویہ بڑھتا جائے گا۔ مختلف زاویوں پر غور کیجئے اور انہیں بتائیے۔

شکل (iii) اگر آپ کا ہاتھ جسم پر عمود دار ہے۔ اس طرح جسم اور ہاتھ کے درمیان بننے والا زاویہ  $90^\circ$  ہوگا۔ جسکو زاویہ قائمہ کہتے ہیں۔ شکل (ii) آپ کے ہاتھ اور جسم کے درمیان بننے والا زاویہ زاویہ قائمہ سے کم ہوتا ہے اس قسم کے زاویہ کو حادہ زاویہ (Acute Angle) کہتے ہیں۔

شکل (iv) میں بننے والا زاویہ قائمہ سے زیادہ ہے اسلئے اسکو منفرجہ زاویہ (Obtuse Angle) کہتے ہیں۔ شکل (v) اس تصویر میں اگر آپ کا ہاتھ دوبارہ آپ کے جسم کی سیدھ میں ہو تو بننے والا زاویہ  $180^\circ$  ہوگا تو۔ اسکو زاویہ مستقیم (Straight Angle) کہتے ہیں۔ اب شکل (i) میں آپ کے جسم اور ہاتھ کے درمیان کیا کوئی زاویہ بنا ہے؟ نہیں کوئی زاویہ نہیں بنا ہے۔ اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں یہ صفر زاویہ ہے۔ ہم نے صفر زاویہ سے حرکت کرنا شروع کیا ہے۔ آپ نے مشاہدہ کیا ہوگا کہ اشکال میں ہاتھ کی حرکت اوپر کی طرف ہے نیچے نہیں۔ اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ ہمارا ہاتھ ابتدائی مقام (نقطہ) تک نہیں پہنچا ہے۔ اب ہم گھڑی میں بننے والے دوسرے زاویوں پر غور کریں گے۔

ہم 12 بجے گھڑی کے دونوں کانٹوں کا زاویہ صفر لیں گے۔



1- کونسی گھڑی کے کانٹے، زاویہ حادہ بناتے ہیں؟

2- شکل میں کونسی گھڑی کے کانٹے زاویہ منفرجہ بناتے ہیں؟

ان زاویوں کی پیمائش گھڑی کے چھوٹے کانٹوں کو میعار مان کر کی گئی ہے۔ منٹ کے کانٹے کی سمت ساعت گردش سے زاویے بنائے گئے ہیں۔

### مشغلہ

دونلکیاں (Straws) لیجئے۔

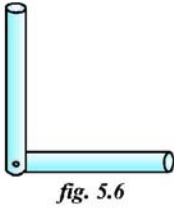


fig. 5.6

نلکی کے ایک سرے پر دوسری نلکی کا سر رکھیے۔ پن سے اس کو جوڑ دیجئے۔ جو L وضع کا ہوگا۔ یہاں پر آپ کو زاویہ قائمہ حاصل ہوگا۔ یہ زاویہ قائمہ کے تقابل کے لئے استعمال ہوتا ہے۔ (شکل 5.6)

زاویہ پیماء کو شعاع OA پر رکھئے جو اس پر منطبق ہو جائے۔ جیسا کہ شکل (5.7) میں بتایا گیا ہے۔

اب  $\angle AOB$  زاویہ قائمہ سے کم ہوگا۔ جو حادہ

زاویہ ہوگا۔

اس زاویہ پیماء کو شعاع OC پر منطبق کیجئے جس طرح شکل (5.8) میں بتایا گیا ہے۔

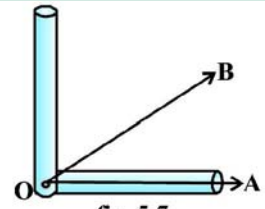


fig. 5.7

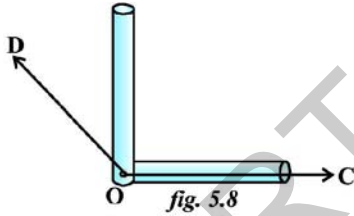


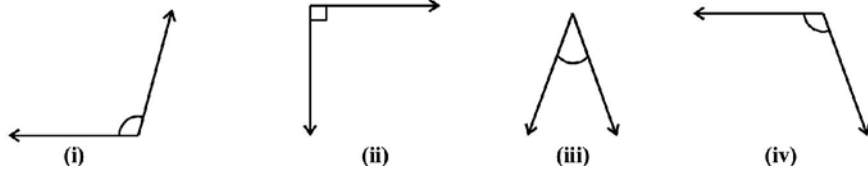
fig. 5.8

$\angle COD$  زاویہ قائمہ سے زیادہ ہے اسلئے یہ منفرجہ

زاویہ ہے۔

### یہ کیجئے

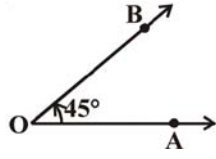
1. شربت کی نلکیوں کا زاویہ پیماء لے کر ذیل کے زاویوں کی شناخت کیجئے۔



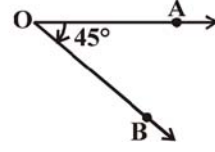
2. روزمرہ زندگی کے کوئی پانچ صورتیں بتائیے۔ جہاں پر آپ زاویہ حادہ اور زاویہ منفرجہ کا مشاہدہ کرتے ہیں۔

3. اپنی مرضی سے آپ کچھ زاویے بنائیے۔ ان کی زاویہ پیماء کی مدد سے جانچ کیجئے۔ اور بتائیے کہ کونسے حادہ اور کونسے منفرجہ زاویے ہیں۔

رقیبہ اور رقیب کو شعاع  $\overline{OA}$  دی گئی اور انھیں 45 درجہ کا زاویہ بنانے کی ہدایت دی گئی۔ انہوں نے اس طرح زاویے بنائے۔



رقیب ( $\angle AOB = 45^\circ$ )



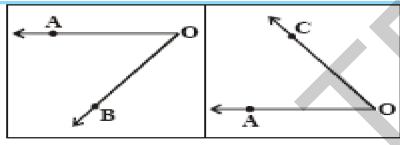
رقیبہ ( $\angle AOB = 45^\circ$ )

رقیبہ اور رقیب کے بنائے ہوئے زاویوں میں کیا فرق ہے؟

رقیب کا بنایا ہوا زاویہ  $\overline{OA}$  گھڑی کے کانٹوں کی مخالف سمت میں حرکت کرتے ہوئے  $45^\circ$  کا زاویہ بنا کر  $\overline{OB}$  پر پہنچتا ہے اس طرح کے زاویہ جو گھڑی کے کانٹوں کی مخالف سمت میں بنتے ہیں مخالف سمت ساعت زاویہ (Anti Clockwise Angle) کہلاتے ہیں۔ مخالف سمت ساعت زاویوں کو مثبت پیمائش میں ظاہر کیا جاتا ہے۔ اسلئے رقیب کا بنایا ہوا زاویہ  $45^\circ$  ہے۔ رقیبہ کا بنایا ہوا زاویہ  $\overline{OA}$  گھڑی کے کانٹوں کی سمت میں حرکت کرتے ہوئے  $45^\circ$  کا زاویہ بنا کر  $\overline{OB}$  پر پہنچتا ہے اس طرح کے زاویہ جو گھڑی کے کانٹوں کی سمت میں بنتے ہیں۔ سمت ساعت زاویہ (Clock wise angle) کہلاتے ہیں۔ سمت ساعت زاویے کو منفی علامت '-' سے ظاہر کرتے ہیں۔ جیسے یہ  $-45^\circ$  ہے۔

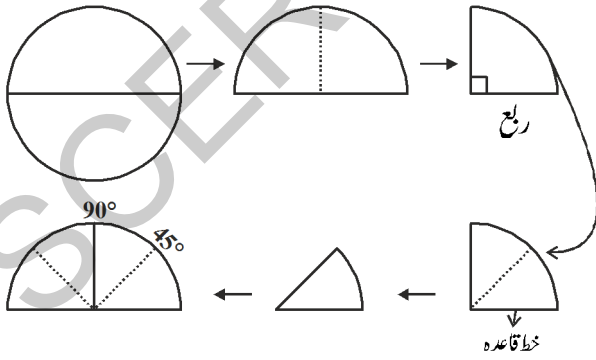


سوچئے۔ تبادلہ خیال کیجئے اور لکھئے۔



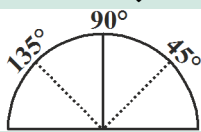
متصلہ دیئے گئے اشکال میں زاویہ  $\angle AOB$  اور  $\angle AOC$  دیئے گئے ہیں۔ کونسا زاویہ موافق سمت ساعت ہے اور کونسا زاویہ مخالف سمت ساعت ہے۔ سوچئے اور اپنے دوستوں سے تبادلہ خیال کیجئے۔

مشغلہ



1. ایک دائری شیٹ لیجئے یا چوڑی کے ذریعہ دائرہ کی وضع کاٹ لیجئے۔
2. درمیان میں سے ایک مرتبہ موڑ لیجئے۔ آپ نیم دائرہ حاصل کریں گے۔
3. مزید اسکو اس طرح موڑ دیجئے کہ شکل میں موجود وضع حاصل ہو جائے۔ یہ ایک ربع (Quadrant) ہے۔
4. یہ موڑ کنارے پر  $90^\circ$  درجہ بناتا ہے۔ موڑ پر  $90^\circ$  زاویہ کا نشان لگائیے۔

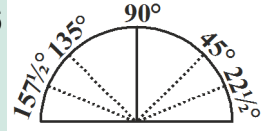
5. اس ربع کو دوبارہ موڑ دیجئے اب زاویہ  $90^\circ$  کا آدھا ہوگا۔ یعنی  $45^\circ$  اب اس کو کھول لیجئے۔ اب اس نئے خط پر زاویہ کیا ہوگا۔ موڑ



اور خط قاعدہ کی سطح پر  $45^\circ$  کا زاویہ بنتا ہے۔  $90$  کی دوسری جانب پیمائش کا نشان لگائیے۔ یہ  $90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$  ہوگا۔



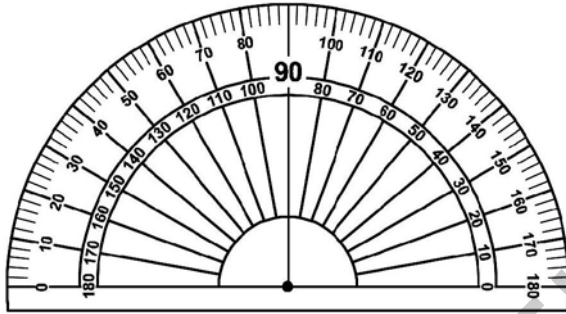
6. پیپر کو دوبارہ موڑ دیجئے جہاں پر  $45^\circ$  کا آدھا زاویہ بنتا ہو (ربع کا آدھا) قاعدہ کے خط سے بائیں جانب  $45^\circ$  کا نصف ہوگا۔ یعنی  $22\frac{1}{2}^\circ$  زاویہ  $135^\circ$  کے بائیں جانب  $157\frac{1}{2}^\circ$  ہوگا۔



زاویوں کی پیمائش ہمیں تیار شدہ حاصل ہوگی۔ یہ ایک عارضی چاندہ ہے۔

### 5.3.1 چاندہ The Protactor

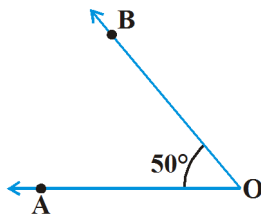
اس سے قبل نلکیوں اور کاغذ کی مدد سے تیار کردی زاویہ پیمائش میں زاویہ قائمہ کے مطابق صرف چند زاویوں کی پیمائش تک ہی کارآمد ثابت ہوا۔ اس لئے زاویوں کی پیمائش انتہائی درستگی اور آسانی کے ساتھ معلوم کرنے کے لئے ایک آلہ کی ضرورت ہوتی ہے جس کو چاندہ یا Protactor کہتے ہیں۔ اگر آپ اس چاندہ پر غور کریں تب آپ یہ محسوس کریں گے کہ ان پر دو طرح کی پیمائش



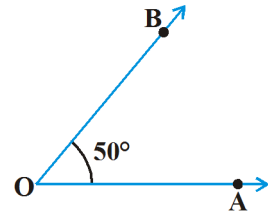
اکائیاں موجود ہیں۔ پیمائشی خط معلوم کیجئے۔ جو زاویہ قائمہ بناتا ہے۔ آپ دیکھیں گے کہ  $90^\circ$  کی خط زاویہ قائمہ کو ظاہر کرتی ہے۔ یہ انتصابی افقی خط پر عمودوار ہوتی جو دونوں جانب دو قسم کے زاویے بناتے ہیں۔ موافق سمت ساعت زاویہ اور مخالف سمت ساعت زاویہ یہ چاندے کے اندرونی اور بیرونی پیمانہ پر ہیں۔

دونوں  $0^\circ$  سے  $180^\circ$  میں ہونگے۔ (سمت ساعت اور مخالف سمت ساعت) انہیں  $180^\circ$  مساوی درجوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ منحنی سطح کے سرے پر ان درجوں کو 10 کے وقفہ سے ظاہر کیا گیا ہے۔ ایک خط جو 0 کو دونوں جانب ملاتی ہے جو مرکزی نقطہ سے گذرتی ہے خط قاعدہ کہلاتی ہے۔ اب آپ سیکھیں گے کہ زاویوں کی پیمائش چاندہ کی مدد سے کس طرح کی جاتی ہے۔

موافق سمت ساعت زاویہ	مرحل	مخالف سمت ساعت زاویہ
	<p>1- زاویوں کی شناخت کیجئے کون سے حادہ ہیں اور کون سے منفرجہ ہیں۔</p> <p>2- چاندے کا مرکزی حصہ زاویہ کی راس پر رکھئے۔</p> <p>3- چاندے کو اس طرح جمائیے کہ ایک زاویہ کا ایک بازو خط قاعدہ پر ہو۔</p>	



4- زاویہ کو دیکھئے کہ خط قاعدہ صفر پر منطبق ہو  
صفر سے اوپری کی جانب بڑھنا چاہیے۔  
5- اس زاویہ کی پیمائش کو پڑھیئے جہاں اس کا بازو  
پہری سے گزرتا ہے پس  $\angle AOB = 50^\circ$

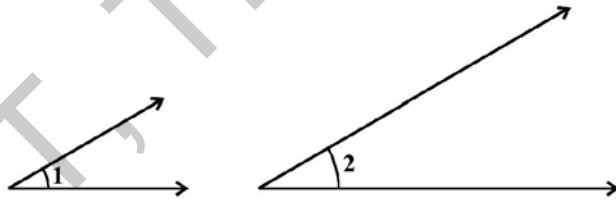


جدول کو پڑھیئے۔

زاویہ کی قسم	پیمانہ
صفر درجہ	$0^\circ$
زاویہ قائمہ	$90^\circ$
زاویہ مستقیم	$180^\circ$
مکمل زاویہ	$360^\circ$
حادہ زاویہ	$0^\circ$ اور $90^\circ$ کے درمیان
منفرجہ زاویہ	$90^\circ$ اور $180^\circ$ کے درمیان
زاویہ انعکاس	$180^\circ$ اور $360^\circ$ کے درمیان

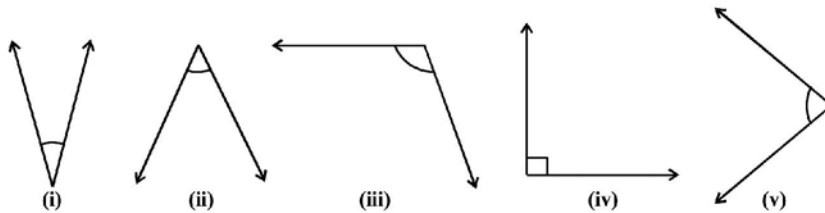
یہ کیجئے

1. کونسا زاویہ بڑا ہے۔ اپنے دوستوں سے تبادلہ خیال کیجئے

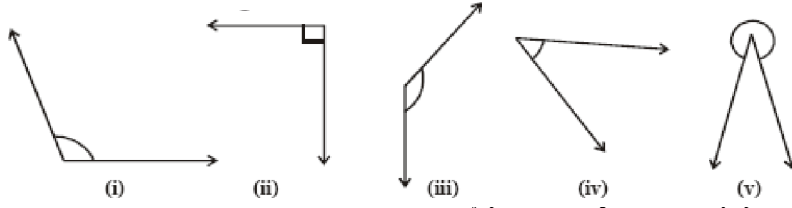


زاویوں کی پیمائش کر کے جانچ کیجئے کیا آپ کا اندازہ درست ہے۔ وجوہات بتلایئے۔

2. کونسے زاویہ حادہ ہیں انکو معلوم کیجئے اور انکی پیمائش کیجئے۔



3. بتائیے ذیل میں کونسے زاویے منفرجہ ہیں۔



4. اپنی مرضی سے کوئی دو حادہ اور منفرجہ زاویے کو اتارئے۔

5. حسب ذیل زاویوں کو حادہ، قائمہ، منفرجہ اور مستقیم زاویوں میں درجہ بند کیجئے۔

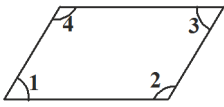
$40^\circ$ ,  $140^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $210^\circ$ ,  $44^\circ$ ,  $215^\circ$ ,  $345^\circ$ ,  $125^\circ$ ,  
 $10^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $89^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $115^\circ$ ,  $180^\circ$

## مشق 5.2



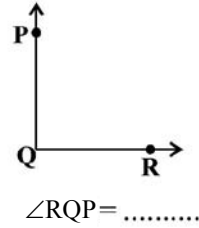
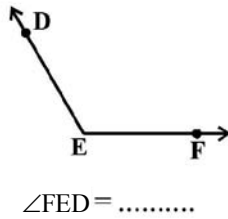
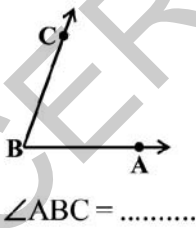
1. حسب ذیل میں صادق یا کاذب بتلائے۔ جو کاذب ہیں انکو صادق بنائیے۔

- (i) ایسا زاویہ جو زاویہ قائمہ سے چھوٹا ہوتا ہے حادہ زاویہ کہلاتا ہے۔ ( )  
(ii) زاویہ قائمہ کی قدر  $180^\circ$  ہوتی ہے۔ ( )  
(iii) زاویہ مستقیم کی پیمائش  $90^\circ$  ہوتی ہے۔ ( )  
(iv)  $180^\circ$  درجوں سے بڑا زاویہ اور  $360^\circ$  سے کم زاویہ زاویہ انعکاس کہلاتا ہے۔ ( )  
(v) ایک مکمل زاویہ کی پیمائش  $360^\circ$  ہوتی ہے۔ ( )



2. شکل میں کونسے زاویے حادہ اور کونسے زاویے منفرجہ ہیں اندازہ لگائیے اور پیمائش کے ذریعہ جانچ کیجئے۔

3. ان زاویوں کی پیمائش کیا ہے ان میں کونسا زاویہ بڑا ہے۔ بڑے سے بڑا زاویہ اتارئیے۔



4. گھڑی کے بڑے کانٹوں اور چھوٹے کانٹوں کے درمیان دیئے ہوئے اوقات میں بننے والے زاویوں کے اقسام بیان کیجئے۔

- (i) صبح کے '9 بجے (ii) شام کے '6 بجے (iii) دن کے 12 بجے  
(iv) 4 بجے بعد دوپہر (v) شب کے 8 بجے

5. پیمائش کے لحاظ سے زاویوں کی جوڑ لگائیے۔ انکے اشکال اتاریئے

- |                 |             |
|-----------------|-------------|
| گروپ 'A'        | گروپ 'B'    |
| 1. حادہ زاویہ   | $90^\circ$  |
| 2. زاویہ قائمہ  | $270^\circ$ |
| 3. زاویہ منفرجہ | $45^\circ$  |
| 4. زاویہ انعکاس | $180^\circ$ |
| 5. زاویہ مستقیم | $150^\circ$ |

## 5.4 قاطع خطوط: عمودی خطوط اور متوازی خطوط

### 5.4.1 قاطع خطوط:

ذیل کے اشکال کا مشاہدہ کیجئے۔

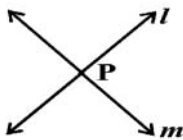


ہم دیکھ سکتے ہیں کہ سڑکوں اور لکڑیوں کو خطوط کے ذریعہ ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ شکل میں کھینچے گئے خطوط قاطع خطوط کی جوڑیوں کو ظاہر کرتے ہیں۔ ان خطوط میں ایک مشترک نقطہ ہوتا ہے۔ دو علیحدہ خطوط میں کتنے مشترک نقاط پائے جاتے ہیں؟



1. ایک مستوی میں دو علیحدہ خطوط اتاریئے۔ کیا وہ ایک سے زائد نقاط پر قطع کرتے ہیں؟
2. کیا آپ یہ سوچ سکتے ہیں کہ مختلف خطوط تین مشترک نقاط رکھتے ہیں۔ دو مشترک نقاط؟

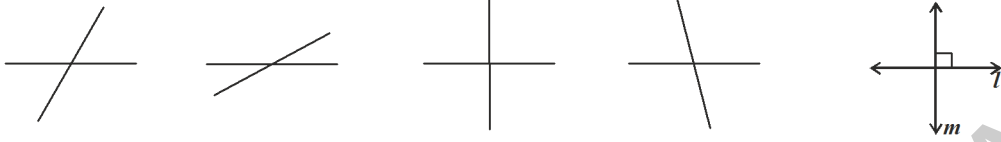
دو علیحدہ خطوط  $l$  اور  $m$  ایک دوسرے سے ایک نقطہ  $P$  پر ملتے ہیں۔ ہم کہتے ہیں کہ  $l$  اور  $m$  نقطہ  $P$  پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔ یہ ایک ہی مشترک نقطہ ہے۔ جو ان خطوط میں پایا جاتا ہے۔ اگر دو خطوط کا ایک مشترک نقطہ ہو تو انکو قاطع خطوط کہتے ہیں۔



ان خطوط کے بارے میں سوچیئے جن میں کوئی مشترک نقطہ نہ ہو۔ یہ خطوط کس طرح کے ہوں گے۔؟

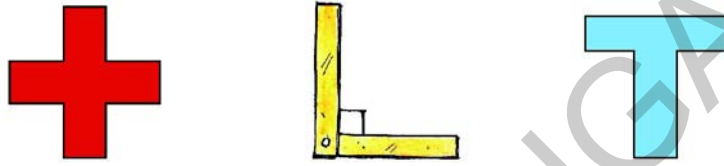
### 5.4.2 عمودی خطوط (عمودوار)

☆ جو خطوط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں ان سے زاویے بنتے ہیں۔ ذیل میں قاطع خطوط کو دیکھئے۔ قاطع خطوط سے بننے والے زاویوں کی شناخت کیجئے۔



ان میں سے چند زاویے منفرجہ ہیں۔ چند حادہ اور چند قائمہ ہیں۔

☆ اشکال کے کناروں پر بننے والے خطوط کا مشاہدہ کیجئے۔

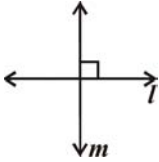


مندرجہ بالا اشکال میں موجود خطوط کا بغور مشاہدہ کیجئے۔

کیا وہ زاویہ قائمہ بناتے ہیں؟ کیا وہ ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔

اگر دو خطوط ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہوں تب وہ خطوط عمودی ہوں گے۔

یہاں ایک خط  $l$  خط  $m$  پر عمودوار ہے اسکو ہم اس طرح  $l \perp m$  لکھتے ہیں۔



سوئیچے، تبادله خیال کیجئے اور لکھئے:

1. اگر  $l \perp m$  ہو تو کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ  $m \perp l$ ؟

2. دیئے ہوئے خط پر کتنے عمودی خطوط کھینچے جاسکتے ہیں؟

3. انگریزی زبان کے کونسے حروف تہجی میں عمودی خطوط پائے جاتے ہیں۔

### 5.4.3 متوازی خطوط:

اشکال کا مشاہدہ کیجئے۔



پٹری کے کناروں، ریلوے لائن، برقی تاروں کا مشاہدہ کیجئے۔ ان خطوط کی جوڑیوں میں کیا خصوصیت پائی جاتی ہے۔

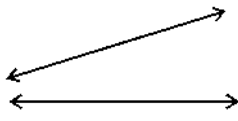
اگر ہم ان کو بغیر سمت بدلے آگے بڑھائیں تو کیا وہ ایک دوسرے سے ملیں گے۔

اگر ایک مستوی میں دو خطوط ایک دوسرے کو کسی بھی نقطہ پر قطع نہیں کرتے تو ان کو متوازی خطوط کہتے ہیں۔ یہاں

$l$  اور  $m$  متوازی خطوط ہیں۔ اس کو ہم  $l \parallel m$  سے ظاہر کرتے ہیں اور اس کو اس طرح پڑھتے ہیں

( $l$  متوازی ہے  $m$  کے)

کیا آپ اپنے کمرہ جماعت کے متوازی خطوط کی مزید مثالیں دے سکتے ہیں؟

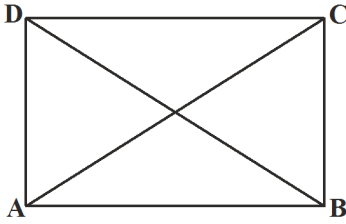


ذیل کی طرح ایک کاغذ پر دو خطوط کو کھینچئے۔ کیا وہ ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔ کیا آپ ان کو متوازی خطوط کہہ سکتے ہیں۔ وجوہات بتائیے۔  
متوازی خطوط کی ایک جوڑی بنائیے۔ ان کے درمیان پائے جانے والا زاویہ کونسا ہے؟  
پنے ساتھیوں اور ٹیچر سے گفتگو کیجئے۔

### مشق 5.3



1. حسب ذیل میں کون کونسے متوازی اور عمودی خطوط کے نمونے ہیں اور کون سے دونوں بھی نہیں ہیں۔



(i) عمودی کھڑکیوں کے بازو

(ii) ریلوے لائن (پڑیاں)

(iii) انگریزی حروف 'V' میں بھی

(iv) تختہ سیاہ کے مقابل کے کنارے

(v) دروازہ کے متصلہ کنارے

2. ایک کاغذ پر اپنے جیومیٹری باکس میں موجود گینوں کو رکھ کر ان کے خاکے اتاریئے اور اس میں عمودی کناروں کی نشان دہی کیجئے۔

3. ABCD ایک مستطیل ہے AC اور BC اسکے وتر ہیں شکل کی مدد سے متوازی خطوط عمودی خطوط اور قاطع خطوط کی

جوڑیوں کو علامتی شکل میں لکھئے۔

(a) متوازی خطوط (b) عمودوار خطوط (عمودی خطوط) (c) قاطع خطوط کی جوڑی

### ہم نے کیا سیکھا



1) ہم عام مشاہدے کے ذریعہ دو خطی قطعوں کا مقابلہ خطی قطعوں کو اتار کر آلات کے استعمال سے کر سکتے ہیں۔

2) خطی قطعوں کو اتارنے اور ان کا تقابل کرنے کیلئے جو آلات استعمال کئے جاتے ہیں۔ وہ پٹری اور قاسم ہیں۔

3) طول کی پیمائش کی اکائی 1 سنٹی میٹر (1 سمر) ہے۔

1 سنٹی میٹر = 10 ملی میٹر

4) چاندہ ایک نیم دائری منحنی ہے جس میں  $180^\circ$  مساوی درجے پائے جاتے ہیں۔ جو زاویوں کو بنانے اور ان کی پیمائش کیلئے استعمال کیا جاتا ہے۔

5) زاویہ کی پیمائش کی اکائی کو ایک درجہ کہتے ہیں ( $1^\circ$ ) جو ایک مکمل گردش کا  $\frac{1}{360}$  واں حصہ ہے۔

6) زاویہ قائمہ  $90^\circ$  ہوتا ہے اور خط مستقیم کا زاویہ  $180^\circ$  ہوتا ہے۔

7) ایک ایسا زاویہ جو  $90^\circ$  سے کم ہوتا ہے زاویہ حادہ کہلاتا ہے اور زاویہ قائمہ سے چھوٹا ہوتا ہے۔

8) ایک ایسا زاویہ جو زاویہ قائمہ سے بڑا اور  $180^\circ$  سے کم ہوتا ہے زاویہ منفرجہ کہلاتا ہے۔

9) زاویہ انعکاس (معلوس) زاویہ مستقیم سے بڑا ہوتا ہے۔

10) ایک مستوی کے دو مختلف خطوط جن کا ایک مشترک نقطہ ہوتا ہے قاطع خطوط کہلاتے ہیں۔

11) دو قاطع خطوط عمودوار ہوتے ہیں اگر ان کے درمیان کا زاویہ زاویہ قائمہ ہو۔

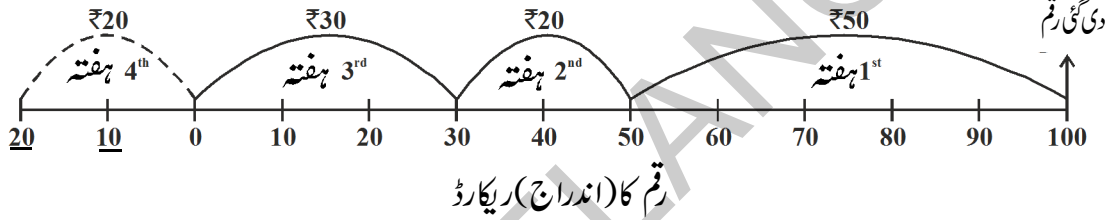
12) اگر ایک مستوی کے دو خطوط ایک دوسرے کو قطع نہ کرتے ہوں تب ان کو متوازی خطوط کہا جاتا ہے۔

13) دو متوازی خطوط کوئی مشترک نقطہ نہیں رکھتے۔

## 6.1 تمہید

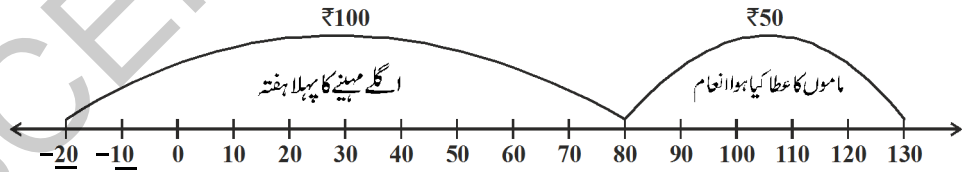
رفیع کو اسکے والد ہر مہینہ 100 روپے بطور جیب خرچ (پاکٹ منی) دیتے ہیں۔ وہ اسکو اپنی والدہ کے پاس رکھتا ہے اور جب کبھی ضرورت ہو والدہ سے لے لیتا ہے۔ اسکی والدہ رفیع کو دیئے گئے اور لئے گئے پیسوں کا حساب لکھ کر رکھتی ہیں۔

رفیع والدہ سے پہلے ہفتہ میں 50 روپے دوسرے ہفتے میں 20 روپے حاصل کرتا ہے تیسرے ہفتے میں 30 روپے اور آخری ہفتے میں مزید 20 روپے مانگتا ہے۔ رفیع کی والدہ رفیع سے کہتی ہیں کہ تم نے جو رقم جمع کی تھی وہ پوری رقم لے چکے ہو۔ تب رفیع والدہ کو اگلے مہینے کے جیب خرچ سے ادا کرنے کا وعدہ کرتا ہے۔ اور مزید طلب کرتا ہے۔ والدہ مان لیتی ہے اور رفیع کو 20 روپے دیتی ہے۔ اور ذیل کی طرح درج کر لیتی ہے۔



اگلے مہینے کے پہلے دن رفیع کو 100 روپے ملے۔ اور اس نے اپنی والدہ کو دیئے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ رفیع کے کتنے پیسے اسکی والدہ کے پاس ہیں؟

اسی دن رفیع کے ماموں نے بھی رفیع کو 50 روپے بطور تحفہ عطا کئے۔ وہ بہت خوش ہوا اور اپنی والدہ کے پاس جمع کروایا اور درج کرنے کے لئے کہا۔ کیا آپ بتلا سکتے ہیں کہ رفیع کی والدہ کے پاس رفیع کے کتنے پیسے ہیں؟ آئیے (اندراج) ریکارڈ کا پھر سے مشاہدہ کریں گے۔



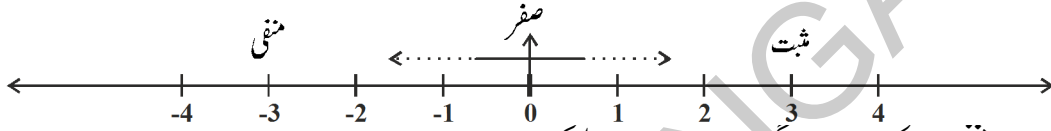
ریکارڈ کے استعمال سے حسب ذیل سوالات کے جوابات دیجیے۔

1. رفیع کے والد ہر مہینے رفیع کو بطور جیب خرچ کتنے روپے دیا کرتے تھے؟
2. رفیع نے چار ہفتوں میں کتنے روپے خرچ کئے؟
3. چوتھے ہفتے میں رفیع کی والدہ نے کتنے روپے بطور قرض دیئے؟
4. رفیع کی والدہ نے رفیع کو قرض دینے کے بعد کیسے ریکارڈ کیا؟

5. 0 کے دائیں جانب 20 روپے اور 0 کے بائیں جانب 20 روپے بڑھانے سے اُنکے کے درمیان کیا فرق پایا جاتا ہے؟  
6. اگلے مہینے میں رفیع کے 100 روپے اور 50 روپے رقم دینے کے بعد اسکی والدہ نے پیسوں کو خط کے کس جانب درج کیا؟

## 6.2 منفی اعداد کیسے وجود میں آتے ہیں؟ How Negative Number arise?

آپ اس حقیقت سے واقف ہو چکے ہوں گے کہ صفر کے دونوں جانب 20 روپے درج کرنے سے اسکا یکساں مطلب نہیں ہوتا۔ ایسے اعداد جو صفر کے بائیں جانب ہوتے ہیں انھیں منفی اعداد کہتے ہیں یہ صفر سے کم ہوتے ہیں۔ جبکہ ایسے تمام اعداد جو صفر سے دائیں جانب ہوتے ہیں مثبت اعداد کہلاتے ہیں جو صفر سے بڑے ہوتے ہیں۔  
ہماری روزمرہ زندگی میں کئی ایسے مواقع آتے ہیں ہم ایسے اعداد کو نفع اور نقصان، مستقبل اور ماضی، تپش میں اتار چڑھاؤ وغیرہ کو ظاہر کرنے کے لئے استعمال کرتے ہیں ایسے اعداد جو صفر کے بائیں جانب ہوتے ہیں۔ (جو صفر سے کم ہوتے ہیں) منفی اعداد کہلاتے ہیں۔ ایسے اعداد کو ہم بائیں جانب کیلئے  $10, -20, -3, -2, -1$  سے ظاہر کرتے ہیں۔



ہم منفی اعداد کو روزمرہ زندگی میں اس طرح استعمال کرتے ہیں۔

- (i) تجارت میں 200 روپے نقصان ہو تو ہم اسکو  $(-200)$  روپے سے ظاہر کرتے ہیں۔ جبکہ 200 روپے نفع ہو تو اسکو  $(+200)$  سے ظاہر کرتے ہیں۔  
(ii)  $0^{\circ}\text{C}$  سے زیادہ تپش کو 'مثبت' سے ظاہر کرتے ہیں جبکہ  $0^{\circ}\text{C}$  سے کم تپش کو منفی سے ظاہر کرتے ہیں۔  
مثلاً  $0^{\circ}\text{C}$  سے  $3^{\circ}\text{C}$  کم سے مراد  $3^{\circ}\text{C}$  ہے۔  
 $0^{\circ}\text{C}$  سے  $3^{\circ}\text{C}$  زیادہ سے مراد  $+3^{\circ}\text{C}$  ہے۔

## یہ کیجئے

پولیس نے 50 روپے اور بشیر نے 20 روپے اپنی والدہ سے ادھار لیے۔ آپ اسکو عددی خط پر کس طرح ظاہر کریں گے؟ فرض کرو کہ ان کے والد نے انھیں فی کس 100 روپے جیب خرچ دیا ہے تو بتائیے کہ ادھار چکانے کے بعد کس کے پاس زیادہ رقم باقی رہے گی؟

## 6.3 منفی اعداد کے چند استعمالات Some uses of Negative Numbers

- سطح سمندر کو صفر مانتے ہوئے حسب ذیل کو مناسب علامتوں سے ظاہر کیجئے۔  
1. ایک پرندہ سطح سمندر سے 25 میٹر بلندی پر اڑ رہا ہے اور ایک مچھلی 2 میٹر گہرائی میں تیر رہی ہے۔  
2. ایک جھنڈے کو سطح زمین سے 500 میٹر بلند پہاڑ کی چوٹی پر لہرایا گیا ہے۔ اور دوسرے کو ایک خیمہ کے اوپر لہرایا گیا ہے پر جو سطح زمین سے 25 میٹر نیچے ایک جھیل کی کنارے بنا ہے۔  
3. دہلی میں ایک سردرات کا درجہ حرارت  $5^{\circ}\text{C}$  تھا جبکہ ریاست ہما چل پر دیش کے مقام "کفری" کا درجہ حرارت صفر سے 6 درجہ کم تھا۔







سوچئے، تبادلہ خیال کیجئے اور لکھئے۔

ہماری روزمرہ زندگی سے تعلق رکھنے والے مثبت اور منفی اعداد کے مزید چند نمونے لکھئے۔

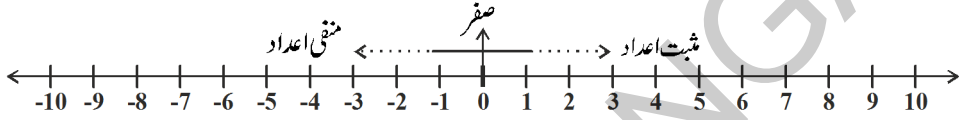
مثبت اعداد، صفر اور منفی اعداد کو ملا کر صحیح اعداد (Interger) کہتے ہیں۔ اور انکو حروف Z سے تعبیر کرتے ہیں۔  
 $Z = \{ \dots\dots\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\dots\dots \}$  اسے "I" سے بھی ظاہر کیا جاتا ہے۔

کوشش کیجئے۔

جنوری کے مہینے میں ہندوستان کے مختلف مقامات کے درجہ حرارت کی تفصیلات حاصل کیجئے۔ اور انہیں صحیح اعداد کے استعمال کے ذریعے ظاہر کیجئے۔

#### 6.4 عددی خط پر صحیح اعداد کا اظہار

اب فریق سمجھ چکا ہے کہ اس کی والدہ عددی خط پر صحیح اعداد کو کس طرح ظاہر کر رہی ہے۔



صفر کے دائیں جانب والے اعداد مثبت اعداد (طبعی اعداد) ہوتے ہیں اور ایسے اعداد جو صفر کے بائیں جانب ہیں

منفی اعداد ہیں۔ کیا آپ اس بات سے متفق ہیں؟ کیوں؟

اب عددی خط کو استعمال کرتے ہوئے حسب ذیل سوالات کے جوابات لکھئے۔

1. صفر سے قریب ترین صحیح عدد کونسا ہے؟
2. صفر کے بائیں جانب آ پکو کتنے منفی اعداد ملیں گے؟
3. (-2) اور (-1) میں کونسا عدد بڑا ہے؟
4. 3 یا -5 میں کونسا عدد بڑا ہے اور کیوں؟
5. وہ کونسا صحیح عدد ہے جو نہ تو مثبت ہوتا ہے اور نہ ہی منفی؟

یہ کیجئے۔

ایک انتصابی خط کھینچئے اور دیئے گئے صحیح اعداد کو اُس پر ظاہر کیجئے۔

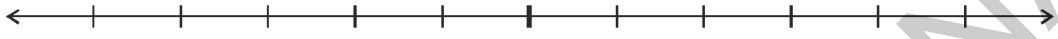
-5, 4, -7, -8, -2, 9, 5, -6, 2

#### مشق 6.1

1 حسب ذیل بیانات کو صحیح اعداد کی علامتوں کے ذریعے ظاہر کیجئے۔

- ( ) ایک ہوائی جہاز 3000 میٹر کی بلندی سے پرواز کر رہا ہے
- ( ) مچھلی پانی کی سطح سے 10 میٹر گہرائی میں موجود ہے
- ( ) شہر حیدرآباد کا درجہ حرارت  $0^{\circ}\text{C}$  سے  $35^{\circ}\text{C}$  زیادہ ہے
- ( ) پانی  $0^{\circ}\text{C}$  پر منجمد ہوتا ہے۔

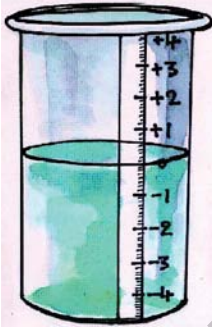
- (v) جنوری کے مہینے میں ماؤنٹ ایورسٹ پر اوسط درجہ حرارت صفر سے  $36^{\circ}\text{C}$  کم ہوتا ہے۔ ( )
- (vi) سطح سمندر سے 500 میٹر گہرائی میں ایک آبدوز موجود ہے ( )
- (vii) جولائی کے مہینے میں دارجلنگ کا اوسط درجہ حرارت  $19^{\circ}\text{C}$  صفر سے کم ہوتا ہے۔ ( )
- (viii) جنوری کے مہینے کے دوران وشاکھا پٹم کا اقل ترین درجہ حرارت  $18^{\circ}\text{C}$  ہوتا ہے۔ ( )
- 2 کوئی پانچ منفی صحیح اعداد لکھئے۔
- 3 کوئی پانچ مثبت صحیح اعداد لکھئے۔
- 4 ذیل میں دیئے گئے اعداد کی عددی خط پر نشاندہی کیجئے -4, 3, 2, 0, -1, 5



- 5 صادق یا کاذب لکھئے۔ اگر کوئی بیان کاذب ہو تو اسکی تصحیح کیجئے۔
- (i) -7 عددی خط پر 6- کے دائیں جانب ہوتا ہے ( )
- (ii) صفر ایک مثبت عدد ہے۔ ( )
- (iii) 9 صفر کے دائیں جانب واقع ہے۔ ( )
- (iv) -1 ایک صحیح عدد ہے جو 2- اور 0 کے درمیان میں پایا جاتا ہے۔ ( )

## 6.5 صحیح اعداد کی ترتیب

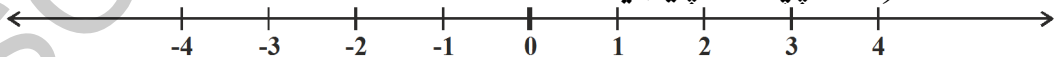
صادق اور صوفی دونوں دوست ہیں انہوں نے اپنے گاؤں کے کنویں میں موسم گرما اور بارش میں پانی کی سطح میں کمی اور اضافہ کا مشاہدہ کیا۔ انہوں نے کنویں میں پانی کی سطح میں اضافہ اور کمی کا کنویں کے اندر بنے ہوئے سیڑھیوں کے ذریعہ محسوس کیا اُن کو کنویں کے اندرونی سطح پر موجود سیڑھیوں کی تعداد سے ایک ترکیب سوجھی اور ایک استوانہ لے کر کنویں کا نمونہ بنایا اور اُس پر ایک پٹی صحیح اعداد کی لکھ کر چسپاں کی جیسے صفر کے نشان سے نیچے 1, -2, -3 اور صفر کے نشان کے اوپر 1, 2, 3, 4 وغیرہ، انہوں نے جس دن کنویں میں پانی کی سطح کا مشاہدہ کیا تھا اس نشان کو صفر مان لیا۔ انہوں نے استوانے کو پانی کی سطح کا تعین کرنے کیلئے استعمال کیا۔ پانی نکالنے پر پانی کی سطح کم ہو جاتی ہے اور پانی ڈالنے پر پانی کی سطح میں اضافہ ہوتا ہے۔ اب وہ کنویں میں پانی کی سطح معلوم کرنے کے قابل ہو چکے ہیں جیسا کہ پانی کی سطح بنیادی نشان کے اوپر مثبت اور نیچے منفی ہوتی ہے۔



آئیے پھر ہم ایک مرتبہ صحیح اعداد کا دیئے گئے عددی خط پر مشاہدہ کریں گے۔

1. استوانہ میں پانی ڈالنے پر کیا ہوگا؟

2. استوانہ میں صفر کے نشان پر پانی نکالنے پر کیا تبدیلی واقع ہوگی؟



کیسے پانی کی سطح میں تبدیلی واقع ہوئی ہے۔ افقی پٹی پر ہم نے صحیح اعداد کو لکھ کر ظاہر کیا ہے۔ ان کو عددی خط پر ظاہر کیا گیا ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ  $4 > 2$  اور  $4 > 2$  عددی خط پر 2 کے دائیں جانب ہے۔ اس طرح  $2 > 0$  اور یہ 0 کے دائیں جانب ہے۔

اب چونکہ 0 صحیح عدد 3- کے دائیں جانب واقع ہے اسلئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ  $0 > -3$

پس ہم دیکھتے ہیں کہ عددی خط پر جیسے جیسے ہم دائیں جانب بڑھتے ہیں اعداد میں اضافہ ہوتا ہے۔ اور ہم جیسے جیسے بائیں جانب

جاتے ہیں اعداد میں کمی واقع ہوتی ہے۔ اسلئے  $3 < 2$ ,  $2 < 1$ ,  $0 < 1$  اور  $0 < -1$ ,  $-1 < -2$ ,  $-2 < -3$  وغیرہ وغیرہ۔

مندرجہ بالا معلومات کی بنیاد پر حسب ذیل خالی جگہوں کو < یا > علامتوں پر کیجئے۔

0 ----- -1	-3 ----- -2
2-----6	4 ----- 0

### مشق 6.2

1- دو صحیح اعداد کے درمیان خالی جگہ کو مناسب علامت < یا > سے پر کیجئے۔

- (i) -1 ..... 0 (ii) -3 ..... -7  
 (iii) -10 ..... +10 (iv) 0 ..... -5  
 (v) -100 ..... 99 (vi) 0 ..... 100

2- حسب ذیل صحیح اعداد کو صعودی اور نزولی ترتیب میں لکھئے۔

- (i) -7, 5, -3 (ii) -1, 3, 0 (iii) 1, 3, -6 (iv) -5, -3, -1

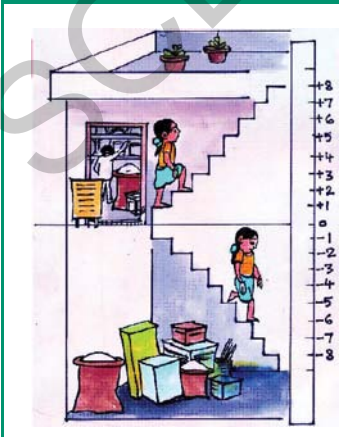
3- صادق یا کاذب لکھئے۔ جو کاذب ہیں ان کی تصحیح کیجئے۔

- (i) صفر -3 کے دائیں جانب ہے۔ ( )  
 (ii) -12 اور +12 عددی خط پر ایک ہی صحیح عدد کو ظاہر کرتے ہیں۔ ( )  
 (iii) ہر مثبت صحیح عدد صفر سے بڑا ہوتا ہے۔ ( )  
 (iv)  $-5 < 8$  ( )  
 (v)  $(-100) > (+100)$  ( )  
 (vi)  $-1 < -8$  ( )

4- حسب ذیل دیئے گئے دو صحیح اعداد کے درمیان پائے جانے والے تمام صحیح اعداد کی نشاندہی کیجئے۔ اور انہیں عددی خط پر ظاہر کیجئے۔

- (i) -1 اور 1 (ii) -5 اور 0 (iii) -6 اور -8 (iv) 0 اور -3

5- ایک مخصوص دن شملہ میں  $4^{\circ}\text{C}$  اور کفری میں  $6^{\circ}\text{C}$  درجہ حرارت ریکارڈ کیا گیا۔ تو بتائیے اُس دن کونسا مقام سرد ہے؟ کیسے؟



احسان کی دوکان عمارت کی چٹکی منزل پر ہے۔ اس دوکان میں سے چھت پر جانے کے لئے اور نیچے تہہ خانے کے گودام جانے کے لئے سیڑھیاں بنی ہوئی ہیں جہاں پر اشیاء ذخیرہ کی جاتی ہیں۔ روز آنا احسان کی بیٹی بلقیس مدرسہ سے واپس آنے کے بعد چھت پر کھینے کے لئے جاتی ہے۔ اور رات میں اشیاء کو ترتیب دینے والی مدد کرنے گودام میں جاتی ہے۔ تصویر کا مشاہدہ کیجئے۔ اور سیڑھیوں پر بنائے گئے صحیح اعداد کے نشانات کی مدد سے جوابات دیجیے۔

- (a) دوکان سے 7 زینے اوپر جائیے۔  
 (b) دوکان سے 3 زینے نیچے جائیے۔  
 (c) دوکان سے 5 زینے اوپر جائیے اور وہاں سے مزید 3 زینے اوپر جائیے۔  
 (d) دوکان سے 4 زینے نیچے جائیے اور وہاں سے مزید 3 زینے اوپر جائیے۔  
 (e) دوکان سے 5 زینے نیچے جائیے اور وہاں سے 10 زینے اوپر جائیے۔  
 (f) دوکان سے 8 زینے اوپر جائیں اور وہاں سے 9 زینے نیچے جائیے۔  
 اپنے جوابات کی دوست کے ساتھ جانچ کیجئے اور تبادلہ خیال کیجئے۔

## 6.6 صحیح اعداد کی جمع اور تفریق

ایک کھیل (GAME) کھیلیں

مشروب کی بوتل کے 10 مشابہہ ڈھکن لپیٹے ان بوتلوں کے ڈھکنوں کو اوپری طرف اور



پنچلی طرف رکھا جاسکتا ہے ڈھکن کے اوپر کے حصے کو (+1) اور نیچے کے حصے کو (-1) مان لیجئے۔

آپ کے دوست سے کہئے کہ وہ 10 ڈھکنوں کو پوری قوت سے ہلاتے ہوئے ایک ہی بار اچھالے

۔ دیکھیے کہ یہ ڈھکن کس حالت میں زمین پر گرتے ہیں۔ ڈھکن کی کونسی سطح نظر آرہی ہے۔ اوپری سطح (+1) اور پنچلی سطح (-1) کو

ایک جوڑی مان لیجئے۔ (+1) اور (-1) کی تمام جوڑیوں کو نکال دیجئے۔ بقیہ ڈھکن اوپری سطح کے یا پنچلی سطح کے ہوں

گے۔ انھیں شمار کیجئے۔ اگر یہ 4 جوڑی بنتے ہیں تب 2 ڈھکن باقی رہ جاتے ہیں جیسا کہ نیچے مثال میں بتایا گیا ہے کہ اگر یہ سطح

ڈھکن کا اوپری حصہ ہو تب اس کے (+2) نشانات ہوں گے۔

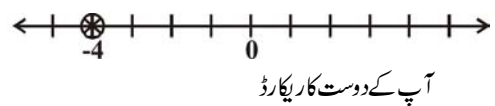
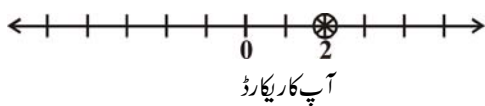


اگر 3 جوڑیاں بنائی جائیں۔ تب 4 ڈھکن باقی رہتے ہیں جنکی سطح اگر پنچلی ہو تو اس کے (-4) نشانات ہوں گے۔



ایک عددی خط کی مدد سے آپ کی نوٹ بک میں نشانات کو درج کیجئے آپ اس وقت تک کھیل کو جاری رکھ سکتے ہیں جب تک کہ

آپ میں سے کوئی ایک پورے 10 نشانات حاصل نہ کر لیں۔ اور کھیل کو جیت نہ لے۔

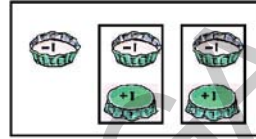


اگر آپ کا دوست ڈھکن کے دو پنچلی سطح کو دوبارہ پاتا ہے تو کیا ہوگا؟

کیا وہ عددی خط پر دائیں یا بائیں جانب حرکت کر سکتا ہے واضح طور پر ہے کہ وہ -4 سے شروع کرتے ہوئے بائیں جانب 2 مقام آگے بڑھتا ہے۔ اور -6 پر پہنچتا ہے۔ ہم اسے اس طرح لکھتے ہیں -  $(-4) + (-2) = -6$  آپ دو مثبت صحیح اعداد جیسے  $(+3) + (+1) = 4$  کو جمع کر سکتے ہیں آپ دو منفی صحیح اعداد کو بھی جمع کر سکتے ہیں اور جواب منفی علامت (-) ہوگا۔ جیسے  $(-3) + (-2) = -5$  جب ایک مثبت صحیح عدد اور ایک منفی صحیح عدد ہو۔ تب کیا ہوگا۔

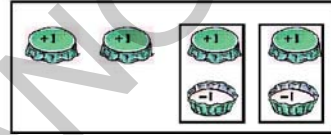
اب ہم ڈھکنوں کی مدد حاصل کر کے۔ تمام ڈھکنوں کی ممکنہ جوڑیاں بنائیں گے جیسے ایک ڈھکن کا اوپری حصہ اور ایک ڈھکن کے نچلے حصے کو ایک جوڑی سمجھتے ہوئے تمام جوڑیوں کو علیحدہ کیجئے یعنی  $(+1) + (-1) = 0$  بقیہ ڈھکنوں کو شمار کیجئے۔

$$(i) \quad (-3) + (+2) = (-1) + [(-2) + (+2)] \\ = -1 + 0 \\ = -1$$



مثلاً

$$(ii) \quad (+4) + (-2) = +2 + [(+2) + (-2)] \\ = (+2) + 0 \\ = +2$$



اب آپ باسانی اسکور بڑھاتے ہوئے کھیل کو جاری رکھ سکتے ہیں۔

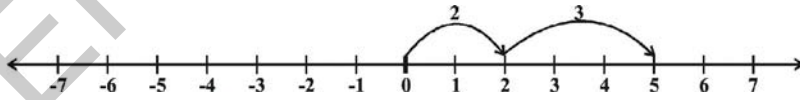


حسب ذیل کی قدریں معلوم کیجئے۔

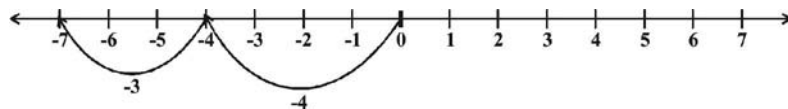
i)  $-7+8$  (ii)  $-3+5$  (iii)  $-3-2$  (iv)  $+7-10$

### 6.6.1 عددی خط پر صحیح اعداد کی جمع

آئیے ہم دیکھیں گے کہ ایک عددی خط کو استعمال کر کے کس طرح دو صحیح اعداد کو جمع کر سکتے ہیں۔  
1- اب ہم ایک عددی خط پر 2 اور 3 کو جمع کریں گے۔

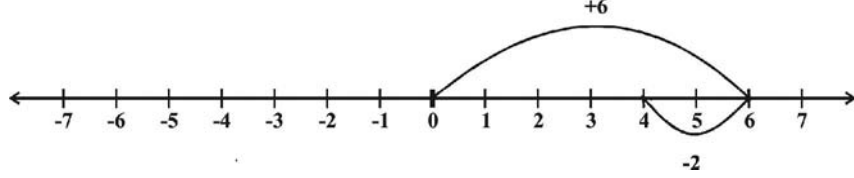


عددی خط پر ہم پہلے '0' سے دائیں جانب دو مقامات آگے بڑھکر 2 تک پہنچتے ہیں۔ اس کے بعد 2 کے دائیں جانب مزید 3 مقامات آگے بڑھتے ہوئے 5 تک پہنچتے ہیں۔ اس طرح ہم حاصل کرتے ہیں  $2+3=5$   
2-  $(-4)$  اور  $(-3)$  کو جمع کیجئے۔



عددی خط پر ہم پہلے '0' سے بائیں جانب 4 مقامات بڑھتے ہوئے -4 تک پہنچیں گے۔ اس کے بعد -4 سے مزید 3 مقامات بائیں جانب بڑھتے ہوئے -7 پر پہنچیں گے۔ لہذا  $(-4) + (-3) = -7$

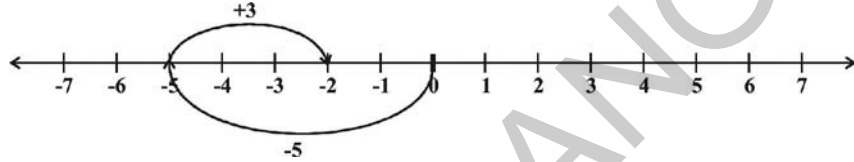
3. فرض کیجئے کہ ہم عددی خط پر (-2) اور (+6) کا حاصل جمع معلوم کرنا چاہتے ہیں پہلے ہم '0' سے دائیں جانب 6 مقامات آگے بڑھتے ہوئے عدد 6 پر پہنچیں گے۔ اس کے بعد 6 سے دو مقام پیچھے ہٹتے ہوئے عدد 4 تک پہنچیں گے۔



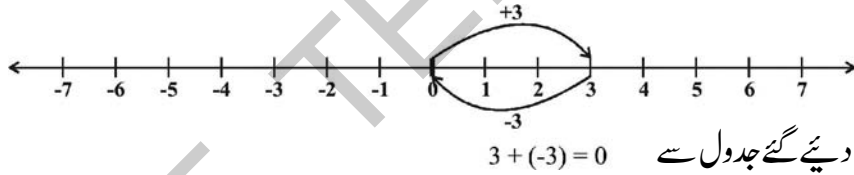
$$\text{لہذا } (+6) + (-2) = 4$$

4. اسی طرح ہم عددی خط پر (+3) اور (-5) کا مجموعہ معلوم کرتے ہیں۔ پہلے ہم '0' سے بائیں جانب 5 مقام پیچھے ہٹتے ہوئے -5 پر پہنچیں گے۔ پھر اس مقام سے ہم 3 مقام دائیں جانب آگے بڑھتے ہیں اور مقام -2 پر پہنچتے ہیں۔

$$\text{لہذا } (-5) + (+3) = -2$$



- 5- سنیتا 3 اور 3- کو جمع کرتی ہے وہ پہلے '0' سے دائیں جانب 3 تک جاتی ہے۔ پھر +3 سے بائیں جانب 3 مقام پیچھے ہٹتی ہے۔ بالآخر وہ کہاں پہنچے گی؟



$$\text{دیئے گئے جدول سے } 3 + (-3) = 0$$

- اسی طرح اگر ہم 1 اور -1، 2 اور -2، 3 اور -3، ..... کو جمع کریں تو ہم کو حاصل جمع '0' حاصل ہوگا۔ ان اعداد کو ایک دوسرے کا جمعی معکوس (Additive Inverse) کہتے ہیں۔ یعنی دو مختلف اعداد جنکو ایک دوسرے میں جمع کرنے سے صفر حاصل ہوتا ہے ایک دوسرے کے جمعی معکوس کہلاتے ہیں۔

7 کا جمعی معکوس کیا ہے؟

8- کا جمعی معکوس کیا ہے؟

### کوشش کیجیے

1- عددی خط کو استعمال کرتے ہوئے حسب ذیل کی قدریں معلوم کیجئے۔

(i)  $(-3) + 5$  (ii)  $(-5) + 3$

آپ اپنے ذہن سے مزید پانچ نئے سوالات بنائیے۔ اور عددی خط کو استعمال کرتے ہوئے حل کیجئے۔

2- حسب ذیل کا حل معلوم کیجئے؟

(i)  $(+5) + (-5)$  (ii)  $+6 + (-7)$  (iii)  $(-8) + (2)$

آپ کے دوست سے اس طرح کے 5 سوالات پوچھئے اور اسے حل کیجئے۔

حسب ذیل کا مشاہدہ کیجئے

$$(i) \quad 3 + 2 = 5 \quad 20 + 6 = 26 \quad 30 + 22 = 52$$

$$8 + 16 = 24 \quad 9 + 10 = 19 \quad 20 + 14 = 34$$

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ دو مثبت صحیح اعداد کا حاصل جمع بھی مثبت صحیح عدد ہی ہوتا ہے۔  
حسب ذیل پر غور کیجئے۔

$$(ii) \quad -4 + (-6) = -10 \quad -8 + (-12) = -20 \quad -3 + (-9) = -12$$

اس سے آپ نے کیا سیکھا؟ دو منفی صحیح اعداد کا حاصل جمع بھی منفی عدد ہی ہوتا ہے۔  
اگر ایک صحیح عدد مثبت اور دوسرا منفی ہو تو کیا ہوگا؟ آئیے دیکھتے ہیں۔

$$(iii) \quad 15 + (-17) = -2 \quad -23 + 4 = -9$$

$$-11 + 16 = 5 \quad -12 + 12 = 0$$

مندرجہ بالا مساواتوں سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرتے ہیں کہ جب دو صحیح اعداد جسمیں سے ایک مثبت اور دوسرا منفی ہو، جمع کیا جاتا ہے تو حاصل جمع یا تو مثبت یا منفی یا صفر ہوگا۔

مثال 1.  $-10 + (+14) + (-5) + (+8)$  کا حاصل جمع معلوم کیجئے۔

ہم اعداد کو اس طرح ترتیب دے سکتے ہیں کہ مثبت اعداد کا گروپ اور منفی اعداد کا گروپ ایک ساتھ آپس میں مل جائے۔

$$\text{حل:} \quad (-10) + (+14) + (-5) + (+8)$$

$$= (-10) + (-5) + (+14) + (+8)$$

$$= -15 + 22 = 7.$$

مثال 2.  $(-20)$ ،  $(-28)$ ،  $(-82)$  اور  $(-14)$  کا حاصل جمع معلوم کیجئے؟

$$(-20) + (-82) + (-28) + (-14)$$

$$= -144$$

مثال 3.  $(-1) + (17) + (-20) + (-21) + 25$  کا حاصل جمع معلوم کیجئے۔

$$25 + (-21) + (-20) + (+17) + (-1) = 25 + (+17) + (-21) + (-20) + (-1)$$

$$= 42 - 42 = 0$$

### مشق 6.3



1- عددی خط کو استعمال کرتے ہوئے ذیل میں دیئے گئے صحیح اعداد کو جمع کیجئے؟

$$(i) 7 + (-6) \quad (ii) (-8) + (-2) \quad (iii) (-6) + (-5) + (+2)$$

$$(iv) (-8) + (-9) + (+17) \quad (v) (-3) + (-8) + (-5) \quad (vi) (-1) + 7 + (-3)$$

2- عددی خط کو استعمال کئے بغیر حسب ذیل کو جمع کیجئے۔

$$(i) 10 + (-3) \quad (ii) -10 + (+16) \quad (iii) (-8) + (+8)$$

$$(iv) -215 + (+100) \quad (v) (-110) + (-22) \quad (vi) 17 + (-11)$$

3- مجموعہ معلوم کیجئے؟

$$(i) 120 \text{ اور } -274 \quad (ii) -68 \text{ اور } 28$$

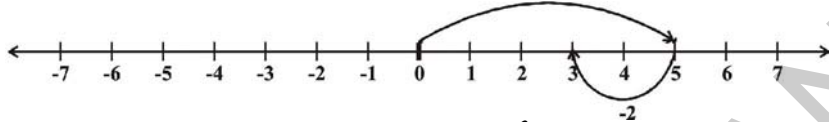
$$(iii) -29, 38 \text{ اور } 190 \quad (iv) -60, -100 \text{ اور } 300.$$

4- مختصر کیجئے۔

- (i)  $(-6) + (-10) + 5 + 17$  (ii)  $30 + (-30) + (-60) + (-18)$   
(iii)  $(-80) + (+40) + (-30) + (+6)$  (iv)  $70 + (-18) + (-10) + (-17)$

### 6.6.2 صحیح اعداد کی تفریق

ہم نے دیکھا کہ ایک عددی خط پر  $(-2)$  اور 5 کو جمع کرنے کے لئے ہم 5 سے شروع کرتے ہوئے اس کے بائیں جانب 2 مقام پیچھے ہٹتے ہیں اور 3 پر پہنچتے ہیں اس طرح  $5 + (-2) = 3$



چنانچہ اس سے یہ بات معلوم ہوتی ہے کہ ایک مثبت صحیح عدد کو جمع کرنے کیلئے ہم کو عددی خط کے دائیں جانب بڑھنا ہوگا۔ اور منفی صحیح عدد کو جمع کرنے کے لئے عددی خط کے بائیں جانب بڑھنا ہوگا۔ ہم یہ بھی جان چکے ہیں کہ ایک عددی خط پر مکمل اعداد کو تفریق کرنے کیلئے ہم کو بائیں طرف جانا ہوگا۔

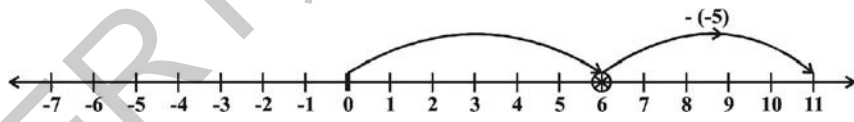
مثال کے طور پر  $? = 5 - 2$  لینے پر

ہم 5 سے شروع کرتے ہوئے بائیں جانب 2 مقام پیچھے ہٹتے ہوئے 3 پر پہنچیں گے۔  
منفی صحیح اعداد کا مطلب کیا ہے؟

آئیے نیچے دیئے گئے مثالوں کا مشاہدہ کریں۔

مثال 4: 6 میں سے 5 کو تفریق کیجئے؟

حل: 6 میں سے 5 کو تفریق کرنے کے لئے آئیے 6 سے شروع کریں اور دائیں جانب 5 مقام آگے بڑھتے ہیں۔ 5- کے لئے ہم کو بائیں جانب بڑھنا ہے لیکن  $(-5)$  کے لئے ہم کو مخالف سمت میں بڑھنا ہے۔ یعنی دائیں جانب 5 مقام آگے بڑھنے پر ہم 11 پر پہنچتے ہیں۔



اس طرح  $6 - (-5) = 11$

6 میں سے 5- کو تفریق کرنے کے لئے 5- کا جمعی معکوس 5 کو 6 میں جمع کرنا چاہئے۔

$$6 - (-5) = 6 + 5 = 11$$

$(-2) - 4$  کے لیے ہم کیا کریں گے؟ کیا آپ عددی خط پر بائیں جانب آگے بڑھیں گے یا دائیں جانب پیچھے ہٹیں گے۔ اگر

ہم بائیں جانب بڑھتے ہیں تو ہم 2 پر پہنچتے ہیں تب ہم کہہ سکتے ہیں کہ  $(-2) - 4 = 2$  لیکن یہ صحیح نہیں ہے۔

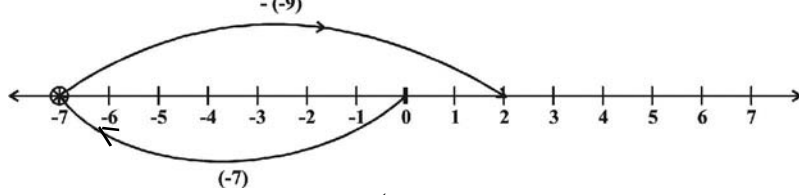
ہم جانتے ہیں کہ  $2 = 4 - 2$  اور  $4 - 2 = 2$  لہذا  $(-2) - 4 = 4 - 2$  کے لئے ہم 4 کے دائیں جانب 2 مقام بڑھتے

ہیں۔ پہلی صورت میں ہم 6 پر پہنچتے ہیں اور دوسری صورت میں 2 پر پہنچتے ہیں۔ ہم  $(-2) - 4$  کے لئے جس طرح کرتے ہیں یہ اس

سے بالکل مخالف ہے۔



مثال: 5: عددی خط کو استعمال کرتے ہوئے  $(-9) - (-7)$  کی قدر معلوم کیجئے۔



حل:

$(-9) - (-7)$  مساوی ہوتا ہے  $-7+9$  کے (چونکہ  $-9$  کا جمعی معکوس ہے)

عددی خط پر  $-7$  سے شروع کرتے ہوئے دائیں جانب  $9$  کا نیاں بڑھنے پر ہم  $2$  پر پہنچیں گے۔

اس طرح  $(-7) - (-9) = -7+9=2$

یہ کیجئے۔

- |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
| a) $-5 - (-3)$ | b) $-7 - (+2)$ | c) $-7 - (-5)$ |
| d) $3 - (-4)$  | e) $5 - (+7)$  | f) $4 - (-2)$  |



سوچیے، متبادلہ خیال کیجئے اور لکھئے۔

$3 - 3 = 0$

$3 - 2 = 1$

$3 - 1 = 2$

$3 - 0 = 3$

$3 - (-1) = 4$

$3 - (-2) = 5$

$3 - (-3) = 6$

مشاہدہ کرتے ہیں کہ کسی عدد کو  $3$  میں سے تفریق کیا جاتا ہے تو وہ گھٹتا

ہے۔ جب کہ اسی عدد میں سے منفی عدد کو تفریق کیا جاتا ہے تو وہ بڑھتا

ہے۔ کیا ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ عمل تمام صحیح اعداد کے لئے صحیح ہوگا۔

مثال: 6:  $(-13)$  میں سے  $(-6)$  تفریق کیجئے؟

حل:  $(-6)$  کا جمعی معکوس  $(-13) - (-6) = -13 + 6$

$= -13 + 6 = -7$

مثال: 7:  $(-8)$  میں سے  $(+8)$  تفریق کیجئے؟

حل:  $(+8)$  کا جمعی معکوس  $(-8) - (+8) = -8 +$

$= -8 + (-8) = -16$

مثال: 8: مختصر کیجئے۔  $(-6) - (+7) - (-24)$

حل:  $-6 - (+7) - (-24)$

$= -6 + (-7) + (+24)$  (  $+7$  کا جمعی معکوس )

$= -6 + (-7) + (+24) = -13 + 24 = 11.$

## مشق 6.4



1- معلوم کیجئے۔

- (i)  $40 - (22)$  (ii)  $84 - (98)$  (iii)  $(-16) + (-17)$   
 (iv)  $(-20) - (13)$  (v)  $(38) - (-6)$  (vi)  $(-17) - (-36)$

2- خالی جگہوں کو علامتوں '>' (یا) = سے پر کیجئے۔

- (i)  $(-4) + (-5)$  \_\_\_\_\_  $(-5) - (-4)$   
 (ii)  $(-16) - (-23)$  \_\_\_\_\_  $(-6) + (-12)$   
 (iii)  $44 - (-10)$  \_\_\_\_\_  $47 + (-3)$   
 (iv)  $(-21) + (-22)$  \_\_\_\_\_  $(-22) + (-21)$

3- خالی جگہوں کو پر کیجئے۔

- (i)  $(-13) +$  \_\_\_\_\_  $= 0$  (ii)  $(-16) + 16 =$  \_\_\_\_\_  
 (iii)  $(-5) +$  \_\_\_\_\_  $= -14$  (iv) \_\_\_\_\_  $- 16 = -22$

4- مختصر کیجئے۔

- (i)  $(-6) - (5) - (+2)$  (ii)  $(-12) + 42 - 7 - 2$   
 (iii)  $(-3) + (-6) + (-24)$  (iv)  $40 - (-50) - (2)$

ہم نے کیا سیکھا ہے



1- ہم اکثر منفی اعداد کو قرض (debit)  $0^{\circ}C$  سے کم درجہ حرارت، گزرے ہوئے وقت، سمندر کی گہرائی وغیرہ کو ظاہر کرنے کیلئے استعمال کرتے ہیں۔

2- تمام مثبت اعداد کا اجماع یا سٹ (1, 2, 3, ..... ) منفی اعداد کا اجماع یا سٹ (..... -3, -2, -1, -) اور صفر (0) کو ملا کر بننے والا صحیح اعداد (Integers) کہلاتا ہے۔ صحیح اعداد کے سٹ کو I یا Z سے تعبیر کیا جاتا ہے۔

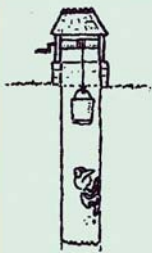
$$Z = \{ \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

3- ہم صحیح اعداد کی جمع و تفریق کو عددی خط پر ظاہر کر سکتے ہیں۔

4- دو مثبت اعداد کا مجموعہ ہمیشہ مثبت عدد ہی ہوتا ہے۔ یا دو مثبت اعداد کو جمع کرنے پر مثبت عدد حاصل ہوتا ہے۔

5- دو منفی اعداد کا مجموعہ ہمیشہ منفی عدد ہی ہوتا ہے (یا) دو منفی اعداد کو جمع کرنے پر منفی عدد حاصل ہوتا ہے۔

6- دو صحیح اعداد کی تفریق سے مراد تفریق کئے جانے والے عدد کے جمعی معکوس کو جمع کرنا ہے۔



صحیح اعداد کا کھیل

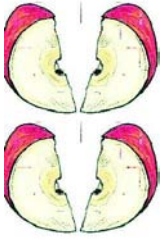
پانی کی تلاش میں ایک مینڈک 30 میٹر گہری باؤلی میں گرتا ہے۔ وہ باہر آنے کے لئے بے چین ہے ہر دن وہ 3 میٹر اوپر چڑھتا ہے مگر رات میں 2 میٹر پھسلتا ہے۔ بتلائیے باؤلی سے نکلنے کے لئے اُس کو کتنے دن لگیں گے؟

## تمہید

7.1



عدنان ایک سیب خریدتا ہے اور اس کو اپنے دوست سے مساوی بانٹنا چاہتا ہے اس کا مطلب یہ ہے کہ اُس سیب کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرنا ہوگا۔ عدنان ایک حصہ لے گا۔ اور اس کا دوست دوسرا حصہ۔



رومان نے عدنان سے پوچھا کہ اگر سیب کو چار دوستوں میں بانٹنا ہو تو کیا کرو گے۔ تب عدنان نے آدھے حصے کو مزید دو حصوں میں بانٹا اور رومان سے پوچھا کہ یہ حصہ کس کی شکل میں کیا کہلائے گا؟ اسی طرح عدنان نے دوسرے آدھے حصے کو بھی دو مساوی ٹکروں میں تقسیم کیا۔ رومان نے کہا کہ یہ چاروں مساوی حصوں کو ملا کر ایک مکمل سیب ہوگا۔ لہذا اس کا ہر مساوی حصہ گل سیب کا ایک چوتھائی کہلائے گا۔ اس لئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ جب کسی بھی چیز کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کیا جائے تو اس کا ہر حصہ گل کا نصف ہوگا۔

(حسب ذیل شکل کا مشاہدہ کیجئے۔)

کل حصہ



دو حصوں میں بانٹنے پر



## کسر

7.2

کسر سے مراد کسی کل کا تقسیم کیا ہوا حصہ

$\frac{5}{12}$  ایک کسر ہے۔ اس کو 12 کا 5 واں حصہ کہا جاتا ہے۔

یہاں 12 کس کو ظاہر کرتا ہے؟ یہ مساوی حصوں کی وہ تعداد ہے جس میں گل کو تقسیم کیا گیا ہے۔ 5 سے کیا ظاہر ہوتا

ہے؟ یہ مساوی حصوں کی وہ تعداد ہے جس کا انتخاب کیا گیا ہے۔

یہاں 5 شمار کنندہ اور 12 نسب نما کہلاتا ہے۔

$\frac{3}{7}$  میں شمار کنندہ کیا ہے اور  $\frac{4}{15}$  میں نسب نما کیا ہے۔

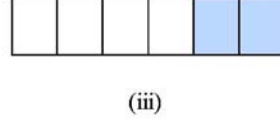
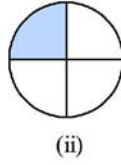
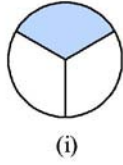
## کوشش کیجئے۔



1- مندرجہ ذیل کو تصویری شکل میں آپ کس طرح ظاہر کریں گے؟

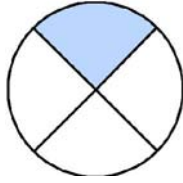
- (i)  $\frac{3}{4}$  (ii)  $\frac{2}{8}$  (iii)  $\frac{1}{3}$  (iv)  $\frac{5}{8}$

2- سایہ دار حصہ کو کسر میں ظاہر کیجئے



یہ تمام کسور ایک سے کم ہیں اور کل کے حصے ہیں۔ ان کو واجب کسر کہا جاتا ہے۔ اس طرح کی کسور میں شمار کنندہ نسبت نما سے چھوٹا ہوتا ہے۔

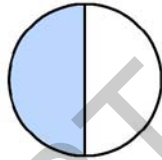
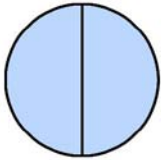
یہ کیجئے۔



1. کوئی پانچ واجب کسور لکھ کر ان کو شکل کی مدد سے ظاہر کیجئے۔
2. عمارہ کہتی ہے کہ دی گئی شکل میں سایہ دار حصہ  $\frac{1}{4}$  کو ظاہر کرتا ہے۔ کیا آپ اس سے متفق ہیں؟ وجوہات بیان کیجئے۔

7.2.1 غیر واجب کسور:

ایسے کسور جن کی قدر ایک سے بڑی ہو غیر واجب کسور کہلاتی ہیں۔ مثال کے طور پر  $\frac{3}{2}$ ،  $\frac{5}{2}$ ،  $\frac{7}{3}$ ،  $\frac{8}{2}$ ، وغیرہ۔ جانچ کیجئے کہ آیا نسبت نما کی قدر شمار کنندہ سے بڑی ہے؟ آپ مزید 5 غیر واجب کسور لکھئے۔

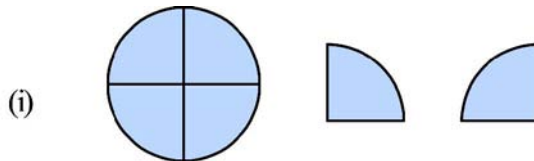


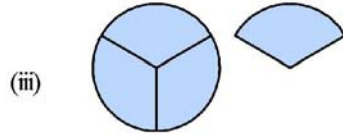
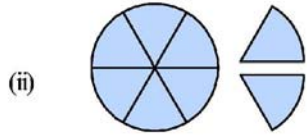
ہم ان غیر واجب کسور کو شکل کے ذریعہ کس طرح ظاہر کریں گے؟ آئیے ایک مثال پر غور کریں۔

ہر دائرہ ایک کل کو ظاہر کرتا ہے۔ ان دو دائروں کے تین حصے سایہ دار ہیں۔ اور ہر دائرہ دو مساوی حصوں میں تقسیم کیا ہوا ہے لہذا یہ سایہ دار حصہ  $\frac{3}{2}$  کی قدر کو ظاہر کرتا ہے۔ ہم نے مشاہدہ کیا کہ غیر واجب کسر کے اظہار کے لئے ایک سے زائد کل مقدار کی ضرورت ہوگی۔

یہ کیجئے۔

- 1- حسب ذیل سایہ دار حصوں کو کسر غیر واجب کسر میں لکھئے۔





2- حسب ذیل غیر واجب کسور کو اشکال میں ظاہر کیجئے۔

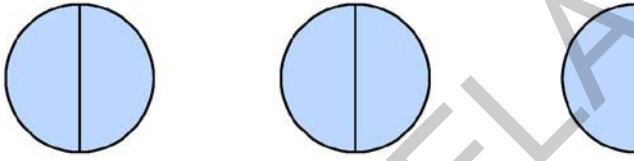
$$\frac{7}{6}, \frac{5}{3}, \frac{7}{4}$$

### 7.2.2 مرکب کسور

غیر واجب کسور کی قدر ایک کل سے بڑی ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر  $\frac{5}{2}$  سے مراد 5 نصف کے ہیں۔

$$\frac{5}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 5 \times \frac{1}{2}$$

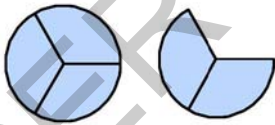
جس کو ہم ذیل کی طرح ظاہر کرتے ہیں۔



اس میں دو مکمل حصے اور ایک آدھا حصہ ہے۔ یعنی  $2 + \frac{1}{2}$  حصہ۔ جس کو ہم  $2\frac{1}{2}$  لکھتے ہیں۔ یہاں ہم یہ کہہ سکتے

ہیں کہ  $2\frac{1}{2}$  مرکب کسور کی شکل میں ہے۔ اس طرح  $\frac{5}{3}$  سے مراد ایک مکمل حصہ اور دو تہائی حصے ہیں۔ جس کو  $1\frac{2}{3}$  لکھا جاتا

ہے۔



$$1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3} \text{ اور یہ مساوی ہوتا}$$

ہر غیر واجب کسور کو مرکب کسور میں تبدیل کیا جاسکتا ہے۔

یہ کیجئے

حسب ذیل غیر واجب کسور کو مرکب کسور میں تبدیل کیجئے۔

$$\frac{7}{2}, \frac{8}{5}, \frac{9}{4}, \frac{13}{5}, \frac{17}{3}$$

## 7.3 شمار کنندہ اور نسب نما

اب تک ہم نے مشاہدہ کیا کہ کسی بھی کامل اعداد کو  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{1}{3}$ ،  $\frac{5}{4}$ ،  $\frac{3}{4}$ ،  $\frac{2}{3}$

کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے جو کسری اعداد کو ظاہر کرتے ہیں۔

کسر کے لئے صرف ایک ضروری شرط یہ ہے کہ نسب نما صفر نہیں ہونا چاہیے۔ ایسا کیوں؟

### کوشش کیجئے

1. ذیل کی کسور کے شمار کنندے اور نسب نما لکھئے۔

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{7}{2}, \frac{19}{3}, \frac{7}{29}, \frac{11}{13}, \frac{1}{7}, \frac{8}{3}$$

2. حسب ذیل کی واجب کسر اور غیر واجب کسر میں درجہ بندی کیجئے اور غیر واجب کسر کو مرکب کسر میں تبدیل کیجئے۔

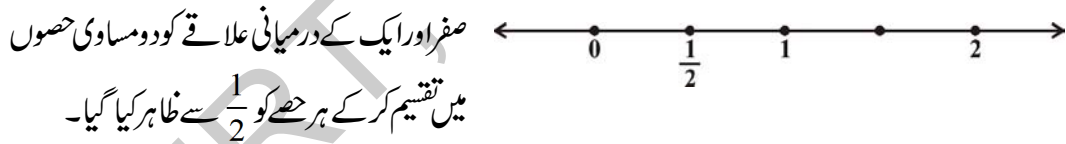
$$\frac{1}{3}, \frac{2}{7}, \frac{8}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{3}, \frac{1}{9}, \frac{9}{5}, \frac{8}{7}$$

## 7.4 عددی خط پر کسری اعداد:

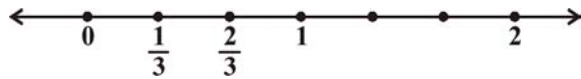
ہم کسری عدد کو عددی خط پر بھی ظاہر کر سکتے ہیں۔

ہم ایک عددی خط کھینچ کر اس پر  $\frac{1}{2}$  کی نشاندہی کریں گے۔

ہم جانتے ہیں کہ  $\frac{1}{2}$  کی قدر صفر سے زیادہ اور ایک سے کم ہوتی ہے لہذا یہ صفر اور ایک کے درمیان واقع ہوگا۔

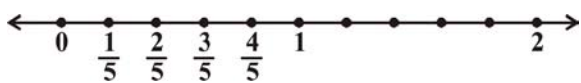


اسی طرح  $\frac{1}{3}$  اور  $\frac{2}{3}$  کو حسب ذیل سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔



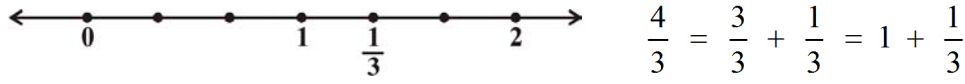
(ہر اینٹ کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا)

$\frac{1}{5}$ ،  $\frac{2}{5}$ ،  $\frac{3}{5}$ ،  $\frac{4}{5}$  کو ذیل کی طرح ظاہر کیا جاسکتا ہے۔



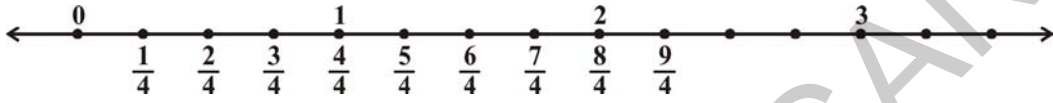
(ہر اینٹ کو 5 مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا)

$\frac{4}{3}$  کو عددی خط پر کس طرح ظاہر کیا جاتا ہے؟  $\frac{4}{3}$  کا مطلب چار دہائی ہے۔  $\frac{4}{3}$  کی قدر 1 سے زیادہ ہے۔ اس لئے  $\frac{4}{3}$  کو عددی خط پر ظاہر کرنے کے لئے ہم کو ایک کے بعد ایک تہائی کی ضرورت ہوگی۔



یونٹ کے بعد 1 اور 2 کے درمیانی حصے کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کیجئے۔

مان لیجئے کہ  $\frac{9}{4}$  میں 9 ایک چوتھائی حصے ہوتے ہیں اس عدد کو ذیل کی طرح ظاہر کیا جاسکتا ہے۔



یہ عددی خط پر 2 کے بعد حاصل ہوگا اور اس کو  $2\frac{1}{4}$  لکھا جاتا ہے۔

یہ کیجئے۔

1- حسب ذیل کو عددی خط پر ظاہر کیجئے۔

- (i)  $\frac{7}{6}$  (ii)  $\frac{5}{2}$  (iii)  $\frac{7}{5}$  (iv)  $\frac{9}{6}$

2- بتائیے کہ یہ کسور عددی خط پر کہاں واقع ہوں گے؟

- (I) سے پہلے (II) 1 اور 2 کے درمیان  
 $\frac{17}{8}$ ,  $\frac{11}{4}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{7}{9}$ ,  $\frac{7}{5}$ ,  $\frac{6}{11}$ ,  $\frac{9}{2}$ ,  $\frac{9}{5}$

مشق (7.1)

(1) بتائیے کہ ان میں کونسے واجب کسر ہیں؟

- (i)  $\frac{3}{2}$  (ii)  $\frac{2}{5}$  (iii)  $\frac{1}{7}$  (iv)  $\frac{8}{3}$

(2) ان میں کونسے غیر واجب کسر ہیں؟

- (i)  $\frac{2}{7}$  (ii)  $\frac{7}{11}$  (iii)  $\frac{9}{11}$  (iv)  $\frac{13}{2}$  (v)  $\frac{7}{3}$

بتائیے کہ یہ غیر واجب کسری اعداد عددی خط پر کہاں واقع ہوں گے۔

(3) ان میں سے مرکب کسور کی نشاندہی کیجئے۔

- (i)  $\frac{3}{5}$  (ii)  $1\frac{2}{7}$  (iii)  $\frac{7}{2}$  (iv)  $2\frac{3}{5}$

(4) حسب ذیل غیر واجب کسور کو مرکب کسور میں تبدیل کیجئے۔

- (i)  $\frac{7}{3}$  (ii)  $\frac{11}{2}$  (iii)  $\frac{9}{4}$  (iv)  $\frac{27}{4}$

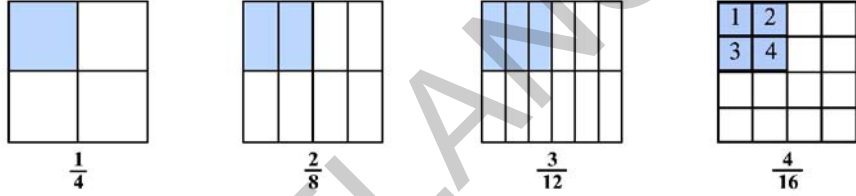
(5) حسب ذیل مرکب کسور کو غیر واجب کسور میں تبدیل کیجئے۔

- (i)  $1\frac{2}{7}$  (ii)  $3\frac{2}{8}$  (iii)  $10\frac{2}{9}$  (iv)  $8\frac{7}{9}$

### 7.5: معادل کسور

حسب ذیل چار کسور اور ان کے اظہار کا مشاہدہ کیجئے۔

چاروں اشکال میں سایہ دار حصوں کی جسامت وہی ہے اور تمام اشکال کی جسامت بھی وہی ہے۔



غور کرنے پر ہمیں اندازہ ہوگا کہ  $\frac{2}{8}$  کا شمار کنندہ اور نسبت نما  $\frac{1}{4}$  کے شمار کنندہ اور نسبت نما کا دگنا ہے۔ اسی طرح  $\frac{3}{12}$

میں  $\frac{1}{4}$  کے شمار کنندہ اور نسبت نما کو 3 سے ضرب دیا گیا ہے۔ لہذا ہم دیکھتے ہیں کہ

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16}$$

یہ تمام کسور کی قدریں  $\frac{1}{4}$  کے مساوی ہوں گی۔

اس طرح یہ کہا جاسکتا ہے کہ کسی کسور کی معادل کسراں کے شمار کنندے اور نسبت نما کو ایک ہی عدد سے ضرب دینے پر حاصل ہوں گی۔

$\frac{1}{3}$  کے معادل کسور  $\frac{2}{6}$ ,  $\frac{3}{9}$ ,  $\frac{4}{12}$ ,  $\frac{5}{15}$  وغیرہ ہوں گے۔

### 7.6: کسور کی معیاری شکل:

معادل کسور  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{6}$ ,  $\frac{3}{9}$ ,  $\frac{4}{12}$  کی معیاری شکل  $\frac{1}{3}$  ہے۔ یہ معیاری شکل ہے کیوں کہ

اس کے شمار کنندہ اور نسبت نما کی قدر اقل ترین ہے اور اس کے مشترک اضعا ف نہیں ہیں۔

مثال کے طور پر کسور  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{7}{3}$ ,  $\frac{17}{7}$ ,  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{3}{11}$  وغیرہ تمام معیاری شکل میں ہیں۔

لیکن کسور  $\frac{5}{10}$ ,  $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{16}{36}$ ,  $\frac{3}{9}$  وغیرہ معیاری شکل میں نہیں ہیں۔





- (1) ایسے پانچ کسور لکھئے جو معیاری شکل میں ہوں۔
  - (2) ایسے پانچ کسور لکھئے جو معیاری شکل میں نہ ہوں۔
  - (3) حسب ذیل کسور کو معیاری شکل میں تبدیل کیجئے۔
- (i)  $\frac{7}{28}$       (ii)  $\frac{15}{90}$       (iii)  $\frac{11}{33}$       (iv)  $\frac{39}{13}$

## 7.7 یکساں اور غیر یکساں کسور

ریاضی کے امتحان میں احسان نے 25 کے منجملہ 5 نشانات حاصل کئے۔ جسکو ہم  $\frac{5}{25}$  لکھتے ہیں۔ جنید نے  $\frac{10}{25}$  اور سہیل نے  $\frac{21}{25}$  نشانات حاصل کیے۔

یہاں پر واضح ہے کہ ان تینوں میں سہیل نے سب سے زیادہ نشانات حاصل کئے۔ چونکہ ان تینوں کسور کے نسب نما مساوی ہیں اس لئے شمار کنندہ کی قدر دیکھ کر زیادہ یا کم بتایا جاسکتا ہے۔

وہ تمام کسور جن کے نسب نما مساوی ہوں یکساں کسور کہلاتے ہیں۔ اور ان کا تقابل با آسانی کیا جاسکتا ہے۔ ایسے تمام کسور جن کے نسب نما مختلف ہوں غیر یکساں کسور کہلاتے ہیں۔

مثال کے طور پر  $\frac{1}{3}$  اور  $\frac{1}{7}$  غیر یکساں کسور ہیں۔  $\frac{2}{4}$  اور  $\frac{6}{12}$  بھی غیر یکساں کسور ہیں۔ حالانکہ  $\frac{2}{4}$  اور  $\frac{6}{12}$  معادل کسور ہیں لیکن یہ یکساں کسور نہیں ہیں۔

## مشق 7.2



- (1) حسب ذیل کسور میں کونسا گروپ یکساں کسور ہے؟
  - (i)  $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}$       (ii)  $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{4}{9}$       (iii)  $\frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{7}{11}$
  - (2) یکساں کسور کے کوئی پانچ گروپ لکھیئے۔
  - (3) ہر ایک گروپ میں یکساں کسور کی نشاندہی کیجئے۔
- (i)  $\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{6}$       (ii)  $\frac{1}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{9}$       (iii)  $\frac{7}{8}, \frac{8}{7}, \frac{2}{8}, \frac{7}{5}$



سوچیے، تبادلہ خیال کیجئے اور لکھیئے۔

رفیع کہتا ہے کہ کوئی بھی ”معادل کسور یکساں کسور نہیں ہو سکتے۔“  
کیا آپ اس سے متفق ہیں؟ سمجھائیے اور تصحیح کیجئے۔

## 7.8 کسور کی صعودی اور نزولی ترتیب:-

ہم عام طور پر اعداد کا تقابل کرتے رہتے ہیں۔ چند اعداد دوسروں سے بڑے اور چند چھوٹے ہوتے ہیں۔ عدد 7 عدد 19 سے چھوٹا ہے اور عدد 3 سے بڑا ہے۔ اسی طرح عدد 3 عدد 5 سے بڑا ہے۔

کیا ہم اس طرح کا تقابل کسری اعداد کے ساتھ بھی آسانی سے کر سکتے ہیں؟ اس کا ہم چند مثالوں کے ذریعہ مشاہدہ کریں گے۔

ریاضی کے امتحان میں دانش نے  $\frac{7}{10}$  سیمانے  $\frac{9}{10}$  اور سعدیہ نے  $\frac{5}{10}$  نشانات حاصل کئے۔ ہم جانتے ہیں کہ سیمانے سب سے زیادہ نشانات حاصل کئے۔ اور اس طرح  $\frac{9}{10}$  کی قدر  $\frac{7}{10}$  سے زیادہ ہے۔  $\frac{9}{10}$  سے مراد جملہ 10، مساوی حصوں سے 9 حصوں کا حاصل کرنا ہے۔ اور یہ 10 مساوی حصوں میں سے 7 حصوں سے زیادہ ہے۔ چونکہ یہاں پر نسب نما مساوی ہے اسی لئے یہ کہنا آسان ہے۔ مثال کے طور پر  $\frac{3}{2}$  اور  $\frac{1}{2}$  میں  $\frac{3}{2}$  بڑی کسر ہے۔ اگر  $\frac{7}{10}$ ،  $\frac{9}{10}$ ،  $\frac{5}{10}$  کو صعودی ترتیب (بڑھتی ہوئی) میں ظاہر کرنا ہو تو  $\frac{5}{10}$ ،  $\frac{7}{10}$ ،  $\frac{9}{10}$  میں ظاہر کیا جاتا ہے۔ کیا ہم انکو گھٹتی ہوئی ترتیب میں لکھ سکتے ہیں؟

یہ کیجئے۔

حسب ذیل کسور کے گروپ میں اعظم ترین اور اقل ترین کسور کی نشاندہی کیجئے۔				
(i)	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{7}$
(ii)	$\frac{1}{9}$	$\frac{13}{9}$	$\frac{11}{9}$	$\frac{5}{9}$
(iii)	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{17}{3}$	$\frac{9}{3}$

### 7.8.1 غیر یکساں کسور کا تقابل

$\frac{2}{3}$  اور  $\frac{3}{5}$  کا تقابل کریں۔ ان میں کونسی کسر بڑی ہے؟

ان کسور کو دیکھ کر ہم کوئی نتیجہ اخذ نہیں کر سکتے۔ چونکہ پہلی کسر میں دو حصے اور دوسری کسر میں 3 حصے لئے گئے۔ لیکن چونکہ انکے نسب نما مختلف ہیں۔ اس لئے انکے حصے الگ الگ مقدار کے ہونگے۔ غیر یکساں کسور کے تقابل کے لئے ان کسور کو معادل یکساں کسور میں تبدیل کرنا ہوگا۔  $\frac{2}{3}$  اور  $\frac{3}{5}$  کو ہم اس طرح تبدیل کریں گے۔

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{5} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{15}$$

$$\text{لہذا } \frac{9}{15} < \frac{10}{15} \text{ اسی لئے } \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$$

اور ایک مثال کا مشاہدہ کریں۔  $\frac{7}{9}$ ،  $\frac{3}{11}$  میں کونسی کسر بڑی ہے؟

ان کسور کو یکساں کسور میں تبدیل کریں گے

$$\frac{7}{9} \times \frac{11}{11} = \frac{77}{99} \quad , \quad \frac{3}{11} \times \frac{9}{9} = \frac{27}{99}$$

$$\frac{7}{9} > \frac{3}{11} \text{ بڑی کسر ہوگی۔} \quad \frac{7}{9} \text{ بڑی کسر ہے لہذا}$$

چونکہ یہ کسور غیر یکساں کسور ہیں لہذا ہم نے ان کے نسب نما کو مساوی کر لیا۔ نسب نما مساوی ہونے پر حصے کی مقدار مساوی ہوگی اور شمار کنندے کی بنیاد پر بڑی کسر کی نشاندہی کر سکیں گے۔

یہ کیجئے۔

ان میں سے کونسی کسر چھوٹی ہے؟

(i)  $\frac{2}{5}$ ،  $\frac{3}{7}$       (ii)  $\frac{7}{8}$ ،  $\frac{5}{4}$       (iii)  $\frac{3}{11}$ ،  $\frac{1}{2}$       (iv)  $\frac{5}{6}$ ،  $\frac{2}{3}$

### 7.8.2 صعودی اور نزولی ترتیب۔

ہم جانتے ہیں کہ اعداد کو بائیں سے دائیں چھوٹے عدد سے بڑے عدد کی ترتیب میں لکھنے پر صعودی ترتیب حاصل ہوتی ہے۔

مثال کے طور پر 1, 3, 7, 8, 12 صعودی ترتیب میں ہیں۔

اسی طرح  $\frac{2}{5} < \frac{3}{5} < \frac{7}{5} < \frac{16}{5}$  بھی صعودی ترتیب میں ہیں۔ یہاں  $\frac{2}{5}$ ،  $\frac{3}{5}$ ،  $\frac{7}{5}$ ،  $\frac{16}{5}$

اور  $\frac{1}{4}$ ،  $\frac{1}{5}$ ،  $\frac{1}{6}$ ،  $\frac{1}{7}$  بھی صعودی ترتیب میں ہیں۔

یہ کیجئے۔

حسب ذیل کسور کو صعودی ترتیب میں لکھئے۔

(i)  $\frac{1}{7}$ ،  $\frac{13}{7}$ ،  $\frac{11}{7}$ ،  $\frac{5}{7}$ ،  $\frac{15}{7}$       (ii)  $\frac{2}{3}$ ،  $\frac{5}{6}$ ،  $\frac{3}{9}$ ،  $\frac{24}{18}$

(iii)  $\frac{2}{3}$ ،  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{5}{6}$ ،  $\frac{7}{12}$       (iv)  $\frac{1}{5}$ ،  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{1}{8}$ ،  $\frac{1}{3}$ ،  $\frac{1}{12}$

(1) اعداد کو بائیں سے دائیں بڑے عدد سے چھوٹے عدد کی ترتیب میں لکھنا نزولی ترتیب کہلاتا ہے

مثال کے طور پر 100, 85, 83, 74, 61 نزولی ترتیب میں ہیں۔

اسی طرح  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{3}{2}$ ،  $\frac{5}{2}$ ،  $\frac{7}{2}$ ،  $\frac{11}{2}$  نزولی ترتیب میں ہیں۔ اور  $\frac{1}{7}$ ،  $\frac{1}{6}$ ،  $\frac{1}{5}$ ،  $\frac{1}{4}$

بھی نزولی ترتیب میں ہیں۔ کیا آپ کہہ سکتے ہیں کیوں؟ اپنے ساتھیوں سے تبادلہ خیال کیجئے۔

یہ کیجئے

حسب ذیل کو نزولی ترتیب میں لکھیئے۔

(i)  $\frac{1}{9}$ ،  $\frac{13}{9}$ ،  $\frac{11}{9}$ ،  $\frac{15}{9}$ ،  $\frac{3}{9}$

(ii)  $\frac{1}{6}$ ،  $\frac{2}{3}$ ،  $\frac{3}{9}$ ،  $\frac{5}{6}$

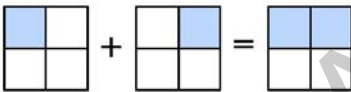
(iii)  $\frac{1}{5}$ ،  $\frac{9}{5}$ ،  $\frac{3}{5}$ ،  $\frac{6}{5}$


(iv)  $\frac{1}{4}$ ،  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{1}{8}$ ،  $\frac{3}{4}$

کسور کی جمع

7.9

ذیل کو جمع کیجئے۔

1.   $= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

2.   $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

یہ کیجئے

حسب ذیل کو مختصر کیجئے۔

i.  $\frac{1}{4} + \frac{5}{4}$

ii.  $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$

iii.  $\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7}$

iv.  $\frac{13}{6} + \frac{5}{6}$

7.9.1 غیر یکساں کسور کو جمع کرنا:

حسب ذیل کا مشاہدہ کیجئے۔

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ?$$

ان کسور کی جمع میں شمار کنندوں کو جمع نہیں کیا جاسکتا۔ کیوں نہیں؟ ہم کو کیا کرنا چاہئے؟ غیر یکساں کسور کو جمع کرنا ہوتا ہے ہم

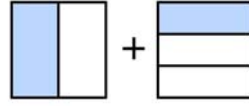
ان کو یکساں کسور میں تبدیل کرتے ہیں ہیں جنکے نسب نما مساوی ہوتے ہیں۔

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{6} \quad ; \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6} \quad \text{اس لئے}$$

آئیے شکل کے ذریعہ مشاہدہ کریں۔

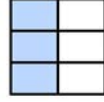
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$



دونوں اشکال کے حصے مساوی نہیں ہیں، جمع کرنے کے لئے ہمیں مساوی حصوں کی ضرورت ہے۔ ہم پہلی کسر کی پہلی

شکل میں افقی طور پر مزید 3 حصے بنالیں گے۔

$$\frac{3}{6}$$

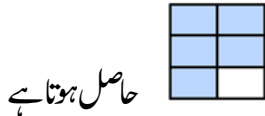


ہمیں  $\frac{3}{6}$  حاصل ہوگا۔



$$\frac{2}{6}$$

اس طرح دوسری شکل میں بھی عمودی خط کھینچنے پر ہم کو حاصل ہوتا ہے۔  $\frac{2}{6}$



$$\frac{5}{6}$$

اب ہم ان دونوں کو جمع کرتے ہیں اور ان دونوں کا مجموعہ  $\frac{5}{6}$  حاصل ہوتا ہے

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} \text{ پر غور کیجئے۔}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{10}{6} \text{ لکھا جاسکتا ہے۔}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} = \frac{1}{6} + \frac{10}{6} = \frac{11}{6} \text{ لہذا}$$

یہ کیجئے۔

حسب ذیل کسور کو جمع کیجئے

(i)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$       (ii)  $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{7}{2}$       (iii)  $\frac{1}{3} + \frac{2}{6} + \frac{5}{6}$       (iv)  $\frac{1}{3} + \frac{7}{5}$

### 7.9.2: مرکب کسور کی جمع

ہم کسور  $2\frac{1}{3}$  اور  $1\frac{2}{3}$  کو کس طرح جمع کریں گے؟

پہلی صورت میں مرکب کسور کو غیر واجب کسر  $\frac{7}{3}$  اور  $\frac{5}{3}$  کی شکل میں تبدیل کیجئے اسی طرح حسب ذیل طریقہ پر بھی جمع

$$2\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3} = 2 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \text{ کیا جاسکتا ہے۔}$$

ہم نے صحیح اعداد اور کسور کو الگ الگ جمع کیا ہے۔ اور پھر ان دونوں کو جمع کرنے پر  $3 + \frac{3}{3} = 3 + 1 = 4$  حاصل ہوتا ہے۔

اس طرح ہم،  $2\frac{1}{8}$  اور  $3\frac{1}{6}$  کو دونوں طریقوں سے جمع کریں گے۔

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{8} + 3\frac{1}{6} &= 2 + 3 + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} \\ &= 5 + \frac{1 \times 6}{8 \times 6} + \frac{1 \times 8}{6 \times 8} \\ &= 5 + \frac{6}{48} + \frac{8}{48} \\ &= 5 + \frac{14}{48} = 5 + \frac{7}{24} = 5\frac{7}{24} \end{aligned}$$

دوسرا طریقہ: دونوں کسور کو غیر واجب میں تبدیل کرنے پر  $\frac{17}{8} + \frac{19}{6}$  دونوں کسور کو معادل کسور میں تبدیل کرنے پر

$$\begin{aligned} \frac{17}{8} &= \frac{17}{8} \times \frac{6}{6} = \frac{102}{48} \\ \frac{19}{6} &= \frac{19}{6} \times \frac{8}{8} = \frac{152}{48} \\ \therefore \frac{102}{48} + \frac{152}{48} &= \frac{254}{48} = \frac{127}{24} = 5\frac{7}{24} \end{aligned}$$

## 7.10 عمل تفریق

$\frac{4}{7}$  میں سے  $\frac{3}{7}$  کو تفریق کیجئے۔

ان دو کسور کے نسب نما مساوی ہیں۔ اسلئے یہ یکساں کسور ہیں۔ لہذا ان کے شمار کنندوں کے فرق سے عمل تفریق کیا

$$\therefore \frac{4}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4-3}{7} = \frac{1}{7} \text{ جاسکتا ہے۔}$$

اب ایک مثال لیجئے جہاں کسور کے نسب نما مختلف ہوتے ہیں۔

$\frac{3}{10}$  سے  $\frac{2}{9}$  کو تفریق کیجئے۔

$$\frac{3}{10} - \frac{2}{9}$$

چونکہ ان کے نسب نما مختلف ہیں اس لئے اوپر کے طریقہ پر اس مسئلہ کو حل نہیں کیا جاسکتا۔ سب سے پہلے ہمیں ان کسور کو یکساں

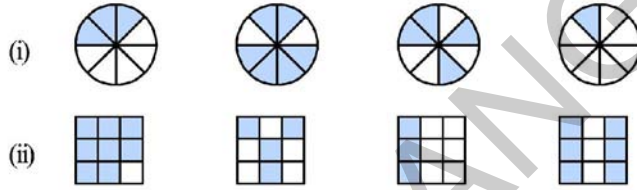
کسور میں تبدیل کرنا ہوگا۔ پھر ان کو تفریق کرنا ہوگا۔

$$\begin{aligned} \frac{3}{10} &= \frac{3 \times 9}{10 \times 9} = \frac{27}{90}; \quad \frac{2}{9} = \frac{2 \times 10}{9 \times 10} = \frac{20}{90} \\ \frac{27}{90} - \frac{20}{90} &= \frac{27-20}{90} = \frac{7}{90} \end{aligned}$$

- (1) حسب ذیل کسور کو جمع کیجئے۔
- (i)  $\frac{2}{5} + \frac{3}{5}$       (ii)  $\frac{7}{10} + \frac{2}{10}$       (iii)  $\frac{3}{4} + \frac{2}{6}$
- (2) حسب ذیل تفریق کیجئے
- (i)  $\frac{3}{5}$  میں سے  $\frac{2}{7}$       (ii)  $\frac{2}{5}$  میں سے  $\frac{1}{9}$

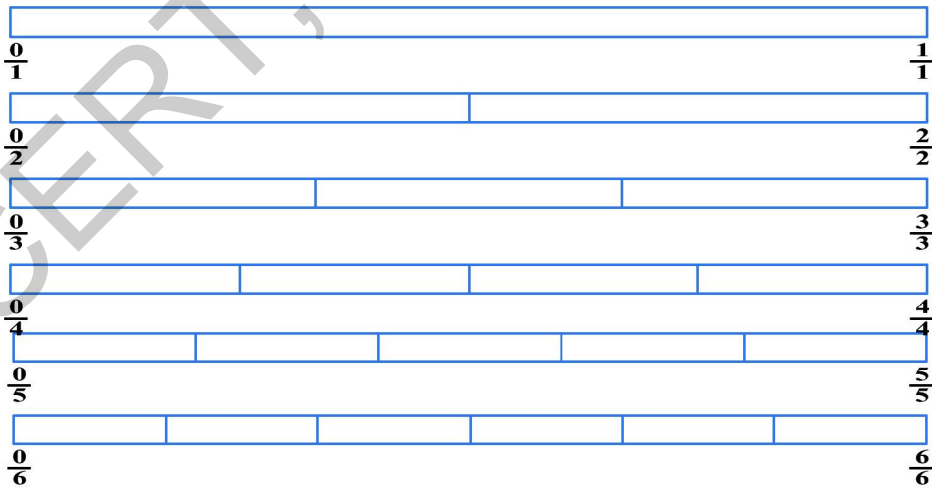
### مشق 7.3

1. سایہ دار حصہ کو کسر کی شکل میں لکھیے۔ اور '>', '=', '<' کا استعمال کرتے ہوئے صعودی اور نزولی ترتیب میں لکھیے۔



2.  $\frac{2}{6}$ ,  $\frac{4}{6}$ ,  $\frac{8}{6}$ ,  $\frac{5}{6}$  اور  $\frac{6}{6}$  کو عددی خط پر ظاہر کیجئے اور ان کو صعودی ترتیب میں بھی لکھیے

3. شکل دیکھئے اور دو کسور کے درمیان '>', '=', '<' کے ذریعہ خانہ پری کیجئے۔



(i)  $\frac{1}{6} \square \frac{1}{3}$  (ii)  $\frac{3}{4} \square \frac{2}{6}$  (iii)  $\frac{2}{3} \square \frac{2}{4}$   
 (iv)  $\frac{6}{6} \square \frac{3}{3}$  (v)  $\frac{5}{6} \square \frac{5}{5}$

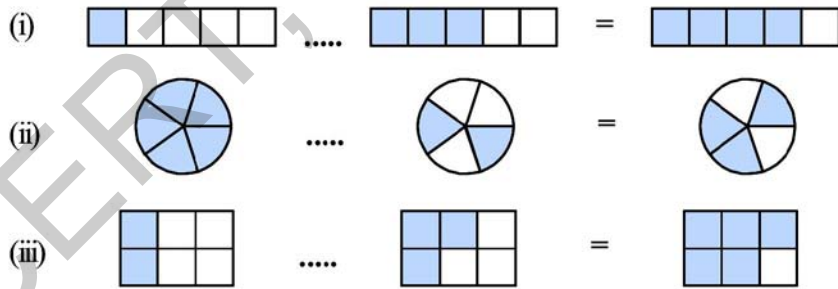
اس طرح مزید پانچ سوالات ترتیب دے کر اپنے ساتھی سے حل کروائیں۔

4. ان علامتوں ('<', '=', '>') کے ذریعہ خانہ پری کیجئے۔

(i)  $\frac{1}{2} \square \frac{1}{5}$  (ii)  $\frac{2}{4} \square \frac{3}{6}$  (iii)  $\frac{3}{5} \square \frac{2}{3}$   
 (iv)  $\frac{3}{4} \square \frac{2}{8}$  (v)  $\frac{3}{5} \square \frac{6}{5}$  (vi)  $\frac{7}{9} \square \frac{3}{9}$

5. حسب ذیل کے جوابات دیجئے اور اس کے حل کا طریقہ بتلائے۔

- (i) کیا  $\frac{5}{9}$  کی قدر  $\frac{4}{5}$  کے مساوی ہے؟ (ii) کیا  $\frac{9}{16}$  اور  $\frac{5}{9}$  مساوی کسور ہیں؟  
 (iii) کیا  $\frac{16}{20}$  اور  $\frac{4}{5}$  مساوی کسور ہیں؟ (iv) کیا  $\frac{4}{30}$  اور  $\frac{1}{15}$  کی قدر مساوی ہیں؟  
 6. نعیم نے 100 صفحات پر مشتمل کتاب کے 25 صفحات پڑھے نصیر نے اسی کتاب کے  $\frac{2}{5}$  حصہ کا مطالعہ کیا۔ بتلائیے کہ کس نے کم حصہ پڑھا؟  
 7. سایہ دار حصوں کی بنیاد پر خالی جگہوں کو (+ یا -) کے ذریعہ پر کیجئے۔



8. مختصر کیجئے۔

(i)  $\frac{1}{18} + \frac{1}{18}$  (ii)  $\frac{8}{15} + \frac{3}{15}$  (iii)  $\frac{7}{7} - \frac{5}{7}$   
 (iv)  $\frac{1}{22} + \frac{21}{22}$  (v)  $\frac{12}{15} - \frac{7}{15}$  (vi)  $\frac{5}{8} + \frac{3}{8}$   
 (vii)  $1 - \frac{2}{3}$  (viii)  $\frac{1}{4} + \frac{0}{4}$  (ix)  $3 - \frac{12}{5}$



9. غائب شدہ کسور کو درج کیجئے۔

(i)  $\frac{7}{10} - \square = \frac{3}{10}$

(ii)  $\square - \frac{3}{21} = \frac{5}{21}$

(iii)  $\square - \frac{3}{3} = \frac{3}{6}$

(iv)  $\square + \frac{5}{27} = \frac{12}{27}$

10. رفیع نے دیوار کا  $\frac{2}{3}$  حصہ رنگین کیا۔ ان کے بھائی ذکی نے رفیع کا ساتھ دیا اور  $\frac{1}{3}$  حصہ مکمل کیا۔ بتلائیے کہ دونوں نے ملکر

کتنا حصہ رنگین کیا؟

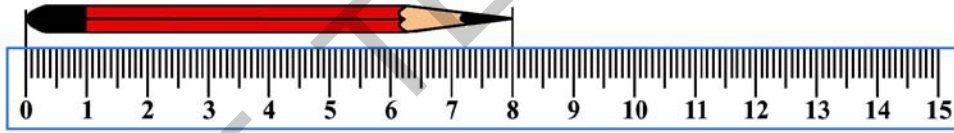
11. فرحین کو موز کی ٹوکری کا  $\frac{5}{7}$  حصہ دیا گیا۔ بتلائیے کہ ٹوکری میں موز کا کتنا حصہ باقی ہے؟

12.  $\frac{7}{8}$  میٹر لمبی سلاخ کے دو حصے کرنے پر ایک حصہ  $\frac{1}{4}$  میٹر ہو تو دوسرا حصہ کتنا لمبا ہوگا؟

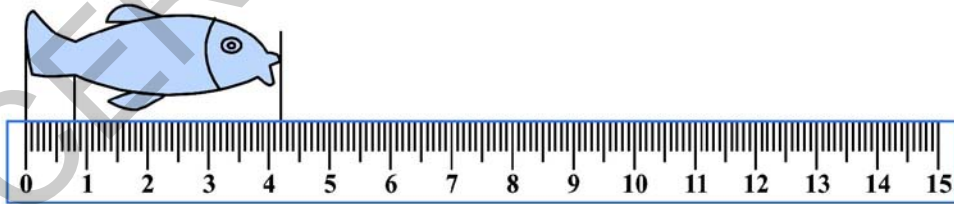
13. شریفہ اسکول گراؤنڈ کا ایک چکر مکمل کرنے کے لئے  $2\frac{1}{5}$  منٹ وقت لیتی ہے۔ اور شاذیہ  $\frac{7}{4}$

منٹ کا وقت لیتی ہے۔ تو بتلائیے کہ کس نے کم وقت میں چکر مکمل کیا؟

7.11 اعشاریہ



اس پنسل کا طول کیا ہے؟ \_\_\_\_\_ سنٹی میٹر



اس مچھلی کی لمبائی 4 سنٹی میٹر سے زیادہ اور 5 سنٹی میٹر سے کم ہے آپ اس مچھلی کی لمبائی کیسے معلوم کریں گے؟

اس کو حل کرنے کے لئے ہم 14 اور 5 کے درمیانی فاصلے کو 10 مساوی حصوں میں تقسیم کرتے ہیں۔

کیا آپ مچھلی کے طول کی پیمائش کر سکتے ہیں؟ اس کی لمبائی..... سنٹی میٹر اور..... چھوٹا حصہ ہے۔ اس چھوٹے حصے کو ہم ملی میٹر کہتے ہیں۔ یعنی اس مچھلی کی لمبائی 4 سنٹی میٹر اور 2 ملی میٹر ہے۔ یعنی سینٹی میٹر کا دسواں حصہ ایک ملی میٹر ہوتا ہے۔ پیمانے کے استعمال میں ہم مساوی درجوں کو استعمال کرتے ہیں اور چھوٹے حصوں کی گنتی کرتے ہیں۔

اوپر کی مثال میں لمبائی = 4 اور  $\frac{2}{10}$  واں حصہ۔ یعنی  $4\frac{2}{10}$  سنٹی میٹر

مچھلی کی دم کی لمبائی کتنی ہے؟

آپ دیکھیں گے کہ دم کی لمبائی 1 سنٹی میٹر سے کم اور 10 کے مجملہ 8 چھوٹے چھوٹے حصوں پر مشتمل ہے۔

پس یہ سنٹی میٹر  $\frac{8}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$  ہے۔



ماچس کی تیلی کا مشاہدہ کیجئے۔ ماچس کی تیلی کی پیمائش کر کے سنٹی میٹر اور اس کے دسویں حصوں میں ظاہر کیجئے۔

1 سنٹی میٹر کا ہر حصہ = 1 ملی میٹر  $\frac{1}{10}$  سنٹی میٹر

### 1:7.11.1 اعشاری عدد کی مقامی قدر:

کسی تین ہندسی عدد کو پڑھنے کے لئے ہم پہلے اس کے ہندسوں کی مقامی قدر دیکھتے ہیں۔ مثال کے طور پر تین ہندسے 1, 2, 5 لینے پر

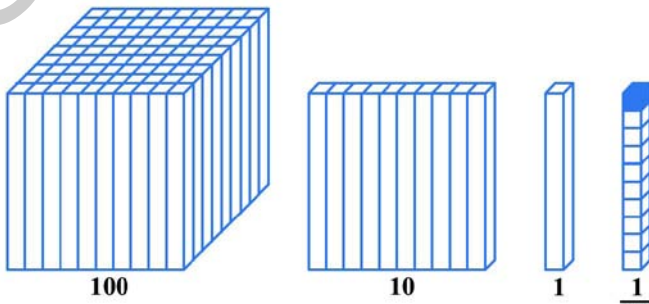
عدد 512 میں 5 سیکڑے کے مقام پر ہے۔ اس لئے 5 کی قیمت 500 ہوگی یعنی 512 کو پانچ سو بارہ کہتے ہیں اس طرح 152 میں 5 دہائی کے مقام پر ہے اسی لئے اس کی مقامی قیمت 50 ہوگی۔

عدد 125، 15 کاٹی کے مقام پر ہے اسی لئے 5 کی مقامی قدر 5 ہوگی۔ یعنی وہ عدد ایک سو پچیس ہے۔

اگر 1 کو سیکڑے کے دائیں جانب بڑھیں تو اس کی قیمت دہائی میں ہوگی اور دہائی کے دائیں جانب بڑھیں تو وہ اکائی

ہوگی۔ مزید دائیں جانب بڑھانے

پر اس کی قیمت  $\frac{1}{10}$  واں حصہ ہوگی۔



اوپر کی تصویر میں ہم دیکھ سکتے ہیں کہ جیسے ہی ہم دائیں جانب آگے بڑھتے ہیں تو اس کی قیمت  $\frac{1}{10}$  واں حصہ ہو جاتی ہے۔ پہلی تصویر میں ہم 100 کا آغاز ایک مکعب سے کرتے ہیں۔ اس 100 کے لئے جو 100 مکعب نما پر مشتمل سلاخیں ہیں۔ اگر ہم ان کو 10 مساوی حصوں میں تقسیم کریں تب ہمیں دس سلاخوں پر مشتمل ایک مکعب نما حاصل ہوگا۔

اگر ہم مزید دس مساوی حصوں میں تقسیم کریں تو ایک مکعب نما حاصل ہوگا۔ اس کا مطلب یہ ہوا کہ سیکڑے کا دسواں حصہ 10 اور دس کا دسواں حصہ ایک یونٹ ہوگا۔

اگر ہم مزید دائیں جانب آگے بڑھیں گے تو کیا ہوگا؟  
 آپ کو یاد ہوگا کہ پچھلی تصویر میں مچھلی کی پیمائش ایک سنٹی میٹر سے کم تھی۔ ہم نے ایک سنٹی میٹر کے دس مساوی حصے لئے اور ہر حصے کو ملی میٹر کا نام دیا۔ یعنی ہر ایک چھوٹا حصہ  $\frac{1}{10}$  سنٹی میٹر ہوگا۔ جب ہم سنٹی میٹر میں ملی میٹر لکھتے ہیں تب ملی میٹر کی مقدار کو اعشاریہ کے بعد لکھتے ہیں۔ یعنی اعشاریہ کے دائیں جانب والی قدر  $\frac{1}{10}$  ہوگی۔

$$100 \rightarrow \frac{100}{10} = 10 \rightarrow \frac{10}{10} = 1 \rightarrow \frac{1}{10}$$

اگر ہمارے پاس 5 دسویں حصے ہوں تو یہ  $\frac{5}{10}$  ہوگا جسکو 0.5 لکھتے ہیں اسکے معنی '10' کل کے 5 حصے

$$\frac{5}{10} = 0.5 \quad \text{یعنی}$$

### کوشش کیجئے

(i) حسب ذیل اعشاریہ کو کسور میں تبدیل کیجئے اور بتلائیے کہ اس میں کتنے دسویں حصے ہیں

0.4, 0.2, 0.8, 1.6, 5.4, 555.3, 0.9

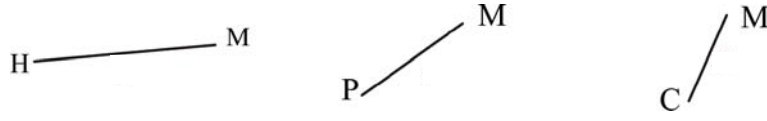
(ii) حسب ذیل جدول مکمل کیجئے۔

دہائیاں	اکائیاں	دسویں حصے	اعشاری عدد
3	5	7	
6	9	4	
7	6	3	

(iii) حسب ذیل جدول مکمل کیجئے۔

اعشاری عدد	مکمل عدد	مکمل عدد کا اعشاری	اعشاری حصہ کی مقامی قدر	الفاظ میں لکھئے۔
8.5				
14.7				
23.0				
5.4				

(iv) خطی قطعوں کی پیمائش کر کے حسب ذیل جدول مکمل کیجئے۔



اعشاریہ میں طول کی پیمائش	سنٹی میٹر میں طول کی پیمائش	سنٹی میٹر اور ملی میٹر	کی گئی پیمائش
			خطی قطعہ $\overline{HM}$
			خطی قطعہ $\overline{PM}$
			خطی قطعہ $\overline{CM}$
			آپ کا ربر
			چاک
			آپ کی شہادت کی انگلی

اگر 100 واں حصہ بتلانا ہو تو ہم اعشاریہ کی دائیں جانب دوسرے مقام پر عدد لکھنا ہوگا مثلاً  $\frac{5}{100} = 0.05$  لکھیں گے

یعنی اگر ہم  $\frac{1}{10}$  سے دائیں جانب جائیں تب اس کی قدر  $\frac{1}{100}$  ہوگی۔

1 میٹر میں 100 سنٹی میٹر ہوں گے۔ اگر 5 سنٹی میٹر کی پیمائش میں لکھنا ہو تو اسکو 0.05 میٹر لکھا جاتا ہے۔ اگر ہم

کو 25 سنٹی میٹر یا 100 واں حصہ لکھنا ہو تو اس کو 0.25 لکھا جاتا ہے۔

$$\frac{20}{100} + \frac{5}{100} = \frac{25}{100} = 0.25 \text{ یعنی}$$

درجہ ذیل اعشاریہ کو کسور میں تبدیل کیجئے اور بتلائیے کہ ان میں کتنے 100 ویں حصے ہیں؟

0.35, 0.08, 6.70, 23.53, 756.01

اس طرح ہم جانتے ہیں کہ 100 پیسے = ایک روپیہ تب 10 پیسے روپے کا کونسا حصہ ہے اور ایک پیسہ روپے کا کتنا حصہ ہے۔

475 پیسوں میں کتنے روپے ہوں گے؟  $400 + 75$  یا  $4 + \frac{75}{100}$  اس کو 4 روپے 75 پیسے یا  $4.75$  ₹ بھی لکھا جاتا ہے۔ اس

طرح 5 روپے اور 30 پیسوں کو  $5\frac{30}{100}$  یا 5.30 لکھا جاتا ہے۔

یہ کیجئے

(I) خالی جگہوں کو پر کیجئے۔

(i) 325 پیسے = ..... روپے ..... پیسے = ..... روپے

(ii) 570 پیسے = ..... روپے ..... پیسے = ..... روپے۔

(iii) 2050 پیسے = ..... روپے ..... پیسے = ..... روپے۔

## مشق 7.4



1. خالی جگہوں کو پر کیجئے۔
  - (i) 0.8 کی کسری شکل ہے۔
  - (ii) 15.9 میں کامل حصہ ہے۔
  - (iii) 171.9 میں دسویں مقام پر ہندسہ ہے۔
  - (iv) 9.8 میں 8 کی مقامی قیمت ہے۔
  - (v) کامل حصے اور اعشاری حصے کے درمیان پائے جانے والے نقطے کو کہتے ہیں۔
2. حسب ذیل کو اعشاری شکل میں لکھیے
  - (i) ایک سو پچیس اور چار دسویں حصے
  - (ii) بیس اور دو دسویں حصے
  - (iii) آٹھ اور چھ دسویں حصے
3. حسب ذیل کسور کو اعشاریہ کے ذریعہ ظاہر کیجئے۔
 

(i) 16/100	(ii) 278/1000	(iii) 6/100
(iv) 369/100	(v) 16/1000	(vi) 345/10
(vii) 907/1000		
4. خط کشیدہ عدد کی مقامی قدر بتائیے
 

(i) 34.26	(ii) 8.88	(iii) 0.91
(iv) 0.50	(v) 3.03	(vi) 6.74
5. کوئی قدر بڑی ہے بتلائیے
 

(i) 0.2 اور 0.4	(ii) 70.08 اور 70.7
(iii) 6.6 اور 6.58	(iv) 7.4 اور 7.35
	(v) 0.76 اور 0.8
6. صعودی ترتیب میں لکھیے۔
 

(i) 0.04, 1.04, 0.14, 1.14	(ii) 9.09, 0.99, 1.1, 7
----------------------------	-------------------------
7. نزولی ترتیب میں لکھیے۔
 

(i) 8.6, 8.59, 8.09, 8.8	(ii) 6.8, 8.66, 8.06, 8.68
--------------------------	----------------------------



اعشاری کسور کی جمع اور تفریق

7.12

0.4 اور 0.3 کو جمع کیجئے

ایک دائرہ لیکراس کے 10 مساوی حصے کریں۔

تین مساوی حصوں کو سایہ دار کریں جو 0.3 کو ظاہر کرتا ہے۔ اور پھر 4 مساوی حصوں کو سایہ دار کریں جو کہ 0.4 ہوگا۔

اب دائرے میں سایہ دار دسویں حصوں کی گنتی کیجئے۔

$$\begin{array}{r}
 \text{دسواں حصہ} \\
 0 \quad . \quad 3 \\
 + \quad 0 \quad . \quad 4 \\
 \hline
 0 \quad . \quad 7
 \end{array}$$

$$0.3 + 0.4 = 0.7 \text{ یعنی}$$

اس طرح اعشاریہ کی جمع میں اس بات کا لحاظ رکھا جائے کہ دسویں حصہ کے مقابل دسواں حصہ ہی ہو۔ اور سوئیں حصہ کے مقابل میں سوواں حصہ ہی جمع کیا جائے۔

کیا آپ 0.63 اور 0.54 کا مجموعہ معلوم کر سکتے ہیں؟

$$0.63 + 0.54 = ? \text{ یعنی}$$

$$\begin{array}{r}
 100 \text{واں حصہ} \\
 0 \quad . \quad 6 \quad 3 \\
 + \quad 0 \quad . \quad 5 \quad 4 \\
 \hline
 1 \quad . \quad 1 \quad 7
 \end{array}$$

$$0.63 + 0.54 = 1.17 \text{ پس}$$



(i)  $0.39 + 0.26$

(ii)  $0.8 + 0.07$

(iii)  $1.45 + 1.90$

(iv)  $3.44 + 1.58$

1. مثال:  $3.64 + 5.4$  کو جمع کیجئے۔

پہلا طریقہ  $3.64 + 5.4$  پہلے عدد میں اعشاریہ کے دو مقامات ہیں جبکہ عدد میں صرف ایک مقام

$$= 364/100 + 54/10 \text{ انکو کسر کی شکل میں لکھنے پر}$$

$$= 364/100 + 540/100 \text{ دوسری کسر کا نسب نما 100 بنانے پر}$$

$$= 904/100 \text{ یکساں کسور کو جمع کرنے پر}$$

$$= 9.04 \text{ اعشاری نقطہ کے استعمال سے جواب لکھئے۔}$$

دوسرا طریقہ:  $3.64 + 5.4$

$$\begin{array}{r}
 \text{سواں حصہ} \\
 3 \quad . \quad 6 \quad 4 \\
 + \quad 5 \quad . \quad 4 \\
 \hline
 9 \quad . \quad 0 \quad 4
 \end{array}$$

3.64 چونکہ پہلی کسر میں اعشاریہ کے دو مقامات ہیں لہذا

+ 5.40 دوسری کسر کو بھی اعشاریہ کے دو مقامات تک تبدیل کر کے اب جمع کریں۔

$$\underline{\underline{9.04}}$$

مثال 2: سلمی اسکول کے سالانہ مقابلوں میں حصہ لینے کے لئے دوڑ کی مشق کر رہی ہے وہ صبح کو 3.27 کلومیٹر اور شام کو 2.8 کلومیٹر دوڑتی ہے بتائیے کہ اس نے جملہ کتنی دوڑ لگائی؟

حل:  $3.27 + 2.8$

صبح کی دوڑ	=	3.27	کلومیٹر
شام کی دوڑ	=	2.80	کلومیٹر
دوڑا ہوا جملہ فاصلہ	=	6.07	کلومیٹر

مثال 3: 2.85 سے 1.23 کو تفریق کیجئے

سواں حصہ	دسواں حصہ	اکائی
5	8	2
3	2	1
2	6	1

یعنی  $2.85 - 1.23 = 1.62$

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ اعشاری کسر کی تفریق میں سوئیں حصے سے دسویں حصے کو سوئیں حصے سے دسویں حصے کو اور اکائیوں سے اکائیوں کو تفریق کیا جائے۔ جس طرح ہم نے عمل جمع میں کیا۔

بعض موقعوں پر تفریق کے عمل میں مقام بدل لینا پڑے گا مثلاً  $4.5 - 2.89$

سواں حصہ	دسواں حصہ	اکائی
0	5	4
9	8	2
1	6	1

### مشق 7.5

1 دانش دکان سے ایک چاکلیٹ اور ایک چکی خریدنا چاہتا ہے۔ ایک چکی کی قیمت 0.75 روپیے اور چاکلیٹ کی قیمت 0.50 پیسے ہے۔ اگر دانش دونوں چیزیں ایک ساتھ خرید لے تو اسے دکاندار کو کتنے روپیے ادا کرنے ہوں گے۔ دانش کی ماں نے اسے 2 روپے دیئے۔ دکاندار اس کو کتنی رقم واپس کرے گا۔ اگر دانش کی ماں نے 5 روپے دیئے ہوں تو اس کے پاس کتنے روپے باقی بچیں گے؟

(2) حسب ذیل اعشاریہ کو جمع کیجئے۔

- (i)  $25.11 - 3.80$  (ii)  $14.01 + 1.1 + 1.98$   
 (iii)  $9.85 - 0.61$  (iv)  $2.3 + 18.94$   
 (v)  $2.57 + 3.75$

(3) سفیان پانچ کلومیٹر 28 میٹر کا فاصلہ بذریعہ بس، 2 کلومیٹر 265 میٹر فاصلہ بذریعہ کار اور باقی 1 کلومیٹر 30 میٹر فاصلہ پیدل چل کر طے کرتا ہے۔ بتائیے کہ اس نے کل کتنا فاصلہ طے کیا؟

(4) شیخ صاحب نے اپنی بڑی لڑکی کے لئے 6.25 میٹر کپڑا اور چھوٹی لڑکی کے لئے 5.75 میٹر کپڑا خریدا بتائیے کہ انھوں نے اپنی بڑی لڑکی کے لئے کتنا کپڑا زیادہ خریدا۔



1. کسر، کسی کل کا حصہ ہوتی ہے۔ کل واحد شے ہو سکتی ہے یا شے کا گروپ
2. کسر میں ظاہر کرتے وقت اس بات کا خاص لحاظ رکھا جائے کہ کئے گئے تمام حصے مساوی ہوں
3.  $\frac{5}{7}$  میں 5 کو شمار کنندہ اور 7 کو نسب نما کہا جاتا ہے۔
4. کسر کو عددی خط پر بھی ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ ہر کسر عددی خط پر اپنا وجود رکھتی ہے۔ واجب کسر میں شمار کنندہ چھوٹا اور نسب نما بڑا ہوتا ہے۔ ایسی کسر جسمیں شمار کنندہ بڑا اور نسب نما چھوٹا ہو غیر واجب کسر کہلاتی ہے۔ غیر واجب کو کل اور جز کو ملا کر بھی لکھا جاسکتا ہے۔ اس طرح لکھا جانا مرکب کسر کہلاتا ہے۔
5. ہر واجب اور غیر واجب کسر کئی معادل کسر رکھتی ہیں۔ کسی کسر کی معادل کسر معلوم کرنے کے لئے ہمیں اس کے شمار کنندہ اور نسب نما کو ایک ہی عدد سے ضرب یا تقسیم کرنا ہوگا۔
6. کسر، معیاری (مختصر) کسر اس وقت کہلاتی ہے جب اس کے شمار کنندہ اور نسب نما کا مشترک جز ضربی نہ ہو سوائے 1 کے
7. کسی کل کے جزو (یونٹ) کو سمجھنے کے لئے ہم مکعب نما کا استعمال کرتے ہیں اگر ایک مکعب نما کے 10 مساوی حصے کرنے پر ہر حصہ  $\frac{1}{10}$  ہوگا۔ جسکو اعشاری شکل میں 0.1 لکھا جاسکتا ہے۔ اکائیوں اور دسویں حصے کے درمیان لکھا جانے والا نقطہ اعشاریہ کہلاتا ہے۔
8. ہر وہ کسر جس کا نسب نما 10 یا اس حاصل ضرب ہوں اعشاری کسر میں اور اعشاری کسر کو 10 یا اس کے اضغاف کے نسب نما کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے۔
9. اگر کسی بلاک کے 100 مساوی حصے کئے جائیں تو ہر حصہ  $\frac{1}{100}$  ہوگا۔ اس کو اعشاری کسر میں 0.01 لکھا جاتا ہے۔
10. مقامی قدر کی جدول میں جیسے جیسے ہم بائیں سے دائیں جانب بڑھتے جائیں تو اگلے مقام کی قدر پچھلے قدر کا  $\frac{1}{10}$  واں حصہ ہوگی۔ اگر اکائی کے ہندسے دائیں جانب بڑھیں تو دسواں حصہ  $\frac{1}{10}$ ، 100 واں حصہ  $\frac{1}{100}$  اور اسی طرح 1000 واں حصہ  $\frac{1}{1000}$  ہوگا جسکو اعشاریہ 0.001 لکھا جائے گا۔
11. تمام اعشاری اعداد کو بھی عددی خط پر ظاہر کیا جاسکتا ہے۔
12. کسی بھی دو اعشاری اعداد کا تقابل کیا جاسکتا ہے۔ سب سے پہلے تقابل کا آغاز کل سے کیا جائے گا۔ اگر کل کے حصے مساوی ہوں تو تب 10 ویں حصہ کا تقابل کیا جائے گا اور اسی طرح دائیں جانب آگے بڑھیں گے۔
13. اعشاریہ کا استعمال روزمرہ زندگی میں مختلف موقعوں پر کیا جاتا ہے۔ مثلاً روپیوں، فاصلہ اور وزن وغیرہ۔





عارف کے والد ایک موبائل فون خریدنا چاہتے ہیں۔ وہ اپنے دوست سے بازار میں دستیاب مختلف اقسام کے نمونوں، اس کی قیمتیں اور خصوصیات کے بارے میں معلومات حاصل کرتے ہیں۔ وہ حسب ذیل ایک جدول تیار کرتے ہیں۔

خصوصیات	برانڈ-1 موبائل	برانڈ-2 موبائل	برانڈ-3 موبائل
قیمت	1500 روپے	1200 روپے	2000 روپے
MP3	✓	✓	✓
کیمرہ	x	x	✓
بلوٹوتھ	x	x	✓
الارم	✓	✓	✓
FM	✓	x	✓
گیارہٹی	ایک سال	تین مہینے	چھ مہینے

عارف اپنے والد سے پوچھتا ہے کہ وہ اس جدول کو کیوں تیار کئے ہیں؟ اس کے والد جواب دیتے ہیں۔ میں ایک موبائل خریدنا چاہتا ہوں۔ جو کہ میری ضرورت کے عین مطابق ہو۔ لہذا میں نے مختلف ماڈل کے موبائل کی خصوصیات کا تقابل کرنے کے لئے ساری معلومات کو یکجا کیا اور اسے جدول کی شکل میں منظم کیا۔ عارف نے اپنے والد کے اس عمل کو پسند کیا۔ صحیح فیصلہ کرنے کے لئے یہ اکثر ضروری ہوتا ہے کہ معلومات کو یکجا کرتے ہوئے اسے منظم کیا جائے۔ عددی معطیات اکٹھا کردہ اعداد کا مجموعہ ہوتے ہیں جو کچھ معلومات فراہم کرتے ہیں۔

معلومات جو کہ اعداد یا الفاظ کی شکل میں صحیح فیصلے لینے میں ہماری مدد کرتے ہیں معطیات (Data) کہلاتے ہیں۔ مذکورہ بالا مثال میں موبائل فون کی قیمتیں، سیل فون میں کیمرہ کی موجودگی یا غیر موجودگی، سیل فون میں FM ریڈیو کی موجودگی یا غیر موجودگی وغیرہ معطیات کو ظاہر کرتا ہے۔ روزمرہ زندگی میں ہم مختلف مسائل سے دوچار ہوتے ہیں جہاں ہم معلومات کو یکجا کرتے ہوئے فیصلے لیتے ہیں۔ آئیے ایک اور مثال پر غور کریں

ایک جوتوں کی فیکٹری کا مینجر اپنی تجارت کو بڑھانے کا فیصلہ کرتا ہے اُسے یہ طے کرنا ہے کہ کس جسامت کے جوتوں کو بہت زیادہ تعداد میں بنوایا جائے۔ اس کے لئے وہ 500 لوگوں کے درمیان ایک سروے کرواتا ہے۔ اور اس طرح کے معطیات حاصل کیا۔

جوتے کا سائز	7	8	9	10	11	جملہ
فروخت کئے گئے جوتوں کی تعداد	42	126	278	44	10	500

مندرجہ بالا معطیات کو دیکھنے کے بعد مینجر طے کر سکتا ہے کہ کس جوتے کے سائز کو زیادہ تعداد میں اور کس جوتے کے سائز کو کم تعداد میں تیار کیا جائے۔

## 8.2 معطیات کا اندارج Recording of Data

افراح اپنے دوستوں کے ساتھ تفریح پر جانے کی تیاری کر رہی ہے وہ سب کے لئے پکنک پر پھل لے جانا چاہتی ہے۔  
افراح کی والدہ نے اس سے پوچھا کہ وہ کون کون سے پھل اپنے ساتھ لے جانا چاہتی ہے۔

اشخاص	جو وہ پسند کرتے ہیں
رضوان	سنترہ
ریان	جام
یسرا	سنترہ
سفیان	سیتا پھل
فوزان	جام
اطیب	سنترہ
تنظیف	سنترہ
طہورہ	موز
عظمیٰ	سیتا پھل
حفصہ	جام

افراح فہرست تیار کرتی ہے۔ جو درج ذیل ہے

### کوشش کیجئے

- ہندسوں میں معطیات کی کوئی دو مثالیں دیجئے۔
- الفاظ میں معطیات کی کوئی دو مثالیں الفاظ دیجئے۔

افراح یہ فہرست اپنی والدہ کو دیتی ہے والدہ اس فہرست کو پڑھتی ہے اور تمام مطلوبہ پھلوں کی تعداد کو معلوم کرتی ہے پہلے سنترہ کی تعداد کو شمار کرتی ہے جو کہ فہرست میں موجودہ ناموں میں آگے دیا گیا ہے اسی طرح جام، موز، اور سیتا پھل کو شمار کرتی ہے۔  
آخر میں وہ لکھتی ہے کہ سنترہ 4 عدد، جام 3 عدد، موز 1 عدد، سیتا پھل 2 عدد  
یہاں سنترہ کی تعداد 4 ہے۔ لہذا 4 سنترہ کا تعداد کہلاتا ہے۔ اسی طرح جام کا تعداد 3 ہے۔ وغیرہ  
اگر افراح کی جماعت میں 50 طلبہ ہوتے تو کیا اس کی والدہ اتنی آسانی سے شمار کر سکتی تھی؟ غور کیجئے۔  
افراح کی والدہ کے لئے پھلوں کو بہ یک وقت شمار کرنے کے طریقے کو جاننے کی ضرورت ہے

## 8.3 معطیات کی تنظیم

2001ء کی مردم شماری میں ایک شمار کنندہ (Enumerator) ایک رہائشی علاقہ میں 55 خاندانوں کے افراد کے تعلق سے معلومات جمع کرتا ہے وہ چند طلباء سے کہتا ہے کہ اس معطیات کو منظم کرنے میں اس کی مدد کرے۔  
تمام طلباء معطیات کو منظم کرنے لئے گنتی کے نشان والا طریقہ استعمال کئے ہیں۔ لیکن الگ الگ طریقے سے استعمال کئے ہیں۔ فاطمہ گنتی کے نشان (Tally Marks) کو اس طرح بناتی ہے۔

خاندان کی تعداد	گنتی کے نشانات	خاندان کی تعداد
2		6
3		19
4		23
5		5
6		2

ذکر کرنے دس گنتی کے نشان کی تعداد پر ایک دائرہ بنایا۔

افراد خاندان	گنتی کے نشانات	خاندان کی تعداد
2		6
3		19
4		23
5		5
6		2

اجمل نے 5 گنتی کے نشانات کی تعداد پر ایک دائرہ بنایا۔

افراد خاندان	گنتی کے نشانات	خاندان کی تعداد
2		6
3		19
4		23
5		5
6		2

اکرم نے بھی الگ طریقے سے 5 نشانات کی تعداد پر دائرہ بنایا وہ 4 نشانات کو مربع کی شکل میں نشاندہی کی اور پانچویں نشان کو وتر کی شکل میں نشاندہی کی۔

افراد خاندان	گنتی کے نشانات	خاندان کی تعداد
2	□	6
3	□ □ □ □	19
4	□ □ □ □ □	23
5	□	5
6	└	2

اختر نے ہر چار گنتی کے نشانوں کو پانچویں گنتی کے نشان سے قطع کرتے ہوئے گنتی کا نشان بنایا۔

افراد خاندان	گنتی کے نشانات	خاندان کی تعداد
2	≡	6
3	≡ ≡ ≡	19
4	≡ ≡ ≡ ≡	23
5	≡	5
6		2

اختر جو طریقہ استعمال کیا۔ وہ طریقہ عام طور پر تعدد (Frequency) یا معطیات کے اجزاء کو شمار کرنے میں استعمال کیا جاتا ہے۔ ایک جدول جو تعدد یا مختلف اجزاء کو شمار کرنے کے لئے بتلایا جاتا ہے تعددی تقسیمی جدول (Frequency Distribution Table) کہلاتا ہے۔

مثال 1: ایک جماعت میں 25 طلبہ 10 نشانات والے ایک ٹسٹ میں حسب ذیل نشانات حاصل کرتے

ہیں۔ 9, 2, 4, 7, 4, 6, 9, 5, 5, 4, 3, 7, 9, 5, 2, 4, 5, 7, 5, 6, 7, 5, 4, 2, 2۔

- (i) معطیات کو منظم کیجئے اور اسے گنتی کے نشان Tally Marks کو استعمال کرتے ہوئے ایک تعددی تقسیمی جدول کی شکل میں ظاہر کیجئے۔
- (ii) سب سے زیادہ نشانات حاصل کرنے والے طلباء کی تعداد معلوم کیجئے۔
- (iii) سب سے کم نشانات حاصل کرنے والے طلبہ کی تعداد بتلائیے؟
- (iv) کتنے طلبہ نے 8 نشانات حاصل کیئے؟

طلبہ کی تعداد	گنتی کے نشانات	حاصل کردہ نشانات
4		2
5		4
6		5
2		6
4		7
3		9
1		10

(ii) 6 طلبہ نے زیادہ سے زیادہ 5 نشانات حاصل کئے۔

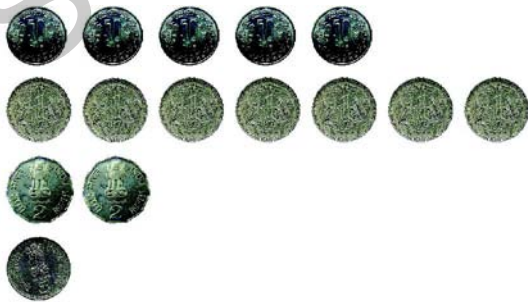
(iii) 4 طلبہ نے کم سے کم 2 نشانات حاصل کئے

(iv) جماعت میں کسی بھی طالب علم نے 8 نشانات حاصل نہیں کئے۔

### مشق 8.1

1. بچوں کا ایک بینک شروع کیا گیا اور اسمیں سکے حسب ذیل ترتیب کے مطابق جمع کئے گئے۔

سکوں کی تعداد



سکوں کے اقسام

50 پیسے

ایک روپیہ

دو روپے

پانچ روپے

گنتی کے نشانات کی مدد سے ایک تعددی تقسیمی جدول تیار کیجئے۔



(i) کونسی کتابیں تعداد میں زیادہ ہیں؟

(ii) کونسی کتابیں تعداد میں کم ہیں؟

(iii) جملہ کتنی کتابیں ہیں؟

تصویری گراف کو دیکھتے ہوئے ہم ان تمام سوالات کے جوابات دے سکتے ہیں۔ تصویری گراف میں تصاویر یا علامتوں کے ذریعہ معطیات کے تعدد کو ظاہر کیا جاتا ہے۔

آئیے اب ایک اسکول کی جملہ تعدد کو تصویری گراف کی شکل میں ظاہر کرتے ہیں

جماعت	VI	VII	VIII	IX	X
طلباء کی تعداد	28	30	35	25	22

کیا یہ مناسب ہے کہ 35 طلبہ کے لئے 35 علامتیں استعمال کئے جائیں؟

ایسے حالات میں ہم اکثر تصویری گراف اتارنے کے لئے 5 طلبہ کو ایک تصویر سے ظاہر کر سکتے ہیں۔ جو پیمانہ

(Scaling) کہلاتا ہے۔ عام طور پر یہ پیمانہ تمام تعددوں کا عا د اعظم مشترک ہونا چاہئے

اگر تعدد پیمانہ کافی سے کم ہو تو اس صورت میں ہم کو مناسب مفروضے بنانا چاہیے

اوپر دی گئی مثال میں

اگر 5 طلبہ کو ظاہر کرتا ہے

اگر 4 طلبہ کو ظاہر کرتا ہے

اگر 3 طلبہ کو ظاہر کرتا ہے

اگر 2 طلبہ کو ظاہر کرتا ہے

اگر 1 طلبہ کو ظاہر کرتا ہے

آئیے اب اوپر دیئے گئے معطیات کے لئے ایک تصویری گراف بناتے ہیں

جماعت	طلبہ کی تعداد
VI	○○○○○○
VII	○○○○○○
VIII	○○○○○○○○
IX	○○○○○○
X	○○○○○○

کھیل	طلباء کی تعداد
کبڈی	○○○○○○○○
ٹینیس	○○○○
بیڈمنٹن	○○○○○○
کرکٹ	○○○○○○

مثال 1: 25 طلباء کی ایک جماعت میں مختلف طلبہ مختلف کھیل پسند کرتے

ہیں جس کی تفصیلات تصویری گراف میں دی گئی ہیں (کوئی بھی

طالب علم ایک سے زیادہ کھیل نہیں کھیلتا)

(i) کتنے طلباء بیڈمنٹن کھیلتے ہیں؟

(ii) طلباء کی زیادہ تعداد کونسا کھیل کھیلتی ہے؟

(iii) وہ کونسا کھیل ہے جس میں کم سے کم طلباء دلچسپی رکھتے ہیں؟

(iv) کتنے طلباء ہیں جو کوئی بھی کھیل میں حصہ نہیں لیتے؟

حل: (i) 5 طلباء بیاد منٹن کھیلتے ہیں

(ii) طلباء کی زیادہ تعداد کبڈی کھیلتی ہے جو کہ 7 ہے

(iii) طلباء کی کم تعداد ٹینی کو بیٹ کھیلتی ہے جو کہ 4 ہے






(iv) جملہ کھلاڑیوں کی تعداد  $7+4+5+6=22$

جماعت میں طلبہ کی تعداد = 25

لہذا طلبہ کی تعداد جو کوئی بھی کھیل نہیں کھیلتے  $25-22=3$

مثال نمبر 2: ذیل کا تصویری گراف (Picto Graph) پانچ مختلف گاؤں میں ٹریکٹر کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔

(پیمانہ) اسکیل : 2 = ٹریکٹر

گاؤں	تعداد
A	
B	
C	
D	
E	

(i) کونسے گاؤں میں ٹریکٹر کی تعداد سب سے کم ہے؟

(ii) کونسے گاؤں میں ٹریکٹر کی تعداد سب سے زیادہ ہے؟

(iii) گاؤں B کے مقابلے میں گاؤں C میں کتنے ٹریکٹر زیادہ ہیں؟

(iv) تمام 5 گاؤں میں جملہ ٹریکٹر کی تعداد بتلائیے؟

حل:-

(i) گاؤں B اور E میں کم سے کم تعداد میں ٹریکٹر ہیں دونوں میں کل 8 ٹریکٹر ہیں۔

(ii) گاؤں D میں ٹریکٹر کی تعداد سب سے زیادہ یعنی 20 ہے۔

(iii) گاؤں C میں گاؤں B کے مقابلے میں 10 ٹریکٹر زیادہ ہیں۔

(iv) تمام گاؤں میں جملہ ٹریکٹر کی تعداد 66 ہے۔

## مشق 8.2



1. ایک کمپنی میں ایک ہفتے میں تیار ہونے والی دستی گھڑیاں کی تعداد حسب ذیل ہے۔

ہفتہ	جمعہ	جمعرات	چہارشنبہ	منگل	پیر
275	300	400	250	350	300

معطیات کو تصویری گراف استعمال کرتے ہوئے ظاہر کیجئے۔ مناسب پیمانہ کا انتخاب کیجئے۔

2. راجو نے ایک ہفتے میں جو سیب فروخت کئے ہیں اس کی تفصیلات ذیل میں دی گئی ہیں معطیات کی مدد سے ایک تصویری گراف تیار کیجئے (پیمانہ: 5 پھل کو ایک علامت میں ظاہر کیجئے)

ہفتہ	جمعہ	جمعرات	چہارشنبہ	منگل	پیر	اتوار	دن
70	95	60	80	90	85	100	سیب کی تعداد

حسب ذیل سوالات کے جوابات دیجئے

i بروز منگل کتنی علامتیں فروخت شدہ پھل کو ظاہر کرتی ہیں؟ ii بروز جمعہ کتنی علامتیں فروخت شدہ پھل کو ظاہر کرتی ہیں؟  
3. ایک سرینچ الیکشن میں مختلف امیدواروں کے حاصل شدہ ووٹوں کو ان کے شناختی نشان کے مقابل حسب ذیل جدول میں دیا گیا ہے۔

علامتیں				
ووٹوں کی تعداد	400	550	350	200

تصویری گراف کی مدد سے معطیات کو ظاہر کیجئے مناسب پیمانہ کا انتخاب کیجئے۔

حسب ذیل سوالات کے جوابات دیجئے۔


i کس علامت کو سب سے کم ووٹس حاصل ہوئے ہیں؟ ii کونسی علامت والا امیدوار الیکشن جیت گیا؟  
4. حسب ذیل تصویری گراف ایک اسکول کے پانچ جماعتوں کے سائیکل پر آنے والے طلبہ تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔








جماعت	سائیکلوں کی تعداد
VI	
VII	
VIII	
IX	
X	

اوپر دی گئی تصویری گراف کی مدد سے حسب ذیل سوالات کے جوابات دیجئے

i کونسی جماعت کے طلباء کے پاس سب سے زیادہ سائیکلیں ہیں؟  
ii کونسی جماعت کے طلباء کے پاس سب سے کم سائیکلیں ہیں؟  
iii کس جماعت کے طلباء کے پاس '9' سائیکلیں ہیں؟  
iv تمام پانچ جماعتوں کے جملہ سائیکلوں کی تعداد کیا ہوگی؟



5. ایک دن میں مختلف کمپنیوں کے ٹیلی ویژن سٹس کی فروخت کو ذیل کے جدول میں تصویری گراف کے ذریعہ بتایا گیا ہے۔  
 پیمانہ (Scale) 5 ٹیلی ویژن = 

کمپنی	ٹیلی ویژن سٹ کی تعداد
A	    
B	 
C	       
D	
E	  

- حسب ذیل سوالات کے جوابات دیجئے
- کمپنی A کے کتنے ٹی وی فروخت ہوئے؟
  - کس کمپنی کے ٹی وی کو لوگ زیادہ پسند کرتے ہیں؟
  - کس کمپنی کے 15 ٹی وی سیٹس فروخت ہوئے؟
  - کس کمپنی کی فروخت سب سے کم ہے؟
- (6) 5 ملازمین کی ماہانہ تنخواہ تصویری گراف میں نیچے دی گئی ہے۔

پیمانہ:  = 1000 روپے

ملازم کے نام	تنخواہ
رمیش	         
سری نیواس	     
سلیم	     
رفیع	         
اختر	     

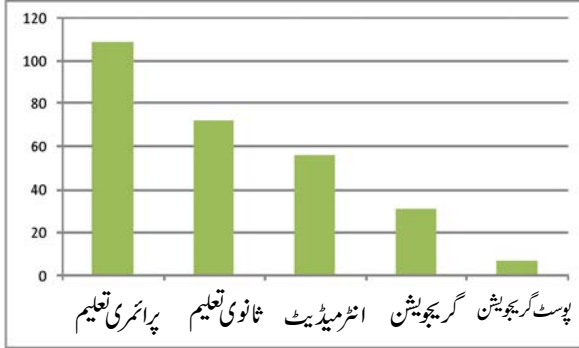
- حسب ذیل سوالات کے جوابات دیجئے
- تصویری گراف میں کونسا پیمانہ استعمال کیا گیا ہے؟
  - اختر کی تنخواہ کتنی ہے؟
  - سب سے زیادہ تنخواہ کس کی ہے؟
  - رمیش کی تنخواہ سری نیواس کی تنخواہ سے کتنی زیادہ ہے؟

### منصوبہ کام Project Work

اخبارات اور میگزین سے زیادہ سے زیادہ تصویری گراف جمع کیجئے اور اس کا بغور مطالعہ کیجئے۔

## 8.4.2 بارگراف (Bar Graph)

سفیان اس کے محلے میں 275 لوگوں کی تعلیمی قابلیت کے متعلق معلومات حاصل کرتا ہے۔ وہ ان معطیات کو تعدادی تقسیمی جدول میں منظم کرتا ہے



تعلیمی سطح	عوام کی تعداد
پرائمری تعلیم	109
ثانوی تعلیم	72
انٹرمیڈیٹ	56
گریجویٹ	31
پوسٹ گریجویٹ	7

وہ تصویری گراف کے ذریعہ معطیات کو منظم کرتا ہے لیکن وہ محسوس کرتا ہے کہ اس کام کے لئے نہ صرف زیادہ وقت درکار ہے بلکہ مشکل بھی ہے لہذا وہ طے کرتا ہے کہ بارگراف کو استعمال کیا جائے جو کہ متصلہ شکل میں دیا گیا ہے عام طور پر بارگراف کو تعداد کے ساتھ آزادانہ مشاہدات ظاہر کرنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے بارگراف میں یکساں چوڑائی کے افقی یا عمودی بار کھینچے جاتے ہیں۔ جن کے درمیان مساوی فاصلہ ہوتا ہے بار کا طول معطیات کے تعدد کو ظاہر کرتا ہے۔

مذکورہ بالا بارگراف سے ہم مشاہدہ کر سکتے ہیں کہ عوام کا ایک بڑا طبقہ اسکولی تعلیم سے آگے اپنی تعلیم جاری نہیں رکھ سکا۔ اس کے علاوہ بہت کم لوگ پوسٹ گریجویٹ کی ڈگری رکھتے ہیں۔



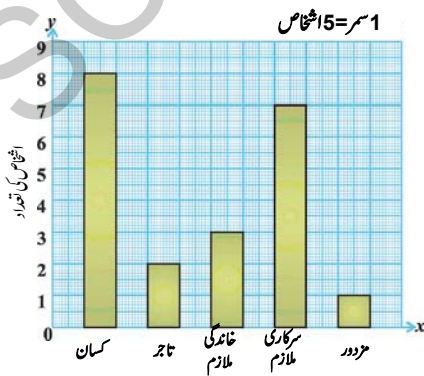
سوچئے، تبادلہ خیال کیجئے اور لکھیئے:

بارگراف تصویری گراف سے کس طرح بہتر ہے؟

### بارگراف کی بناوٹ Construction of a bargraph

ایک کالونی میں رہنے والے مینوں کے پیشے ذیل کے جدول میں دیئے گئے ہیں۔

پیشہ	کسان	تاجر	خانگی ملازم	سرکاری ملازم	مزدور پیشہ
اشخاص کی تعداد	40	10	15	35	5



اوپر کے جدول کو ایک عمودی بار کی شکل میں ظاہر کرنے کے مراحل ذیل میں دیئے گئے ہیں

- دو عمودوار خطوط کھینچئے ایک افقی خط (x-محور) اور ایک انتصابی (y-محور)
- y-محور پر اشخاص کی تعداد اور x-محور پر پیشہ سے نشانہ ہی کریں گے
- y-محور پر ایک مناسب پیمانہ منتخب کیجئے جیسے اسمر = 5 اشخاص

(iv) تعدد کو پیمانے سے تقسیم کرتے ہوئے باریکی اور نچائی معلوم کیجئے

$$40 \div 5 = 8 \text{ کسان} \quad \text{تاجر} \quad 10 \div 5 = 2$$

$$35 \div 5 = 3 \text{ خانگی ملازم} \quad \text{سرکاری ملازم} \quad 35 \div 5 = 7$$

$$5 \div 5 = 1 \text{ مزدور}$$

(v) اوپر معلوم کی گئی اور نچائی کیساتھ x محور پر مساوی چوڑائی کی عمودی بار والی شکل اتاریئے

اسی طرح اوپر دیئے گئے معطیات کے لئے ہم ایک افقی بار ڈائیگرام اتار سکتے ہیں۔

بناوٹ کے مراحل:

i ترسیمی کاغذ پر دو عمود وار خط کھینچئے۔ ایک افقی (x-محور) اور ایک یا انصافی (y-محور)

ii x-محور کے ساتھ لوگوں کی تعداد اور y-محور کے ساتھ پیشہ درج کیجئے

iii y-محور پر منتخب مناسب پیمانہ منتخب کیجئے۔ جیسے 1 سر = 5 اشخاص

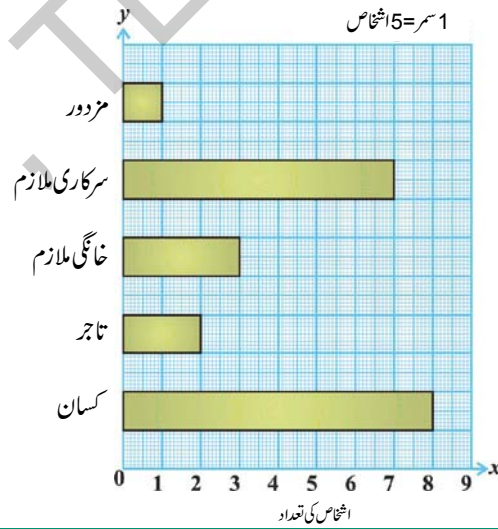
iv تعدد کو پیمانے سے تقسیم کرتے ہوئے بار کا طول معلوم کیجئے

$$40 \div 5 = 8 \text{ کسان} \quad \text{تاجر} \quad 10 \div 5 = 2$$

$$35 \div 5 = 3 \text{ خانگی ملازم} \quad \text{سرکاری ملازم} \quad 35 \div 5 = 7$$

$$5 \div 5 = 1 \text{ مزدور}$$

v y-محور لمبائی پر مساوی چوڑائی کا افقی بار والی شکل بنائیئے



### مشق 8.3



- چند جانوروں کا عرصہ حیات ذیل میں دیا گیا ہے۔  
 بلی = 25 سال، کتا = 22 سال، اونٹ = 50 سال، بیل = 28 سال، ریچھ = 40 سال، گھوڑا = 10 سال،  
 بکری = 15 سال، گدھا = 45 سال، ہاتھی = 70 سال، گائے = 22 سال،  
 حسب بالا معطیات کو ظاہر کرنے کے لئے افقی بار گراف اتاریئے۔

2. مختلف امور پر عمران کے خاندان کے ماہانہ اخراجات کو حسب ذیل جدول میں بتلایا گیا ہے۔

امور	مکان کا کرایہ	غذا	تعلیم	بجلی	ٹرانسپورٹ	دیگر
خرچ (روپے)	3000	3400	800	400	600	1200

حسب بالا معطیات کو ظاہر کرنے کے لئے ایک عمودی بار گراف اتاریئے۔

3. حیدرآباد سے تروپتی سفر کرنے کے لئے مختلف ذرائع سے آمدورفت کے درکار اوقات:

ہوائی جہاز = 1 گھنٹہ، ٹرین = 12 گھنٹے، بس = 15 گھنٹے، کار = 8 گھنٹے

ان معلومات کو ظاہر کرنے کے لئے ایک بار گراف اتاریئے۔

4. 120 اسکول کے طلبہ کا سروے کیا گیا کہ وہ اپنے فرصت کے لمحات میں کن مشاغل کو اہمیت دیتے ہیں،

مصوری	موسیقی سننا	ٹی دیکھنا	کہانیوں کی کتابیں پڑھنا	کھیلنا	پسندیدہ مشاغل
25	10	40	10	25	جملہ طلبہ

اوپر دیئے گئے سروے کو بار گراف کی شکل میں ظاہر کیجئے۔

### منصوبہ کام:

1. اخبارات، میگزین یا دیگر ذرائع سے مختلف طرح کے بار گراف جمع کیجئے اور اس کا ایک البم بنائیئے۔

اپنے دوستوں سے مباحثہ کیجئے اور اپنی رائے کا اظہار کیجئے۔

2. آپ کی کالونی کا ایک چکر لگائیے اور نوٹ کیجئے کہ کتنے اقسام کے مکانات جیسے گھاس پھوس

کے مکانات، کویلو کے مکانات، آرسی مکانات اور پارٹمنٹ جو آپ کی کالونی میں ہیں اس کا ایک


جدول بنائیے اور ان معطیات کو بار گراف میں ظاہر کیجئے۔

### ہم نے کیا سیکھا

1. ہم دیکھ چکے ہیں کہ معطیات ایسے اعداد کا مجموعہ ہے جس سے کچھ معلومات حاصل ہوتے ہیں۔

2. دیئے ہوئے معطیات سے مخصوص معلومات (اطلاعات) حاصل کرنے کیلئے معطیات کو گنتی کے نشان کے استعمال سے جدول کی شکل میں ترتیب دیا جاتا ہے۔

3. ہم سیکھ چکے ہیں کہ کس طرح تصاویر، اشیاء یا اشیاء کے حصوں کی شکل میں ایک تصویری گراف معطیات کو ظاہر کرتا ہے اور ہم یہ بھی دیکھ چکے ہیں کہ کس طرح سوالات کے جوابات اور تصویری گراف کی ترجمانی کی گئی ہے۔ اشیاء یا اجزاء کی تعداد کو ظاہر کرنے کے

لئے علامتوں کے استعمال سے ہم تصویری گراف اتارنا سیکھ چکے ہیں۔ مثال کے طور پر 100 کتابیں = 

4. ہم بار گراف کے استعمال سے کسی معطیات کے اظہار پر ہم مباحثہ کر چکے ہیں۔ بار گراف میں ہموار چوڑائی والے عمودی بار اتارے جاتے ہیں جنکے درمیان مساوی وقفے ہوتے ہیں۔ ہر بار کا طول (اونچائی) اُسکے متعلقہ تعداد کو ظاہر کرتی ہے۔



P. C. Mahalanobis (ہندوستان) 1893-1972

یہ انڈین اسٹٹسٹکل ریسرچ انسٹیٹیوٹ کو لکاتے کے بانی تھے۔ انھیں ہندوستانی شماریات کا

باوا آدم کہتے ہیں۔ ان کی تصنیف نیشنل سیمپل سروے بین الاقوامی پہچان رکھتی ہے۔

## 9.1 تمہید

اب تک ہمارا مطالعہ اعداد اور اشکال کے متعلق رہا۔ جسکو ہم حساب اور جیومیٹری کے تحت سیکھ چکے ہیں آئیے اب ہم ریاضی کی اور ایک شاخ الجبرا کے بارے میں مطالعہ کریں گے۔

الجبرا کی اہم خصوصیت یہ ہے کہ اعداد کو ظاہر کرنے کے لئے حروف تہجی کا استعمال کرتے ہیں یہ حرف کسی بھی عدد کو ظاہر کرتا ہے نہ کہ کسی مخصوص عدد کو۔ یہ کسی بھی نامعلوم مقدار کو ظاہر کر سکتا ہے۔ نامعلوم مقداروں کو معلوم کرنے کے طریقے کو سیکھ کر ہم زندگی سے متعلق کئی معنی اور پیچیدہ مسائل کو حل کرنے کیلئے طاقتور احتسابی آلات کو فروغ دے سکتے ہیں۔

حسب ذیل پر غور کیجئے۔

خدیجہ اور حسام ایک کھیل کھیل رہے ہیں

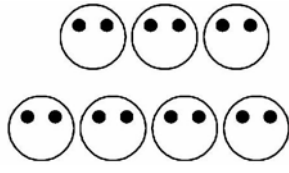
حسام: اگر آپ میری ہدایتوں پر عمل کریں اور مجھے آخری نتیجہ بتلائیں تو میں آپ کو آپ کی عمر بتلاؤں گا۔  
 خدیجہ: آپ تو میری عمر سے واقف ہیں۔ پھر یہ نیا کیا ہے؟  
 حسام: ٹھیک ہے آپ کسی ایسے شخص کی عمر سوچ لیجئے جسکو میں نہیں جانتا۔ اس شخص کی عمر مجھے مت بتلائیے پھر بھی میں آپ کو اس شخص کی عمر بتلاؤں گا۔  
 خدیجہ: ٹھیک ہے۔ تو آپ کی کیا باتیں ہیں۔ میں بھی دیکھتی ہوں آپ اس کو کس طرح کرتے ہیں؟  
 حسام: سب سے پہلے آپ اس شخص کی عمر کو دو گنا کیجئے۔  
 خدیجہ: ہاں کر دی۔  
 حسام: اس میں 5 جمع کیجئے۔ اور اب جو عدد حاصل ہوگا۔ اس کو مجھے بتلائیے۔  
 خدیجہ: ٹھیک ہے۔ وہ عدد 27 ہے۔  
 حسام: بہت خوب آپ کے دوست کی عمر 11 سال ہے۔  
 خدیجہ: تعجب ہے! کچھ دیر سوچنے کے بعد کہنے لگی۔ میں سمجھ گئی آپ نے عمر کا پتہ کیسے چلایا۔  
 کیا آپ جانتے ہیں حسام نے عمر کیسے معلوم کی؟ آپ بھی کوشش کیجئے۔

## 9.2 نمونہ۔ اصول بنانا

## 9.2.1 نمونہ۔ I

ذاکر اور ابراہیم انسانی چہرے بنا رہے ہیں۔ جیسا کہ شکل میں دکھلایا گیا ہے اسکے لئے انہوں نے سیاہ اسٹیکرس آنکھوں کو ظاہر کرنے کے لئے استعمال کیا۔ ذاکر نے دو اسٹیکرس لئے اور ایک انسانی چہرہ بنایا جیسا کہ شکل میں بتلایا گیا ہے۔

ابراہیم نے بھی دو سیاہ اسٹیکرس لئے اور ایک انسانی چہرہ بنایا اور پہلے رکھے گئے ذاکر کے اسٹیکرس کے بازو رکھا۔



اسکے بعد اس میں ذاکر نے پھر ایک کا اضافہ کیا۔

اور ابراہیم نے بھی کیا۔

کچھ دیر بعد ان کا دوست کمار ان کے ساتھ کھیل میں شریک ہوا۔ وہ ان سے پوچھا۔ کہ مزید ایسے 18 اشکال بنانے کے لئے کتنے اسٹیکرس کی ضرورت ہوگی۔ فوراً ذاکر نے چار اشکال میں موجود سیاہ اسٹیکرس کو شمار کیا اور ان کی تعداد کو دو گنا کرتے ہوئے کہا۔ "16" کمار نے پوچھا اچھا! بتلاؤ مزید ایسے 69 انسانی چہروں کو بنانے کے لئے کتنے سیاہ اسٹیکرس کی ضرورت ہوگی۔ تب ذاکر اور ابراہیم نے محسوس کیا کہ اسٹیکرس کی گنتی کرنے کا جو طریقہ انہوں نے اختیار کیا ہے جو بہت طویل اور وقت طلب ہے بالخصوص جب کہ چہروں کی تعداد بہت زیادہ ہو۔ انہوں نے طے کیا کہ ایک نیا طریقہ ڈھونڈ نکالیں گے کچھ دیر غور و فکر کرنے کے بعد انہوں نے حسب ذیل کو تیار کیا۔

بنائے گئے چہروں کی تعداد	1	2	3.....
مطلوبہ سیاہ اسٹیکرس کی تعداد	2	4	6.....
اسکو اس طرح بھی ظاہر کیا جاسکتا ہے	2x1	2x2	2x3..

کیا آپ کے بنائے گئے انسانی چہروں کی تعداد اور مطلوبہ سیاہ اسٹیکرس کی تعداد کے درمیان پائے جانے والے رشتے کا مشاہدہ کیا؟ ذاکر نے کہا کہ یہاں پر بنائے گئے انسانی چہروں کی تعداد اور مطلوبہ سیاہ اسٹیکرس کی تعداد کے درمیان ایک رشتہ پایا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر 1 چہرہ بنانے کے لئے مطلوبہ اسٹیکرس کی تعداد 2 ہے۔ یعنی  $2 \times 1$  یا بنائے گئے چہروں کی تعداد کا دو گنا ہے۔ فرض کیجئے کہ اگر ہم کثیر تعداد میں چہروں کی بناوٹ کے لئے کام کریں تو یہ رشتہ کس طرح کام کرتا ہے۔ غور کریں۔

2 چہروں کے لئے 14 اسٹیکرس ضرورت ہوگی۔ یعنی بنائے گئے چہروں کی تعداد  $4 = 2 \times 2 = 2 \times 2$

3 چہروں کے لئے 6 اسٹیکرس کی ضرورت ہے بنائے گئے چہروں کی تعداد  $6 = 2 \times 3 = 2 \times 3$

ذکرانے کہا مطلوبہ سیاہ اسٹیکرس کی تعداد بنائے گئے چہروں کی تعداد کی دو گنی ہوتی ہے۔ یعنی مطلوبہ سیاہ اسٹیکرس کی تعداد = بنائے گئے چہروں کی تعداد کے 2 گنا ہے۔

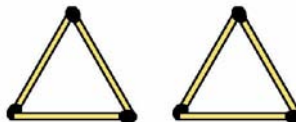
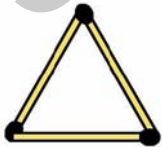
اب 69 چہروں کی بناوٹ کے لئے ہمیں ضرورت ہوگی۔

$$2 \times 69 = 138 \text{ سیاہ اسٹیکرس}$$

## 9.2.2 نمونہ-2

مثلث کی بناوٹ کے لئے 3 دیاسلائی کی تیلیاں استعمال کی جاتی ہیں۔

اگر ہم 2 مثلث بنانا چاہتے ہیں تو ہمیں 6 دیاسلائی کی تیلیوں کی ضرورت ہوگی۔



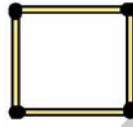
حسب ذیل جدول میں مطلوبہ دیاسلائی کی تیلیوں کی تعداد اور مطلوبہ مثلثات کی تعداد دی گئی ہے

.....	6	5	4	3	2	1	بنائے جانے والے مثلثات کی تعداد
.....	18	15	12	9	6	3	مطلوبہ دیاسلائی کی تیلیوں کی تعداد
.....	3x6	3x5	3x4	3x3	3x2	3x1	مشاہدہ

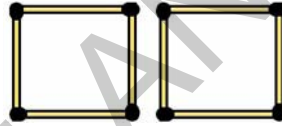
بننے والے مثلثات اور مطلوبہ دیاسلائی کی تیلیوں کی تعداد معلوم کرنے کا کیا اصول ہے؟  
دیاسلائی کی تیلیوں کی مطلوبہ تعداد معلوم کرنے کا اصول = بننے والے مثلثات کی تعداد کا 3 گنا

### 9.2.3: نمونے-3

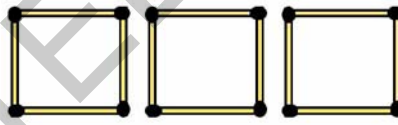
مربع بنانے کیلئے 4 دیاسلائی کی تیلیوں کی ضرورت ہے۔



اگر ہم کو 2 مربع بنانا ہو تو ہمیں 8 دیاسلائی کی تیلیوں کی ضرورت ہوگی۔



اگر ہم کو 3 مربع بنانا ہو تو ہمیں 12 دیاسلائی کی تیلیوں کی ضرورت ہوگی۔



ہم مذکورہ بالا اطلاع کو ذیل کی جدول میں مرتب کریں گے۔

.....	3	2	1	بننے والے مربعوں کی تعداد
.....	12	8	4	دیاسلائی کی تیلیوں کی مطلوبہ مقدار
.....	4x3	4x2	4x1	مشاہدہ

یعنی دیاسلائی کی تیلیوں کی درکار تعداد = بننے والے مربعوں کی تعداد کا 4 گنا

### 9.3 متغیر (Variable)

ہم نمونہ-1 کے جدول پر غور کریں گے۔

.....	3	2	1	بننے والے انسانی چہروں کی تعداد
.....	6	4	3	مطلوبہ سیاہ اسٹیکرس کی تعداد
.....	2x3	2x2	2x1	ترتیب

ہم جدول میں مشاہدہ کرتے ہیں کہ انسانی چہروں کی بناوٹ میں اضافہ کے ساتھ ساتھ درکار سیاہ اسٹیکرس کی تعداد میں بھی اضافہ ہوتا ہے۔ ہر صورت میں ہم دیکھتے ہیں کہ درکار اسٹیکرس کی تعداد بننے والے انسانی چہروں کی تعداد کی دوگنی ہے۔

فرض کرو کہ سہولت کی خاطر حروف m بننے والے انسانی چہروں کو ظاہر کرنے لئے استعمال کیا گیا ہے تو

$$2xm = \text{اسلئے مطلوبہ سیاہ اسٹیکرس کی تعداد}$$

یہاں پر  $2xm$  کو ہم  $2m$  لکھتے ہیں۔ (نوٹ  $2m$  مساوی ہے  $2xm$  کے نہ کہ  $2+m$  کے)

$$\text{لہذا مطلوبہ سیاہ اسٹیکرس کی تعداد} = 2m$$

اگر ہم ایک انسانی چہرہ کو بنانا چاہتے ہیں تو  $m$  کی قدر 1 ہوگی۔ یعنی  $m=1$  تو از روئے اصول درکار اسٹیکرس کی تعداد  $2 \times 1 = 2$  ہوگی۔

اگر ہم دو چہروں کو بنانا چاہتے ہوں تو  $m$  کی قدر 2 ہوگی۔ یعنی  $m=2$  اسلئے درکار اسٹیکرس کی تعداد  $2 \times 2 = 4$  ہوگی

اب آپ اندازہ لگائیے کہ تین چہروں کے لئے درکار اسٹیکرس کی تعداد کیا ہوگی؟

یقیناً 6 ہوگی۔

مندرجہ بالا مثال سے ہم مطلوبہ اسٹیکرس اور چہروں کی تعداد کے درمیان پائے جانے والے رشتہ کو اس طرح اخذ کرتے ہیں

$$\text{درکار اسٹیکرس کی تعداد} = 2m$$

یہاں  $m$  چہروں کی تعداد ہے جسکی قدر کچھ بھی ہو سکتی ہے۔ یعنی  $1, 2, 3, 4, \dots$  وغیرہ

یہاں  $m$  ایک متغیر کی مثال ہے۔  $m$  کی قدر متعین نہیں ہوتی بلکہ اسکی قدریں مختلف ہو سکتی ہیں۔ اس کے مطابق

اسٹیکرس کی تعداد میں تبدیلی واقع ہوتی ہے۔

آئیے اب ہم نمونہ 2 کے جدول پر غور کریں گے

بننے والے مثلث کی تعداد	1	2	3	4	5	6	.....
مطلوبہ دیاسلائی کی تیلیوں کی تعداد	3	6	9	12	15	18	.....
مشاہدہ (ترتیب)	$3 \times 1$	$3 \times 2$	$3 \times 3$	$3 \times 4$	$3 \times 5$	$3 \times 6$	.....

اب آپ ایک اصول کو مرتب کیجئے جو دیئے گئے مثلثات کی بناوٹ کے لئے درکار دیاسلائی کی تعداد کو ظاہر کرتا ہو؟

$$3y = \text{درکار دیاسلائی کی تیلیوں کی تعداد (جہاں } y \text{ مثلثات کی تعداد ہے)}$$

یہاں پر  $y$  کی مختلف قدریں ہو سکتی ہیں۔ جیسے  $y=1, 2, \dots$  یعنی یہاں  $y$  کی قدر تبدیل ہوتی رہتی ہے۔ اسلئے

ایک متغیر کی مثال ہے

نمونہ 3 کے جدول پر غور کیجئے۔ اور دیئے گئے مربعوں کے لئے درکار دیاسلائیوں کی تعداد معلوم کرنے کے اصول کو اخذ کیجئے۔ جس میں

مربعوں کی تعداد ظاہر کرنے کے لئے  $n$  کو استعمال کیجئے اور درکار دیاسلائی کی تیلیوں کی تعداد کو ظاہر کرنے کے لئے  $m$  کو استعمال کیجئے۔

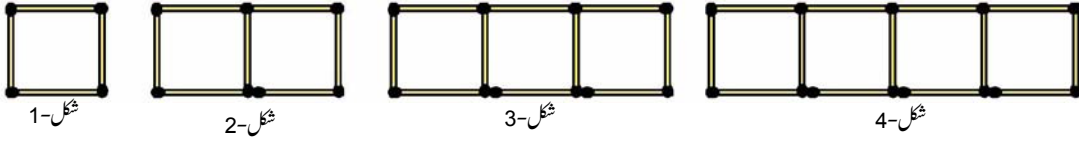
کوشش کیجئے

1	کیا اب آپ دیاسلائی کی تیلیوں سے حسب ذیل کا نمونہ کے اصول لکھ سکتے ہیں؟
2	نمونہ H کے تسلسل کے لئے درکار دیاسلائیوں کو معلوم کرنے کا اصول اخذ کیجئے۔ اور اس طرح L ترتیب کے تسلسل کے لئے اصول اخذ کیجئے۔



## 9.4 مزید نمونے (More Patterns)

مربعوں کی بناوٹ کے لئے تیلیوں کے نمونہ پر غور کیجئے۔



مربعوں کی تعداد اور درکار دیا سلائیوں کی تعداد کو حسب ذیل جدول میں دیا گیا ہے

5	4	3	2	1	مربعوں کی تعداد
....	13	10	7	4	دیا سلائی کی تیلیوں کی تعداد (m)
.....	(3x4)+1	(3x3)+1	(3x2)+1	(3x1)+1	نمونہ

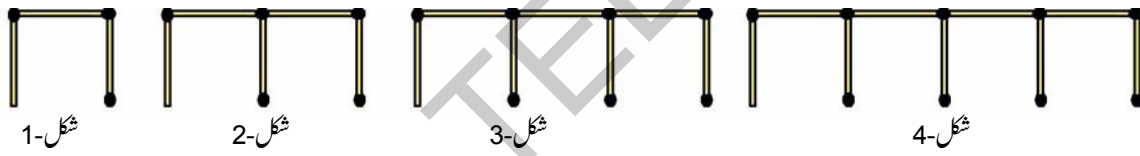
تب اصول  $1 + (\text{مربعوں کی تعداد}) = 3 \times \text{دیا سلائیوں کی تعداد}$

فرض کرو کہ مربعوں کی تعداد = S اسلئے  $1 + 3S = (3 \times S) + 1 = 3S + 1$  استعمال کردہ دیا سلائیوں کی تعداد ہے۔

یہاں حرف 'S' متغیر کی ایک مثال ہے

### کوشش کیجئے

دیا سلائیوں کے استعمال سے اشکال کی ایک قطار تیار کی گئی ہے۔



i. مندرجہ بالا اشکال کے لئے درکار دیا سلائیوں کو معلوم کرنے کا اصول اخذ کیجئے

ii. 12 اشکال کی بناوٹ کے لئے درکار دیا سلائیوں کی تعداد کیا ہوتی ہے۔

ہم کسی بھی حروف کو متغیر کے طور پر استعمال کر سکتے ہیں۔ مثلاً m, p, s, x, y, z وغیرہ متغیر کی کوئی قدر متعین نہیں ہوتی اور نہ ہی کوئی متعین حروف اس سے منسلک ہوتا ہے حروف کسی بھی مقدار کو ظاہر کر سکتا ہے مندرجہ بالا مثالوں میں ہم نے m, y, s کو دیا سلائیوں کو ظاہر کرنے کے لئے استعمال کیا ہے۔

مثال: 1: افشاں کے پاس نور سے 3 پینسل زیادہ ہیں۔ تو افشاں کے پاس جملہ کتنے پینسل ہونگے معلوم کیجئے؟

حل: اگر نور کے پاس 2 پینسل ہیں تب افشاں کے پاس  $2 + 3 = 5$  پینسل ہونگے۔

اگر نور کے پاس 5 پینسل ہیں تب افشاں کے پاس  $5 + 3 = 8$  پینسل ہونگے۔

نور کے پاس کتنے پینسل ہیں ہم نہیں جانتے ہیں۔ لیکن افشاں کے پاس موجود پینسل کی تعداد جانتے ہیں

افشاں کے پاس موجود پینسل کی تعداد = نور کے پینسل + 3

اگر ہم نور کے پینسلوں کی تعداد کو n سے ظاہر کریں تب افشاں کے پینسلوں کی تعداد  $n + 3$  ہوگی۔

یہاں پر  $n = 1, 2, 3, \dots$  اسلئے n ایک متغیر ہے۔

مثال-2: نسرین اور آفرین بہنیں ہیں۔ نسرین سے آفرین 3 سال چھوٹی ہے۔ آفرین کی عمر نسرین کی عمر کے لحاظ سے لکھئے؟  
حل: دیا گیا ہے کہ آفرین نسرین سے عمر میں 3 سال چھوٹی ہے۔

$$10 - 3 = 7 \text{ سال ہو تو آفرین کی 7 سال ہوگی۔}$$

$$16 - 3 = 13 \text{ سال ہوگی آفرین کی عمر 13 سال ہوگی۔}$$

یہاں پر ہم نسرین کی حقیقی عمر نہیں جانتے۔ اسلئے یہاں کوئی بھی مقدار لی جاسکتی ہے۔ اسکے لئے ہم فرض کرتے ہیں کہ نسرین کی عمر 'p' سال ہے۔ تب آفرین کی عمر 3-p سال ہوگی۔

یہاں P ایک متغیر کی مثال ہے جہاں اسکی مختلف قدریں ہو سکتی ہیں جیسے 1, 2, 3, ..... وغیرہ۔ اگر آپ p کو 10 لیتے ہیں تب 3-p 7 ہوتا ہے۔ اور تب p کو 16 لیتے ہیں تب 3-p 13 ہوتا ہے۔

### مشق 9.1

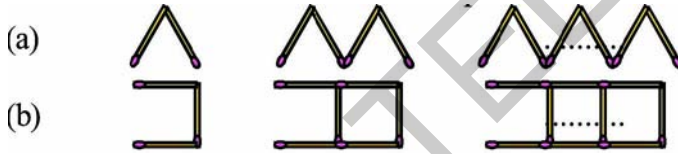


1. حسب ذیل نمونہ کے لئے درکار دیاسلائیوں کی تعداد معلوم کرنے کے اصول کو دریافت کیجئے۔

(i) حروف 'E' کا نمونہ (ii) حروف 'T' کا نمونہ (iii) حروف 'Z' کا نمونہ

2. ایک ہال میں موجود فیان کی تعداد (N) اور فیان کے مطلوبہ پتیوں کی تعداد کے درمیان اصول اخذ کیجئے؟

3. حسب ذیل اشکال کے نمونوں کے لئے درکار دیاسلائی کی تیلیوں کی تعداد اور اشکال کی تعداد کے درمیان پائے جانے والے اصول کو اخذ کیجئے۔



4. ایک پن کی قیمت 7 روپے ہے تو تب n پن کی قیمت کے لئے اصول اخذ کیجئے؟

5. ایک بستے (Bag) کی قیمت 90 روپے ہے تو m بستوں کے لئے اصول اخذ کیجئے؟

6. از روئے اصول q کتابوں کی قیمت 23q روپے ہے تو ایک کتاب کی قیمت کیا ہوگی؟

7. جان کے پاس گاٹری سے دو کتابیں کم ہیں۔ تو حرف x کو استعمال کرتے ہوئے ان کی کتابوں کے درمیان رشتہ لکھئے۔

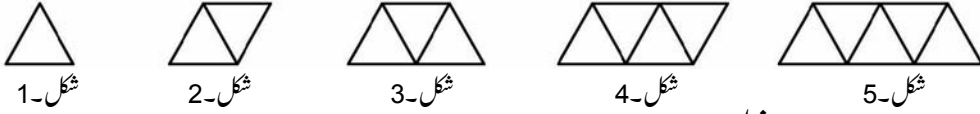
8. فاطمہ کے پاس اظہر کی کتابوں سے 3 کتابیں زیادہ ہیں حرف y کو استعمال کرتے ہوئے ان کتابوں کے درمیان رشتہ لکھئے

9. ایک ٹیچر نے طالب علم 6 پنسل تقسیم کرتا ہے۔ کیا آپ دیئے گئے طالب علموں کی تعداد کے لئے درکار پنسل کی تعداد معلوم کر سکتے ہیں۔ (حرف z کو طالب علموں کی تعداد کے لئے استعمال کیجئے)۔

10. دیئے گئے عملی رشتے کو ظاہر کرنے کے لئے ذیل کی جدول کو پر کیجئے۔

(i)	x	1	2	3	4	5	9	.....
	3x+2	5	.....	.....	.....	.....	.....	38
(ii)	a	1	3	6	7	9	8	.....
	5a-1	4	.....	.....	.....	.....	.....	49

11. مندرجہ ذیل نمونے کا مشاہدہ کیجئے۔



- (i) ہر شکل میں خطی قطعوں کی تعداد کو شمار کیجئے  
(ii) ایسی ہی 9 اشکال بنانے کے لئے کتنے خطی قطعوں کی ضرورت ہوگی؟  
مندرجہ بالا نمونے کے لئے ایک اصول یا ضابطہ لکھیئے۔

### 9.5 متغیرات کے ساتھ عبارتیں

ہم جانتے ہیں کہ حساب میں  $0+3+4+5+9+11$  جیسی عبارتیں پائی جاتی ہیں۔ یہ تمام عبارتیں اعداد کے استعمال سے بنتی ہیں۔  
حسب ذیل کا مشاہدہ کیجئے۔

ذاکر کہتا ہے۔ مجھے ٹونی سے پانچ نشانات زیادہ حاصل ہوئے ہیں  
کیا آپ ذاکر کے حاصل شدہ نشانات کو بتلا سکتے ہیں؟ یہاں ہم یہ نہیں جانتے کہ ٹونی نے کتنے نشانات حاصل کئے  
ہیں۔ یہاں ہم ٹونی کے نشانات کو فرض کرتے ہوئے آگے بڑھتے ہیں۔

فرض کرو کہ ٹونی نے 45 نشانات حاصل کئے ہیں۔ تب ذاکر کے حاصل کردہ نشانات  $45+5=50$  ہونگے۔  
اگر ٹونی 56 نشانات حاصل کرتا ہے تو ذاکر کے حاصل کردہ نشانات  $56+5=61$  ہونگے۔

اب ہم فرض کر لیتے ہیں کہ ٹونی نے  $x$  نشانات حاصل کئے ہیں تو کیا آپ ذاکر کے حاصل کردہ نشانات بتلا سکتے ہیں؟  
ذاکر کے حاصل کردہ نشانات  $x+5$  ہونگے،  $x+5$  کو ہم  $x$  متغیر کی عبارت سے تعبیر کرتے ہیں۔

ہم نے اس سے پہلے  $2m$ ،  $3y$ ،  $4z$ ،  $1+2s$ ،  $1+3s$ ،  $8p$ ،  $3+n$ ،  $3-p$  جیسی عبارتوں سے متعلق مباحثہ کیا ہے۔

ایسی تمام عبارتیں ریاضی کے بنیادی اعمال جیسے 'جمع'، 'تفریق'، 'ضرب' اور 'تقسیم' کو استعمال کرتے ہوئے اخذ کی گئی ہیں۔ مثال کے طور پر عبارت  
 $p-3$  متغیر  $p$  سے 3 کو تفریق کرنے سے حاصل ہوتی ہے۔ اس طرح عبارت  $8p$  متغیر  $p$  کو 8 سے ضرب دینے سے حاصل ہوتی ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ متغیر کی مختلف قدریں ہو سکتی ہے۔ وہ کوئی معینہ قدر نہیں ہوتی۔ لیکن یہ بھی اعداد ہی ہوتے ہیں لہذا چار  
بنیادی اعمال جیسے 'جمع'، 'تفریق'، 'ضرب'، 'تقسیم' کا ان پر بھی اطلاق ہو سکتا ہے۔

ہماری روزمرہ زندگی میں درپیش مسائل میں عبارتوں کے استعمال سے واقف ہو چکے ہیں آئیے چند کا احادہ کریں گے۔

نشان سلسلہ	حالت	متغیر	عبارت کو ظاہر کرنے والا بیان
(i)	$n$ کو 7 سے تقسیم کرنے پر		
(ii)	گیتا سے 5 روپے زیادہ ہے۔	گیتا کے پاس $y$ روپے	$y+5$
(iii)	مربع کا احاطہ اسکے ضلع کا چار گنا ہوتا ہے		
(iv)	سیب کی قیمت جام کی قیمت کی دو گنی ہے۔		
(v)	فرح کا قدرینو کے قد سے 3 فٹ کم ہے		
(vi)	میں آپکے بنائے گئے رنوں کا $\frac{1}{3}$ حصہ رن بنا چکا ہوں		

مثال 3: حسب ذیل عبارتوں کے لئے بیانات لکھیے؟

$$7+x \quad (ii) \quad 2p \quad (i)$$

حل: (i) ابرار اسرار کے مقابلے میں دو گنی رقم رکھتا ہے۔

(ii) میرے پاس اکبر کے مقابلے میں 7 کاچ کی گولیاں زیادہ ہیں۔

مثال 4: ریان سیم کی بیچ کے مقابلے میں موٹنگ پھلی کے 5 بیچ زیادہ لگاتا ہے۔ بتلائیے کہ اس نے کتنے موٹنگ پھلی کے بیچ بوئے۔

حل: مان لیجئے کہ سیم کے بیچ کی تعداد = m

لہذا موٹنگ پھلی کے بیچوں کی تعداد = m + 5

### مشق (9.2)



1 حسب ذیل بیانات کیلئے عبارتیں لکھئے۔

i q کو 5 سے ضرب دیا جاتا ہے۔

ii y کو 4 سے تقسیم کیا جاتا ہے۔

iii اعداد p اور q کے حاصل ضرب کا ایک چوتھائی۔

iv z کے تین گنا میں 5 کو جمع کیا جاتا ہے۔

v n کے 9 گنا میں 10 جمع کیا جاتا ہے۔

vi y کے دو گنا میں سے 16 کو تفریق کیا گیا ہے۔

vii y کو 10 سے ضرب دیا جاتا ہے۔ اور اس کے حاصل ضرب میں x کو جمع کیا جاتا ہے۔

2 نیچے دی گئی عبارتوں میں ہر ایک کے لئے دو، دو بیانات لکھیے

$$(i) y - 11 \quad (ii) 10a \quad (iii) x/5 \quad (iv) 3m + 11 \quad (v) 2y - 5$$

3 رشید p گیندیں رکھتا ہے۔ ارشد اسی قسم کی گیندیں رشید سے 3 گنا زیادہ رکھتا ہے۔ اس کے لئے ایک عبارت لکھیے

4 یسری کے پاس افراح کے مقابلے میں 3 کتابیں زیادہ ہیں۔ یسری کے کتابوں کی تعداد معلوم کیجئے؟ افراح کے کتابوں کی

تعداد کے لئے کوئی ایک حرف تہجی استعمال کیجئے۔

5 ہر صف میں 5 فوجی جوان پریڈ کر رہے ہیں۔ دی گئی صفوں کی تعداد کے لئے فوجی جوانوں کے تعداد معلوم کرنے کا کیا اصول

ہے۔ صفوں کی تعداد کے لئے n استعمال کیجئے؟

### 9.6 جیومیٹری مساحت کے اصول

#### مربع کا احاطہ

ہم جانتے ہیں کہ ایک کثیر ضلعی کا احاطہ اس کے تمام اضلاع کے طول کا مجموعہ ہوتا ہے۔

ایک مربع کے اضلاع ہوتے ہیں اور تمام کے طول مساوی ہوتے ہیں۔

$$4x = 4s = 4x \quad (\text{ضلع} + \text{ضلع} + \text{ضلع} + \text{ضلع}) = \text{مربع کے اضلاع کے طول کا مجموعہ} = \text{مربع کا احاطہ}$$

لہذا ہم کو مربع کے احاطے کے لئے ایک اصول حاصل ہوتا ہے۔ مربع کے طول کی کوئی بھی قدر ہو سکتی ہے۔ اس کی قدر معین نہیں

ہوتی یہ بھی ایک متغیر ہے۔ متغیر کا استعمال ہم کو اجازت دیتا ہے کہ عام اصولوں کو جامع طریقوں سے لکھ سکیں اور آسانی سے یاد رکھ سکیں۔ ہم

نے مربع کے احاطے کے لئے اصول وضع کیا ہے۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کے احاطے کے لئے کیا اصول وضع کیا جانا چاہئے؟

1. ایک مستطیل کے احاطے کے لئے عام اصول معلوم کیجئے۔ متغیرات  $a$  اور  $b$  کو بالترتیب مستطیل کا طول اور عرض کے لئے استعمال کیجئے۔
2. ایک مربع کے ضلع کے لئے متغیر  $s$  کا استعمال کرتے ہوئے ایک مربع کے رقبے کے لئے عام اصول معلوم کیجئے۔
3. ایک مساوی الساقین مثلث کے احاطے کے لئے کیا اصول وضع کیا جانا چاہئے؟

### 9.7 حساب کے ذریعہ اصول Rule from Arithmetic

حسب ذیل جفت اعداد کی ترتیب کا مشاہدہ کیجئے۔

2, 4, 6, 8, 10, .....

دی گئی ترتیب میں  $n$  واں رکن معلوم کرنے کے لئے ہم اسکے سلسلہ کو جدول میں درج کریں گے۔

20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	جفت اعداد
.....	$2 \times 9$	.....	$2 \times 7$	.....	$2 \times 5$	$2 \times 4$	$2 \times 3$	$2 \times 2$	$2 \times 1$	ترتیب (نمونہ)

مندرجہ بالا جدول سے یہ واضح ہوتا ہے کہ پہلا جفت عدد  $2 \times 1$  ہے اور دوسرا جفت عدد  $2 \times 2$  ہے اسی طرح سے اوپر کی منطق کے استعمال سے ہم تمام خالی جگہوں کو پُر کر سکتے ہیں اور 'n' واں جفت عدد بھی حاصل کر سکتے ہیں۔ یہ  $2 \times n$  یعنی  $2n$  ہے۔ اس لئے نمونہ یا سلسلہ  $2, 4, 6, 8, 10, \dots$  کا 'n' واں جفت عدد  $2n$  ہے۔

ذیل کے سلسلہ کا  $n$  واں رکن معلوم کیجئے۔

3, 6, 9, 12, .....

2, 5, 8, 11, .....

1, 8, 27, 64, 165, .....

### 9.8 سادہ مساواتیں Simple Equation



آئیے ہم چہروں کی نمونوں (Face Pattern) کا اعادہ کریں۔

ہم جانتے ہیں کہ سیاہ اسٹیکرس کی مطلوبہ تعداد کا اصول  $2m$  ہوگا۔ اگر  $m$  کو بننے والے چہروں کی تعداد لیا جائے۔

دیئے گئے چہروں کی تعداد سے ہم مطلوبہ اسٹیکرس کی تعداد معلوم کر سکتے ہیں۔

اس طرح جب اسٹیکرس کی تعداد دی گئی ہو تو چہروں کی تعداد کیسے معلوم کی جاسکتی ہے۔

اس کا مطلب ہم کو دیئے گئے 10 اسٹیکرس کی تعداد کے لئے چہروں کی تعداد کو معلوم کرنا ہوگا۔

10 اسٹیکرس کے لئے ہم جانتے ہیں  $2m = 10$

یہاں متغیر  $m$  کو یہ شرط مطمئن کرتی ہوگی۔

یہ شرط اس طرح مطمئن ہوتی ہے کہ  $m$  کا دو گنا 10 ہونا چاہئے یہ ایک مساوات کی مثال ہے۔ ہمارے اس سوال کا جواب ذیل میں دیئے گئے جدول کے مشاہدہ سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔

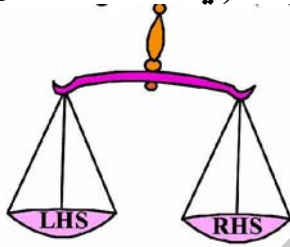
شرط مطمئن کرتی ہے؟	$2m$	$m$
نہیں	4	2
نہیں	6	3
نہیں	8	4
ہاں	10	5
نہیں	12	6
نہیں	14	7

مساوات  $2m=10$  مطمئن ہوتی ہے جبکہ  $m=5$

### 9.8.1 ایک مساوات کی L.H.S اور R.H.S

جب ہم مساوات  $2m=10$  کا مشاہدہ کرتے ہیں ہم محسوس کرتے ہیں کہ مساوات اپنے درمیان میں مساوی ہے کی علامت رکھتی ہے۔ علامت ”مساوی ہے“ کے بائیں جانب پائے جانے والی عبارت کی قدر LHS (Left Hand Side) بائیں ہاتھ کی جانب کہلاتی ہے۔ اور اگر یہ قدر علامت ”مساوی ہے“ کے دائیں جانب پائی جانے والی قدر کو تو اسے RHS (Right Hand Side) دائیں ہاتھ کے جانب کہتے ہیں۔

ایک مساوات بتلاتی ہے کہ LHS کی قدر RHS کی قدر کے مساوی ہوتی ہے مساوات کی اس شرط کو اکثر ایک سادہ ترازو کے دونوں پلیٹوں میں مساوی وزن لیکر تعبیر کیا جاسکتا ہے۔



اگر LHS مساوی نہ ہو RHS کے تو ہم مساوات حاصل نہیں کر سکتے۔ مثال کے طور پر  $4+5$  ایک طرف ہو اور دوسری طرف  $7$  ہو تو یہ ایک مساوات نہیں ہے اس لئے ہم اس کو اس طرح لکھتے ہیں۔

$$4 + 5 \neq 7 \quad (\text{یا}) \quad 14 + 5 > 7 \quad \text{اسی طرح } x + 7 > 6 \quad \text{مساواتیں نہیں ہیں۔}$$

یہ کیجئے

1	نیچے دیئے گئے سادہ مساواتوں کے LHS اور RHS لکھئے؟
	(i) $2x+1=10$ (ii) $9=y-2$ (iii) $3p+5=2p+10$
2	کوئی دو سادہ مساواتیں لکھئے اور ان کے LHS اور RHS لکھئے۔

### 9.8.2 مساوات کا حل (مساوات کا ریشہ) سعی و خطا کا طریقہ:

آئیے اب ہم باب کے ابتداء میں دی گئی مثال پر غور کرتے ہیں۔ ہم نے خدیجہ اور حسام کے درمیان ہونے والی گفتگو کا مشاہدہ کیا۔ اس گفتگو میں خدیجہ کہتی ہے کہ آخری نتیجہ 27 ہے اور حسام اس کے دوست کی عمر 11 سال بتاتا ہے۔ آئیے ہم دیکھتے ہیں کہ اس نے عمر کیسے معلوم کی ہے۔

فرض کیجئے کہ خدیجہ کے دوست کی عمر  $x$  سال ہے اس کا دو گنا کرنے سے ہم کو  $2x$  حاصل ہوتا ہے اس میں 5 جمع کیا جائے تو یہ  $2x+5$  بن جاتی ہے۔ اور یہ خدیجہ کے دئے گئے آخری نتیجہ کے مساوی ہوتی ہے۔  $2x+5=27$  اب ہم اس مساوات کو  $x$  کی قدروں کے لئے جانچیں گے یہ  $x$  کی کس قدر کو مطمئن کرتی ہے۔

یہاں  $x$  ایک متغیر ہے کیلئے کوئی بھی قدر لی جاسکتی ہے۔ مثلاً 1,2,3.....

اگر  $x=1$  تب  $2x+5=7$  کی قدر

اگر  $x=2$  تب  $2x+5=9$  کی قدر

اگر  $x=3$  تب  $2x+5=11$  کی قدر

اس طرح  $x$  کی جگہ پر 1'2'3'۔۔۔۔۔ لکھنے پر اسے درج کرنا (Substitution) کہتے ہیں۔

اب ہم متغیر " $x$ " کے لئے مختلف اقدار درج کرتے ہوئے RHS اور LHS کی اقدار کی جانچ کریں گے۔

قدر کا اندراج (x)	L.H.S کی قدر $2x+5$	RHS کی قدر 27	کیا LHS اور RHS مساوی ہیں؟
1	$2 \times 1 + 5 = 7$	27	مساوی نہیں ہے
2	$2 \times 2 + 5 = 9$	27	مساوی نہیں ہے
3	$2 \times 3 + 5 = 11$	27	مساوی نہیں ہے
4	$2 \times 4 + 5 = 13$	27	مساوی نہیں ہے
5	$2 \times 5 + 5 = 15$	27	مساوی نہیں ہے
6	$2 \times 6 + 5 = 17$	27	مساوی نہیں ہے
7	$2 \times 7 + 5 = 19$	27	مساوی نہیں ہے
8	$2 \times 8 + 5 = 21$	27	مساوی نہیں ہے
9	$2 \times 9 + 5 = 23$	27	مساوی نہیں ہے
10	$2 \times 10 + 5 = 25$	27	مساوی نہیں ہے
11	<b><math>2 \times 11 + 5 = 27</math></b>	27	مساوی ہے
12	$2 \times 12 + 5 = 29$	27	مساوی نہیں ہے

جدول سے یہ ظاہر ہے کہ اگر  $x=11$  ہو تب LHS اور RHS مساوی ہیں۔ چنانچہ  $x=11$  مساوات  $2x+5=27$  کا حل کہلاتا ہے۔

ایک مساوات کا حل اس متغیر کی قدر ہوتا ہے جس کے لئے LHS اور RHS مساوی ہوتے ہیں۔ مساوات کا حل مساوات ریشہ بھی کہلاتا ہے۔

ہماری روزمرہ زندگی میں معمی (Puzzles) پہلیاں (Ruddles) اور سوالات کو حل کرنے کے لئے الجبرا ایک طاقتور آلہ ہے۔

دوسری مساوات  $3m=15$  پر غور کیجئے

ذیل میں دی گئی جدول میں  $m$  کی مختلف قدریں بتلائی گئی ہیں اور LHS کی قدر اور RHS کی قدر کے ساتھ ان کے

تقابل کو ظاہر کیا گیا ہے۔

قدر کا اندراج (m)	L.H.S کی قدر $3m$	RHS کی قدر 15	آیا LHS اور RHS مساوی ہیں
1	$3 \times 1 = 3$	15	مساوی نہیں ہے
2	$3 \times 2 = 6$	15	مساوی نہیں ہے
3	$3 \times 3 = 9$	15	مساوی نہیں ہے
4	$3 \times 4 = 12$	15	مساوی نہیں ہے
5	<b><math>3 \times 5 = 15</math></b>	15	مساوی ہے
6	$3 \times 6 = 18$	15	مساوی نہیں ہے

مذکورہ بالا جدول سے ہم یہ نتیجہ حاصل کرتے ہیں کہ اگر  $m=5$  ہو تو دونوں L.H.S اور R.H.S مساوی ہیں۔ اس لئے  $m=5$  مساوات کا حل ہے۔  
یہ طریقہ ”سعی اور خطا“ کا طریقہ کہلاتا ہے۔

یہ کیجئے

مساوات  $x-4=2$  کو سعی اور خطا کے طریقے سے حل کیجئے۔

**مشق 9.3**

- (1) بتلائے کہ ذیل میں کونسی مساواتیں ہیں۔
- |                    |                     |                    |
|--------------------|---------------------|--------------------|
| (i) $x - 3 = 7$    | (ii) $1 + 5 > 9$    | (iii) $p - 4 < 10$ |
| (iv) $5 + m = -6$  | (v) $2s - 2 = 12$   | (vi) $3x + 5 > 13$ |
| (vii) $3x < 15$    | (viii) $2x - 5 = 3$ | (ix) $7y + 1 < 22$ |
| (x) $-3z + 6 = 12$ | (xi) $2x - 3y = 3$  | (xii) $z^2 = 4$    |
- (2) حسب ذیل مساواتوں کے LHS اور RHS لکھئے۔
- |                 |                 |                    |
|-----------------|-----------------|--------------------|
| (i) $x - 5 = 6$ | (ii) $4y = 12$  | (iii) $2z + 3 = 7$ |
| (iv) $3p = 24$  | (v) $4 = x - 2$ | (vi) $2a - 3 = -5$ |
- (3) حسب ذیل مساواتوں کو سعی اور خطا کے طریقے سے حل کیجئے۔
- |                 |                  |                   |
|-----------------|------------------|-------------------|
| (i) $x + 3 = 5$ | (ii) $y - 2 = 7$ | (iii) $a - 2 = 6$ |
| (iv) $5p = 15$  | (v) $6n = 30$    | (vi) $3z = 27$    |

### ہم نے کیا سیکھا ہے

1. ہم نے سیکھا کہ تیلیوں کی مدد سے مماثل حروف یا اشکال کی مناسب ترتیب دی جاسکتی ہے ہم سیکھ چکے ہیں کہ مطلوبہ تیلیوں کی تعداد اور مماثل اشکال کے عام رشتے کو لکھا جاتا ہے چنانچہ شکل جتنی مرتبہ دہرائی جاتی ہے وہ متغیر کہلاتا ہے۔ اشکال کو متغیر میں دہرایا جاتا ہے جسے ہم حروف تہجی سے ظاہر کرتے ہیں
2. ایک متغیر مختلف قدریں رکھتا ہے اس کی قدر متعین نہیں ہوتی۔
3. ایک متغیر کو ظاہر کرنے کے لئے ہم کسی بھی حروف تہجی  $y, x, q, p, n, m, b, a$  کو استعمال کر سکتے ہیں۔
4. ایک متغیر ہم کو اس بات کی اجازت دیتا ہے کہ رشتوں کے کسی بھی عملی صورتحال میں اسے ظاہر کریں۔
5. متغیرات اعداد ہیں اگرچہ کہ ان کی قدریں متعین نہیں ہوتیں۔ ان پر بنیادی عمل کو استعمال کیا جاسکتا ہے۔ جیسا متعینہ اعداد کی صورت میں کیا جاسکتا ہے۔
6. مختلف اعمال کو استعمال کرتے ہوئے ہم الجبری عبارتوں کو متغیر کے ساتھ ایک شکل دے سکتے ہیں  $2m, 3s+1, 8p, x/3$  وغیرہ وغیرہ ان کی خود مثالیں ہیں۔
7. متغیرات ہم کو ایک عام طریقے سے مساحت اور جیومیٹری کے مشترک اصولوں کو ظاہر کرنے کی اجازت دیتے ہیں۔
8. مساوات متغیر پر ایک شرط ہے۔ ایسی شرط متغیر کی قدروں کو محدود کرتی ہے۔
9. ایک مساوات کے دو بازو LHS اور R.H.S ہیں جو علامت مساوی کے دونوں جانب ہوتے ہیں۔
10. ایک مساوات میں LHS اس کے R.H.S کے مساوی ہوتا ہے اسی صورت میں جبکہ مساوات میں متغیر کے لئے متعینہ قدریں لی جائیں
11. ایک مساوات کو حل کرنے کے لئے سعی اور خطا کا طریقہ بھی ایک طریقہ ہے۔



## 10.1 تمہید

ہم نے بنیادی جیومیٹری اشکال کے باب میں مختلف جیومیٹری اشکال کے بارے میں معلومات حاصل کیا ہے۔ جب کبھی مستوی اشکال کا ذکر ہوتا ہے۔ ہم غور کرتے ہیں کہ یہ مستوی کتنے خطے پر گھری ہوئی ہے۔ اس کے حدود کیا ہیں؟ ان اجسام کی جسامت کے تقابل کے لیے چند پیمائشات کی ضرورت ہوتی ہے۔ آئیے ہم ان پر نظر ڈالیں گے۔

## 10.2 احاطہ (Perimeter):

مندرجہ ذیل صورت حال پر غور کیجئے۔

1. ایک لڑکا دائروی راستہ پر دوڑ رہا ہے۔ وہ نقطہ 'A' سے دوڑ شروع کرتا ہے اور نقطہ 'A' پر ہی رکتا ہے۔ تب لڑکے کا طے کردہ فاصلہ دائروی راستے کا احاطہ کہلاتا ہے۔



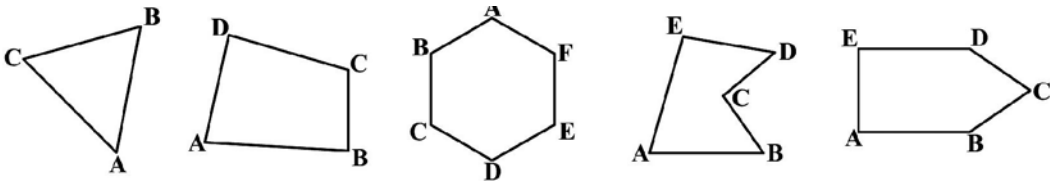
2. ایک شخص اپنے کھیت کو تار سے حصار بندی کرنا چاہتا ہے۔ حصار بندی کے لئے درکار تار کا طول جاننے کے لئے شخص کو کھیت کے اضلاع کی پیمائش کرنی ہوگی۔ یہ پیمائش کھیت کا احاطہ کہلاتی ہے۔ بند شکل کے کنارے کا طول احاطہ کہلاتا ہے۔ ہم روزمرہ زندگی میں احاطہ کا استعمال مختلف حالات میں کرتے رہتے ہیں۔

## کوشش کیجئے:-

ایسی پانچ مثالیں دیجئے جہاں پر احاطہ کی پیمائش کی ضرورت ہوتی ہے۔

ہم دوسرے طریقے سے بھی احاطہ پر غور کر سکتے ہیں۔

مندرجہ ذیل اشکال پر غور کیجئے۔



آپ ایک تار یا دھاگہ لیجئے، تار یا دھاگے کو دی گئی اشکال کے اضلاع کے طول کے مطابق کاٹ کر ان پر اس طرح رکھئے کہ وہ دی گئی شکل کو مکمل ظاہر کرے، اب ان تمام تار کے ٹکڑوں کو جوڑتے ہوئے اس کا طول معلوم کیجئے۔ تار کا طول شکل کے اطراف ایک چکر لگانے کے فاصلے کے مساوی ہوتا ہے، یہ طول بند شکل کا احاطہ کہلاتا ہے۔ اس تار کے طول ہی کو شکل کا احاطہ کہتے ہیں۔

احاطہ دراصل بند شکل کے کناروں کا فاصلہ ہوتا ہے۔ یا تمام حدود کے طول کا مجموعہ ہوتا ہے۔

یہ کیجئے

ذیل میں دیئے گئے اشکال کا احاطہ کیا ہوگا؟

ہر شکل میں نقطہ 'A' سے شروع کرتے ہوئے دی گئی خالی جگہوں کو پُر کیجئے۔

(i) احاطہ = AB + ..... + ..... + .....  
= ..... + ..... + ..... + .....  
= ..... میٹر

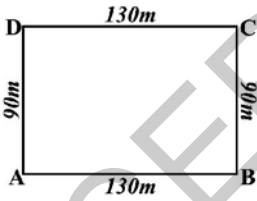
(ii) احاطہ = AB + ..... + .....  
+ ..... + ..... + .....  
= + ..... + ..... + .....  
+ ..... + ..... + .....  
= ..... میٹر

ہم دیکھتے ہیں کہ احاطہ کی پیمائش کے لیے بند شکل کے تمام خطی قطعوں کے طول کو جمع کیا جاتا ہے۔  
”بند شکل کے تمام خطی قطعوں کا مجموعہ احاطہ کہلاتا ہے“

مثال 1: شمرین ایک چمن کو جاتی ہے جس کا طول 130 میٹر اور عرض 90 میٹر ہے وہ اس چمن کا مکمل چکر لگاتی ہے،

تب اس کا طے کردہ فاصلہ کیا ہوگا؟

حل:- شمرین کا کل طے کردہ فاصلہ۔ چمن ABCD کا احاطہ

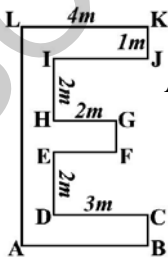


$$= AB + BC + CD + DA$$

$$= 130 \text{ میٹر} + 90 \text{ میٹر} + 130 \text{ میٹر} + 90 \text{ میٹر} = 440 \text{ میٹر}$$

دی گئی شکل کا احاطہ معلوم کیجئے؟

مثال 2:



$$IJ = DC = 3m \quad EF = HG = 2m$$

$$AB = LK = 4 \text{ میٹر} \quad FG = KJ = CB = 1 \text{ میٹر}$$

$$AL = BC + DE + FG + HI + JK$$

$$= 1 \text{ میٹر} + 2 \text{ میٹر} + 1 \text{ میٹر} + 2 \text{ میٹر} + 2 \text{ میٹر} + 1 \text{ میٹر} = 7 \text{ میٹر}$$

$$= AB + BC + CD + DE + EF + FG + HG + HI + IJ + JK + KL + LA$$

$$= 4 + 1 + 3 + 2 + 2 + 1 + 2 + 2 + 3 + 1 + 7 + 4$$

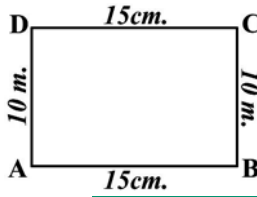
$$= 32 \text{ میٹر}$$

مندرجہ ذیل کا احاطہ معلوم کیجئے۔

- 1- ایک ٹیبل کے اضلاع بالترتیب 30 سمر، 15 سمر، 30 سمر اور 15 سمر ہیں۔
- 2- آپ کی کتاب کے سرورق کے تمام اضلاع کے طول کی پیمائش کیجئے اور بتلایئے کہ اس کا احاطہ کیا ہے؟
- 3- ایک مستطیلی چمن کے اطراف تار سے حصار بندی کی گئی جس کے ابعاد 100 میٹر اور 70 میٹر ہیں۔ تار کی قیمت 20/- روپیے فی میٹر ہو تو کل استعمال کردہ تار کی قیمت کیا ہوگی؟

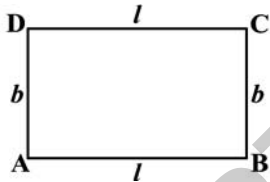
### 10.2.1: مستطیل کا احاطہ

فرض کیجئے کہ ایک مستطیل ABCD جس کا طول اور عرض ترتیب وار 15 سمر اور 10 سمر ہیں، اس کا احاطہ کیا ہوگا؟



$$\begin{aligned}
 \text{مستطیل کا احاطہ} &= \text{مستطیل کے چار اضلاع کے طول کا مجموعہ} \\
 &= AB + BC + CD + DA \\
 &= AB + BC + AB + BC \\
 &= 2 \times AB + 2 \times BC \\
 &= 2 \times (AB + BC) \\
 &= 2 \times (\text{سمر } 15 + \text{سمر } 10) \\
 &= 2 \times \text{سمر } 25 \\
 &= \text{سمر } 50
 \end{aligned}$$

ہم جانتے ہیں کہ مستطیل کے مقابل کے اضلاع کے طول مساوی ہوتے ہیں  
اس لیے  $AB = CD$ ;  $AD = BC$



$$\begin{aligned}
 \text{مستطیل کا احاطہ} &= \text{عرض} + \text{طول} + \text{عرض} + \text{طول} \\
 \text{مستطیل کا احاطہ} &= 2 \times (\text{عرض} + \text{طول}) \\
 \text{مستطیل کا احاطہ } P &= 2(l+b)
 \end{aligned}$$

جہاں  $l$  = طول اور  $b$  = عرض اور  $P$  = احاطہ

مندرجہ ذیل مستطیل کے احاطے معلوم کیجئے۔

مستطیل کا طول	مستطیل کا عرض	احاطہ = تمام اضلاع کے طول کا مجموعہ	احاطہ، ضابطہ $2 \times (\text{طول} + \text{عرض})$
20 سمر	15 سمر	$= 20 + 15$ $+ 20 + 15$ $= 70$ سمر	$= 2 \times (20 + 15)$ $= 2 \times (35)$ $= 70$ سمر
0.7 میٹر	0.3 میٹر		
22 سمر	18 سمر		
12.5 سمر	7.5 سمر		

مثال 3: ایک مستطیلی کھیت کا احاطہ معلوم کیجئے جس کے ابعاد 36 میٹر اور 24 میٹر ہیں۔  
حل:-

$$\begin{aligned} 36 \text{ میٹر} &= l \text{ کھیت کا طول} \\ 24 \text{ میٹر} &= b \text{ کھیت کا عرض} \\ \text{کھیت کا احاطہ} &= 2(l + b) \\ &= 2(36 + 24) \\ &= 2 \times 60 \\ &= 120 \text{ میٹر} \end{aligned}$$

مثال 4: ایک مستطیل کا عرض معلوم کیجئے جبکہ اس کا احاطہ 76 سمر ہے اور اس کا طول 26 سمر ہے۔  
حل:

$$\begin{aligned} 76 \text{ سمر} &= P \text{ مستطیل کا احاطہ} \\ 26 \text{ سمر} &= l \text{ مستطیل کا طول} \\ \text{عرض} + \text{طول} &= 2 \\ 76 \text{ اس طرح} &= 2(26 + \text{عرض}) \\ 76 / 2 &= 26 + \text{عرض} \\ 38 - 26 &= \text{عرض} \\ 12 \text{ سمر} &= \text{عرض} \\ \text{مستطیل کا عرض} &= 12 \text{ سمر} \end{aligned}$$

مثال 5: ایک مستطیلی کھیت کے طول اور عرض بالترتیب 22.5 میٹر اور 14.5 میٹر ہیں۔  
اس کے اطراف باڑ لگانے کا کل خرچ کیا ہوگا جبکہ فی میٹر 6 روپیے خرچ آتا ہے۔

$$\begin{aligned} 22.5 \text{ میٹر} &= l \text{ کھیت کا طول} \\ 14.5 \text{ میٹر} &= b \text{ کھیت کا عرض} \\ \text{کھیت کا احاطہ} (P) &= 2(l + b) \\ &= 2(22.5 + 14.5) \\ &= 2 \times 37 \\ &= 74 \text{ میٹر} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{باڑ کا خرچ فی میٹر} &= 6 \text{ روپیے کے حساب سے} \\ &= (6 \times 74) \text{ روپیے} \\ &= 444 \text{ روپیے} \end{aligned}$$

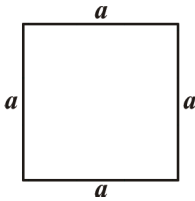
مثال 6: مختلف پیمانہ استعمال کرتے ہوئے ایسے کتنے مستطیل اتارے جاسکتے ہیں جن کا احاطہ 32 سمر ہے۔

حل: نصف احاطہ =  $32/2$  سمر = 16 سمر  
اب ہم یہ معلوم کریں گے کہ ایسے کتنے مستطیل اتارے جاسکتے ہیں کہ جس کے طول اور عرض کا مجموعہ 16 سمر ہے۔  
ہمیں اس بات کا خیال رکھنا چاہئے کہ مستطیل کے اضلاع مثبت صحیح اعداد ہوں۔  
تمام ممکنہ طول اور عرض کے جوڑیہ ہو سکتے ہیں۔  
(9,7) (10,6) (11,5) (12,4) (13,3) (14,2) (15,1)  
لہذا 7 مستطیل اتارے جاسکتے ہیں۔

- 1- ایک مربعی تصویر کے فریم کے اضلاع 0.75 میٹر ہیں۔ اگر ایک رنگین کاغذ کی قیمت -/20 روپیے فی میٹر ہو تب فریم کے اطراف رنگین کاغذ لگانے کی کل قیمت کیا ہوگی؟
- 2- ایک ڈوری کی لمبائی 44 سمر ہے۔ اس ڈوری کے طول و عرض کو مثبت صحیح اعداد لیتے ہوئے مختلف اقسام کے کتنے مستطیل بنائے جاسکتے ہیں۔
- 3- اگر میرے پاس 41 سمر لمبا دھاگہ ہے کیا میں اس دھاگے کو مکمل استعمال کرتے ہوئے ایک مستطیل بنا سکتا ہوں؟ وجوہات بتائیے۔

### 10.2.2 منظم اشکال کا احاطہ:

سادہ بند اشکال جو خطی قطعوں سے گھرے ہوئے ہوتے ہیں کثیر ضلعی کہلاتے ہیں۔ منظم کثیر ضلعی ایسی کثیر ضلعی ہے جسکے تمام اضلاع کے طول مساوی ہوتے ہیں اور اسکے تمام زاویوں کی پیمائش مساوی ہوتی ہے۔ مساوی الاضلاع مثلث ایک تین ضلعی منظم کثیر ضلعی ہے۔ مربع ایک منظم چار ضلعی ہے۔ آئیے اب ہم مربع کا احاطہ معلوم کرنے کی کوشش کریں۔



جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ مربع کے اضلاع کا طول مساوی ہوتا ہے۔

$$\text{احاطہ} = a + a + a + a$$

$$= 4 \times a$$

$$= 4a$$

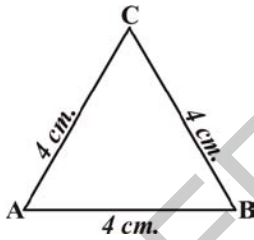
$$\text{مربع کا احاطہ} = 4 \times \text{ضلع کا طول}$$

اب مساوی الاضلاع مثلث جس کا ضلع 4 سمر ہے کیا اس کا احاطہ معلوم کر سکتے ہیں؟

$$\text{مساوی الاضلاع مثلث کا احاطہ} = \text{سمر} (4 + 4 + 4)$$

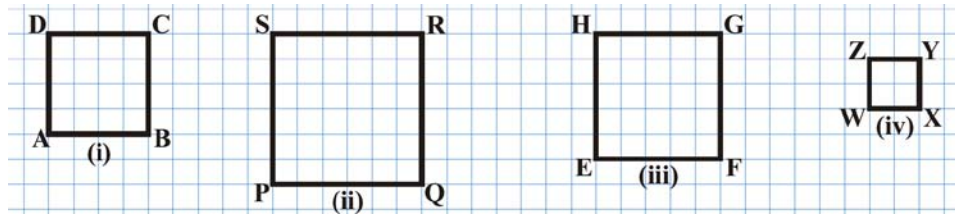
$$= \text{سمر} 12 = \text{سمر} 3 \times 4$$

عام طور پر اگر مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع 'a' ہو تب اسی مثلث کا احاطہ  $3a = 3 \times a$  ہوگا



کسی بھی ضلع کا طول  $3 \times$  مساوی الاضلاع مثلث کا احاطہ

- 1- مندرجہ ذیل مربعوں کے احاطے معلوم کیجئے، جو ایک سمر والے مربعی گراف پر بنائے گئے۔



- 2- آپ کے اطراف پائے جانے والے مختلف منظم اشکال کے احاطے معلوم کیجئے۔

## منظم کثیر ضلعی:

جیومیٹریہ اشکال جن کے تمام اضلاع کے طول کی پیمائش اور زاویوں کی پیمائش مساوی ہو منظم کثیر ضلعی کہلاتے ہیں۔  
مربع اور مساوی الاضلاع مثلثات منظم اشکال کی مثال ہیں، اس طرح پانچ (5) ضلعی، چھ (6) ضلعی کے علاوہ دوسرے کثیر ضلعی منظم اشکال ہوتے ہیں۔ ان کا احاطہ انکے اضلاع کا مجموعہ ہوتا ہے۔  
عام طور پر ہم اس طرح معلوم کر سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} \text{ضلع } 5 \times &= (\text{مخمس}) \text{ منظم پانچ ضلعی (کثیر ضلعی) کا احاطہ} \\ \text{ضلع } 6 \times &= (\text{مسدس}) \text{ منظم چھ ضلعی (کثیر ضلعی) کا احاطہ} \\ \text{ضلع } 8 \times &= (\text{مثمین}) \text{ منظم آٹھ ضلعی (کثیر ضلعی) کا احاطہ} \end{aligned}$$

یہ کیجئے:

8 سمر ضلع والے منظم مخمس کا احاطہ معلوم کیجئے؟

مثال 7: ایک مربعی چمن کا ضلع 250 میٹر ہے۔ 20/- روپیئے فی میٹر کے حساب سے اسکے اطراف باڈ لگانے کا کل خرچ معلوم کیجئے۔  
حل:

$$\begin{aligned} \text{ضلع کا طول } 4 \times &= \text{مربعی چمن کا احاطہ} \\ &= 4 \times 250 = 1000 \text{ میٹر} \end{aligned}$$

$$\text{فی میٹر باڈ لگانے کا خرچ} = 20/- \text{ روپیئے}$$

$$\text{باڈ لگانے کا کل خرچ} = 1000 \times 20 = 20,000 \text{ روپیئے}$$

مثال 8: ایک مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع معلوم کیجئے جبکہ اس کا احاطہ 54 سمر ہے۔

$$\begin{aligned} \text{ضلع کا طول } 3 \times &= \text{مساوی الاضلاع مثلث کا احاطہ} \\ \text{ضلع کا طول} &= 54/3 = 18 \text{ سمر} \end{aligned}$$

مثال 9: اگر ایک تار کے ٹکڑے کی لمبائی 24 سمر ہے، تب بتائیے کہ ہر ایک ضلع کا طول کیا ہوگا۔ اگر اس تار کو حسب ذیل کی تیاری میں استعمال کیا گیا ہو۔

(1) ایک مساوی الاضلاع مثلث (2) ایک مربع (3) ایک منظم مسدس (چھ ضلعی)

حل: (i) ایک مساوی الاضلاع مثلث کے تین ضلع مساوی ہوتے ہیں۔ اس طرح تار کے طول کو 3 سے تقسیم کرنے پر مثلث کے ضلع کا طول حاصل ہوتا ہے۔

$$\text{مثلث کے ہر ضلع کا طول} = \frac{24}{3} = 8 \text{ سمر}$$

(ii) ایک مربع میں چار مساوی ضلع ہوتے ہیں۔ اس طرح تار کے طول کو 4 سے تقسیم کرنے پر مربع کا ضلع حاصل ہوتا ہے۔

$$\text{مربع کا ضلع} = \frac{24}{4} = 6 \text{ سمر}$$

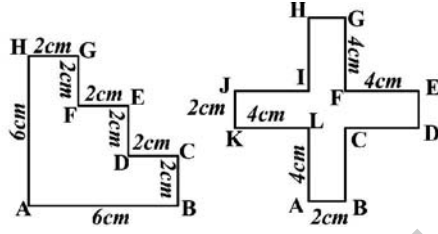
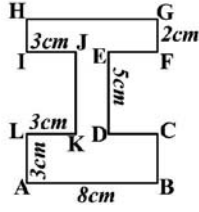
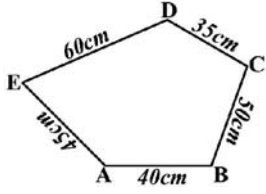
(iii) ایک مسدس میں 6 مساوی ضلع ہوتے ہیں۔ اس طرح تار کے طول کو 6 سے تقسیم کرنے پر مسدس کے ضلع کا طول

$$\text{حاصل ہوتا ہے۔} = \frac{24}{6} = 4 \text{ سمر} = \text{مسدس کے ضلع کا طول}$$

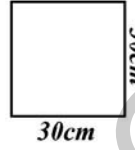
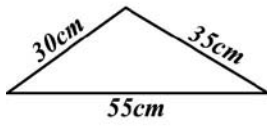
## مشق 10.1



1. مندرجہ ذیل اشکال کے احاطے معلوم کیجئے:

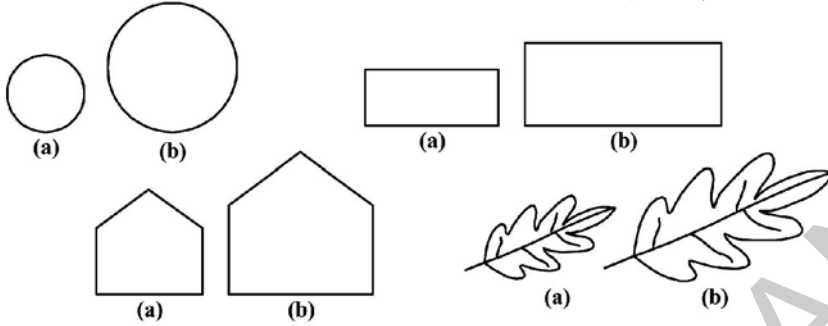


2. مندرجہ ذیل اشکال کے احاطے معلوم کیجئے:



3. اگر 1 سمرتار پر آنے والا خرچ -/15 روپیے ہو تو اوپر دیئے گئے اشکال کے اطراف باڑ لگانے کا خرچ کیا ہوگا؟
4. ایک 24 سمر لبتے تار سے کتنے اقسام کے مستطیل بنائے جاسکتے ہیں، جن کے اضلاع کے طول صحیح اعداد ہوں، اس طرح ممکنہ اضلاع کے طول معلوم کیجئے؟
5. ایک مربعی پھولوں کی کیاری جس کا ضلع 3.5 میٹر ہے۔ جس کے ہر ایک ضلع کے اطراف 4 صفوں کے تار کی باڑھ لگائی گئی ہے۔ درکار تار کی قیمت معلوم کیجئے۔ جبکہ فی میٹر تار پر خرچ -/15 روپیے آتا ہو۔
6. ایک 60 سمر کا تار ہے۔ ہر ضلع کا طول کیا ہوگا جبکہ اس تار سے مندرجہ ذیل اشکال بنائے جاتے ہیں؟
  - i - مساوی الاضلاع مثلث
  - ii - مربع
  - iii - ایک منظم مسدس
  - iv - ایک منظم مخمس
7. امرین اور نازنین روز آندہ دوڑ پر جاتے ہیں۔ امرین مربعی چمن کے اطراف جس کا ضلع 80 میٹر ہے اور نازنین مستطیلی چمن کے اطراف جس کے طول 90 میٹر اور عرض 60 میٹر ہیں۔ اگر وہ دونوں 3 چکر کاٹتے ہیں تب بتائیے کہ ان دونوں میں کس نے زیادہ فاصلہ طے کیا؟
8. ایک مستطیل کا طول اُس کے عرض کا دُگنا ہے۔ اگر اس کا احاطہ 48 سمر ہو تو، اس کے ابعاد معلوم کیجئے۔
9. ایک مثلث کے دو اضلاع 12 سمر اور 14 سمر ہیں۔ اور اُس کا احاطہ 36 سمر ہو تو تیسرے ضلع کا طول کیا ہوگا؟
10. مندرجہ ذیل اشکال کے اضلاع دیئے گئے ہیں ان کے احاطے معلوم کیجئے:
  - (i) مثلث جس کے اضلاع 3 سمر، 4 سمر اور 5 سمر ہیں۔
  - (ii) ایک مساوی الاضلاع مثلث جس کا ضلع 9 سمر ہے۔
  - (iii) ایک مساوی الثاقین مثلث کے مساوی ضلع کے طول 8 سمر ہیں اور تیسرا ضلع 6 سمر ہے۔

ذیل میں دیئے گئے بند اشکال پر غور کیجئے۔ یہ تمام اشکال مسطح خط سے گھرے ہوئے ہیں۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ کونسی شکل زیادہ خط گھیرتی ہے؟ اُن پر (✓) کا نشان لگائیے۔



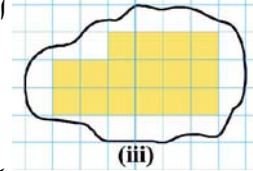
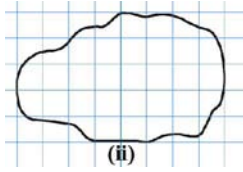
ایک بند شکل سے گھیرے ہوئے خط کی مقدار کو رقبہ کہتے ہیں۔

مندرجہ بالا اشکال کے جوڑ کو دیکھ کر ہم بتا سکتے ہیں کہ کس کا رقبہ زیادہ ہے، لیکن کیا یہ ہمیشہ ممکن ہو سکتا ہے؟

اب آپ متصلہ اشکال پر غور کیجئے۔



کونسی شکل کا رقبہ زیادہ ہے؟ ایسا کہنا آسان نہیں ہے۔ آئیے ہم گراف پیپر کی مدد سے معلوم کریں گے۔ شکل (ii) لیجیے اس شکل کو سمر 1 x سمر 1 کے مربعی گراف پیپر پر رکھ کر اُن کے اطراف منحنی خط کھینچیے۔



گراف پر کھینچی گئی شکل میں کل کتنے مربع مکمل ہیں، آدھے ہیں اور آدھے سے کم، اور آدھے سے زیادہ مربع پر گھرے ہیں۔ مکمل طور پر گھرے ہوئے مربع شکل (iii) میں دکھائے گئے ہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ رقبہ دراصل کل مربعوں کا مجموعہ ہوتا ہے۔ لیکن غور کرنے پر ہم دیکھتے ہیں کہ چند گرانی مربع مکمل طور پر شکل میں گھرے نہیں ہوتے ہیں۔ یہ ایک مسئلہ ہے۔ اس مسئلہ کا حل اس طرح نکالا جاسکتا ہے۔ چند گرانی مربع مکمل گھرے ہوتے ہیں۔ چند آدھے سے زائد اور چند آدھے سے کم گھرے ہوئے ہیں۔

☆ ایسے گرانی مربع جو آدھے سے کم گھرے ہوں انہیں نظر انداز کیجئے۔

☆ اگر آدھے سے زائد گھرے ہوں تو انہیں مکمل مربع مان لیجئے۔

☆ اگر حقیقتاً آدھا ہی ہے تو اُس کو (1/2) مربع اکائی مان لیا جائے۔ ایک مکمل مربع کو ایک مربع اکائی کے طور پر مان لیجئے، اگر یہ ایک سمر والا مربع ہو تو اس کا رقبہ ایک مربع سمر ہوگا۔

☆ ان تمام مکمل اور آدھے سے زائد اور آدھے سے کم گرانی مربعوں کو جمع کیجئے جو کہ دی گئی شکل کے رقبے کو ظاہر کرتا ہے۔



شکل (iii) کے مربعوں کی گنتی کرتے ہوئے ذیل کی جدول میں درج کیجئے۔

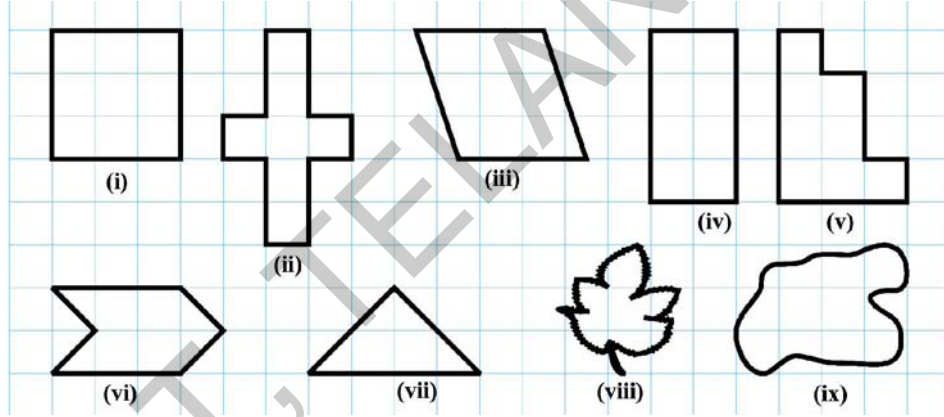
	مربعی گراف کے گھرے ہوئے حصے	مربعوں کی تعداد	شکل کا تخمینہ رقبہ (مربع اکائی میں)
1.	مکمل طور پر گھرے ہوئے مربع	11	11
2.	آدھے گھرے ہوئے مربع	2	$2 \times 1/2$
3.	آدھے سے زائد گھرے ہوئے مربع	8	8
4.	آدھے سے کم گھرے ہوئے مربع	3	0

اس طرح منحنی اشکال کا تقابل ان سے گھرے ہوئے مربعوں کی تعداد کو لیکر کیا جاسکتا ہے۔

$$\text{کل رقبہ} = 11 + 2 \times 1/2 + 8 = 20 \text{ مربع اکائیاں}$$

کوشش کیجئے:

ذیل میں دی گئی اشکال کے رقبہ گرافی مربعوں کی مدد سے معلوم کیجئے۔

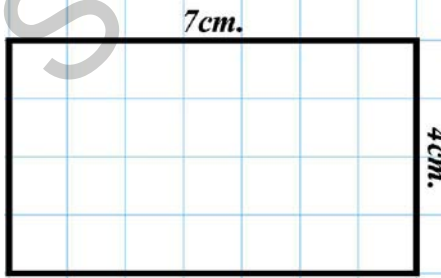


یہ کیجئے:

1. پتوں کی اشکال، پھولوں کے پتوں کی اشکال گراف پیپر پر بناتے ہوئے ان اشکال کے رقبہ معلوم کیجئے۔
2. مختلف بنیاد اشکال تریسی کاغذ پر بنائیے اور ان کے رقبہ معلوم کیجئے۔

### 10.3.1 مستطیل کا رقبہ:

کیا ہم تریسی کاغذ پر مستطیل کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔ جس کا طول 7 سمر اور عرض 4 سمر ہے۔ تریسی کاغذ پر مستطیل بنائیے۔ تریسی کاغذ کے مربع کے ابعاد 1 سمر x 1 سمر ہیں۔ مستطیل مکمل طور پر 28 مربعوں کی جگہ گھیرتا ہے۔

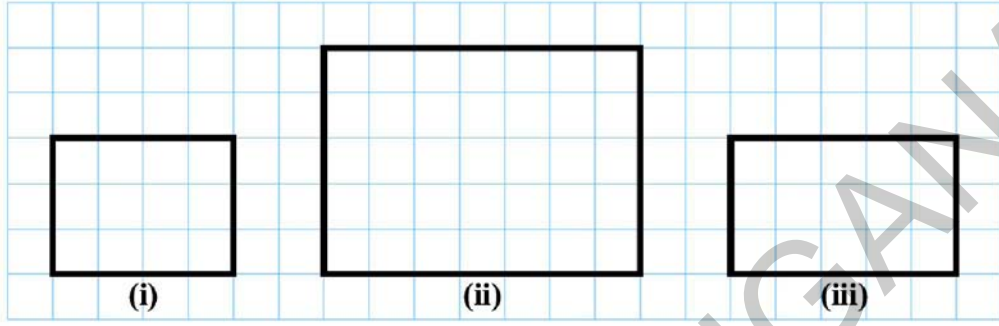


$$28 \text{ مربع سمر} = \text{مستطیل کا رقبہ}$$

ہم غور کر سکتے ہیں کہ ہر ایک صف میں 7 مربع ہیں اور اس طرح کے 4 صف ہیں۔

اس کو اس طرح لکھا جاتا ہے،  $28 = 7 \times 4$  مربع سمر

یہاں مستطیل کا رقبہ 28، طول 7 اور عرض 4 ہے۔ حسب ذیل پیمائشوں کے مستطیل گراف پیپرس اتاریئے اور ان سے گھرے ہوئے خطے کا رقبہ معلوم کیجئے۔ اور طول اور عرض کا حاصل ضرب معلوم کیجئے۔ ان نتائج سے آپ کیا حاصل کرتے ہیں۔



سلسلہ نشان	طول	عرض	رقبہ (ترسیبی مربعوں کی تعداد)	طول x عرض
1	3	4	12	$4 \times 3 = 12$
2				
3				

اوپر کی بحث اور نتیجہ سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ

$$\text{مستطیل کا رقبہ} = (\text{عرض} \times \text{طول})$$

ترسیبی کاغذ کی مدد کے بغیر ہم مستطیل کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔ مثلاً اگر مستطیل کا طول 6 سمر اور عرض 4 سمر ہوں تو مستطیل کا رقبہ ہوگا

$$\begin{aligned} \text{مستطیل کا رقبہ} &= \text{عرض} \times \text{طول} \\ &= 6 \times 4 \\ &= 24 \text{ مربع سمر} \end{aligned}$$

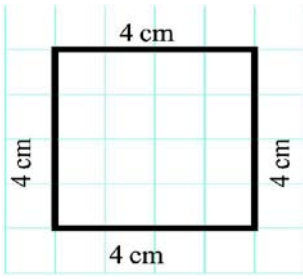
کوشش کیجئے:

1. ایک ہی احاطہ رکھنے والے دو مختلف مستطیل بنائیے، اور ان کے رقبوں کا تقابل کیجئے کیا یہ مساوی ہوں گے؟ کیا آپ ایک ہی احاطہ رکھنے والے دو مختلف مربع بنا سکتے ہیں؟

یہ کیجئے:

1. رقبہ معلوم کیجئے۔
  - (i) آپ کے کمرہ جماعت کے فرش کا (ii) آپ کے گھر کے دروازہ کا
  - (iii) آپ کے جماعت کے تختہ سیاہ کا

### 10.3.2 مربع کا رقبہ:



فرض کیجئے کہ مربع کا ضلع 4 سمر ہے  
اگر ہم اس مربع کو ایک سمر والے تریبی گراف پر اتارتے ہیں تو ہم مشاہدہ کرتے  
ہیں کہ یہ 16 تریبی مربعوں کو گھیرتا ہے۔  
مربع سمر =  $4 \times 4 = 16$  مربع کا رقبہ

اس طرح ہر ایک صف میں 4 مربع ہیں اور اس طرح 4 صف ہیں۔ اس طرح مربع کا رقبہ  $4 \times 4$  مربع سمر۔ یہ ایک  
مستطیل کی طرح ہے لیکن اس کی یہ خاص خوبی ہے کہ اس کے طول اور عرض مساوی ہوتے ہیں۔

### کوشش کیجئے

چند مربعوں کے اضلاع کے طول دیئے گئے ہیں ان کے رقبے تریبی کاغذ کی مدد سے معلوم کیجئے۔ اور ضلع  $x$  ضلع بھی معلوم کیجئے۔  
ان دونوں نتائج سے آپ غور کرتے ہیں۔

(i) سمر 4 (ii) سمر 6 (iii) سمر 2 (iv) سمر 8

اوپر کی بحث سے یہ پتہ چلتا ہے کہ

$$\begin{aligned} \text{مربع کا رقبہ} &= \text{ضلع} \times \text{ضلع} \\ &= (\text{ضلع})^2 \end{aligned}$$

اس طرح دونوں نتائج مساوی ہوتے ہیں۔

مثال 10: 12 سمر اور 5 سمر ابعاد کے کتنے ٹائیلز ایک مستطیلی کمرے کے فرش کے لیے درکار ہوں گے جس کا طول 144 سمر اور  
عرض 100 سمر ہے۔

حل:

$$\begin{aligned} 144 \text{ سمر} &= \text{کمرے کا طول} \\ 100 \text{ سمر} &= \text{کمرے کا عرض} \\ 100 \text{ سمر} \times 144 \text{ سمر} &= \text{کمرے کا رقبہ} \\ 14,400 \text{ مربع سمر} &= \\ 12 \text{ سمر} &= \text{اس طرح ٹائیل کا طول} \\ 5 \text{ سمر} &= \text{ٹائیل کا عرض} \\ 12 \text{ سمر} \times 5 \text{ سمر} &= \text{ایک ٹائیل کا رقبہ} \\ 60 \text{ مربع سمر} &= \\ \frac{14400}{60} &= \text{اس طرح درکار ٹائیل کی تعداد} \\ &= \text{کمرے کا رقبہ} \\ &= \text{ایک ٹائیل کا رقبہ} \\ 240 \text{ ٹیلز} &= \end{aligned}$$

مثال 11: ایک مستطیل اور مربع کا احاطہ مساوی ہے۔ اگر مستطیل کے طول اور عرض بالترتیب 35 سمر اور 25 سمر ہیں۔ تب بتلائیں کہ کس کا رقبہ زیادہ ہوگا اور کتنا؟

حل: مستطیل کا احاطہ = (عرض + طول) 2 =

$$= 2(35 + 25) = 2 \times 60 = 120 \text{ سمر}$$

$$120 \text{ سمر} = \text{مربع کا احاطہ}$$

$$\text{مربع کا ضلع} = \frac{120}{4} = 30 \text{ سمر}$$

اس طرح

$$\text{مستطیل کا احاطہ} = 900 \text{ مربع سمر} = (30)^2 = (\text{ضلع})^2 = \text{مربع کا رقبہ}$$

اس طرح

$$\text{مستطیل کا رقبہ} = \text{طول} \times \text{عرض} =$$

$$= 35 \times 25 = 875 \text{ مربع سمر}$$

اس طرح مربع کا رقبہ مستطیل کے رقبہ سے (900-875) مربع سمر = 25 مربع سمر زیادہ

مثال 12: ایک مستطیل کا رقبہ معلوم کیجئے جس کا طول 4 میٹر اور عرض 68 سمر ہے۔ رقبہ کو مربع سمر میں ظاہر کیجئے۔

حل:

$$\text{مستطیل کا عرض} = 68 \text{ سمر}$$

$$\text{مستطیل کا طول} = 4 \text{ میٹر} = 400 \text{ سمر}$$

$$\text{مستطیل کا رقبہ} = \text{عرض} \times \text{طول}$$

$$= 400 \times 68$$

$$= 27,200 \text{ مربع سمر}$$

مثال 13: ایک مستطیلی باغ کا رقبہ 1120 مربع میٹر ہے۔ اگر اس کا طول 40 میٹر ہو تو باغ کا عرض کیا ہوگا؟

حل:

$$\text{مستطیلی باغ کا رقبہ} = 1,120 \text{ مربع میٹر}$$

$$\text{مستطیلی باغ کا طول} = 40 \text{ میٹر}$$

$$\text{مستطیل کا رقبہ} = \text{عرض} \times \text{طول}$$

$$\text{اس طرح عرض} = \frac{\text{رقبہ}}{\text{طول}} = \frac{1120}{40} = 28 \text{ میٹر}$$

مثال 14: 5 میٹر طول، 4 میٹر عرض کے زمینی خطہ پر 1- میٹر ضلع والے پانچ (5) مربع پھولوں کی کھدائی کے لئے

گڑھے بنائے گئے، تب ما باقی زمینی خطہ کا رقبہ کیا ہوگا۔

$$\text{حل:-} \quad \text{زمینی خطہ کا رقبہ} = \text{عرض} \times \text{طول}$$

$$= 5 \times 4$$

$$= 20 \text{ مربع میٹر}$$

$$= 1 \times 1 = 1 \text{ مربع میٹر}$$

$$= 5 \times 5 = 25 \text{ مربع میٹر}$$

$$= \text{کیاریوں کا رقبہ} - \text{زمینی خطہ کا رقبہ}$$

$$= 20 - 5$$

$$= 15 \text{ مربع میٹر}$$

پھولوں کے مربعی کھدائی کا رقبہ

پانچ (5) کیاریوں کا رقبہ

ما باقی زمینی خطہ کا رقبہ

”

”

## مشق 10.2



1. مندرجہ ذیل میں مستطیل کے ابعاد پائے گئے ہیں ان کے رقبے معلوم کیجئے۔
  - (i) 50 سمر اور 20 سمر
  - (ii) 65 میٹر اور 45 میٹر
  - (iii) 25 سمر اور 16 سمر
  - (iv) 7 کلومیٹر، 19 کیلومیٹر
2. مندرجہ ذیل میں مربع کا ضلع دیا گیا ہے ان کے رقبے معلوم کیجئے۔
  - (i) 26 میٹر
  - (ii) 17 کیلومیٹر
  - (iii) 52 سمر
  - (iv) 8 سمر
3. ایک مستطیلی فریم کا رقبہ 1125 مربع سمر ہے، اگر اس کا عرض 25 سمر ہو تو اس کا طول کیا ہوگا۔
4. ایک مستطیلی کھیت کا طول 60 میٹر ہے اور اس کا عرض طول کا نصف ہو تو کھیت کا رقبہ معلوم کیجئے۔
5. ایک مربعی کاغذ کا احاطہ 40 سمر ہے۔ تب اس کے ضلع کی لمبائی کیا ہوگی؟ نیز اس کا رقبہ معلوم کیجئے۔
6. ایک مستطیلی پلاٹ کا رقبہ 2400 مربع میٹر ہے۔ اگر اس کا طول اس کے عرض سے  $1\frac{1}{2}$  گنا ہے۔ تب اس کا احاطہ کیا ہوگا؟
7. ایک کمرے کے طول اور عرض ترتیب وار 6 میٹر اور 4 میٹر ہے۔ کتنے مربع میٹر کی قالین اس کمرے کے فرش کو مکمل طور پر گھیر سکتی ہے؟ اگر قالین کی قیمت فی مربع میٹر 240 روپیے ہو تو کمرے کو مکمل طور پر پُر کرنے والی قالین کی کل قیمت کیا ہوگی؟
8. دو کھیت کے احاطے مساوی ہیں۔ ایک مربعی کھیت جس کا ضلع 72 میٹر اور دوسرے مستطیلی کھیت کا طول 80 میٹر ہے۔ کس کھیت کا رقبہ زیادہ ہے اور کتنا؟
9. ایک مربع کا رقبہ 49 مربع سمر ہے۔ ایک مستطیل کا احاطہ اس مربع کے احاطہ کے مساوی ہے۔ اگر مستطیل کا طول 9.3 سمر ہے۔ تب اس کا عرض معلوم کیجئے و نیز معلوم کیجئے کہ کس کا رقبہ زیادہ ہے؟
10. راشد کا کھیت مستطیلی ہے جس کا طول 400 میٹر اور عرض 200 میٹر ہے۔ اُس کا دوست رحیم مرتضیٰ ایک اور مربع نما کھیت کا مالک ہے جس کا ضلع 300 میٹر ہے۔ ان دونوں کھیت کے اطراف باڑ لگانے کا خرچ کیا ہوگا جبکہ فی میٹر باڑ لگانے کا خرچ -/150 روپیے ہے۔ اگر ایک درخت لگانے کے لیے 10 مربع میٹر جگہ درکار ہے تو بتائیے کہ کس کے کھیت میں درختوں کی تعداد زیادہ ہوگی اور کتنی ہوگی؟
11. مستطیلی فرش کا طول اس کے عرض سے 20 میٹر زیادہ ہے اور اس فرش کا احاطہ 280 میٹر ہو تب اس کا طول کیا ہوگا؟
12. ایک مستطیلی پلاٹ جس کے ابعاد 240 میٹر اور 200 میٹر ہیں۔ باڑ لگانے کا خرچ فی میٹر -/30 روپیے ہو تب اس کے اطراف باڑ لگانے کا کل خرچ کیا ہوگا؟
13. ایک مربع کھیت کا ضلع 120 میٹر ہے۔ فی مربع میٹر گھاس اُگانے کا خرچ -/35 روپیے ہو تب مکمل کھیت پر گھاس اُگانے کا کل خرچ کیا ہوگا؟

14. بتلائیے کہ مستطیل کے رقبے میں کیا تبدیلی واقع ہوگی اگر
- اسکے طول اور عرض کو دوگنا کیا جائے۔
  - اسکے طول کو دوگنا اور عرض کو تین گنا کیا جائے۔
15. بتلائیے کہ مربع کے رقبے میں کیا تبدیلی واقع ہوگی اگر اس کے ضلع کو
- دگنا کیا جائے
  - نصف کیا جائے۔

### ہم نے کیا سیکھا

1. احاطہ دراصل بند شکل کے کناروں کا فاصلہ ہوتا ہے۔ یہ فاصلہ شکل کے اطراف ایک چکر کے مماثل ہوتا ہے۔
2. (i) مستطیل کا احاطہ = (عرض + طول) × 2  
(ii) مربع کا احاطہ = (ضلع کا طول) × 4  
(iii) مساوی الاضلاع مثلث کا احاطہ = (ضلع کا طول) × 3
3. (i) وہ بند اشکال جن کے تمام ضلع مساوی ہوں اور ان کے تمام زاویوں کی پیمائش مساوی ہوتی ہے۔ منظم کثیر ضلعی کہلاتے ہیں۔  
(ii) منظم بند اشکال کا احاطہ مساوی ہوتا ہے اس کے ضلعوں کی جملہ تعداد اور ضلع کے طول کے حاصل ضرب کے ایک بند شکل سے گھرے خطے کی مقدار رقبہ کہلاتی ہے۔
4. دی گئی شکل کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے ایک مربع تریسی کا غذا کا استعمال کرتے وقت ان نکات کا خیال رکھیں۔  
(i) ایسے گرانی مربع جو آدھے سے کم گھرے ہوئے ہوں، انہیں نظر انداز کیجئے۔  
(ii) اگر آدھے سے زائد گھرے ہوں تو ان کو مکمل مان لیجئے۔  
(iii) اگر حقیقتاً آدھے ہی ہیں تو آدھا مربع اکائی مان لیا جائے۔  
(iv) ایک مکمل مربع کو ایک مربع اکائی کے طور پر مان لیجئے۔ اگر یہ ایک سمر والا مربع ہو تو اس کا رقبہ ایک مربع سمر ہوگا۔
6. (i) مستطیل کا رقبہ = طول × عرض  
(ii) مربع کا رقبہ = ضلع × ضلع  
(iii) مربع کا رقبہ کسی بھی مستطیل کے رقبے سے زیادہ ہوتا ہے جبکہ دونوں کے احاطے مساوی ہوں۔



ہماری روزمرہ زندگی میں ہم مقداروں کا تقابل مختلف انداز میں کرتے ہیں۔ مارکٹ میں کوئی ترکاریاں تازی ہوتی ہیں



کوئی زیادہ مہنگی ہوتی ہیں اور کوئی واجبی قیمت پر ہوتی ہیں انکا تقابل کرتے ہیں۔ اب ہم چند مثالیں دیکھیں گے۔

ہر روز سلیم اور شاہد اسکول کو جانے سے قبل دودھ پیتے ہیں۔ سلیم ایک کپ دودھ میں دو چمچے شکر لیتا ہے۔ جبکہ شاہد اسی مقدار والی

کپ کیلئے ایک چمچ شکر کا استعمال کرتا ہے۔ بغیر چکھے کیا ہم بتا سکتے ہیں کہ کوئی کپ میں موجود دودھ میں مٹھاس زیادہ ہوگی۔ سلمیٰ دو کپ دودھ میں تین چمچے شکر ڈالتی ہے ان واقعات میں ہم دودھ کی مٹھاس کا کس طرح تقابل کریں گے۔ ذیل کے حالات پر غور کیجئے۔



شمینہ کے پاس 8 کتابیں ہیں جبکہ صادق کے پاس 16 کتابیں ہیں ان مقداروں کا تقابل کرنے کیلئے صادق ان کا فرق معلوم کرتا ہے اور شمینہ انکو تقسیم کرتی ہے۔ ایک مقدار دوسری مقدار سے کتنی زیادہ ہے یا کتنی کم ہے۔ ان کا تقابل تفریق

کے ذریعہ کر سکتے ہیں اور ایک مقدار دوسری مقدار سے کتنے گنا زیادہ یا کم ہے انکا تقابل تقسیم کے ذریعہ کر سکتے ہیں۔ 3 مثالیں دیتے جہاں ہم مقداروں کا تقابل تفریق اور تقسیم کے ذریعہ کر سکتے ہیں۔

اگر ہم ایک چوٹی اور ٹڈے کی لمبائی میں تقابل کرنا چاہتے ہیں تو انکے طول میں فرق تقابل کو ظاہر نہیں کر سکتا۔ ٹڈے کی لمبائی جو تقریباً 4 سمر تا 5 سمر ہوتی ہے ایک چوٹی کے طول کے مقابلہ میں بہت زیادہ لمبائی ہوتی ہے۔ کیونکہ چوٹی کی لمبائی صرف چند ملی میٹر ہوتی ہے۔ اسکی لمبائی میں فرق تقریباً 4 سمر ہوگا۔ جو کہ دیکھنے میں بہت زیادہ فرق محسوس نہیں ہوگا۔ ہم چوٹیوں کو



ایک قطار میں ایک کے پیچھے ایک ترتیب دے کر کتنے چوٹیوں کی لمبائی ایک ٹڈے کی لمبائی کے مساوی ہوگی ان کا تقابل کر سکتے ہیں تب ہم کہہ سکتے ہیں 15 تا 20 چوٹیوں کو ایک ساتھ ترتیب دینے سے ٹڈے کی لمبائی کے برابر ہوگی۔

ایک اور مثال پر غور کرتے ہیں۔

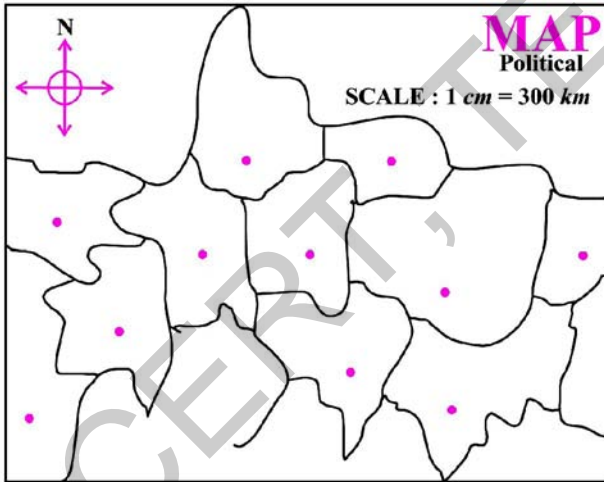
ایک موٹر کار کی قیمت 2,50,000 روپے ہے جبکہ موٹر سیکل کی قیمت 50,000 روپے ہے اگر ہم انہیں ایک دوسرے کی قیمت کا تقابل تفریق سے کرنا چاہیں تب انکی قیمت میں فرق 2,00,000 روپے ہوگا۔ یہ طریقہ تقابل فرق کو سمجھنے میں زیادہ مدد و معاون نہیں ہے۔ اگر ہم ان دونوں قیمتوں کا تقابل تقسیم کے طریقہ سے کریں  $\frac{2,50,000}{50,000} = \frac{5}{1}$  تو ہمیں یہ معلوم ہوتا ہے کہ ایک کار کی قیمت میں 5 موٹر سیکل خریدی جاسکتی ہے۔

لہذا اس مخصوص مثال میں تقسیم کے ذریعہ تقابل بہ آسانی سمجھ میں آجائے گا جبکہ فرق کے ذریعے سمجھنا اتنا آسان نہیں۔ ہم مزید ایک اور مثال پر غور کریں گے

سارہ کی عمر 3 سال ہے اور کریم الدین کی عمر 18 سال ہے۔ ہم کہہ سکتے ہیں کریم کی عمر۔ سارہ کی عمر سے 15 سال زیادہ ہے۔ ریحیمہ کی عمر 65 سال۔ ریشمہ کی عمر 50 سال۔ ان دونوں صورتوں میں عمر کا فرق 15 سال ہے۔ یہ کہنا زیادہ موزوں ہوگا کہ کریم الدین سارہ بیگم کے مقابل میں 6 گنا زیادہ عمر کے ہیں۔

مقداروں کا تقسیم کے ذریعہ تقابل نسبت کہلاتا ہے۔ اس باب میں ہم نسبت کے بارے میں تفصیلی معلومات حاصل کریں گے۔

دوسری مثال میں ہم نقشوں کی تیاری میں ایسا تقابل کریں گے۔ یہ نقشہ دیکھئے۔



نقشہ میں مقامات بہت قریب نظر آتے ہیں جبکہ تقابلی طور پر انکا حقیقی فاصلہ زیادہ ہوتا ہے نقشہ میں موجود فاصلہ اور مقامات کے مابین حقیقی فاصلے کے رشتہ کو پیمانہ کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے مثال کے طور پر ایک گلی یا مارکٹ اگر پیمانہ کے حساب سے ایک سمر مساوی ہوگا ایک سو میٹر کے تب ہم جانیں گے کہ نقشہ میں فاصلہ حقیقی فاصلہ کا ایک ہزار گنا ہے۔ یہ الفاظ دیگر نقشہ میں موجود فاصلہ حقیقت میں 10,000 گنا زیادہ ہوگا۔ اگر ہم نقشہ میں موجود فاصلہ کا تقابل حقیقی فاصلے کے درمیان کریں گے۔ تب ہم کہہ گے کہ 5 سمر مساوی ہوتا ہے 500 میٹر کہ اگر ہم تفریق کی مدد سے تقابل کریں تو نقشہ میں موجود فاصلہ حقیقی فاصلہ سے 499 میٹر 95 سمر زیادہ ہے اس بیان سے زیادہ مفہوم برآمد نہیں ہوگا۔ اس بیان کا تقابل اس طرح ہوگا کہ نقشہ میں موجود فاصلہ حقیقت میں 10,000 گنا زیادہ ہوگا۔

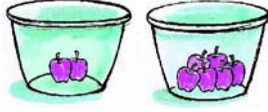
پہلی مثال میں صادق اور شمینہ کے پاس موجود کاپیوں کی نسبت  $\frac{2}{1} = \frac{16}{8}$  ہم اسکو 2 نسبت 1 پڑھیں گے۔

تقابلی ترتیب کو تبدیل کرنے پر شمینہ اور صادق کے پاس موجود کاپیوں کی نسبت  $1:2 = \frac{1}{2} = \frac{8}{16}$

جب ہم دو مقداروں کا تقابل کرتے ہیں۔ تب ہمیں انکی ترتیب پر دھیان دینا ہوگا۔



مثال کا مشاہدہ کیجئے اور خالی جگہوں کو پر کیجئے۔



نشان سلسلہ	پہلی باسکٹ میں مقدار	دوسری باسکٹ میں مقدار	بیان میں تقابل	نسبت	ترتیب کو بدل کر تقابل کرنا	نسبت
1	2 سیب	6 سیب	پہلی باسکٹ میں موجود سیب دوسری باسکٹ میں موجود سیب کا ایک تہائی ہے	1:3	دوسری باسکٹ میں موجود سیب پہلی باسکٹ کا 3 گنا ہے	3:1
2	500 گرام تانبہ	1000 گرام لوہا				
3	ٹی شٹ کی قیمت 200 روپے	کوٹ کی قیمت 1000 روپے				

11.2 مقداروں کا تقابل دوسری اکائیوں سے

ایک درخت کی بلندی 13 میٹر ہے کتاب میں اسکی شکل 26 سمر ہے کیا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ شکل میں دی گئی بلندی حقیقی درخت کی بلندی سے 2 گنا ہے؟



یقیناً نہیں۔ جیسا کہ ہمیں معلوم ہے درخت کی حقیقی بلندی شکل میں موجود بلندی سے زیادہ ہوتی ہے۔

درخت کی بلندی 13 میٹر یعنی 1300 سمر اور شکل میں درخت کی بلندی صرف 26 سمر ہے۔ اب

$$\text{ان دونوں بلندیوں میں نسبت} = \frac{1300}{26} = 50:1$$

ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ درخت کی حقیقی بلندی شکل میں موجود بلندی کا 50 گنا ہے۔

جب ہم دو مقداروں کا تقابل کر رہے ہوں تب انکی اکائیاں مساوی ہونی چاہئے۔

عام طور پر دو مقداروں  $a$  اور  $b$  کی نسبت  $a$  اور  $b$  کو  $a:b$  لکھا جاتا ہے اور اسکو  $a$  نسبت  $b$  پڑھا جاتا ہے۔

دو مقداروں  $a$  اور  $b$  کو نسبت کے اجزاء کہتے ہیں۔ پہلی مقدار  $a$  کو مقدم اور دوسری مقدار  $b$  کو ثانی (تالی) کہتے ہیں۔

مثال 1- راشد کے پاس 16 لال گولیاں 4 نیلی گولیاں ہیں۔ تب راشد کے پاس موجود لال اور نیلی گولیوں کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔

حل:  $16:4 = \text{لال گولیاں : نیلی گولیاں}$

$4:1 = \text{لال گولیاں : نیلی گولیاں}$

لال گولیوں کی تعداد نیلے رنگ کے گولیوں سے 4 گنا زیادہ ہے۔

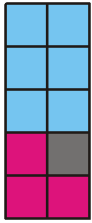
## مشق 11.1



1. ذیل کے جدول کو مکمل کیجئے۔

نشان سلسلہ	پہلی مقدار	دوسرا مقدار	نسبت
(i)			3 : 5
(ii)			
(iii)			
(iv)			
(v)			

2. تقابل کیجئے۔



(i) نیلے رنگ کے مربعوں کی تعداد۔۔۔۔۔ گنا ہے سرخ رنگ کے مربعوں کی تعداد کے

(ii) سرخ رنگ کے مربعوں کی تعداد۔۔۔۔۔ گنا ہے نیلے رنگ کے مربعوں کی تعداد کے

(iii) نیلے رنگ کے مربعوں اور سرخ رنگ کے مربعوں کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔

3. حسب ذیل کو حل کیجئے۔

(i) ایک دودھ فروش ایک لیٹر دودھ میں 250 ملی لیٹر پانی ملاتا ہے۔ پانی اور دودھ کی نسبت معلوم کیجئے۔

(ii) سلیم کی والدہ 4 کلوگرام دالیں 50 گرام مرچ پاؤڈر لے آئی۔ مرچ پاؤڈر اور دالوں کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔

دالوں اور مرچ پاؤڈر کے درمیان نسبت کیا ہوگی۔

(iii) ریشماں گھر سے مدرسہ پہنچنے کے لئے 30 منٹ کا وقت لیتی ہے اسی فاصلے کو طے کرنے کے لئے اسماعیل آدھا گھنٹہ لیتا ہے۔

ریشماں اور اسماعیل کے وقت کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔

### 11.3 مختلف صورتوں میں نسبت (Ratio in Different Situations)

صبیحہ چھٹی جماعت کی طالبہ ہے جسکے پاس 50 روپے ہیں۔ ساجد بھی اسی جماعت میں موجود ہے اسکے پاس

100 روپے ہیں۔ دونوں نے طے کیا کہ وہ اپنی اس رقم کو ان کے اسکول میں قائم سنجائی کا بچت پروگرام میں جمع کروادیں گے۔

رقم جمع کرنے کے بعد انھیں اس بات کی اطلاع ہوئی کہ انکی اپنی جماعت کے طلباء کی رقم 2000 روپے ہے۔ وہ اب اپنی جمع

کردہ رقم کا مجموعی رقم سے تقابل کرنا چاہتے ہیں۔

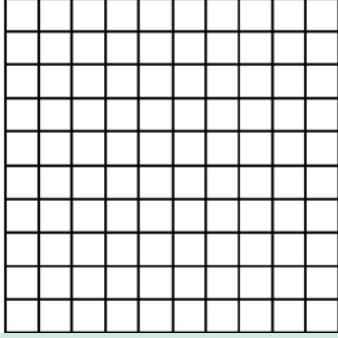
صبیحہ اور ساجد کی جمع کردہ رقم کے درمیان رقم کی نسبت = 50 : 100

صبیحہ اور مجموعی رقم کے درمیان نسبت = 50 : 2000

ساجد اور مجموعی رقم کے درمیان نسبت = 100 : 2000



ایک مربع خانوں والا پیپر لیجئے۔ ایک پانسہ پھینکنے۔ اوپر آنے والے عدد کے لحاظ سے مربعوں کی تعداد کو اپنے پسندیدہ رنگ سے پُر کر لیجئے۔ اپنے دوست کو بھی پانسہ پھینکنے کیلئے کہیے۔ اور اسی طرح دوسرے رنگ سے مربعوں کو پُر کرنے کے لئے کہئے۔



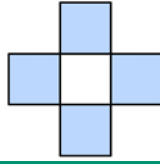
1. آپ کے رنگ کیئے ہوئے مربعوں کا آپ کے دوست کے رنگ کیئے ہوئے مربعوں سے تقابل کرتے ہوئے نسبت معلوم کیجئے؟

2. آپ کے رنگ کیئے ہوئے مربعوں اور جملہ رنگ کیئے ہوئے مربعوں کے درمیان نسبت معلوم کیجئے؟

3. آپ کے دوست کے رنگ کیئے ہوئے مربعوں کا کل رنگ کئے ہوئے مربعوں سے تقابل کر کے نسبت میں لکھئے؟

4. کیا آپ اس مشغلے میں نسبت سے متعلق مزید چند مثالیں دیے سکتے ہیں۔ سوچیے اور اپنے دوستوں سے بحث کیجئے۔

### کوشش کیجئے۔



دی گئی شکل میں نسبت معلوم کیجئے۔  
 (i) سایہ دار حصے سے غیر سایہ دار حصے  
 (ii) سایہ دار حصے سے مجموعی حصے  
 (iii) غیر سایہ دار حصے سے مجموعی حصے

### 11.4 مختلف صورتوں میں یکساں نسبت

ذیل پر غور کیجئے۔

- کمرہ کا طول 30 میٹر ہے اور اس کا عرض 20 میٹر ہے۔ کمرہ کے طول اور عرض میں نسبت  
 $\frac{30}{20} = \frac{3}{2}$  یعنی 3:2
- ایک تعلیمی تفریح کیلئے 24 لڑکیاں اور 16 لڑکے پہنچے۔ لڑکیوں اور لڑکوں کے درمیان نسبت  
 $\frac{24}{16} = \frac{3}{2}$  یعنی 3:2 دونوں مثالوں میں نسبت 3:2 ہے۔
- نوٹ: 20:30 اور 16:24 کی اقل ترین نسبت 3:2 ہے یہ معادل نسبت Equivalent Ratio کہلاتی ہے۔  
 کیا آپ اس طرح 3:2 والی اور مثالیں دے سکتے ہیں سوچیے۔  
 اس طرح نسبت کی مثالیں بیان کرنا ایک تفریحی مشغلہ ہوگا۔ مثال کے طور پر وہ صورتوں کو لکھئے جن کا حاصل نسبت 2:3 ہوگا۔ ہم نے حسب ذیل دو مثالیں دیں ہیں۔  
 آپ مزید 3 اور مثالیں دیجئے۔
- میز کے طول اور عرض کے درمیان نسبت 2:3 ہے۔
- شیرین کے پاس 2 گولیاں ہیں اور ان کی سہیلی شبانہ کے پاس 3 گولیاں ہیں۔  
 اس طرح شیرین اور شبانہ کے پاس موجود گولیوں کی نسبت 2:3 ہے۔

مثال 2: ریاضی کی جماعت میں 16 لڑکے اور 20 لڑکیاں موجود ہیں۔ لڑکے اور لڑکیوں کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔ اور اس نسبت کو اقل ترین شکل میں ظاہر کیجئے۔

حل: لڑکے اور لڑکیوں کے درمیان نسبت 16 : 20

$$\frac{16}{20} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 5} = \frac{4}{5}$$

اقل ترین شکل 4 : 5

نسبت کو اس وقت اقل ترین شکل میں کہا جاتا ہے جبکہ اس کسر کو مزید تقسیم نہیں کیا جاسکتا ہے اور انکے کوئی مشترک جزو ضربی نہیں ہوں یعنی وہ سوائے 1 کے دوسرے مشترک اجزائے ضربی نہیں رکھتے ہوں۔

کوشش کیجئے۔

1. ذیل کا جدول مکمل کیجئے۔

نسبت	1:2	2:3	5:7		
1 مرتبہ	1:2				
2 مرتبہ		4:6			
3 مرتبہ			15:21		
4 مرتبہ				12:16	
5 مرتبہ					20:25

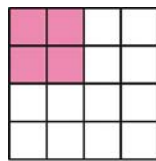
2. ذیل کے جدول مکمل کیجئے۔

سلسلہ نشان	پہلی مقدار	دوسری مقدار	نسبت	اقل ترین نسبت
1	20 پیسے	1 روپے		
2	800 گرام	1 کیلوگرام		
3	1 گھنٹہ	30 منٹ		
4	2 میٹر	125 سمر		
5	3 منٹ	45 سکنڈ		
6	30 ملی میٹر	1 سمر		

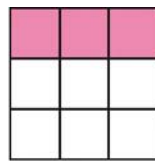
یاد رکھئے۔  
مقداروں کا تقابل جو ایک ہی اکائی میں کیا جاتا ہو نسبت کہلاتا ہے۔

پہلے اس جدول کو مکمل کیجئے۔  
ایک روپیہ = ..... پیسے  
1000 گرام = ..... کیلوگرام  
1 گھنٹہ = ..... منٹ  
100 سمر = ..... میٹر  
1 منٹ = ..... سکنڈ  
10 ملی میٹر = ..... سمر

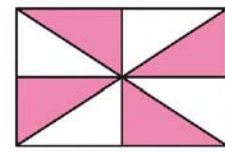
3. ذیل کے خاکوں میں سایہ دار حصوں اور غیر سایہ دار حصوں کی نسبت کو اقل ترین شکل میں لکھئے۔



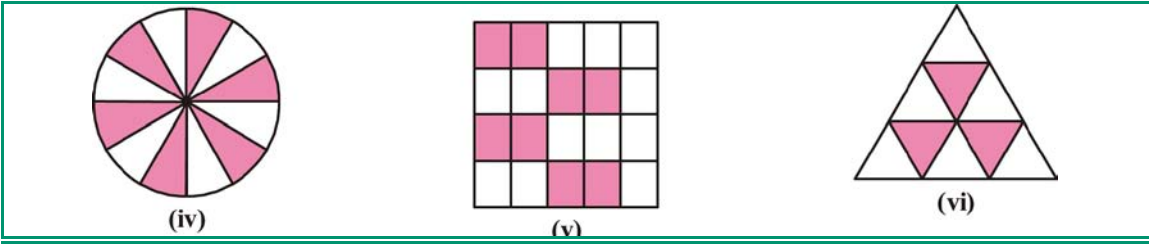
(i)



(ii)



(iii)



## مشق 11.2



1. ذیل کی نسبت، کوئی نسبت اقل رین شکل میں اگر نہیں ہے تو اقل ترین شکل میں ظاہر کیجئے۔  
 (i) 2:3 (ii) 16:20 (iii) 5:6 (iv) 20:60 (v) 8:15 (vi) 19:2
2. ایک تھیلے میں 20 کیلوگرام چاول ہیں جبکہ دوسرے تھیلے میں 60 کیلوگرام گیہوں موجود ہے چاول اور گیہوں کے مقدار میں نسبت دریافت کیجئے اور چاول کی نسبت مجموعی مقدار سے معلوم کیجئے۔
3. ایک جماعت میں 32 طلباء ہیں جن میں 12 لڑکیاں ہیں تب  
 (i) لڑکے اور لڑکیوں کے تعداد کی درمیان نسبت معلوم کیجئے۔  
 (ii) لڑکوں کے تعداد کی نسبت جماعت کے کل طلباء کی تعداد سے معلوم کیجئے۔  
 (iii) لڑکیوں کی تعداد کی نسبت جماعت میں کل طلباء کی تعداد سے معلوم کیجئے۔
4. ایک بند چار ضلعی بنائے۔ اسکو کچھ مساوی حصوں میں تقسیم کیجئے۔ کسی رنگ سے اسکو سایہ دار بنائے۔ اس طرح سے کہ سایہ دار حصہ اور غیر سایہ دار حصہ میں نسبت 1:3 ہو اس طرح کے اور دو مختلف شکلیں بنائے اور اسی طرح کے عمل کو دہرائیے۔
5. عمران 2 لیٹر تیل لے آیا۔ اور سیم 500 ملی لیٹر تیل لے آیا۔ ان دونوں کے خریدے ہوئے تیلوں کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔
6. ابراہیم کا وزن 20 کیلوگرام ہے اور اُنکے والد کا وزن 60 کیلوگرام ہے۔ ابراہیم اور اسکے والد کے وزن میں پائی جانے والی نسبت معلوم کیجئے۔
7. رحیم اپنی رقم کا  $\frac{2}{5}$  حصہ کہانیوں کی کتاب پر خرچ کرتا ہے اسکی خرچ شدہ رقم اور کل رقم کے درمیان نسبت معلوم کیجئے۔

## 11.5 دی گئی مقدار کی مطلوبہ نسبت میں تقسیم:

مثال 3: شائستہ کے والد نے انکی سا لگرہ پر ایک گلدستہ پیش کیا جن میں 18 پھول موجود تھے اگر لال پھول اور پیلے پھول میں 1:2 نسبت ہو تو انکی کل تعداد معلوم کیجئے۔

حل: 1:2 لال پھول اور پیلے پھول کی نسبت

$$1+2=3 = \text{جملہ حصے}$$

$$18 = \text{کل پھولوں کی تعداد}$$

$$18 \text{ پھول} = 3 \text{ حصے}$$

$$6 \text{ پھول} = \frac{18}{3} = \text{ہر ایک حصہ}$$

$$6 \text{ پھول} = 1 \times 6 = 1 \text{ حصہ} = \text{لال پھول}$$

$$12 \text{ پھول} = 2 \times 6 = 2 \text{ حصے} = \text{پیلے پھول}$$

مثال 4: ایک جوہری سونا اور تانبہ کو 7:2 کی مقدار میں ملا کر زیورات تیار کرتا ہے۔ اگر زیور کا وزن 45 گرام ہو تب استعمال ہونے والے سونے اور تانبے کا وزن معلوم کیجئے۔

حل: سونے اور تانبہ کی نسبت = 7:2  
 نسبتوں کا مجموعہ = 7+2 = 9  
 9 حصوں کا جملہ وزن = 45 گرام  
 ہر حصے کا وزن =  $45 \div 9 = 5$  گرام  
 سونے کے حصے کا وزن = 7x5 گرام = 35 گرام  
 تانبے کے حصے کا وزن = 2x5 گرام = 10 گرام  
 مثال 5: ایک خطی قطعہ کو 5 مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔



- (i) خطی قطعہ AB کو X کس نسبت میں تقسیم کرتا ہے؟  
 (ii) اگر AB خطی قطعہ کی لمبائی 15 سمر ہو تو خطی قطعہ AX اور BX کی لمبائی معلوم کیجئے۔  
 حل (i) خطی قطعہ AB کو نسبت 3:2 میں تقسیم کرتا ہے۔  
 (ii) جملہ حصوں کا مجموعہ = 3+2 = 5 حصے

کوشش کیجئے

سفید و سیاہ رنگ والی ٹائلز کو استعمال کرتے ہوئے 2:5 نسبت میں ایک نمونہ بتائیے اس طرح کے کئی نمونے بناتے ہیں

خطی قطعہ AB کی لمبائی = 15 سمر = 5 حصوں کی لمبائی۔  
 3 سمر =  $\frac{15}{5}$  = ہر ایک حصے کی لمبائی  
 Ax خطی قطعہ کی لمبائی = 3 حصے =  $3 \times 3 = 9$  سمر  
 XB خطی قطعہ کی لمبائی = 2 حصے =  $2 \times 3 = 6$  سمر

مثال 6: ابراہیم اور اسماعیل ایک لاٹری جیت لیتے ہیں۔ انہوں نے یہ فیصلہ کیا ہے کہ وہ اپنے حصے کی رقم 5:3 کی نسبت میں لیں گے۔ اگر اسماعیل کو 150 روپے وصول ہوتے ہوں تو ابراہیم کا حصہ اور لاٹری کی کل رقم کیا ہوگی۔

حل:- ابراہیم کا اور اسماعیل کا حصہ 5:3  
 اسماعیل کا حصہ = 3 حصے = 150 روپے  
 ایک حصہ =  $\frac{150}{3} = 50$   
 ابراہیم کے حصے میں =  $50 \times 5 = 250$   
 ابراہیم کا حصہ = 250 روپے  
 جملہ رقم = اسماعیل کا حصہ + ابراہیم کا حصہ = 250+150 = 400 روپے

### مشق 11.3

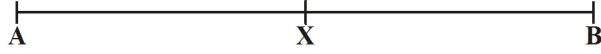
- ایک بیگ میں 25 کانچ کی گولیاں موجود ہیں جسکو راشد اور کریم کے درمیان 2:3 میں تقسیم کیا گیا ہے۔  
 (i) راشد کو کتنی گولیاں ملیں گے۔  
 (ii) کریم کو کتنی گولیاں ملیں گی۔
- خطی قطعہ AB کو نقطہ X، 3:4 میں تقسیم کرتا ہے، تو بتاؤ AX اور BX کا طول کیا ہوگا۔

3. مریم اور عائشہ ایک کھیل میں 1050 روپے جیتے ہیں۔ ان دونوں کے درمیان یہ طے پایا ہے رقم کو 3:4 میں تقسیم کر لیں گے تو بتاؤ کہ ہر ایک کو کتنی رقم ملی۔

4. 3600 روپے شہاد اور شمیم کے درمیان 3:5 میں تقسیم کیجئے۔

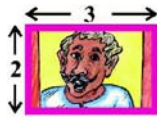
5. اگر دو اعداد کا مجموعہ 132 ہے۔ اعداد کے درمیان 5:6 کی نسبت ہو تو اعداد معلوم کیجئے۔

6. اندازہ لگائیے کہ X خطی قطعہ AB کو کس نسبت میں تقسیم کرتا ہے۔ پھر اپنے اندازے کی پیمائش کے ذریعہ جانچ کیجئے۔

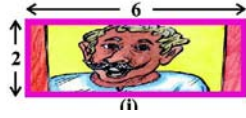


7. ایک ملازم کا خرچ اور بچت 11:2 کی نسبت میں ہے۔ اگر اس کا خرچ 5346 روپے ہو تو جملہ آمدنی اور بچت کی رقم معلوم کیجئے۔

## 11.6 تناسب Proportion



ذیل کی تصاویر کا مشاہدہ کیجئے۔ کیا آپ ان تصاویر میں کوئی فرق محسوس کرتے ہیں۔



ان تصاویر میں آپ کیا فرق محسوس کرتے ہیں؟ تصویر (i) اور (ii) میں تبدیلی نظر آتی ہے اور ان کی شکل میں بھی تبدیلی واقع ہوئی

ہے۔ تصویر (iii) کی جسامت میں بھی اضافہ ہوا ہے۔ مگر وہ الگ نظر نہیں آتی کیونکہ جسامت میں تبدیلی ہوئی لیکن وضع میں نہیں۔

آئیے ان تین صورتوں میں طول اور عرض کی نسبت معلوم کریں گے۔

حقیقی تصویر میں طول اور عرض کے درمیان نسبت = 3:2

تصویر (i) میں طول اور عرض میں نسبت = 6:2 یعنی اقل ترین میں 3:1 ہے۔

تصویر (ii) میں طول اور عرض میں نسبت = 4:3 یعنی اقل ترین میں 4:3 ہے۔

تصویر (iii) میں طول اور عرض میں نسبت = 6:4 یعنی اقل ترین میں 3:2 ہے جو وہی حقیقی تصویر میں دی گئی ہے۔

ہم کہہ سکتے ہیں کہ (iii) تصویر حقیقی تصویر کے تناسب میں ہے۔ اسلئے ان کی نسبت مساوی ہے۔ یہ مساوی نسبت تناسب کہلاتی ہے۔

عام طور پر اگر نسبت a اور b مساوی ہے نسبت c اور d کے تب ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ تناسب میں ہیں۔ اس کو اس طرح

لکھ سکتے ہیں۔  $a:b::c:d$

دوسری مثال پر غور کریں۔

ثناء کے پاس 28 گولیاں ہیں اور صبیحہ کے پاس 180 پھول ہیں اور وہ آپس میں تقسیم کرنا چاہتے ہیں۔ ثناء 14 گولیاں،

صبیحہ کو دیتی ہے اور صبیحہ 90 پھول ثناء کو دیتی ہے۔ لیکن صبیحہ اس بات کو لیکر مطمئن نہیں ہے اور یہ تصور کرتی ہے کہ وہ زیادہ پھول ثناء

کو دے چکی ہے۔ جبکہ ثناء کو دی ہوئی گولیاں بہت کم ہیں۔

آپ کیا سوچتے ہیں کیا صبیحہ درست ہے؟  
اس مسئلہ کو حل کرنے کیلئے دونوں صبیحہ کی والدہ سلمیٰ کے پاس پہنچتے ہیں۔ سلمیٰ صاحبہ بیان کرتی ہیں کہ ثناء اپنے پاس موجود 28 گولیوں میں 14 گولیاں صبیحہ کو دے چکی ہیں۔

$$\text{اس لئے نسبت } 14:28 = 1:2$$

اور 180 پھول جو صبیحہ کے پاس ہیں ان میں 90 پھول ثناء کو دے چکی ہیں اسلئے انکی نسبت  $90:180 = 1:2$

چونکہ دونوں نسبت مساوی ہیں اسلئے تقسیم کا عمل درست ہے۔ کیا آپ سلمیٰ کے اس عمل سے متفق ہیں۔

مثال 7: رحمن اور راشد اپنی رقم کو جمع کر کے 20 پنسل خریدتے ہیں۔ اگر رحمن اس میں 12 روپے۔ اور راشد 18 روپے لگاتے

ہیں اور اگر وہ ان پنسلوں کو آپس میں تقسیم کرنا چاہتے ہیں تو کس طرح کریں گے؟

حل: (i) راشد کہنے لگا کہ 10 پنسل ہر ایک کو دئے جائیں

(ii) رحمن نے کہنا ہے کہ 12 پنسل راشد کو دئے جائیں اور 8 پنسل خود اپنے لیے ان دونوں میں کون صحیح ہے تصدیق کیجئے اور اپنا

جواب دیجئے

$$\text{رحمن اور راشد کی جمع کردہ رقم میں نسبت } 12:18 =$$

$$= 12 \div 6 : 18 \div 6 =$$

$$= 2:3$$

راشد کے مطابق پنسل کی تقسیم میں نسبت  $10:10 =$

$$= 10 \div 10 : 10 \div 10 =$$

$$= 1:1$$

پنسل کی مساوی تقسیم انکے سرمایوں کے لحاظ سے تناسب میں نہیں ہے۔

رحمن کے مطابق پنسل کی تقسیم میں نسبت  $8:12 =$  ہے

$$= 8 \div 4 : 12 \div 4 = (4 \text{ ذام})$$

$$= 2:3$$

صحیح تقسیم کیلئے سرمایوں میں نسبت کے حساب سے پنسلوں کی تقسیم عمل میں آنی چاہئے۔ اس لئے اس طرح کہا جاسکتا ہے کہ رحمن صحیح ہے۔

اس طرح 12 پنسل راشد کو اور 8 رحمن کو دئے جائیں۔

کوشش کیجئے۔

--	--	--	--	--	--

دیئے گئے مربع کاغذ میں 5 مربع خانہ ہیں ان میں 3 کولال رنگ اور 2 کوسنبر رنگ سے بھرئیے۔

--	--	--	--	--	--

اگر 10 مربع خانے دیئے جائیں تو بتائیے کہ کتنے خانے لال رنگ اور کتنے خانے سبز رنگ کے ہوں


گے۔

تاکہ وہ دی گئی شکل سے تناسب میں ہو۔

اگر 15 مربع خانے دیئے جائیں تو اسی مناسبت سے رنگ بھرئیے۔



## 11.7 اکائی کا طریقہ

سلیم بازار سے 3 کلوگرام ٹماٹر خریدنے کیلئے گیا۔ ایک دوکاندار نے کہا کہ 40 روپے میں 5 کلوگرام ٹماٹر دستیاب ہیں۔ دوسرے نے کہا کہ 42 روپے میں 6 کلوگرام ٹماٹر دستیاب ہیں۔  
اب سلیم کیا کرے؟ کیا پہلے والی دوکان سے خریدا جائے یا پھر دوسری دوکان سے ہر دو صورتوں میں 3 کلوگرام ٹماٹر کی خریدی کے لئے اسکو کتنی رقم ادا کرنی ہوگی۔  
ساجدہ اس کی مدد کیلئے آگے بڑھی اس نے کہا پہلے ہر دوکان میں ایک کلو ٹماٹر کی قیمت فی کلو معلوم کر لیں اور ان کا تقابل کر لیں۔

$$\text{پہلے والی دوکان میں کلوگرام ٹماٹر کی قیمت} = \frac{40}{5} = 8 \text{ روپے فی کلوگرام}$$

$$\text{دوسری دوکان میں کلوگرام ٹماٹر کی قیمت} = \frac{42}{6} = 7 \text{ روپے فی کلوگرام}$$

ان نتائج کے بعد وہ سلیم کو مشورہ دیتی ہے کہ وہ دوسری دوکان سے ٹماٹر کو خریدے بشرطیکہ پہلی دوکان سے ٹماٹر اچھے ہوں کیا آپ ساجدہ مطمئن ہیں؟

$$\text{دوسری دوکان میں 3 کلوگرام ٹماٹر کی قیمت} = 7 \times 3 = 21 \text{ روپے}$$

وہ طریقہ جس میں ہم اکائی مقدار کی قیمت معلوم کرتے ہیں اور پھر اسکی مدد سے مطلوبہ مقدار کی قیمت معلوم کی جاتی ہے تو اسکو اکائی کا طریقہ (Unitary method) کہتے ہیں۔

مثال 8: اگر 12 پنسل کی قیمت 24 روپے ہے تب 10 پنسل کی قیمت کیا ہوگی؟

حل: پہلے ہم ایک پنسل کی قیمت معلوم کریں گے جو 24 روپوں کو 12 سے تقسیم کرنے سے حاصل ہوگا  
12 پنسل کی قیمت = 24 روپے

$$\text{ایک پنسل کی قیمت} = 24 \div 12 = 2 \text{ روپے}$$

$$10 \text{ پنسل کی قیمت} = 2 \times 10 = 20 \text{ روپے}$$

مثال 9: اگر 6 بوتل شربت کی قیمت 210 روپے ہو تو 4 بوتل شربت کی قیمت کیا ہوگی؟

حل: 6 بوتل شربت کی قیمت = 210 روپے

$$\text{ایک بوتل شربت کی قیمت} = 210 \div 6 = ₹35$$

ایک بوتل شربت کی قیمت 35 روپے

چار بوتل کی قیمت معلوم کرنے کے لیے ایک بوتل کی قیمت کو 4 سے ضرب کرنا ہوتا ہے۔

$$4 \text{ بوتل شربت کی قیمت} = 4 \times 35 = 140 \text{ روپے}$$

## 11.4 مشق

1. اگر تین سیب کی قیمت 45 روپے ہو تو 5 سیب کی قیمت کیا ہوں گی؟
2. جنید نے 7 کتابیں جملہ 56 روپے میں خریدی۔ اگر تین کتابیں خریدنی ہو تو اسکو کتنی رقم ادا کرنی ہوگی؟
3. رحیمہ ترکاری کا پلاؤ بنانا چاہتی ہیں۔ اسکو 300 گرام چاول کی ضرورت ہے جس کو وہ 4 اشخاص کو کھلا سکتی ہیں۔ اگر وہ 17 اشخاص کو کھلانا چاہتی ہو تو اس کو کتنے گرام چاول کی ضرورت ہوگی؟
4. 16 کرسیوں کی قیمت 3600 روپے ہو تو 4500 روپوں میں کتنی کرسیاں خریدی جاسکتی ہیں؟
5. ایک ریل گاڑی 90 کیلومیٹر کا فاصلہ اوسط رفتار سے 2 گھنٹے میں طے کرتی ہے تو بتاؤ کہ 540 کیلومیٹر کا فاصلہ کتنے وقت میں طے کر پائے گی۔

6. کلیم کی تین ماہ کی آمدنی 15000 روپے ہے۔ اگر وہ اسی مناسبت سے ہر ماہ کما سکتا ہے تب بتاؤ کہ  
(i) 5 ماہ کی آمدنی کیا ہوگی؟

(ii) کتنے ماہ میں وہ 95000 روپے کما سکتا ہے؟

7. میٹر کپڑے کی قیمت 294 روپے ہو تو 5 میٹر کپڑے کی قیمت کیا ہوگی؟

8. ایک کسان کے پاس موجود بکریوں اور گائے کے درمیان نسبت 8:3 ہے۔

(i) کسان کے پاس 180 گائے ہوں تو اسکے پاس کتنی بکریاں ہوں گی۔

(ii) کسان کے پاس موجود بکریوں اور کل مویشیوں میں نسبت کیا ہوگی؟

(iii) جملہ موجود مویشیوں اور گائے میں نسبت کیا ہوگی۔

9. کیا 3, 5, 15, 9 تناسب میں ہیں اگر ہم اسکی ترتیب کو بدل کر لکھیں تو کیا یہ بھی تناسب میں ہونگے؟ ان اعداد کو استعمال کرتے ہوئے اپنے طور پر زیادہ سے زیادہ تناسب کی مثالیں دیجئے۔

10. گذشتہ 30 دنوں میں درجہ حرارت میں 15 ڈگری کی گراوٹ ہوئی ہے۔ اگر درجہ حرارت میں اسی شرح سے گراوٹ ہوتی رہی تو آئندہ 10 دنوں میں درجہ حرارت میں کتنی گراوٹ ہوگی؟

11. خالی خانوں کو پُر کیجئے۔

$$\frac{15}{18} = \frac{\square}{6} = \frac{10}{\square} = \frac{\square}{30}$$

12. (i) ایک ہال کے عرض اور طول میں نسبت 2:5 ہے۔ ذیل کے جدول کو تخمینہ عرض اور طول سے مکمل کیجئے۔

10		40	ہال کا عرض
25	50		ہال کا طول

اپنے طور پر مزید تین قدروں کا اضافہ کیجئے۔

(ii) اپنے کمرے جماعت کے طول اور عرض میں نسبت معلوم کیجئے۔

13. غوثیہ ایک ماہ میں 12000 روپے کما سکتی ہے، اسمیں سے وہ 3000 روپے بچت کر پاتی ہے تو حسب ذیل کی نسبت لکھئے۔

(i) خرچ اور بچت میں نسبت (ii) بچت اور آمدنی میں نسبت (iii) خرچ اور آمدنی میں نسبت

14. ایک دفتر میں 45 لوگ کام کرتے ہیں ان میں خواتین کی تعداد 25 ہے باقی مرد ہیں۔ حسب ذیل کی نسبت معلوم کیجئے۔

(i) خواتین اور مرد کی تعداد کے درمیان نسبت (ii) مرد اور خواتین کی تعداد کے درمیان نسبت

15. ایک میٹھائی کے ڈبہ میں زرد اور سبز رنگ کی میٹھائی کے ٹکڑے موجود ہیں۔ میٹھائی کے ہر 2 زرد ٹکڑوں کیلئے 6 سبز ٹکڑے

ہیں۔ اوپر کی اطلاعات سے یہ جدول مکمل کیجئے۔

		6	4		زرد
	24		12	6	سبز
40		24		8	جملہ میٹھائی کے ٹکڑے

اب ان سوالات کے جواب دیجئے۔

- (i) زرد اور سبز ٹکڑوں کے درمیان نسبت کیا ہے؟
  - (ii) اگر آپ کے پاس بیٹھائی کے 8 زرد ٹکڑے ہوں تو سبز بیٹھائی کے کتنے ٹکڑے ہونے چاہئے۔
  - (iii) اگر ایک ڈبہ میں 32 بیٹھائی کے ٹکڑے ہوں تو زرد کتنے ہونے چاہئے۔
  - (iv) بیٹھائی کے بڑے ڈبہ میں 40 ٹکڑے ہوں تو کتنے بیٹھائی کے ٹکڑے سبز ہونگے۔
  - (v) اگر ایک برتن میں 16 زرد رنگ کے بیٹھائی کے ٹکڑے ہوں تو اسی برتن میں جملہ کتنے بیٹھائی کے ٹکڑے موجود ہیں۔
- 16 ایک اسکول کے سروے کے مطابق ہر 4 لڑکیوں کے مقابلے میں 5 لڑکے ہیں تب ذیل کے جدول کو مکمل کیجئے۔

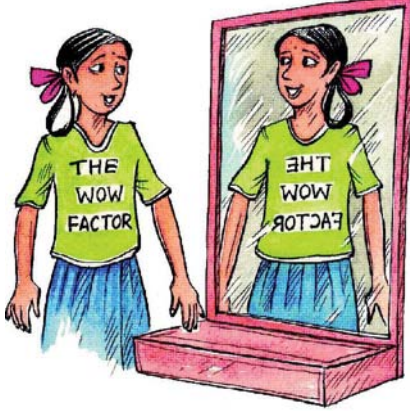
			8	4	لڑکیاں
	20	15			لڑکے
45					جملہ

اب ان سوالات کے جواب دیجئے۔

- (i) لڑکیوں اور لڑکے کی نسبت کیا ہے؟
- (ii) 27 بچوں کی کلاس میں لڑکیاں کتنی ہونگی؟
- (iii) 54 بچوں کی ایک کلاس میں کتنے لڑکے ہوں گے؟
- (iv) اگر ایک تعلیمی سال میں 20 لڑکیاں شریک ہوں تو کتنے لڑکے شریک ہوں گے؟

ہم نے کیا سیکھا!

1. یکساں مقداروں کا منظم تقابل نسبت کہلاتا ہے۔
2. دو مقداروں a اور b کی نسبت کو ذیل کے کسی ایک طریقہ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔
  - (i) علامتی اظہار کا طریقہ a:b
  - (ii) کسری اظہار کا طریقہ  $\frac{a}{b}$
  - (iii) عبارتی اظہار کا طریقہ a نسبت b
3. دو مقداریں a اور b کو نسبت کے عناصر یا اجزاء کہتے ہیں۔ جسمیں پہلے جز کو مقدم (Antecedent) اور دوسرے جز کو ثانی (تالی) (Consequent) کہتے ہیں۔
4. نسبت ایک اقل ترین وضع ہوتی ہے۔ جس میں کامل اعداد کا استعمال کیا جاتا ہے ان میں کوئی عدد مشترک جز ضروری نہیں ہوتا۔
5. نسبت کی تساوی (مساویت) تناسب کہلاتی ہے۔
6. وہ طریقہ جس میں ہم ایک اکائی مقدار کی قدر دریافت کرتے ہیں بعد میں مطلوبہ مقدار کی قدر حاصل کی جاتی ہے یہ اکائی کا طریقہ Unitary method کہلاتا ہے۔



گوہر آئینہ کے سامنے کھڑی تیار ہو رہی تھی اس نے اپنی ٹی شرٹ پر لکھے ہوئے جملے THE WOW FACTOR کا عکس آئینہ میں دلچسپ انداز میں پایا۔ اس کو صرف WOW کا عکس صحیح نظر آیا اس کو تجسس پیدا ہوا۔

اس نے اپنے چند پرانے حروف کارڈ نکالے اور آئینہ کے سامنے رکھ کر ان کو جانچنے لگی۔ کہ کونسے حروف آئینہ میں اپنی شکل نہیں بدلتے۔ گوہر چند حروف آئینے کے سامنے رکھی اور اسکے عکس کا مشاہدہ کیا۔

C | C A | A E | E

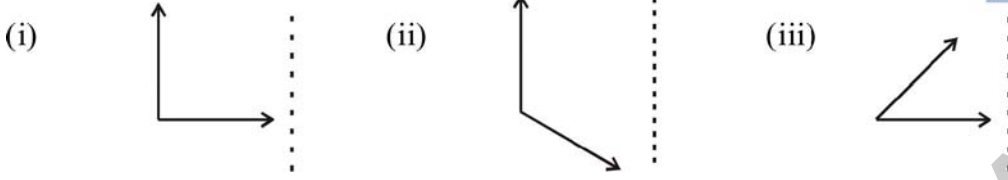
یہ کیجئے۔

ہر حرف کو اسکے عکس سے جوڑیے حرف کے سامنے نقاط کی خط آئینہ کی نشاندہی کر رہے ہیں۔

حروف تہجی	عکس	(i)
B	Ɓ	(ii)
L	ƚ	(iii)
N	И	(iv)
M	И	(v)
P	T	(vi)
T	J	

آپ کا کیا خیال ہے کہ کونسے حروف آئینہ میں اپنی شکل نہیں بدلتے۔

1 نقاطی خط کے ساتھ ایک آئینہ رکھیے۔ اور ان کے اشکال اُتاریئے۔



کیا آپ نے کسی تبدیلی کا مشاہدہ کیا؟

کیا دی گئی شکل اور عکس کے زاویے مساوی ہیں؟

عکس کے حاصل کرنے میں آپ مشاہدہ کیے ہونگے کہ خط تشاکل کے عکس میں بائیں جانب کے زاویے، دائیں جانب کے زاویے بنتے ہیں، اسی طرح سے محور کے اُفقی خط تشاکل کے عکس میں اوپری حصہ اور نچلا حصہ، نچلا حصہ اوپری حصہ نظر آتا ہے۔

## 12.2 خط تشاکل LINE SYMMETRY

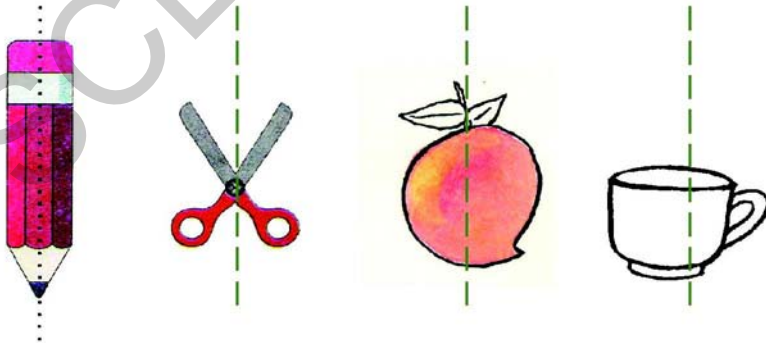
حسب ذیل اشکال کا مشاہدہ کیجئے۔ آپ نے کیا مشاہدہ کیا؟



مندرجہ بالا اشکال خوبصورت ہیں کیونکہ یہ متشاکل ہیں۔ اگر ہم بموجب شکل دیئے گئے کاغذ کو نقاطی خط کے ساتھ موڑیں تو ایک حصہ دوسرے حصہ پر بالکل منطبق ہوگا۔ اس کو خط تشاکل کہتے ہیں اور ایسا خط جو کاغذ کے موڑ (Fold) کے ساتھ گذرتا ہے۔ خط تشاکل یا محور تشاکل کہلاتا ہے۔

یہ کیجئے۔

دی گئی اشکال میں کونسی شکل خط تشاکل رکھتی ہے۔ نشاندہی کیجئے۔



فرید نقاطی خط پر آئینہ رکھ کر ان اشکال کے حاصل ہونے والے عکس کا مشاہدہ کرتا ہے کہ یہ اشکال مکمل ہوتے ہیں یا نہیں۔ کیا آپ سمجھتے ہیں کہ فرید نے صحیح کیا؟



کیا ہم ہر شکل میں خط تشاکل کھینچ سکتے ہیں؟

حسب ذیل اشکال کا مشاہدہ کیجئے۔

(i)

M

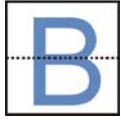
(ii)

G

(iii)



ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ پہلی اور تیسری تصویر متشاکل ہیں۔ پہلی تصویر M میں خط تشاکل انصافی ہوتا ہے۔ جو درمیان سے گذرتا ہے۔ جبکہ تیسری شکل میں خط تشاکل افقی ہوتا ہے۔ جب کسی شکل کو کسی خط پر موڑتے ہیں تو خط کے دونوں جانب کے حصے ایک دوسرے پر مکمل طور پر منطبق ہوتے ہیں۔ تو اس خط کو خط تشاکل کہتے ہیں۔ یہ خط افقی انصافی یا وتری ہو سکتا ہے۔



حروف تہجی کا کھیل۔  
انگریزی حرف تہجی A کو ٹرینگ پیپر پر لکھئے۔ اس پر عموداً ایک نقطی خط انصافاً کھینچئے۔ اور نقطی خط کے ساتھ موڑیئے۔ کیا حرف کے دونوں حصے مکمل ایک دوسرے پر منطبق ہوتے ہیں۔ یہاں پر نقطی خط تشاکل ہے اور حرف انصافی (Vertical) متشاکل ہے۔ اسی طرح ہم خط تشاکل کا حرف B کے لئے مشاہدہ کریں گے۔ یہاں پر ہم دیکھتے ہیں کہ حرف B افقی خط تشاکل کا حامل ہے۔

کوشش کیجئے۔

انگریزی زبان کے حروف تہجی A تا Z لکھئے اور بتائیے کہ حسب ذیل میں یہ حروف کس سے تعلق رکھتے ہیں۔

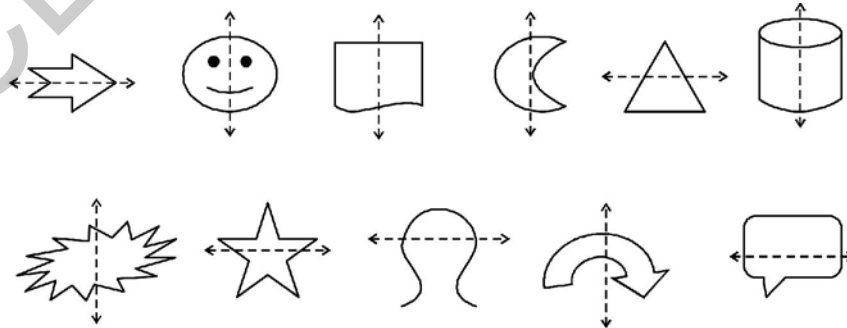
(i) انصافی خطوط تشاکل

(ii) افقی خطوط تشاکل

(iii) کوئی تشاکلی خطوط نہیں۔

یہ کیجئے۔

اشکال میں دیئے گئے نقطی خط تشاکل کا اظہار کرتے ہیں یا نہیں نشاندہی کیجئے۔



کوئی پانچ ایسی اشکال اُتاریئے۔ جن میں خط تشاکل پایا جاتا ہو۔  
کوئی پانچ ایسی اشکال اُتاریئے جو غیر تشاکل ہوں۔

مشغلہ



ایک کاغذ کا ٹکڑا لیجئے۔ اس کو دو آدھے حصوں میں مڑی ہوئی سطح پر سیاہی کے چند قطروں کا چھڑکاؤ کیجئے بعد ازاں اسے موڑتے ہوئے دباؤ کے ساتھ رگڑیئے۔ کیا آپ کو ایک تشاکل ڈیزائن حاصل ہوتا ہے؟

اس شکل کے لئے ایک خط تشاکل کھینچئے۔

ایسے ہی مزید تشاکل اشکال کو مختلف رنگوں کے ساتھ اُتاریئے۔

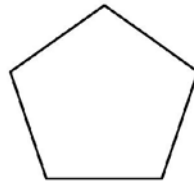
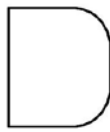
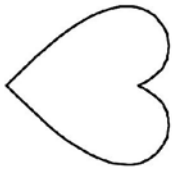
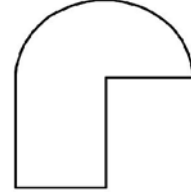
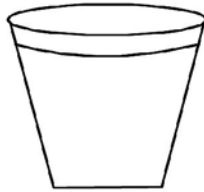
سیاہی اور دھاگے کے نمونے

ایک کاغذ لیجئے اس کو دو نصف حصوں میں موڑیئے۔ ایک دھاگے کا ٹکڑا لے کر اس کو مختلف رنگوں میں ڈبو کر کاغذ کی موڑی ہوئی تہہ میں رکھئے۔ بعد ازاں اس تہہ کو دبائیئے۔ یا دھاگے کو کھینچئے۔ تہہ کو کھول کر دیکھئے۔ کیا اس طرح حاصل کی ہوئی شکل تشاکل ہے۔ خط تشاکل کی نشاندہی کیجئے۔

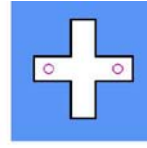


### مشق 12.1

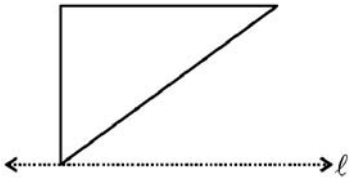
1 حسب ذیل اشکال میں کونسی اشکال تشاکلی اشکال ہیں شناخت کیجئے؟ اور ان کے لئے خط تشاکل کھینچئے۔



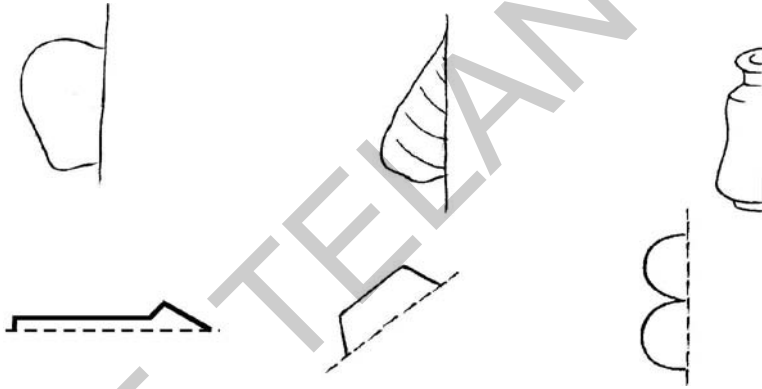
2. جہاں ممکن ہو ہر شکل کے لئے خط تاشکل کھینچئے۔



3. متصلہ شکل میں ایک خط تاشکل ہے اس شکل کو مکمل کیجئے تاکہ تاشکلی شکل حاصل ہو۔



4. اشکال کو مکمل کیجئے۔ جس میں نقاطی خط، خط تاشکل ہے۔



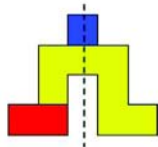
کھیل:

ذیل میں تین مختلف اشکال دیئے گئے ہیں۔

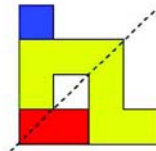
دی گئی تین اشکال کو استعمال کر کے فاطمہ اور رضا کئی متشاکل اشکال بنانے کی کوشش کرتے ہیں۔



اشکال



متشاکلی اشکال (i)

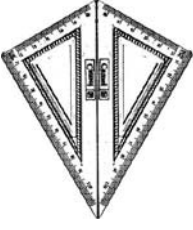


متشاکل اشکال (ii)

تین اشکال کی نقل اُتار کر مختلف متشاکل اشکال بنائیے۔ اور اپنے دوستوں کے ساتھ اسکی جانچ کیجئے۔ کہ کون سب سے زیادہ متشاکل اشکال بناتے ہیں۔



## 12.3 کثیر خطوط تشاکل (Multiple lines of symmetry)

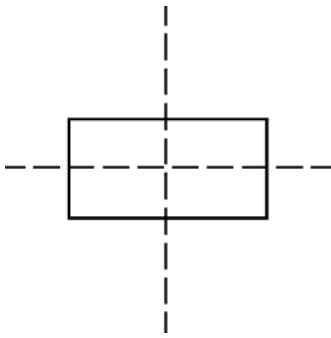


پتنگ:

آپ کے پاس موجود کمپاس باکس میں دو گنیے موجود ہوتے ہیں۔ ان میں ایک  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  زاویے والا گنیا (Set Square) ہوتا ہے۔ ایسے ہی دو مشابہہ گنیوں کو لیجئے۔ شکل میں بتلائیے گئے طریقے سے ان دونوں کو پتنگ کی شکل بنانے کیلئے ترتیب دیجئے۔ اس شکل میں کتنے خط تشاکل موجود ہیں؟

کیا آپ نے غور کیا کہ چند اشکال میں ایک سے زیادہ خط تشاکل پائے جاتے ہیں؟

**مستطیل (Rectangle)**

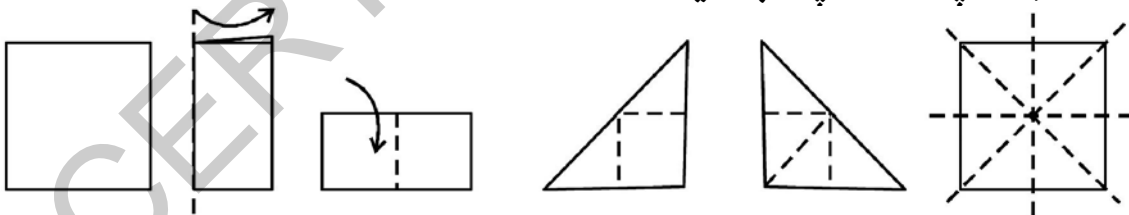


ایک مستطیل نما کاغذ (پوسٹ کارڈ جیسا) لیجئے۔ اسکے طوی کناروں کو ملاتے ہوئے موڑیے۔ کیا یہ شکل تشاکل ہے؟ کیوں؟ اب اسکو کھول کر ایک مرتبہ عرضی کناروں کو ملاتے ہوئے موڑیے۔ کیا دوسری مرتبہ موڑی گئی تہہ کو کھولنے سے تشاکل شکل حاصل ہوگی؟ کیوں؟ آپ جانتے ہیں کہ دونوں خط تشاکل ہیں؟

ایک مربعی کاغذ کو دو مساوی حصوں میں عموداً ایسا موڑیے کہ ان کے کنارے ایک دوسرے پر منطبق ہو جائیں۔ تہہ کو کھولیں آپ دیکھیں گے کہ تہہ کی وجہ سے بننے والے دو نصف حصے متماثل ہوں گے۔ کاغذ کی تہہ کا مرکزی خط کاغذ کا خط تشاکل کہلاتا ہے۔ مختلف زاویوں کے ساتھ کاغذ کو اس طرح موڑیے کہ یہ خط تشاکل میں تبدیل ہو جائیں۔

مربع کے کتنے تہہ ممکن ہیں؟

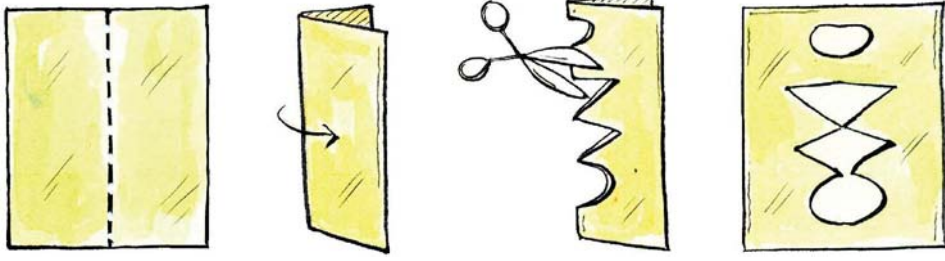
مربع میں چار خطوط تشاکل پائے جاتے ہیں۔



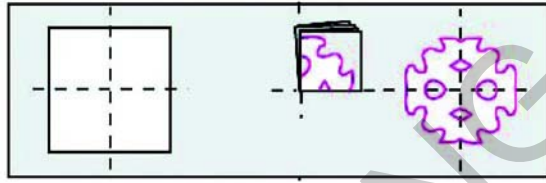
تہہ کھولنے کے بعد کا منظر وتری تہہ 2 وتری تہہ 1 افقی تہہ انحصالی تہہ مربعی کاغذ ایک مساوی الاضلاع مثلث اور ایک مساوی الساقین مثلث کے بارے میں غور کیجئے۔ ہر شکل میں کتنے خطوط تشاکل پائے جاتے ہیں۔

تشاکل کے استعمال سے کاغذ کو کاٹنا:

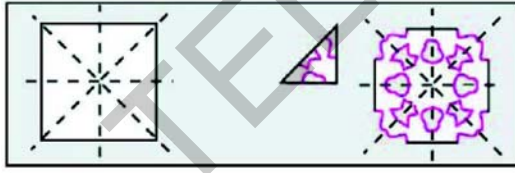
یاد کیجئے کہ یوم آزادی یا یوم جمہوریہ کے دن آپ اپنے کمرہ جماعت کو مختلف ڈیزائن کے رنگین کاغذوں سے کس طرح سجاتے ہیں۔ کیا آپ جانتے ہیں کہ یہ ڈیزائن کس طرح تراشے جاتے ہیں۔



ایک مربعی کاغذ کو لیکر اس کے درمیان سے افقی اور انتہائی حالت میں موڑیے۔ موڑ پر ایک ڈیزائن بموجب شکل کھینچئے کاغذ کو کناروں سے کاٹئے۔ دو خطوط تشاکل کا ڈیزائن دیکھنے کیلئے اسکو کھولئے۔



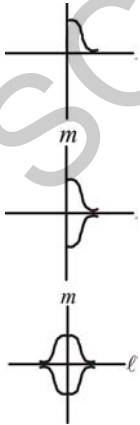
ایک مربعی کاغذ کو نصف افقی اور تری حالت میں موڑیے۔ بموجب شکل اس کی موڑ پر ایک ڈیزائن تیار کیجئے اور کاغذ کو کناروں پر کاٹئے چار خطوط تشاکل کو دیکھنے کیلئے اس کو کھولئے اس طرح مزید اور ڈیزائن تیار کیجئے۔



سوچئے۔ تبادلہ خیال کیجئے اور لکھئے۔

1. اگر ایک کاغذ کو چار مرتبہ موڑا جائے تو کاغذ کو کانٹے کے بعد کتنے خطوط تشاکل نظر آئیں گے۔
2. چار مشابہہ یا تشاکل اشکال بازو بازو حاصل کرنے کے لئے کاغذ کو کتنی مرتبہ موڑ کر کاٹنا چاہیے۔

تشاکل شکل کو کس طرح اتارا جائے؟

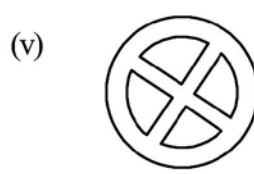
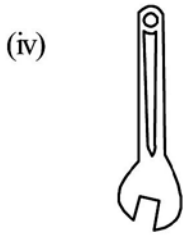
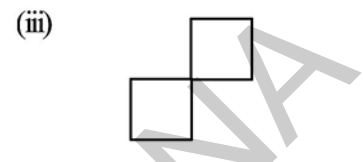
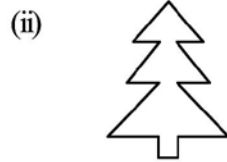


- i. متصلہ شکل کو اتاریئے۔
- ii. دو خط تشاکل خطوط والی شکل اتاریئے جہاں  $m, l$  کو بطور خطوط تشاکل لیجئے۔
- iii. شکل میں بتلائے گئے طریقہ سے  $l$  کو خط تشاکل مانتے ہوئے شکل اتاریئے۔
- iv. ایک منحنی اس طرح اتاریئے کہ یہہ خط تشاکل  $m$  پر سابقہ منحنیوں کے آئینہ کا عکس کی طرح تشاکلی ہونا چاہئے۔ اس طرح دو خطوط تشاکل والی شکل کو اتارنے کی کوشش کیجئے۔ چھ خطوط تشاکل بنانے والی شکل پر غور کیجئے۔

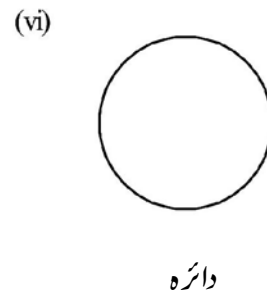
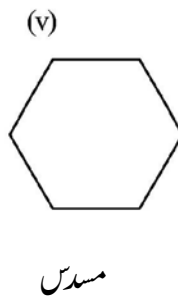
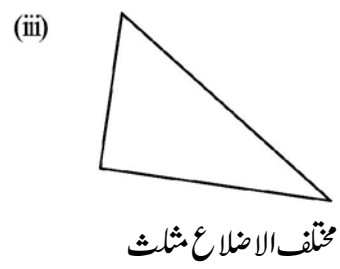
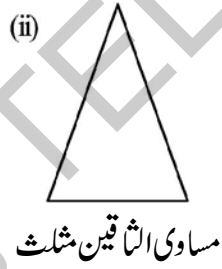
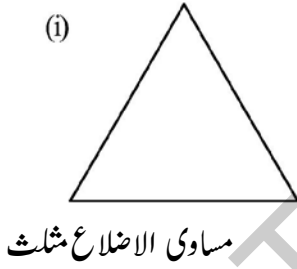
## 12.2 مشق



1. انسان کے بنائے گئے کوئی پانچ دوخطوط تشاکل والی اشیاء کے نام لکھئے۔
2. کوئی پانچ قدرتی اشیاء کے نام لکھئے جن میں دوخطوط تشاکل یا دو سے زائد خطوط تشاکل پائے جاتے ہیں۔
3. حسب ذیل اشکال کے لئے ممکنہ خطوط تشاکل کی نشاندہی کیجئے۔



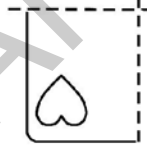
4. ممکنہ خطوط تشاکل کھینچئے۔



5. مندرجہ بالا سوال کی مدد سے حسب ذیل جدول کو پر کیجئے۔

خط تشاکل کی تعداد	شکل	
	مساوی الاضلاع مثلث	(i)
	مساوی الثاقین مثلث	(ii)
	مختلف الاضلاع مثلث	(iii)
	مربع	(iv)
	مستطیل	(v)
	دائرہ	(vi)

6. چند موڑے ہوئے کاغذ پر ڈیزائن دیئے گئے ہیں۔ ہر موقع پر اس ڈیزائن کو کاٹنے سے مکمل شکل کس طرح حاصل ہوتی ہے۔ ممکنہ کچھ خاکہ کھینچئے۔

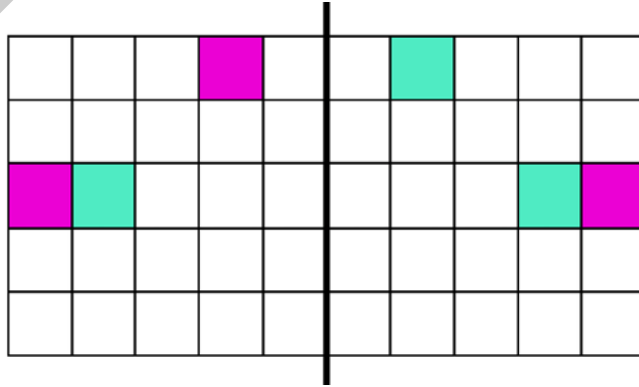


کاغذ کو ایک مرتبہ انتصاباً موڑا گیا۔

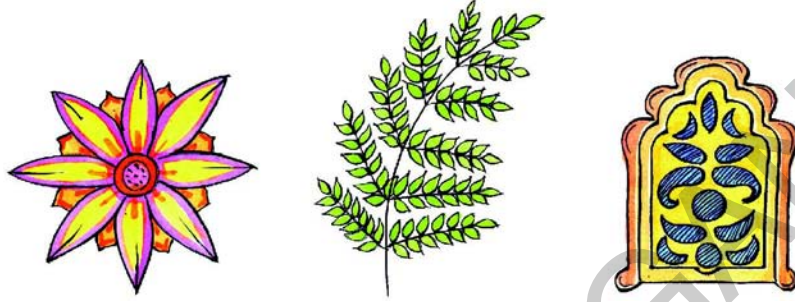
کاغذ کو انتصابی اور افقی حالت میں موڑا گیا

کمرہ جماعت کا پروجیکٹ (مشغلے کو 8 طلباء کے گروپ میں کروا سکتے ہیں)

مربعی خانوں والا گریڈ (Grid) پیپر لیجئے۔ شکل میں بتلائے گئے طریقے سے ایک خط تشاکل کاغذ کے درمیان سے کھینچئے۔ ایک طالب علم خط تشاکل کی ایک جانب ایک خانہ میں نیلا رنگ بھرے۔ دوسرا طالب علم خط تشاکل کی دوسری جانب رنگ بھرے گئے خانہ کے متشاکل کے خانے میں رنگ بھرے۔ اس طرح پہلا طالب علم شکل کے کوئی اور خانے میں رنگ بھرے۔ دوسرا طالب علم تشاکل کے لئے مقابل کے حصہ میں رنگ بھرے۔ اس طرح متشاکل شکل تیار کیجئے۔



ماحول سے تشاکلی اشکال کو حاصل کیجئے۔ اور اسکرپ بک (Scrap Book) تیار کیجئے۔ رنگولی کے نمونے بھی حاصل کیجئے اور انہیں اسکرپ بک میں اتاریئے اور انکے تشاکلی حصوں کی ترتیب (Patterns) کو خط تشاکلی کی مدد سے ظاہر کیجئے۔ ذیل میں چند مثالیں دی گئی ہیں۔



ہم نے کیا سیکھا؟

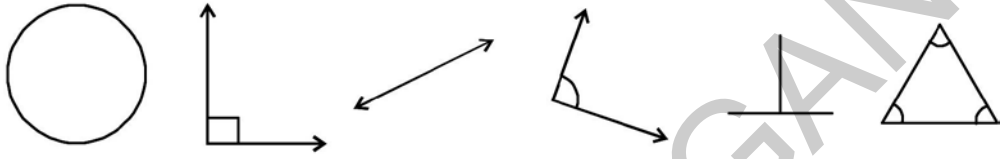
1. ایک شکل میں خط تشاکل اُس وقت پایا جاتا ہے جبکہ ایک خط شکل کو دو متشاکل حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔ اس خط کو خط تشاکل کہا جاتا ہے۔
2. کسی شکل میں ایک بھی خط تشاکل نہیں ہو سکتا۔ جبکہ بعض اشکال میں صرف ایک خط تشاکل، دو خطوط تشاکل یا کثیر خطوط تشاکل ہو سکتے ہیں۔ ذیل میں چند مثالیں درج ہیں۔

مثال	خط تشاکل کی تعداد
مختلف الاضلاع مثلث	کوئی خط تشاکل نہیں
مساوی الثاقین مثلث	صرف ایک خط تشاکل
مستطیل	دو خط تشاکل
مساوی الاضلاع مثلث	تین خط تشاکل
دائرہ	لامحدود خطوط تشاکل

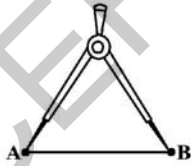
3. ایک خط تشاکل کا رشتہ عکس آئینہ سے بہت ہی قریب ہوتا ہے۔ جب کبھی آئینہ عکس پر بحث ہوتی ہے تو ہم کو دائیں اور بائیں کی تبدیلی کا لحاظ رکھنا چاہیئے۔
4. تشاکل کا اطلاق ہماری روزمرہ زندگی میں کئی مقامات پر ہوتا ہے۔ جیسا کہ آرٹ، آرکیٹیکچر، عکسٹائل، ٹکنالوجی، نمونوں کی تخلیق، جیومیٹری کے دلائل، کولرس، رنگولی وغیرہ ہیں۔



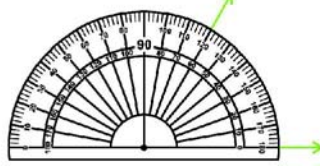
نیچے دیئے گئے اشکال کو پنسل کی مدد سے اپنی نوٹ بک میں نقل کیجئے۔



کیا آپ اسے بالکل مساوی پاتے ہیں؟ ان کے اضلاع اور زاویوں کی پٹری اور چاندے سے پیمائش کیجئے۔ آپ نے کیا پایا؟ آپ پانچ گنے کہ ان کی پیمائش مساوی نہیں ہے۔ مساوی بنانے کے لئے ہم کو ان کی جسامت کو مساوی کرنا چاہئے اس کے لئے ہم کو چند آلات کی ضرورت ہوتی ہے اس باب میں ہم پرکار پٹری اور چاندے (Protractors Rulers Compasses) کو استعمال کرتے ہوئے کچھ اشکال بنانا سیکھیں گے۔ پرکار پٹری اور چاندے یہ سب جیومیٹری باکس کے اجزاء ہیں۔ یہ جیومیٹری کے آلات ہیں۔ آئیے ہم جیومیٹری باکس کا مشاہدہ کرتے ہیں۔ جیومیٹری باکس میں کل چیزیں کیا ہیں؟ پٹری، پرکار اور چاندے کے علاوہ اسمیں قاسم (Divider) اور گنیے (Set Square) ہوتے ہیں پٹری کو خطوط کی پیمائش کے لئے پرکار کی مدد سے بناوٹیں چاندے کی مدد سے زاویوں کی پیمائش اور قاسم مساوی خطی قطعوں (Line Segment) کو ناپنے کے لئے یا کسی خط پر نقطہ کی نشاندہی کے لئے استعمال ہوتا ہے۔



قاسم Divider



چاندہ Protractor



پرکار Compass

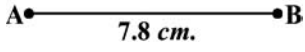
### 13.2 خطی قطعہ A line Segment

فرض کیجئے کہ ایک کاغذ پر A اور B دو نقاط ہیں تب A سے B تک اقل ترین فاصلہ خطی قطعہ  $\overline{AB}$  کہلاتا ہے اور اسے  $\overline{AB}$  لکھا جاتا ہے۔


نقطہ A سے نقطہ B تک کا درمیانی فاصلہ AB کا طول کہلاتا ہے۔ پس ایک خطی قطعہ معینہ طول رکھتا ہے جس کی پیمائش کی جاسکتی ہے۔

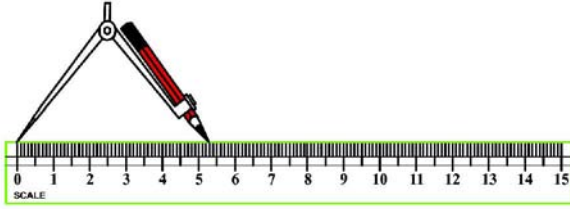
### 13.2.1 دیئے گئے طول سے ایک خطی قطعہ کی بناوٹ:

دیئے گئے طول سے ایک خطی قطعہ کی بناوٹ دو طریقے ہیں۔

1. پٹری کے استعمال سے: فرض کیجئے کہ ہم کو ایک خطی قطعہ 7.8 سمر طول کا کھینچنا ہے۔  
 ہم اس خطی قطعہ کو اس طریقے سے کھینچ سکتے ہیں۔

پٹری کو کاغذ پر رکھیے اور مضبوطی سے پکڑیے ایک نوک دار پنسل سے پٹری کے 0 نشان کے سامنے نقطہ لگائیے اور اسے نقطہ A کا نام دیجئے پٹری 7 سمر کے بعد 8 چھوٹی چھوٹی لکیروں کے بعد ایک اور نقطہ لگائیے اور اسے B کا نام دیجئے نقاط A اور B کو پٹری کے کنارے کے پنسل کی مدد سے ملائیے AB کا طول 7.8 سمر ہے جو مطلوبہ خطی قطعہ ہے۔

2. پرکار کی مدد سے: فرض کیجئے کہ ہم کو 5.3 سمر طول کا ایک خطی قطعہ کھینچنا ہے۔  
 بناوٹ کے مراحل:



مرحلہ 1. ایک خط  $l$  کھینچئے۔  $l$  پر ایک نقطہ A کی نشاندہی کیجئے۔

مرحلہ 2. پرکار کی سوئی کی نوک کو پٹری کے صفر نشان پر رکھئے

پرکار کو اس طرح کھول لیئے کہ پرکار کے پنسل کی نوک پٹری کے

5.3 سمر کے نشان پر مس کرے۔



مرحلہ 3. پرکار کی سوئی کی نوک کو خط  $l$  کے نقطہ A پر رکھیے پنسل سے خط پر یعنی 5.3 سمر پر

ایک قوس بنائیے۔ خط کے جس مقام پر قوس قطع کرتی ہے ایک نقطہ B کے طور پر نشاندہی کیجئے۔

مرحلہ 4. خط  $l$  پر مطلوبہ طول کا خطی قطعہ AB حاصل ہوتا ہے۔

### مشق 13.1



1. پٹری اور پرکار کو استعمال کرتے ہوئے 6.9 سمر طول کا ایک خطی قطعہ کھینچئے۔
2. پٹری کو استعمال کرتے ہوئے 4.3 سمر طول کا ایک خطی قطعہ کھینچئے۔
3. 6 سمر طول کا ایک خطی قطعہ MN کھینچئے اس پر کوئی نقطہ O لگائیے MO اور MN کی پیمائش کیجئے؟  
 آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں؟
4. 12 سمر طول کا ایک خطی قطعہ AB کھینچئے خطی قطعہ AB پر ایک نقطہ C لگائیے اس طرح کہ  $AC = 5.6$  سمر،  $CB$  کا طول کیا ہونا چاہئے۔  $CB$  کے طول کی پیمائش کیجئے۔

5. دیا گیا ہے کہ  $AB = 12$  سمر  
 مندرجہ بالا شکل کی مدد سے حسب ذیل خطی قطعے کے طول معلوم کیجئے؟

(a)  $\overline{CD}$  (b)  $\overline{DB}$  (c)  $\overline{EA}$  (d)  $\overline{AD}$

(ii) تصدیق کیجئے۔  $\overline{AE} - \overline{CE} = \overline{AC}$ ؟

6. سمر  $AB = 3.8$  پرکار سے MN اس طرح بنائیے کہ اس کا طول AB سے تین گنا زائد ہو اور اسے پٹری کی مدد سے تصدیق کیجئے؟

### 13.3 دائرے کی بناوٹ Construction of a Circle



یہاں بتلائے گئے پہیہ کو دیکھئے۔ مشاہدہ کیجئے کہ اس کے محیط پر پایا جانے والا ہر نقطہ اس کے مرکز سے مساوی فاصلہ پر ہوتا ہے۔ اسی طرح کی اور اشیاء پر غور کیجئے جو اس شکل کے مماثل ہیں۔ اس طرح کی اشیاء اور اشکال کو کیسے اتارا جاسکتا ہے۔ ہم کئی چیزیں جیسے چوڑی، کٹوری کا اوپری حصہ، پلیٹ اور دیگر چیزیں استعمال کر سکتے ہیں۔ تاہم یہ تمام متعینہ جسامت کے ہوتے ہیں۔ دیئے گئے نصف قطر سے دائرہ بنانے کے لئے ہم پرکار استعمال کرتے ہیں۔

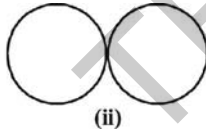
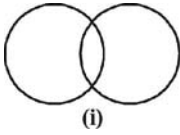
ایک دائرہ بنانے کے لئے حسب ذیل مراحل کی ضرورت ہوتی ہے۔

بناوٹ کے مراحل:-



- مرحلہ 1: مطلوبہ نصف قطر کے مطابق پرکار کھولنے مثال کے طور پر یہ 3.7 سمر ہے۔
- مرحلہ 2: نوک دار پنسل سے ایک نقطہ لگائیے جو کہ مرکز ہے اسے 'O' درج کیجئے۔
- مرحلہ 3: پرکار کی سوئی کی نوک کو مضبوطی سے نقطہ 'O' پر رکھئے۔
- مرحلہ 4: پرکار کی سوئی کی نوک کو حرکت دینے بغیر اب اس پر پنسل کو آہستہ سے گول گھمائیے۔ اس وقت تک کہ وہ ابتدائی نقطہ پر واپس نہ آجائے۔

کوشش کیجئے۔



مساوی نصف قطر کے دو دائرے بنائیے اس طرح کہ۔

(i) دائرے ایک دوسرے کو دو نقاط پر قطع کرتے ہوں

(ii) ایک دوسرے کو صرف ایک نقطہ پر مس کرتے ہوں۔

### 13.2 مشق

1. M کو مرکز مان کر اور نصف قطر 4 سمر لیتے ہوئے ایک دائرہ بنائیے؟

2. قطر 10 سمر اور X کو مرکز مان کر ایک دائرہ بنائیے؟

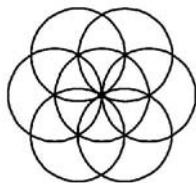
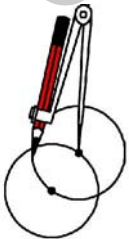
3. 2 سمر، 3 سمر، 4 سمر اور 5 سمر نصف قطر والے چار دائرے اس طرح کے بنائیے سب کے لئے مرکز P ہو۔

4. کوئی ایک دائرہ بنائیے اور تین نقاط A, B, اور C لیجئے اس طرح کہ

- (i) A دائرے پر ہو (ii) B دائرے کے اندر واقع ہو۔ (iii) C دائرے کے باہر واقع ہو۔

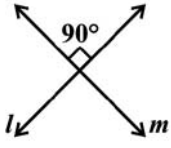
مشغلہ

آپ کی بیاض (نوٹ بک) میں حسب منشا کوئی بھی نصف قطر لیکر ایک دائرہ بنائیے۔ اس پر ایک نقطہ بنائیے۔ پرکار کو اس نقطے پر رکھتے ہوئے نصف قطر کو بدلے بغیر ایک اور دائرہ بنائیے۔ یہ دائرے کے محیط کو دو نقاط پر قطع کرے گا۔ ان دو نقاط سے اسی طرح دائرے بناتے جائیے آپ کو ایک خوبصورت شکل حاصل ہوگی جیسا کہ متصلہ شکل میں بتلایا گیا ہے۔ اس میں اپنی پسند کارنگ بھریئے۔





### 13.4 عمودوار Perpendiculars



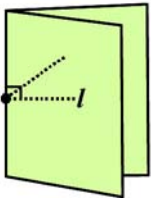
آپ جانتے ہیں کہ دو خطوط یا (شعاع یا خطی قطعہ) عمودوار کہلاتے ہیں اگر وہ ایک دوسرے کو اس طرح قطع کرتے ہیں کہ ان کے درمیان بننے والے زاویہ قائمہ ہو۔  
دی گئی شکل میں خطوط  $l$  اور  $m$  عمودوار ہیں۔



ایک فل اسکیپ کاغذ یا آپ کی نوٹ بک کے کنارے عمودوار خطوط کو ظاہر کرتے ہیں۔ ایسی دیگر اشیاء کے بارے میں سوئیچے جس کے خطوط عمودوار ہوتے ہیں۔ پانچ مثالیں دیجئے۔

1. دیئے گئے خط پر کسی نقطہ سے عمود بنانا

مشغلہ:



ایک شفاف کاغذ لیجئے اور اس پر ایک خط  $l$  بنائیے اس خط پر نقطہ  $P$  درج کیجئے اب ہم کو نقطہ  $P$  سے گزرنے والا ایک عمودی خط  $l'$  پر بنانا چاہتے ہیں۔

اب ہم آہستہ سے نقطہ  $P$  سے کاغذ کو اس طرح موڑیں گے کہ خط  $l$  کاغذ کے دونوں طرف دکھائی دے۔ جب ہم اسے کھولیں گے تو اس پر ہمیں ایک شکن (تہہ) نظر آئے گی یہی شکن (تہہ) خط  $l$  پر عمودوار ہے۔

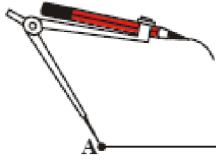
سوئیچئے، تبادلہ خیال کیجئے اور لکھئے۔



آپ کیسے معلوم کرو گے کہ آیا یہ عمودوار ہے یا نہیں؟ نوٹ کیجئے کہ یہ نقطہ  $P$  سے گذرتا ہے جو کہ درکار تھا۔

### 13.4.1 دیئے گئے خطی قطعے کے عمودی ناصف کی بناؤ

بناؤوں کے مراحل:



مرحلہ 1- ایک خطی قطعہ  $\overline{AB}$  کھینچئے۔

مرحلہ 2- پرکار کو  $\overline{AB}$  کے طول کے نصف سے زائد دوری پر لیجئے۔

مرحلہ 3-  $A$  کو مرکز مان کر خطی قطعے کے

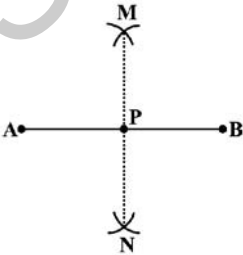
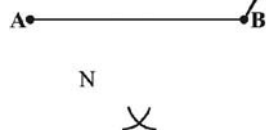
نیچے اور اوپر کی طرف ایک قوس بنائیے۔



مرحلہ 4-  $B$  کو مرکز مان کر اتنے ہی نصف قطر کی دوری پر خطی قطعے کے نیچے اور اوپر کی

طرف ایسا قوس بنائیے کہ وہ پہلے قوسوں کو قطع کرے۔ دونوں قوسوں کے نقطہ تقاطع کو

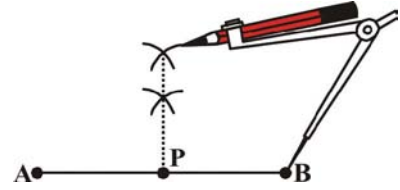
$M$  اور  $N$  درج کیجئے۔



مرحلہ 5- نقاط  $M$  اور  $N$  کو ملائیے تب خط  $\overline{MN}$  خط  $\overline{AB}$  کا مطلوبہ عمودی ناصف

ہوگا۔ خط  $\overline{MN}$  خط  $\overline{AB}$  کو نقطہ  $P$  پر قطع کرتا ہے۔

ایک اور طریقہ کا مشاہد کیجئے



یہ کیجئے۔

دونوں  $\overline{AP}$  اور  $\overline{BP}$  کے طول کی پیمائش کیجئے  
کیا یہ مساوی ہیں؟



سوچئے۔ تبادلہ خیال کیجئے اور لکھئے۔

عمودی ناصف کی بناوٹ کے دوسرے مرحلہ (2) میں اگر ہم نصف قطر کا طول AB کے طول کے نصف سے کم لیتے ہیں تو کیا واقع ہوگا؟

13.4.2. خط پر ایک ایسے نقطہ سے عمود کھینچنا جو اس خط پر واقع نہیں۔

A

بناوٹ کے مراحل:

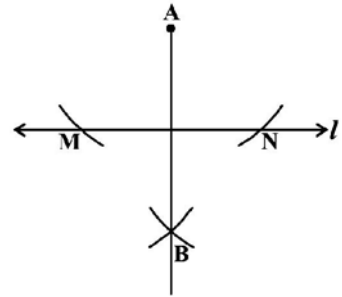
مرحلہ 1: ایک خط  $l$  کھینچئے خط پر غیر موجود کوئی نقطہ A خط کے اوپری حصہ میں لگائیے۔  
مرحلہ 2: A کو مرکز مانتے ہوئے دو ایسی قوس کھینچئے جو خط  $l$  پر کوئی دو نقاط پر قطع کرتی ہوں ان

A

نقاط کو M اور N سے ظاہر کیا جائے

مرحلہ 3: پرکار پر اس نصف قطر کے طول کو لیتے

ہوئے نقطہ M اور N کو مرکز ماں کر دو قوس کھینچئے جو نقطہ B پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہوں۔



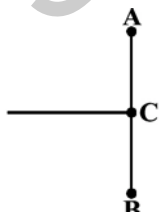
مرحلہ 4: نقطہ A اور نقطہ B کو ملائیے۔ AB خط  $l$  کے لئے ایک عمود ہے۔

### مشق 13.3



1. ایک خطی قطعہ 5.8 سمر = PQ کھینچئے۔ اور اسکے عمودی ناصف کی بناوٹ پٹری اور پرکار کو استعمال کرتے ہوئے کیجئے۔

2. نوید نے 8.6 سمر کا ایک خطی قطعہ کھینچا۔ اور نقطہ C پر AB کا عمودی ناصف بنایا، AC اور



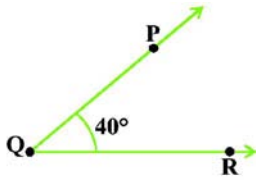
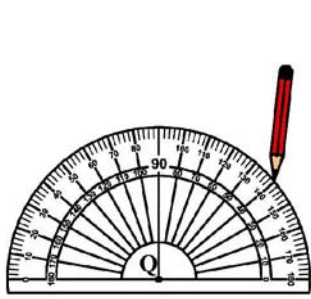
BC کا طول معلوم کیجئے۔

3. پٹری اور پرکار کے استعمال سے خط 6.4 سمر = AB کھینچئے۔ اور اس کا وسطی نقطہ معلوم کیجئے۔

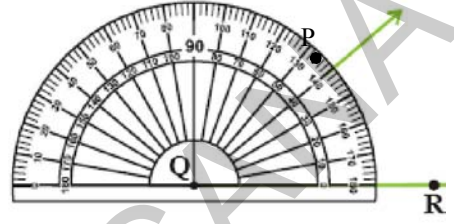
### 13.5 چاندے کے استعمال سے زاویے کی بناوٹ

آئیے  $\angle PQR = 40^\circ$  کی بناوٹ کریں۔

بناوٹ کے مراحل:



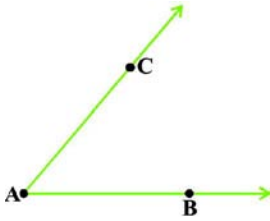
- مرحلہ 1. ایک شعاع  $\overline{QR}$  کھینچئے۔
- مرحلہ 2. چاندے کے مرکز 'O' کو Q پر منطبق کیجئے خط  $\overline{QR}$  چاندے پر صفر کے نشان سے گذرتا ہو۔
- مرحلہ 3. زاویہ  $40^\circ$  پر نقطہ P کا نشان لگائیے۔
- مرحلہ 4. نقطہ QP کو جوڑیے۔ تب  $\angle RQP$  مطلوبہ زاویہ ہے۔



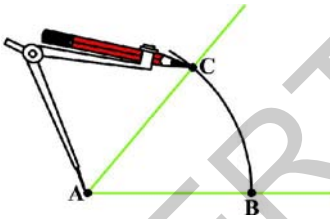
### 13.6 نہ معلوم زاویے کے مماثل زاویہ کی بناوٹ

فرض کرو کہ ایک زاویہ (جس کی پیمائش ہم نہیں جانتے) دیا گیا ہے اور اسکے مماثل زاویہ کی بناوٹ مطلوب ہے۔

فرض کرو کہ A کے دیا گیا ہے جس کی پیمائش ہم نہیں جانتے۔



- مرحلہ 1. ایک خط  $l$  کھینچئے اس پر نقطہ P لگائیے۔
- مرحلہ 2. مناسب نصف قطر سے پرکار کو استعمال کرتے ہوئے A کو مرکز مان کر ایک قوس کھینچئے جو AC اور AB کو بالترتیب قطع کرتا ہو۔



مرحلہ 3. پرکار کے نصف قطر میں

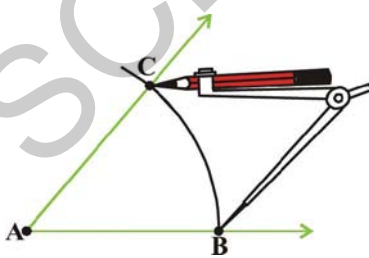
تبدیلی کئے بغیر پرکار کو استعمال کرتے

ہوئے نقطہ P کو مرکز مان کر ایک قوس کھینچئے جو خط  $l$  کو نقطہ Q پر قطع کرتی ہے۔

مرحلہ 4. BC کو نصف قطر

مانتے ہوئے پرکار کو شکل میں بتلائے

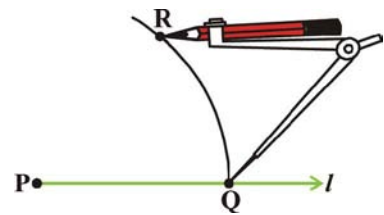
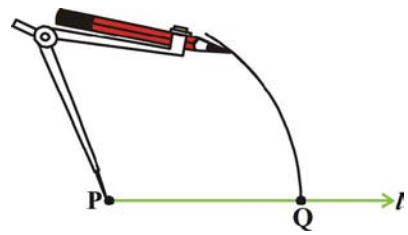
ہوئے طریقے پر رکھئے۔

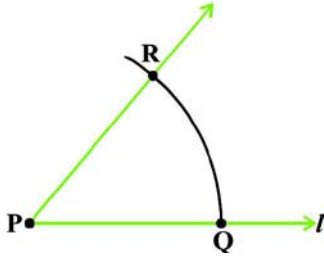


مرحلہ 5. پرکار کے راس کو نقطہ Q پر

رکھیے اور ایک قوس کھینچئے جو موجودہ

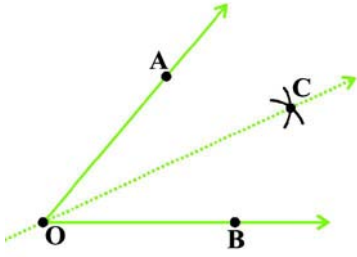
قوس کو نقطہ R پر قطع کرتی ہو۔





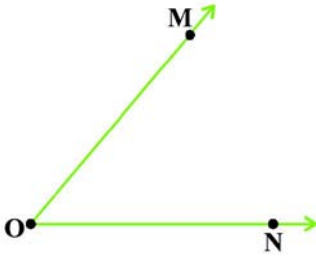
مرحلہ 6. نقاط P اور R کو ملائیے۔ اب آپ کو  $\angle RPQ$  حاصل ہوگا۔  
اسکی پیمائش  $\angle CAB$  کے مساوی ہوگی۔  
اس کا مطلب یہ ہوا کہ  $\angle QPR$  کی پیمائش  $\angle CAB$  کے مساوی ہے۔

### 13.7 زاویہ کے ناصف کی بناوٹ



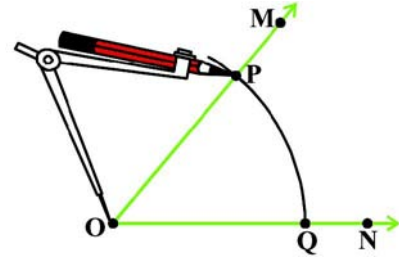
ایک شفاف کاغذ لیجئے۔ اس پر نقطہ 'O' لگائیے۔ O کو ابتدائی نقطہ مان کر دو شعاع  $\overline{OA}$  اور  $\overline{OB}$  کھینچئے۔ آپ کو  $\angle AOB$  حاصل ہوگا۔ کاغذ کو O پر اس طرح موڑیے کہ  $\overline{OB}$  اور  $\overline{OA}$  ایک دوسرے پر منطبق ہو جائیں۔ فرض کیجئے کاغذ کو کھولنے پر تہہ  $\overline{OC}$  حاصل ہوگا۔  
 $\overline{OC}$  واضح طور پر  $\angle AOB$  کا خط تشاکل ہے۔  
 $\angle AOC$  اور  $\angle COB$  کی پیمائش کیجئے۔ کیا وہ مساوی ہیں؟  $\overline{OC}$  خط تشاکل ہے اسی لیے  $\overline{OC}$  زاویہ  $\angle AOB$  کا زاویہ ناصف کہلاتا ہے۔  
فرض کرو کہ  $\angle MON$  دیا گیا زاویہ ہے۔

بناوٹ کے مراحل:

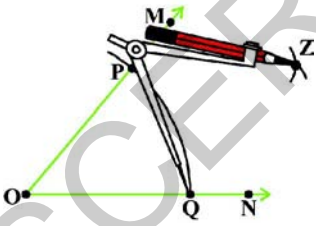


مرحلہ 1: O کو مرکز مان کر مناسب نصف قطر لیتے ہوئے ایک قوس  $\widehat{PQ}$  کھینچئے۔  
جو OM اور ON کو بالترتیب نقطہ P اور نقطہ Q پر قطع کرتی ہے۔

مرحلہ 2: P کو مرکز مان کر PQ کے نصف سے زیادہ نصف قطر کی ایک قوس دیئے گئے زاویہ کے اندر کھینچئے۔



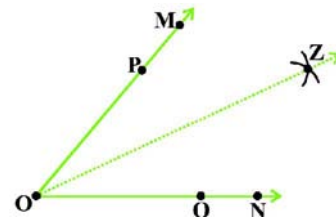
مرحلہ 3: Q کو مرکز مان کر (مرحلہ 2 میں لئے نصف قطر کے طول کو تبدیل کئے بغیر) دوسری قوس  $\angle MON$  داخلی حصہ میں کھینچئے۔



جو پہلی قوس کو قطع کرے دونوں قوسوں کے نقطہ تقاطع کو Z کا نام دیجئے۔

مرحلہ 4: شعاع  $\overline{OZ}$  کھینچئے۔ تب

$\angle MON$ ،  $\overline{OZ}$  کا مطلوبہ ناصف ہوگا



مشاہدہ کیجئے کہ  $\angle MOZ = \angle ZON$

## مشق 13.4



1. چاندے کی مدد سے حسب ذیل زاویے بنائیے۔

(i)  $\angle ABC = 65^\circ$

(ii)  $\angle PQR = 136^\circ$

(iii)  $\angle Y = 45^\circ$

(iv)  $\angle O = 172^\circ$

2. حسب ذیل زاویوں کو اپنی نوٹ بک میں اُتائیے اور ان کے ناصف کھینچیے۔

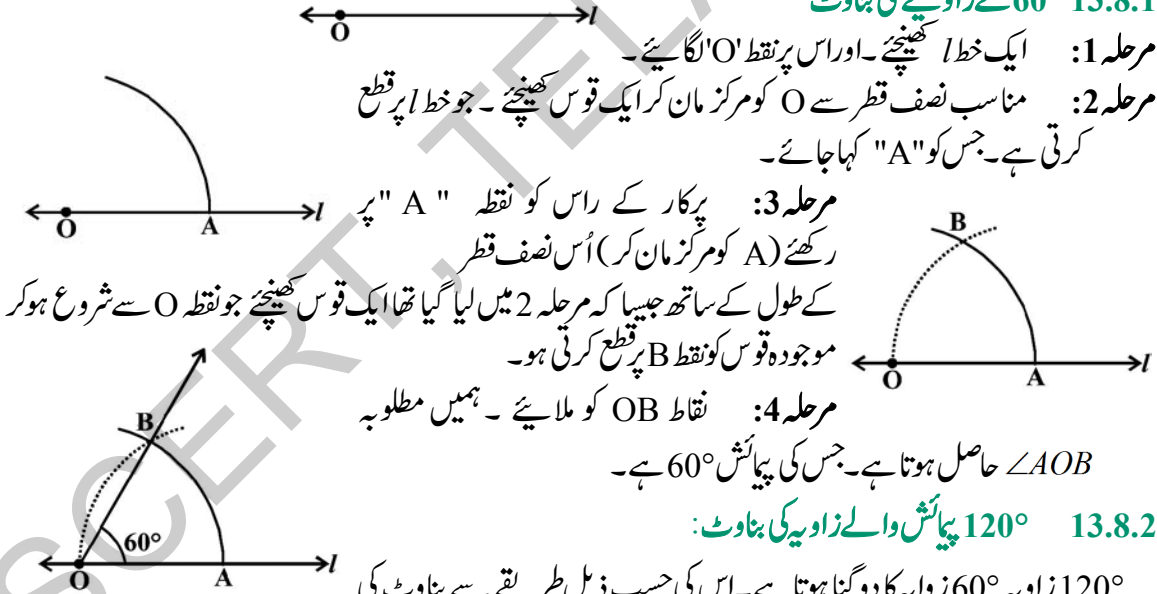


## 13.8 مخصوص پیمائشی زاویوں کی بناوٹ:

یہاں پر ہم چاندے کو استعمال کئے بغیر درست اور سہل طریقوں سے چند مخصوص پیمائش کے زاویوں کی بناوٹ سے واقفیت حاصل کریں گے۔ ان میں سے بعض کا یہاں پر ذکر کیا جا رہا ہے۔ آپ چاندے کے استعمال سے دیئے گئے زاویہ کی بناوٹ کو سیکھ چکے ہیں اب ہم صرف پرکار کی مدد سے مختلف زاویوں کی بناوٹ کو سیکھیں گے۔

### 13.8.1 $60^\circ$ کے زاویے کی بناوٹ

مرحلہ 1: ایک خط  $l$  کھینچیے۔ اور اس پر نقطہ 'O' لگائیے۔  
 مرحلہ 2: مناسب نصف قطر سے O کو مرکز مان کر ایک قوس کھینچیے۔ جو خط  $l$  پر قطع کرتی ہے۔ جس کو "A" کہا جائے۔  
 مرحلہ 3: پرکار کے راس کو نقطہ "A" پر رکھئے (A کو مرکز مان کر) اُس نصف قطر کے طول کے ساتھ جیسا کہ مرحلہ 2 میں لیا گیا تھا ایک قوس کھینچیے جو نقطہ O سے شروع ہو کر موجودہ قوس کو نقطہ B پر قطع کرتی ہو۔  
 مرحلہ 4: نقاط OB کو ملائیے۔ ہمیں مطلوبہ  $\angle AOB$  حاصل ہوتا ہے۔ جس کی پیمائش  $60^\circ$  ہے۔



### 13.8.2 $120^\circ$ پیمائش والے زاویہ کی بناوٹ:

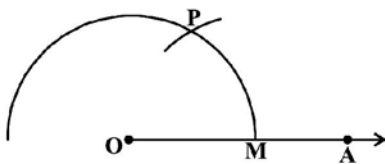
$120^\circ$  زاویہ  $60^\circ$  زاویہ کا دوگنا ہوتا ہے۔ اس کی حسب ذیل طریقے سے بناوٹ کی

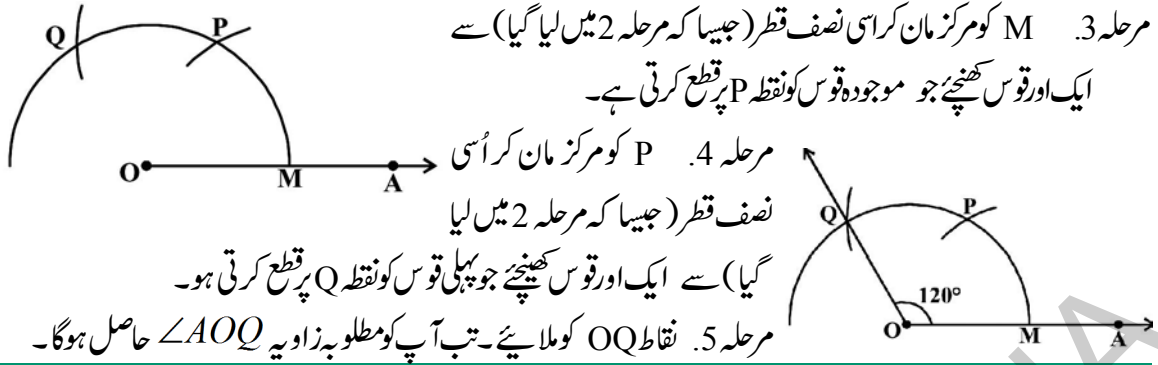
جاتی ہے۔

مرحلہ 1- ایک شعاع OA کھینچیے۔

مرحلہ 2. پرکار کے نوکیلے حصہ کو O پر رکھئے۔ O کو مرکز مان کر مناسب نصف

قطر کے ساتھ ایک قوس کھینچیے جو OA کو نقطہ M پر قطع کرتی ہے۔





مرحلہ 3. M کو مرکز مان کر اسی نصف قطر (جیسا کہ مرحلہ 2 میں لیا گیا) سے ایک اور قوس کھینچئے جو موجودہ قوس کو نقطہ P پر قطع کرتی ہے۔

مرحلہ 4. P کو مرکز مان کر اسی نصف قطر (جیسا کہ مرحلہ 2 میں لیا گیا) سے ایک اور قوس کھینچئے جو پہلی قوس کو نقطہ Q پر قطع کرتی ہو۔

مرحلہ 5. نقاط OQ کو ملائیے۔ تب آپ کو مطلوبہ زاویہ  $\angle AOQ$  حاصل ہوگا۔

یہ کیجئے

$180^\circ, 240^\circ, 300^\circ$  کے زاویوں کی بناوٹ بنائیے۔

### 13.8.3 30° زاویہ کی بناوٹ

$60^\circ$  کے زاویہ کو بنائیے جیسا کہ اوپر بتلایا گیا ہے۔ اسکو  $\angle AOR$  کا نام دیجئے۔ زاویہ کی تنصیف کیجئے۔ جیسا کہ پہلے بتلایا گیا ہے۔ آپ کو  $30^\circ$  کے دو زاویے حاصل ہوں گے

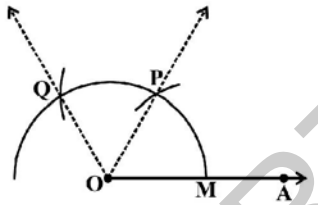
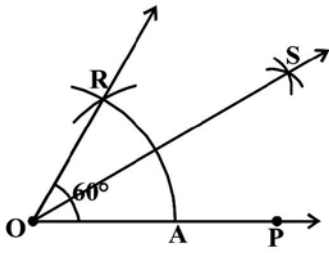
### 13.8.4 90° کے زاویہ کی بناوٹ

مندرجہ بالا میں دیئے گئے اشکال کا مشاہدہ کیجئے۔

$$\angle AOP = 60^\circ, \angle POQ = 60^\circ \text{ اور } \angle AOQ = 120^\circ$$

اب ہم  $90^\circ$  کے زاویہ کو بنانا چاہتے ہیں۔

ہم جانتے ہیں کہ  $90^\circ = 120^\circ - 30^\circ$  اور  $90^\circ = 60^\circ + 30^\circ$

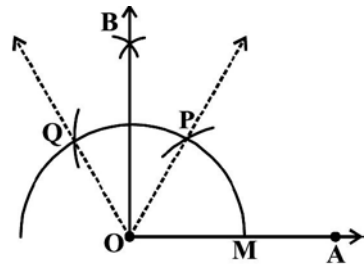


$30^\circ$  کے زاویہ کو حاصل کرنے کے لئے ہمیں

$\angle POQ$  کے ناصف کو کھینچنا چاہیے۔

$$\angle AOB = 90^\circ \text{ اور } \angle BOP = 30^\circ$$

آپ غور کیجئے کہ کس طرح سے  $90^\circ$  کے زاویہ کو ایک اور طریقے سے بنایا جاسکتا ہے۔



مرحلہ 1: p کو مرکز ماننے ہوئے مناسب نصف قطر سے  $\overline{PQ}$  کے اوپر ایک قوس بنائیے۔

مرحلہ 2: اب Q کو مرکز ماننے ہوئے اسی نصف قطر سے ایک قوس کھینچئے کہ وہ مرحلہ 1 میں بنائے گئے قوس کو قطع کرتا ہو۔ اس کو نقطہ B کا نام دیجئے۔

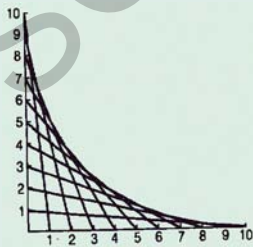
مرحلہ 3: شعاع  $\overline{OB}$  کھینچئے۔ اس طرح  $\angle AOB = 90^\circ$  جو کہ مطلوبہ زاویہ ہے۔

### مشق 13.5

1. چاندے کو استعمال کئے بغیر  $\angle ABC = 60^\circ$  بنائیے۔
2.  $120^\circ$  کے زاویے کو پرکار اور چاندے کی مدد سے بنائیے۔
3. پرکار اور پٹری کی مدد سے حسب ذیل زاویوں کی بناوٹ کیجئے اور ان کے بناوٹ کے مراحل لکھئے۔
  - (i)  $75^\circ$
  - (ii)  $15^\circ$
  - (iii)  $105^\circ$
4. چاندے کی مدد سے سوال نمبر 3 میں دیئے گئے زاویوں کو بنائیے۔
5. چاندے کے استعمال کے بغیر  $\angle ABC = 50^\circ$  بنائیے۔ پھر  $\angle ABC$  کے مماثل زاویہ  $\angle XYZ$  بنائیے
6.  $\angle DEF = 60^\circ$  بنائیے۔ اسکے بعد اس کا ناصف کھینچئے۔ اور چاندے کی مدد سے ہر نصف کی پیمائش کیجئے۔

### ہم نے کیا سیکھا؟

- اس باب میں جیومیٹری اشکال کو اتارنے کے طریقوں سے متعلق بحث کی گئی ہے۔
1. ہم حسب ذیل جیومیٹری آلات کو اشکال بنانے کے لئے استعمال کرتے ہیں۔
    - (i) پٹری (A graduated Ruler)
    - (ii) پرکار (The Compasses)
    - (iii) قاسم (The Divider)
    - (iv) گنیے (Set - Squares)
    - (v) چاندہ (The Protractor)
  2. پٹری اور پرکار کو استعمال کرتے ہوئے ہم حسب ذیل چیزوں کی بناوٹ انجام دے سکتے ہیں۔
    - (i) ایک دائرہ کھینچ سکتے ہیں جبکہ اس کا نصف قطر دیا گیا ہو۔
    - (ii) ایک خطی قطعہ جبکہ اس کا طول دیا گیا ہو۔
    - (iii) ایک خطی قطعہ کے مماثل خطی قطعہ کھینچا جاسکتا ہے۔
    - (iv) ایک نقطہ سے خط پر عمود گرانا۔
    - (v) (a) خط پر (b) خط کے علاوہ۔
    - (vi) دی گئی پیمائش کے زاویہ کی بناوٹ
    - (vii) دیئے گئے زاویہ کے مماثل زاویہ کی بناوٹ
    - (viii) دیئے گئے زاویہ کا ناصف
    - (ix) چند مخصوص پیمائشی زاویہ جیسے
      - (a)  $90^\circ$
      - (b)  $45^\circ$
      - (c)  $60^\circ$
      - (d)  $30^\circ$
      - (e)  $120^\circ$
      - (f)  $135^\circ$



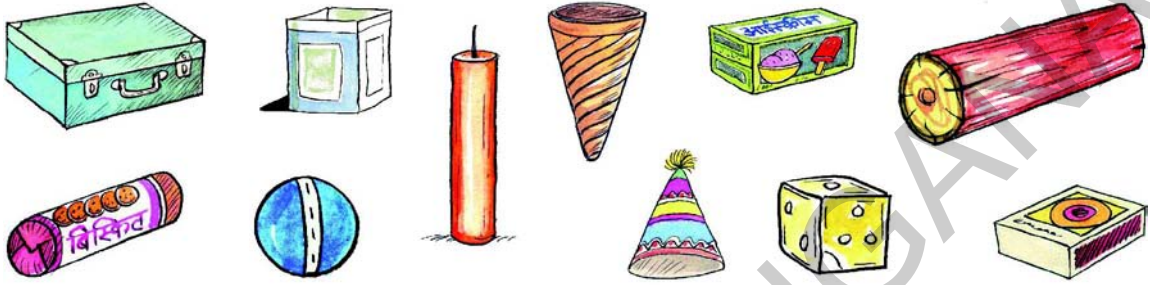
مکانی

### آؤ منحنیوں سے کھیلیں

- ☆ دو عمودی خطوط پر دونوں جانب 1 سمر مساوی فاصلہ پر 1 تا 10 نشانات لگائیے۔ نقاط
- 1 کو 10 سے، 2 کو 9 سے، 3 کو 8 سے وغیرہ وغیرہ کو اس طرح جوڑئیے کہ ان کا حاصل جمع 11 ہو جیسا کہ شکل میں دیکھا گیا ہے۔
- ان سے ایک خوبصورت منحنی حاصل ہوتی ہے۔ اس طرح کی مزید منحنی تیار کیجئے۔

## 14.1 تمہید

مندرجہ ذیل میں چند اشیاء کی تصاویر دی گئی ہیں۔



اوپر دی گئی اشیاء کا بغور مشاہدہ کرتے ہوئے انکی شکل کے مطابق ذیل کے جدول میں درجہ بندی کیجئے

جدول 14.1

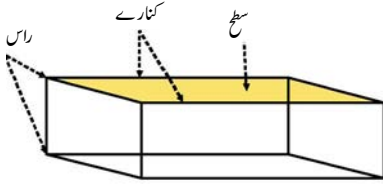
اشیاء	شکل
	ماچس کی ڈبیہ کی طرح
	گیند کی طرح
	لکڑی کے کندہ کی طرح
	پانسہ (Dice) کی طرح
	ٹوپی کی طرح

## 14.2 سہ ابعادی (3D) اشکال

ہم پچھلی جماعتوں میں۔ مثلثات۔ مربع اور مستطیل وغیرہ کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ یہ تمام اشکال کی دو پیمائشات ہوتی ہیں۔ جن کو طول و عرض کہتے ہیں۔ اسلئے یہ دو ابعادی اشکال کہلاتے ہیں۔  
تمام ٹھوس اجسام جن کو مندرجہ بالا تصاویر میں ظاہر کیا گیا ہے۔ ان کی پیمائش طول، عرض اور بلندی یا گہرائی پر کی جاتی ہے۔  
اسلئے ان اجسام کو سہ ابعادی یا 3D اشکال کہتے ہیں۔  
آئیے اب ہم ان سہ ابعادی (3D) اشکال کے بارے میں پڑھیں گے۔



## 14.2.1 مکعب نما



اشکال جو بند ماچس کی ڈبیہ کی طرح ہوں مکعب نما کہلاتے ہیں۔ ماچس کی ڈبیہ کی سطح کو آپ اپنے ہاتھ سے مس کیجئے۔ یہ مستوی سطح ڈبیہ کی ایک سطح کہلاتی ہے۔ اس طرح کی ڈبیہ کے کل کتنی سطح ہوتے ہیں؟

سطح کے کناروں کو ضلع کہتے ہیں۔ کیا آپ بتلا سکتے ہیں کہ ایک ماچس کی ڈبیہ کے کتنے کنارے یا ضلع ہوتے ہیں۔ ان کناروں کے کونوں کو راس کہتے ہیں۔ بتلائیے کہ ماچس کی ڈبیہ کے کتنے راس ہیں؟ اب آپ ایک ربر لیجئے۔ جس کی شکل ماچس کی ڈبیہ کے مماثل ہوتی ہے۔ آپ اپنے ہاتھ سے اسکے سطحوں۔ کناروں اور راس کو مس کیجئے۔

کیا ربر کی سطحیں کنارے اور راس تیلی کی ڈبیہ کے سطحوں کناروں اور راسوں کے مساوی ہیں؟ اجسام جیسے ماچس کی ڈبیہ۔ ربر وغیرہ مکعب نما شکل کے ہوتے ہیں اور ان کی 6 سطح، 12 کنارے اور 8 راس ہوتے ہیں۔

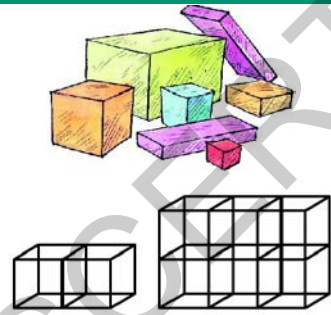
## 14.2.2 مکعب: (Cube)

پانسہ مکعب کی ایک مثال ہے۔ ایک پانسہ لیجئے اس کے سطحوں، کناروں اور راس کی نشاندہی کیجئے۔ اور ان کی گنتی کیجئے۔ بتائیے کہ ایک پانسہ میں کتنے سطح، کنارے اور راس پائے جاتے ہیں۔



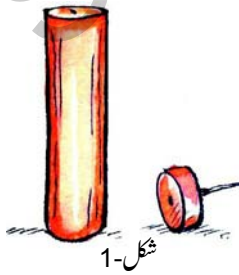
آپ واقف ہونگے کہ پانسہ میں 6 سطح، 12 کنارے اور 8 راس ہوتے ہیں۔ جیسا کہ ایک مکعب نما میں ہوتے ہیں۔ تب بتائیے کہ مکعب اور مکعب نما میں کیا فرق ہے۔ آپ واقف ہونگے کہ مکعب میں طول، عرض اور بلندی مساوی ہوتے ہیں۔ لیکن مکعب نما میں یہ مساوی نہیں ہوتے۔ آپ ایک ربر اور ایک پانسہ کی پیمائش کر کے اسکی تصدیق کیجئے۔

## کوشش کیجئے

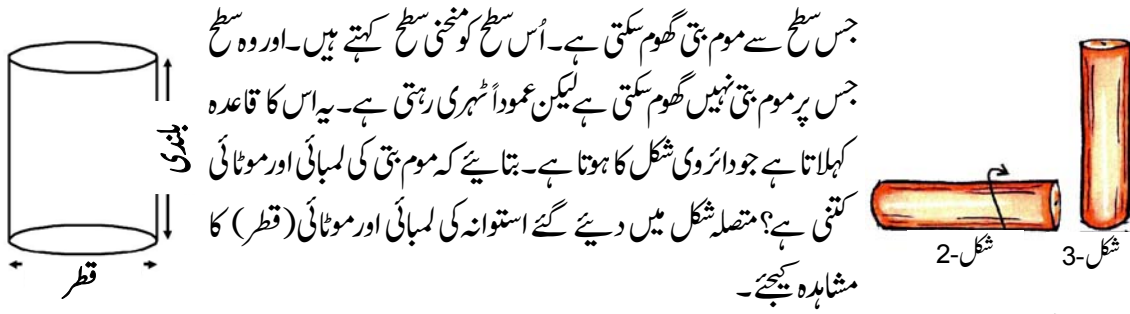


1. (i) مکعب کے سطح کی شکل کیسی ہے؟
- (ii) مکعب نما کے سطح کی شکل کیسی ہے؟
2. اطہر نے چند ڈبیوں کو جمع کیا۔ ان کی تصاویر یہاں دکھائی گئی ہیں۔ ان میں کتنے مکعب اور کتنے مکعب نما ہیں۔
3. مجیب نے ایک مکعب نما بنایا جس کے لئے اس نے 2 سمر کے مکعب کو استعمال کیا۔
4. بنائی گئی شکل کی طول، عرض اور بلندی کیا ہے؟

## 14.2.3 استوانہ (Cylinder)



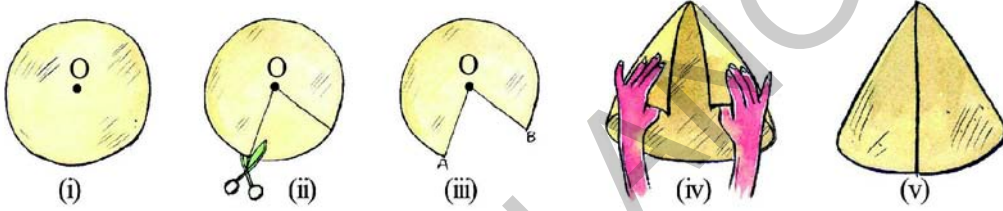
لکڑی کا کندہ پائپ کا ٹکڑا، موم بتی ٹیوب لائٹ وغیرہ، تمام استوانہ کی شکل میں ہوتے ہیں۔ ایک موم بتی لیجئے۔ اس کے اوپری حصہ کو تراشیں جیسا کہ شکل میں بتا گیا ہے۔ اس کو اُفتی حالت میں رکھیے جسا کہ شکل (2) میں ظاہر کیا گیا ہے۔ کیا آپ اس کو گھما سکتے ہیں۔ اب آپ موم بتی کو عموداً رکھئے جیسا کہ شکل (3) میں دکھایا گیا ہے۔ کیا یہ گھوم سکتی ہے؟



جس سطح سے موم بتی گھوم سکتی ہے۔ اُس سطح کو منحنی سطح کہتے ہیں۔ اور وہ سطح جس پر موم بتی نہیں گھوم سکتی ہے لیکن عموداً ٹھہری رہتی ہے۔ یہ اس کا قاعدہ کہلاتا ہے جو دائروی شکل کا ہوتا ہے۔ بتائیے کہ موم بتی کی لمبائی اور موٹائی کتنی ہے؟ متصلہ شکل میں دیئے گئے استوانہ کی لمبائی اور موٹائی (قطر) کا مشاہدہ کیجئے۔

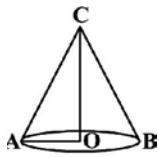
#### 14.2.4 مخروط

عائشہ اپنی سالگرہ کے موقع پر ایک منفرد ٹوپی خریدنا چاہتی ہے۔ وہ ثانیہ کو اپنے ساتھ چلنے کو کہتی ہے۔ ثانیہ کہتی ہے کہ ٹوپی خریدنے کے لئے بازار جانے کی ضرورت نہیں، ہم خود تیار کر سکتے ہیں۔ کیا آپ ایک ٹوپی تیار کرنا چاہتے ہیں؟ آئیے کوشش کریں۔ موٹے کاغذ پر پرکار کے ذریعہ ایک دائرہ بنائیے۔ دو خطوط دائرہ کے مرکز سے محیط پر اس طرح کھینچئے جیسا کہ شکل (ii) میں دکھایا گیا ہے۔

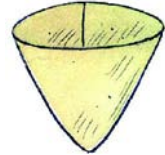


اس طرح بننے والے اس حصہ کو قینچی سے کاٹ لیجئے۔ جس کو شکل (iii) میں بتایا گیا ہے۔

اب کٹے ہوئے حصے OA اور OB کے دونوں کناروں کو ٹیپ کی مدد سے جوڑ لیجئے۔ ٹوپی تیار ہوئی ہے آپ اس کو مرضی کے مطابق سجائیے۔ عائشہ ٹوپی کو الٹا کرتے ہوئے کہتی ہے کہ واہ یہ تو آسنکریم (Cone) مخروط کی طرح دکھائی دے رہی ہے۔ یہاں ایک مخروط کی تصویر دی گئی ہے جہاں پر OA



دائروی حصہ کا نصف قطر ہے اور OC بلندی کو ظاہر کرتا ہے۔



#### سوچیے تبادلہ خیال کیجئے اور لکھئے۔

مخروط اور استوانہ میں ان کے سطحوں کناروں اور راسوں کی تعداد کے لحاظ سے آپ کیا فرق محسوس کرتے ہیں۔ اپنے دوستوں سے بحث کیجئے۔

#### 14.2.5 کرہ (Sphere)

گینڈ لڈو کا بچ کی گولیاں وغیرہ تمام کرہ کی شکل میں ہوتی ہیں۔ یہ تمام ہر طرف گھوم سکتی ہیں۔

کیا آپ سکہ کو کرہ کہہ سکتے ہیں؟ کیا یہ ہر طرف گھوم سکتا ہے؟

کیا یہ چوڑی کے ساتھ ممکن ہے؟

آپ روزمرہ زندگی میں لیمو کو دیکھتے ہیں۔

اگر اس کی عرضی تراش کر لیں تو تصویر میں دی گئی شکل کی طرح دکھائی دیگا۔

اس طرح کی شکل والے اجسام نصف کرہ کہلاتے ہیں۔

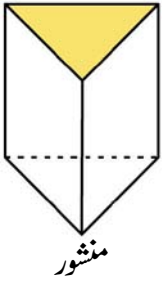


اس طرح جدول کو پر کیجئے

سلسلہ نشان	اشیاء	اشکال	صرف پھسلتا ہے	صرف گھوم سکتا ہے	پھسلتا ہے، گھومتا ہے
1	ٹارچ سیل	استوائی نما	x	x	✓
2	گیند				
3	تیل کا ڈبہ				
4	بسکٹ کا پیاکٹ				
5	سکہ				
6	کانچ کی گولی				
7	سنترا				

استوانہ، مخروط اور کرہ کے خطی کنارے نہیں ہوتے۔ مخروط کا قاعدہ کیا ہے؟ کیا یہ دائروی ہے؟ استوانے کے دو قاعدے ہوتے ہیں۔ قاعدہ کی شکل کیسی ہوتی ہے۔ یقیناً کرہ کی کوئی مستوی سطح نہیں ہوتی۔ اس پر غور کیجئے۔

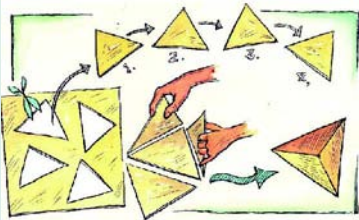
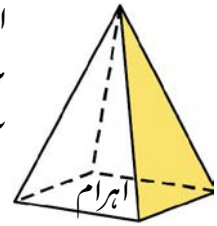
14.2.6 منشور (Prism)



یہاں ایک منشور کا خاکہ ہے کیا آپ نے اس کو تجربہ خانے میں دیکھا ہے؟ اس کے دو مقابل کی سطح مثلث نما ہوتی ہے۔ دوسری سطحیں یا تو مستطیلی یا متوازی الاضلاع کی طرح ہوتی ہیں۔ یہ مثلثی منشور کہلاتا ہے۔ اگر منشور کا قاعدہ مستطیل نما ہو تو مستطیلی منشور کہلاتا ہے۔ کیا آپ یہ مستطیلی منشور کو کسی اور نام سے جانتے ہیں؟

14.2.7 اہرام (Pyramid)

اہرام ایک ٹھوس شکل ہوتی ہے جس کا ایک قاعدہ اور ایک راس ہوتا ہے۔ اس کی دوسری سطحیں مثلثی ہوتی ہیں۔ تمام مثلثی سطحیں اہرام کے راس پر ملتی ہیں۔ یہ ایک مربعی اہرام ہے۔ اس کا قاعدہ مربع نما ہے کیا آپ مثلثی اہرام کی تصویر اتار سکتے ہیں۔ ایک کچھ خاکہ بنائیے۔



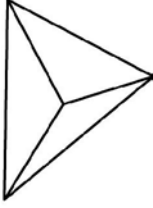
مشغلہ:

ایک ڈرائنگ شیٹ لیجئے، اس شیٹ پر مساوی الاضلاع مثلث بنائیے۔ اور اس کو کاٹ لیجئے۔ اس مثلث کے مماثل اور تین مثلث کاٹ لیجئے۔ تمام چار مثلثات کے کناروں کو اس طرح جوڑیں کہ وہ ایک بند شکل کو ظاہر کرے۔ یہ شکل ایک چار سطحی اہرام یا مثلثی اہرام کو ظاہر کرتی ہے۔

## مشق 14.1



1. ایک مثلثی اہرام جس کا قاعدہ مثلث نما ہے۔ یہ چار سطحی (Tetrahedron) بھی کہلاتا ہے۔ تب اس کی تعداد معلوم کیجئے۔

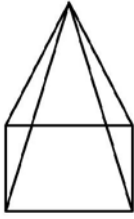


سطحیں: \_\_\_\_\_

کنارے: \_\_\_\_\_

راس: \_\_\_\_\_

2. ایک مربعی اہرام جس کا قاعدہ مربع نما ہے، ذیل کی تعداد کو درج کیجئے۔



سطحیں: \_\_\_\_\_

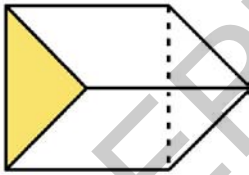
کنارے: \_\_\_\_\_

راس: \_\_\_\_\_

3. مندرجہ ذیل جدول کو پُر کیجئے۔

شکل	منحنی سطحوں کی تعداد	مستوی سطحوں کی تعداد	راسوں کی تعداد

4. ایک مثلثی منشور عام طور پر سیرین (Kaleidoscope) کی مانند ہوتا ہے۔ یہ مثلثی سطحوں پر مشتمل ہوتا ہے۔



مثلثی سطحوں کی تعداد: \_\_\_\_\_

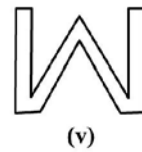
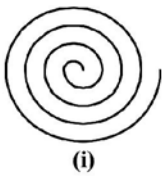
مستطیلی سطحوں کی تعداد: \_\_\_\_\_

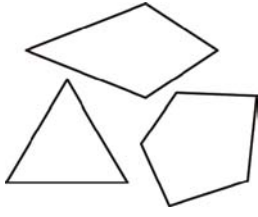
کناروں کی تعداد: \_\_\_\_\_

راسوں کی تعداد: \_\_\_\_\_

## 14.3 کثیر ضلعی (Polygon)

ہم باب چیومٹری کے ابتدائی تصورات میں کھلے اور بند اشکال کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ مندرجہ ذیل اشکال پر نظر ڈالئے۔ ان میں کونسی کھلی اشکال اور کونسی بند اشکال ہیں۔





جتنا ہی تعداد کے خطی قطعوں سے بننے والی ایک بند شکل کثیر ضلعی کہلاتی ہے۔  
یہاں پر چند مثالیں دی گئی ہیں۔

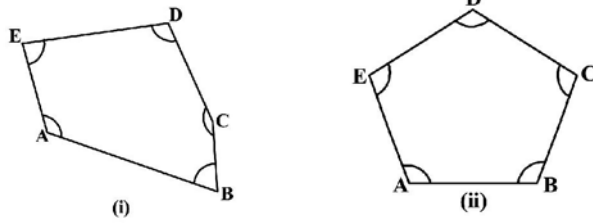
یہ کیجئے۔

1 آپ کی نوٹ بک میں کوئی دس مختلف کثیر ضلعوں کی اشکال بنائیے۔  
تیلی یا جھاڑو کی کاڑیوں کی تعداد سے بند اشکال بنائیے۔

(i) چھ تیلیاں (ii) پانچ تیلیاں (iii) چار تیلیاں (iv) تین تیلیاں  
(v) دو تیلیاں

مندرجہ بالا میں تیلیوں کی ہر تعداد سے کثیر ضلعی نہیں بنا سکتے۔ اور کیوں؟  
آپ واقف ہونگے کہ دو تیلیوں کی مدد سے ہم کثیر ضلعی نہیں بنا سکتے۔ ایک کثیر ضلعی میں کم از کم تین اضلاع ہونے چاہیے۔ ایک ایسی کثیر ضلعی جس کے تین ضلع ہوں مثلث کہلاتا ہے۔ ذیل میں دیئے گئے جدول پر غور کرتے ہوئے ان میں دیئے گئے مختلف کثیر ضلعوں کے نام لکھیے۔ اور خالی جگہوں کو پُر کیجئے۔

کثیر ضلعی کا نام	ضلعوں کی تعداد	شکل
مثلث	3	
چار ضلعی	4	
مخمس (پانچ ضلعی)	-	
مسدس (چھ ضلعی)	-	
مسیع (سات ضلعی)	7	
مثمین (آٹھ ضلعی)	-	

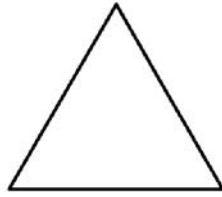


شکل (i) اور (ii) میں دیئے گئے کثیر ضلعی کے ضلعوں کے طول اور زاویوں کی پیمائش کیجئے۔ آپ کیا محسوس کرتے ہیں۔

### 14.3.1 منظم کثیر ضلعی (Regular polygon)

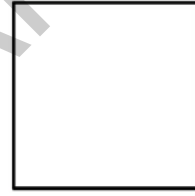
ایک کثیر ضلعی جس کے تمام اضلاع کے طول مساوی ہوں اور ان کے تمام زاویوں کی پیمائش مساوی ہوتی ہے وہ منظم کثیر ضلعی کہلاتا ہے۔

مساوی الاضلاع مثلث اور مربع منظم کثیر ضلعی کی مثالیں ہیں



مساوی الاضلاع مثلث

مثلث جس کے تینوں ضلع مساوی ہوتے ہیں اور اسکے تینوں زاویوں کی پیمائش بھی مساوی ہوتی ہے۔



مربع

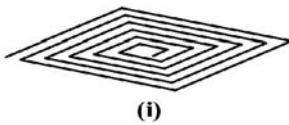
چار ضلعی جس کے چاروں ضلع مساوی ہوتے ہیں اور چار زاویوں کی پیمائش مساوی ہوتی ہے

اس طرح خمس (پانچ ضلعی) مسدس (چھ ضلعی) مسبع (سات ضلعی) اور مٹمن (آٹھ ضلعی) جن کے تمام ضلعوں کے طول مساوی ہوں اور ان کے زاویوں کی پیمائش مساوی ہوں ان اشکال کو منظم کثیر ضلعی کہتے ہیں۔ اور انہیں منظم خمس، منظم مسدس، منظم مسبع، اور منظم مٹمن کہتے ہیں۔

### مشق 14.2



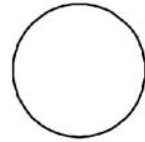
1 بتائیے کہ مندرجہ ذیل میں کونسی شکل کثیر ضلعی ہے یا نہیں اور کیوں؟



(i)

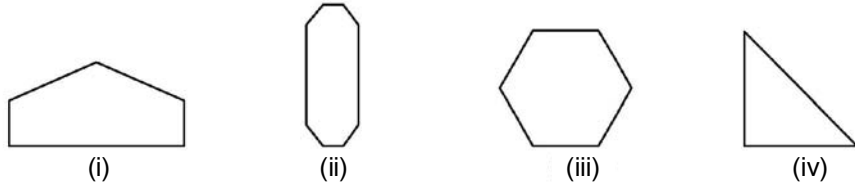


(ii)



(iii)

2 مندرجہ ذیل میں دیئے گئے کثیر ضلعی اشکال کے ضلعوں کی تعداد کی گنتی کیجئے اور انکو نام دیجئے۔



3 مندرجہ ذیل میں دیئے گئے اشکال میں منظم کثیر ضلعی کی نشاندہی کیجئے۔



ہم نے کیا سیکھا

1. تمام صندوق عام طور پر مکعب اور مکعب نما کی شکل میں ہوتے ہیں۔

اشکال	سطح	کنارے	راس
	6	12	8
	6	12	8

2. آئسکریم کے مخروط، جوکر، کی ٹوپی وغیرہ مخروط کی شکل کے ہوتے ہیں۔

3. ڈبے، تیل کے بیرل، لکڑی کے کندے استوانے کی شکل کے ہوتے ہیں۔

4. گینڈ، لڈو وغیرہ کرہ کی مثالیں ہیں۔

5. خطی قطعوں سے بننے والی بند شکل کثیر ضلعی کہلاتی ہے۔

6. اگر کسی کثیر ضلعی کے تمام ضلعے اور زاویے مساوی ہوں تو اس کثیر ضلعی کو منظم کثیر ضلعی کہتے ہیں۔



## جوابات

### مشق 1.1



1. بڑے سے بڑا عدد
- |       |  |       |     |
|-------|--|-------|-----|
| 15370 |  | 15892 | i   |
| 25073 |  | 25800 | ii  |
| 44602 |  | 44687 | iii |
| 75610 |  | 75671 | iv  |
| 34891 |  | 34899 | v   |
- 9347, 12300, 19035, 22570 ii 375, 1475, 4713, 15951 i 2.
- 18500, 8700, 3900, 3000 ii 89715, 89254, 45321, 1876 i 3.
- iv > iii > ii > i < 4.
5. (i) بہتر ہزار چھ سو چالیس۔  
(ii) پچپن ہزار تین سو پتالیس۔  
(iii) چھ سٹھ ہزار چھ سو۔  
(iv) تیس ہزار تین سو ایک
- |       |    |       |     |       |    |       |   |    |
|-------|----|-------|-----|-------|----|-------|---|----|
| 60000 | iv | 9700  | iii | 14064 | ii | 40207 | i | 6. |
| 99999 | iv | 10000 | iii | 9999  | ii | 1000  | i | 8. |

### مشق 1.2



- |                       |    |       |     |                             |    |                     |     |    |
|-----------------------|----|-------|-----|-----------------------------|----|---------------------|-----|----|
| 4410                  | iv | 3950  | iii | 420                         | ii | 90                  | i   | 1. |
| 93600                 | iv | 13600 | iii | 36200                       | ii | 700                 | i   | 2. |
| 4000                  | iv | 9000  | iii | 70000                       | ii | 3000                | i   | 3. |
| 99999                 | iv | 30525 | iii | 12351                       | ii | 3407                | i   | 4. |
| 30000 + 200 + 10 + 4  |    |       | ii  |                             |    | 4000 + 300 + 40 + 8 | i   | 5. |
| 70000 + 5000 + 20 + 5 | iv |       |     | 20000 + 2000 + 200 + 20 + 2 |    |                     | iii |    |

### مشق 1.3



- |                               |    |                 |     |    |
|-------------------------------|----|-----------------|-----|----|
| 2,24,02,151                   | ii | 1,12,45,670     | i   | 1. |
| 19,03,08,020                  | iv | 3,06,08,712     | iii |    |
| سات لاکھ نو ہزار ایک سو پندرہ | ii | چوتیس ہزار پچیس | i   | 2. |



- iii سینتالیس کروڑ ساٹھ لاکھ تین سو ستتر  
i 3. 4,57,400  
ii 60,02,775  
iii 60,60,60,600  
iv 2,50,40,303  
i 4. 600000 + 40000 + 100 + 50 + 6  
ii 6000000, 300000, 20000, 500  
iii 10000000 + 2000000 + 500000 + 30000 + 200 + 70 + 5  
iv 700000000 + 50000000 + 8000000 + 10000 + 9000 + 200 + 2  
i 5. 54, 28, 524  
ii 6, 43, 20, 501  
iii 3, 03, 07, 881  
iv 7, 70, 07, 070  
i 6. 18, 71, 964 < 4, 67, 612  
ii 14, 35, 10, 300 > 14, 25, 10, 300  
i 7. 2, 00, 015 > 99, 999  
ii 13, 49, 785 < 13, 50, 050

#### مشق 1.4



- i 1. 97, 645, 315  
ii 20, 048, 421  
iii 476, 356  
iv 9, 490, 026, 834

#### 3. ہند-عربی نظام

- (i) بارہ کروڑ اکتیس لاکھ پندرہ ہزار ستائیس  
(ii) آٹھ کروڑ چھپانویس لاکھ تین ہزار بیانوے

#### بین الاقومی نظام

- (i) ایک سو تیس ملین ایک سو پندرہ ہزار ستائیس۔  
(ii) انناوے ملین چھ سو تالیس ہزار بیانوے

- i 4. 2  
ii 4  
iii 0  
iv تین سو دو

#### مشق 1.5



1. 54,284  
2. 2,44,732  
3. 75430 = سب سے بڑا عدد  
03457 = سب سے چھوٹا عدد  
44,973 = فرق  
4. 96875 سیکل  
5. 31,200  
6. 1680 گرام یا 1 کلو 680 گرام  
7. 22 کلومیٹر 500 میٹر  
8. 22 شرٹ، 40 سمرکپڑا بنی جاتا ہے۔  
9. 45000 روپے۔

## مشق 2.1

1. i صادق T ii صادق T  
 iii F کاذب (تمام طبعی اعداد مکمل اعداد ہوتے ہیں)  
 v F کاذب (مکمل عدد جو دوسرے عدد کے بائیں جانب عددی خط پر ہوتا ہے۔ چھوٹا ہوتا ہے)  
 vi F کاذب (ہم سب سے چھوٹے مکمل عدد کو عددی خط پر ظاہر کر سکتے ہیں)  
 vii F کاذب (ہم سب سے بڑے مکمل عدد کو عددی خط پر نشانہ ہی نہیں کر سکتے ہیں)
2. 18  
 i .3  
 ii .ii  
 iii .iii
4. i 895 عددی خط پر عدد 239 کے دائیں جانب ہوتا ہے۔  
 ii 10,001 عددی خط پر عدد 1001 کے دائیں جانب واقع ہوتا ہے۔  
 iii 1,00,15,678 عددی خط پر عدد 2,84,013 کے دائیں جانب واقع ہوتا ہے۔
5. 0  
 6. i > ii > iii < iv > .7

## مشق 2.2

1. i) 532 ii) 47 iii) C iv) 100 v) 85 vi) d  
 2. i) 1095 ii) 600  
 3. i) 196300 ii) 1530000 4. i) 11040 ii) 388710  
 5. i) 407745 ii) 2000955  
 6. ₹ 3000 7. ₹ 330  
 8. i) c ii) e iii) b iv) a v) d

## مشق 2.3

1.  $123456 \times 8 + 6 = 987654$   
 $1234567 \times 8 + 7 = 9876543$   
 $12345678 \times 8 + 8 = 98765432$   
 $123456789 \times 8 + 9 = 987654321$

2.  $91 \times 11 \times 4 = 4004$   
 $91 \times 11 \times 5 = 5005$   
 $91 \times 11 \times 6 = 6006$   
 $91 \times 11 \times 7 = 7007$   
 $91 \times 11 \times 8 = 8008$   
 $91 \times 11 \times 9 = 9009$   
 $91 \times 11 \times 10 = 10010$

### 3.1 مشق

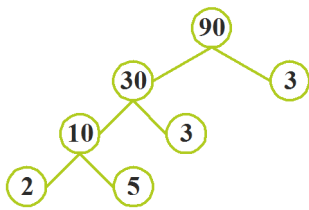
1. 2 سے تقسیم ہونے والے -- ii, iii, iv, v, vi, viii  
3 سے تقسیم ہونے والے -- i, ii, iii, iv, v, vii  
6 سے تقسیم ہونے والے -- ii, iii, iv, v
2. 5 سے تقسیم ہونے والے -- 25, 125, 250, 1250, 10205, 70985, 45880  
10 سے تقسیم ہونے والے -- 250, 1250, 45880
5. عدد 12345، 3 اور 5 سے مکمل طور پر تقسیم ہوتا ہے  
عدد 3، 54321 سے تقسیم ہوتا ہے
7. i. 2, 8                      ii. 0, 9                      iii. 1, 7
8. 2                                      9. 6

### 3.2 مشق

1. i 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36                      ii 1, 23  
iii 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96                      iv 1, 5, 23, 115
2. i, ii,                                      3. 19
4. مفرد اعداد - 11, 13, 17, 19, 23, 29  
مركب اعداد - 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28
5. 13-31, 79-97                      6. (3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19)
7. 7 اور 5                                      8. 13, 23
9. 96 تا 90                                      10. (31, 11, 11), (13, 17, 23), (3, 19, 31)
11. (2, 3), (3, 7), (7, 13) وغیرہ                      12. (2, 3), (3, 7), (7, 13) وغیرہ

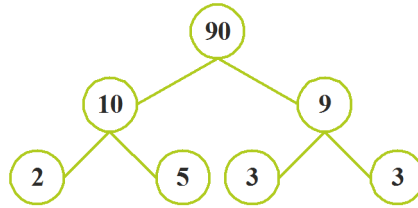
### 3.3 مشق

(ii)



(i)

.1



2.  $(2 \times 2 \times 3 \times 7)$
3. 9999 - سب سے بڑا چار ہندسی عدد  
مفرد اجزائے ضربی  $101 \times 11 \times 3 \times 3$
4. یہ 210 ہے۔  $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$

### مشق 3.4

1. i 9      ii 53      iii 5      iv 32
2. 4      3. 3      4. 1; نہیں

### مشق 3.5

1. i 60    ii 75    iii 42    iv 54    v 1008    vi 182
2. i 2352      ii 2142      iii 1980
3. 247
4. i 900      ii 904
5. 13 واں دن

### مشق 3.6

- |                |                |          |
|----------------|----------------|----------|
| 200 = ذ۔م = ii | 120 = ذ۔م = i  | 1.       |
| 1 = ع۔م =      | 3 = ع۔م =      |          |
|                | 84 = ذ۔م = iii |          |
|                | 12 = ع۔م =     |          |
| 18    4.       | 546    3.      | 36    2. |

### مشق 3.7

1. i, ii, iii, iv
2. ii, iv, v
3. i نہیں    (ii) ہاں    (iii) ہاں
4. 4- سے مکمل طور پر تقسیم ہونے والے i, ii, iii
- 8- سے مکمل طور پر تقسیم ہونے والے i, ii, iii
5. 1
6. 1
7. 1001, 1012, 1023, 1034, 1045, 1056, 1067, 1078, 1089
8. 1243
9. 104

#### 4.1 مشق



1. i.  $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$  ii.  $\overline{PQ}, \overline{QR}, \overline{RS}, \overline{ST}, \overline{PT}$
3. i. ناقابل گنتی/کئی ii. ایک
4. iii. خطی قطع
5. i. دو ii. ایک iii. کوئی بھی نہیں
6. i. صادق T ii. صادق T iii. کاذب F iv. کاذب F v. صادق T

#### 4.2 مشق



- iv. ii., i., 1.
- (ii., iii., iv) بند (i., v) کھلی 2.
- (J,D) بیرونی (K,F,C) حدود پر واقع (A,B,E,G,I) اندرونی 3.
- آپ خود کیجئے۔ 4.

#### 4.3 مشق



1. ii.  $\angle BOC, O, \overline{OB}, \overline{OC}$  iii.  $\angle COD, O, \overline{OC}, \overline{OD}$
- iv.  $\angle DOA, O, \overline{OA}, \overline{OD}$
2.  $\angle BAD, \angle ABC, \angle BCD, \angle ADC$
3. آپ خود کیجئے۔
4. i., iii.

#### 4.4 مشق



2. i. PS ii.  $\angle R$  iii.  $\overline{QR}$  اور  $\overline{PS}$  iv.  $\angle P$  اور  $\angle R$
3. i. S, R ii. A, B, C, D, E iii. T, P, Q

#### 4.5 مشق



3. i. صادق T ii. صادق T iii. صادق T iv. صادق T v. کاذب F

### مشق 5.1



3. سب سے بڑی خطی قطع AE ہے۔
4. ریشماں نے صحیح نشاندہی کی ہے۔

### مشق 5.2



1.
  - i صادق
  - ii کاذب
  - iii کاذب
  - iv صادق
  - v صادق
2.
  - i حادہ زاویہ  $\angle 1, \angle 3$
  - ii منفرجہ زاویہ  $\angle 2, \angle 4$
3.
  - i  $\angle ABC = 60^\circ$  ،  $\angle FED = 120^\circ$  ،  $\angle RQP = 90^\circ$
  - ii  $\angle FED$  بڑا زاویہ ہے۔
4.
  - i قائمہ زاویہ
  - ii مستقیم زاویہ
  - iii حادہ زاویہ
  - iv منفرجہ زاویہ
  - v زاویہ انعکاس
5.
  - i حادہ زاویہ  $45^\circ$
  - ii قائمہ زاویہ  $90^\circ$
  - iii منفرجہ زاویہ  $150^\circ$
  - iv منعکس زاویہ  $270^\circ$
  - v مستقیم زاویہ  $180^\circ$

### مشق 5.3



1.
  - i متوازی خطوط
  - ii متوازی خطوط
  - iii عمودوار
  - iv ان میں کوئی نہیں
  - v متوازی خطوط
3.
  - i متوازی خطوط  $AB \parallel CD, AD \parallel BC$
  - ii عمودوار خطوط  $CD \perp DA, BC \perp CD, AB \perp AD, AB \perp BC$
  - iii قاطع خطوط کے جوڑ  $AC, BD$

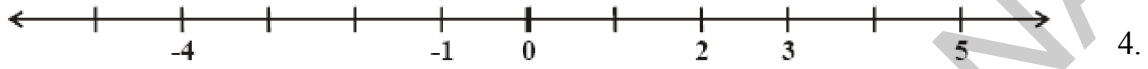
### مشق 6.1



1. i. +3000 میٹر ii. -10 میٹر  
 iii. +35°C iv. 0°C  
 v. -36°C vi. -500 میٹر  
 vii. -19°C viii. +18°C

2. (1, -2, -3, -4, -5 ..... وغیرہ)

3. (1, 2, 3, 4, 5 ..... وغیرہ)



4. i. (کاذب، بائیں جانب) ii. (کاذب)

iii. (صادق) iv. (صادق)

### مشق 6.2



1. i. < ii. > iii. < iv. > v. < vi. <

2. i. (-7, -3, 5) ii. (-1, 0, 3)

(5, -3, -7) (3, 0, -1)

iii. (-6, 1, 3) iv. (-5, -3, -1)

(3, 1, -6) (-1, -3, -5)

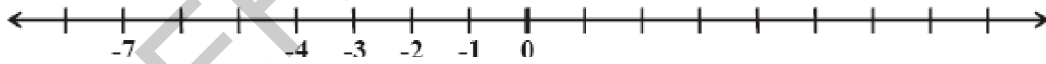
3. i. (صادق) ii. کاذب (-12 - منفی صحیح عدد اور +12 مثبت صحیح عدد)

iii. (صادق) iv. (صادق  $3 > -5 < 8$ )

v. (کاذب  $-100 < +100$ ) vi. (کاذب  $-1 > -8$ )

4. i. 0 ii. -4, -3, -2, -1

iii. -7 iv. -1, -2



5.  $-6^{\circ}\text{C} < 4^{\circ}\text{C}$  کفری

### مشق 6.3



1. i. 1 ii. -10 iii. -9

iv. 0 v. -16 vi. 3

2. i. 7 ii. 6 iii. 0

iv. -115 v. -132 vi. 6

3. i. -154 ii. -40 iii. 199 iv. 140

4. i. 6 ii. -78 iii. -64 iv. 25

## 6.4 مشق

- 18
  - 14
  - 33
  - 33
  - 44
  - 19
- <
  - >
  - >
  - =
- 13
  - 0
  - 9
  - 6
- 13
  - 21
  - 33
  - 88

## 7.1 مشق

- ii, iii
- iv, 6 اور 7 کے درمیان میں واقع ہوگا ،  $\frac{13}{2}$  v 2، 3 اور 7 کے درمیان میں واقع ہوگا ،  $\frac{7}{3}$
- ii, iv
- $2\frac{1}{3}$
  - $5\frac{1}{2}$
  - $2\frac{1}{4}$
  - $6\frac{3}{4}$
- $\frac{9}{7}$
  - $\frac{26}{8} = \frac{13}{4}$
  - $\frac{92}{9}$
  - $\frac{79}{9}$

## 7.2 مشق

- i,
  - ii
- $\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{6} = \frac{2}{3}\right)$
  - ii  $\frac{2}{5}$  اور  $\frac{3}{5}$
  - iii  $\left(\frac{7}{8}, \frac{2}{8}\right)$

## 7.3 مشق

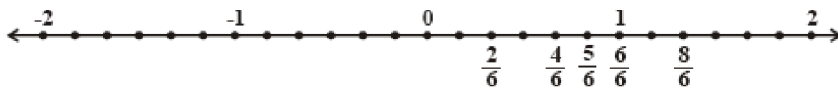
- نزولی ترتیب

$$\frac{6}{8} > \frac{4}{8} > \frac{3}{8} > \frac{1}{8}$$
  - صعودی ترتیب

$$\frac{1}{8} < \frac{3}{8} < \frac{4}{8} < \frac{6}{8}$$
  - یا

$$\frac{3}{9} < \frac{4}{9} < \frac{6}{9} < \frac{8}{9}$$

آپ اپنے طور پر نزولی ترتیب میں لکھئے۔



$$\frac{2}{6} < \frac{4}{6} < \frac{5}{6} < \frac{6}{6} < \frac{8}{6}$$



3. i  $\frac{1}{6} < \frac{1}{3}$  ii  $\frac{3}{4} > \frac{2}{6}$  iii  $\frac{2}{3} > \frac{2}{4}$

iv  $\frac{6}{6} = \frac{3}{3}$  v  $\frac{5}{6} < \frac{5}{5}$

4. i  $\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$  ii  $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$  iii  $\frac{3}{5} < \frac{2}{3}$

iv  $\frac{3}{4} > \frac{2}{8}$  v  $\frac{3}{5} < \frac{6}{5}$  vi  $\frac{7}{9} > \frac{3}{9}$

5. (i) نہیں، کیونکہ  $\frac{4}{5}$  بڑا ہے  $\frac{5}{9}$  سے

(ii) نہیں،  $\frac{9}{16}$  بڑا ہے  $\frac{5}{9}$  سے

(iii) ہاں،  $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$  ;  $\frac{4}{5} = \frac{4}{5}$

(iv) نہیں، کیوں  $\frac{4}{30}$  بڑا ہے  $\frac{1}{15} = \frac{2}{30}$  سے

6. نعم، کیونکہ تو فیٹ 100 صفحات کا  $\frac{2}{5}$  حصہ یعنی 40 صفحات پڑھتا ہے

7. i + ii - ii +

8. i  $\frac{2}{18} = \frac{1}{9}$  ii  $\frac{11}{15}$  iii  $\frac{2}{7}$  iv  $\frac{22}{22} = 1$

v  $\frac{5}{15}$  vi  $\frac{8}{8} = 1$  vii  $\frac{1}{3}$  viii  $\frac{1}{4}$  ix  $\frac{3}{5}$

9. i  $\frac{4}{10}$  ii  $\frac{8}{21}$  iii  $\frac{9}{6}$  iv  $\frac{7}{27}$

10. مکمل دیوار 11.  $\frac{2}{7}$  12.  $\frac{5}{8}$

13. شریفہ کم وقت لیتی ہے جو  $\frac{9}{20}$  منٹ کم ہوتا ہے۔

### مشق 7.4

1. i  $\frac{8}{10}$  ii 15 iii 9 iv  $\frac{8}{10}$  دسواں یا اعشاریائی نقطہ v
2. i 125.4 ii 20.2 iii 8.6
3. i .16 ii .278 iii .06 iv 3.69  
v .016 vi 34.5
4. i 4 ii  $\frac{8}{100}$  iii  $\frac{9}{10}$  iv  $\frac{5}{10}$   
v  $\frac{3}{100}$  vi  $\frac{7}{10}$
5. i 0.4 ii 70.7 iii 6.6 iv 7.4 v 0.8
6. i  $0.04 < 0.14 < 1.04 < 1.14$  ii  $.99 < 1.1 < 7 < 9.09$
7. i  $88 > 8.6 > 8.59 > 8.09$  ii  $8.68 > 8.66 > 8.06 > 6.8$

### مشق 7.5

1. 1.25 روپے
2. i 0.75 ii 3.75 روپے
3. i 28.91 ii 17.09 iii 10.46 iv 21.24 v 6.32
4. 8 کیلومیٹر 845 میٹر
5. 12 میٹر

## 9.1 مشق



1. i  $2m$       ii  $4m$       iii  $3m$
2.  $3n$
3. i  $2s$       ii  $3s$
4.  $7n$       5.  $90m$       6. ₹ 23
7.  $(x-2)$
8.  $2y+3$
9.  $6z$
10. (i) 8, 11, 14, 17, 29, 12      (ii) 14, 29, 34, 44, 39, 10
11. i 19      ii  $3+2(n-1)=2n+1$

## 9.2 مشق



1. i  $5q$       ii  $y/4$       iii  $\frac{pq}{4}$       iv  $3z+5$
- v  $9n+10$       vi  $2y-16$       vii  $10y+x$

## 9.3 مشق



1. i, iv, v, viii, x, xi, xii
2. i LHS =  $x-5$  RHS = 6
3. 3P      4.  $n+3$       5.  $5n$
- ii LHS =  $4y$  RHS = 12
- iii LHS =  $2z+3$  RHS = 7
- iv LHS =  $3p$  RHS = 24
- v LHS = 4 RHS =  $x-2$
- vi LHS =  $2a-3$  RHS =  $-5$
3. i  $x=2$       ii  $y=5$       iii  $a=8$
- iv  $p=3$       v  $n=5$       vi  $z=9$

## مشق 10.1

1. 230 سمر، 48 سمر، 24 سمر، 40 سمر
2. احاطہ 120 سمر، 120 سمر، 120 سمر، 144 سمر اور تار کی قیمت 1800 روپے، 1800 روپے، 1800 روپے اور 2160 روپے ترتیب وار ہیں۔
3. 6 مستطیل کے اضلاع کی پیمائش (11, 1)، (10, 2)، (9, 5)، (8, 4)، (7, 5)، (6, 6) 4. 840 روپے
5. (i) 20 سمر (ii) 15 سمر (iii) 10 سمر (iv) 12 سمر
6. آفرین: 60 سمر 7. طول-16 عرض-8 سمر 8. 10 سمر
9. (i) 12 سمر (ii) 27 سمر (iii) 22 سمر

## مشق 10.2

1. i 1000 مربع سمر ii 2925 مربع میٹر iii 400 مربع سمر iv 133 مربع کیلو میٹر
2. i 676 مربع سمر ii 289 مربع کیلو میٹر iii 2704 مربع سمر iv 64 مربع سمر
3. 45 سمر 4. 1800 مربع میٹر
5. ضلع کا طول = 10 سمر ; رقبہ = 100 مربع سمر
6. 200 میٹر 7. 24 مربع میٹر ; 5760 روپے
8. مربع کھیت کا رقبہ = 384 مربع میٹر 9. 4.7 سمر، مربع
10. 1,80,000 روپے = راشد کے کھیت کے اطراف باڑ لگانے کا خرچ
- 1,80,000 روپے = رحیم کے کھیت کے اطراف باڑ لگانے کا خرچ
- رحیم کے کھیت میں زیادہ درخت لگائے جاسکتے ہیں اور یہ 1000 زیادہ ہیں۔
11. 180 میٹر 12. 26,400 روپے
13. 5,04,000 روپے
14. i رقبے میں 4 گنا اضافہ ہوگا۔ ii رقبے میں 6 گنا اضافہ ہوگا۔
15. i رقبے میں 4 گنا اضافہ ہوگا ii پہلے رقبے کا  $\frac{1}{4}$  گنا ہوگا۔

### 11.1 مشق

1. ii 7 : 11 iii 2 : 3 iv 5 : 8 v 3 : 5  
 2. i 2 ii  $\frac{1}{2}$  iii 2 : 1  
 3. i. 1 : 4 ii مرچ : دالیں = 1:80 iii 1:1  
 مرچ : دالیں 80 : 1 1 : 1

### 11.2 مشق

1. اقل ترین شکل  
 vi, v, iii, i 16 : 20 → 4 : 5 ii  
 20 : 60 → 1 : 3 iv  
 2. چاول : گیہوں کل : چاول  
 1 : 4 1 : 3  
 3. 3 : 8 iii. 5 : 8 ii. 5 : 3 i. 4 : 1 5.  
 6. 20 : 60 کی اقل ترین شکل 1:3 ہے 7. 2 : 5

### 11.3 مشق

1. 10 ii 15 i  
 2. AX = 6 سمر XB = 8 سمر  
 3. مریم = 450 روپے، عائشہ = 600 روپے  
 4. شاہد = 1350 روپے، شمیم = 2250 روپے  
 6. عدد 60 اور 72 ہے۔  
 7. آمدنی = 6534 روپے بچت = 1188 روپے

### 11.4 مشق

1. 75 روپے 2. 24 روپے 3. 525 گرام  
 4. 20 کرسیاں 5. 12 گھنٹے  
 6. i. 25,000 روپے ii. 1 سال 7 چھینو۔ یا 19 ماہ  
 7. 210 روپے  
 8. i. 480 بھیڑ ii. 8:11 iii. 11:3  
 9. نہیں، ترتیب بدل کر دیکھنے پر 3, 5, 9, 15 اور 5, 3, 15  
 10.  $50^{\circ}\text{C}$   
 11.  $\frac{15}{18} = \frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{25}{30}$



## ہدایات برائے اساتذہ

معزز اساتذہ صاحبین!

- جماعت ششم کی نئی مرتب کردہ ریاضی کی کتاب کے لئے آپ سب کا استقبال ہے۔
- اس نئی کتاب کا نصاب ریاستی درسیاتی خاکہ 2011ء (SCF-2011) کے پوزیشن پیپر اور قانون حق تعلیم 2009 کے تحت وسطانوی سطح کے لئے مرتب کیا گیا ہے۔
- اس نئی درسی کتاب میں 14 ابواب دیئے گئے ہیں جس میں ریاضی کی مختلف شاخ کے تصورات کو لیا گیا ہے۔ جیسے کہ اعداد کا نظام، حساب، الجبر، جیومیٹری مساحت اور شاریات وغیرہ۔
- ان ابواب میں دیئے گئے اصولوں کو خصوصی طور پر نمایاں کیا گیا ہے۔ تاکہ تدریسی معیار جیسے مسئلہ کا حل، استدلالی ثبوت، اظہار ربط/تعلق اور نمائندگی وغیرہ کو شامل کیا گیا ہے، اس کا نصب العین یہ ہے کہ بچوں میں مشاہدہ کی مہارت پیدا کی جائے، استقرائی و استخراجی اور منطقی فکر و نظر کے ذریعہ عمومیت دینا، سوالات کو حل کرنے کے لئے مختلف طریقے معلوم کرنا، سوالات حل کرنا، بحث و مباحثہ کرنا، اور ان کو اپنی روزمرہ زندگی میں استعمال کرنا ہے۔
- تحتانوی سطح پر بچوں میں جو استعدادیں حاصل کی ہیں ان کی اساس پر اس درسی کتاب میں، مواقع، مثالیں اور مشاغل شامل کئے گئے ہیں تاکہ بچے مکمل توجہ کے ساتھ کمرہ جماعت میں فراہم کئے جانے والے ریاضی کے مشاغل کو خوشی خوشی سیکھ سکیں۔
- اس کتاب میں دیئے گئے مشغلوں کو بہتر طور پر سمجھانے اور ان پر بحث و مباحثہ کرنا، ان اصولوں کو ذہن نشین کروانا اور تدریسی معیار کو فروغ دینا، معلم کی اہم ذمہ داری ہے۔
- معلم کو اپنے طور پر نصاب کا مکمل کرنا کوئی معنی نہیں رکھتا۔ تدریسی معیار اور مخصوص مہارتوں کو جو نصاب میں مختص کیا گیا ہے۔ طلباء کے ذریعہ سے ہی پیش کرنے کی صلاحیت کو اجاگر کرنا ہی دراصل نصاب کو مکمل کرنا ہے۔
- بچوں کی ہمت افزائی اس طرح کریں کہ وہ ابواب میں دیئے گئے سوالات کے جوابات دے سکیں، حل کر سکیں، ان سوالات کو حل کرنا بچوں میں منطقی، استقرائی و استخراجی صلاحیتوں کو فروغ دیتے ہیں۔
- خصوصیات کی تفہیم اور عمومیت دینا بہت ہی ضروری ہے طلباء اپنی ضرورت کو جانیں گے اور پھر اس کی تفہیم کی طرف آگے بڑھیں گے۔ اس طرح کہ وہ اسی طرز کے سوالات کو اپنے طور پر حل کر سکیں گے اور حقائق کو عمومیت دے سکیں گے۔ پیشکش کی اس حکمت عملی کو اپنا سکیں گے۔ تصورات کو واضح کرنے کے لئے جہاں کہیں تصاویر کی ضرورت ہوتی ہے ان تصورات کو تصاویر کی مدد سے عیاں کیا گیا ہے۔

● ہر عمومی تصور کے اختتام پر ”یہ کیجئے“ اور ”کوشش کیجئے“ کے عنوان سے مشق دیئے گئے ہیں۔ ”یہ کیجئے“ کے عنوان میں جو مشق دی گئی ہے وہ عمومی تصورات پر مبنی ہے دو یا تین عمومی تصورات کے سیکھنے کے بعد ان تصورات پر مشق دی گئی ہے۔ ”کوشش کیجئے“ کے عنوان میں جو مشق دی گئی ہے ان سے مہارت، حقائق کی عمومیت، جملوں کی صداقت، اور سوالات کو جانچا جا رہا ہے ”یہ کیجئے“ میں دی گئی مشق اور دوسرے عنوان کے تحت دی گئی مشق کے تمام سوالات کو بچے از خود کریں۔ ان مشق کو حل کرنے سے معلم کو یہ جاننے میں آسانی ہوگی کہ بچوں میں کونسے عمومی تصورات فروغ پارہے ہیں اور وہ کیا سیکھ چکے ہیں ”کوشش کیجئے“ کے تحت دی گئی مشقی سوالات کو حل کرنے میں درپیش مشکلات کو معلم مدد کر سکتا ہے۔

● ایسے عمومی تصورات کو سبق کے اختتام پر بعنوان ”ہم نے کیا سیکھا؟“ میں دیا گیا ہے ان تصورات کو بچے اچھی طرح ذہن نشین کر لیں نئے باب کو شروع کرنے سے قبل معلم یہ اطمینان کر لیں کہ پچھلے باب کے تمام عمومی تصورات سے طلباء اچھی طرح واقف ہو چکے ہیں یا نہیں، یہ معیاری درس و تدریس کا اصول ہے۔

● معلم متعلقہ باب میں دیئے گئے عمومی تصورات پر مبنی سوالات کو مد نظر رکھ کر از خود مزید سوالات ترتیب دیں اور ان کو بچوں سے حل کروائیں۔ اس کے علاوہ بچوں کو روزمرہ زندگی میں ان تصورات پر مبنی سوالات از خود تیار کرنے کے لئے کہیں اور ان سوالات کو حل کرنے کی کوشش کرنے والوں کی ہمت افزائی کریں۔

● تمام معزز اساتذہ صاحبین سے ادباً گزارش ہے کہ وہ کمرہ جماعت میں درس و تدریس سے قبل اس کتاب پر مکمل مثبت اور تنقیدی نقطہ نظر سے جائزہ لیں اور تمام مشقی سوالات کو حل کر لیں تاکہ طلباء کو بہ آسانی سمجھا سکیں۔

● اساتذہ کی رہنمائی کے لئے تدریسی و اکتسابی حکمت عملیوں اور مطلوبہ اکتسابی محاصل کو نصاب پر مبنی مضمون واری و جماعت واری کتابچے کے شکل میں ترتیب دیا گیا ہے اور تمام اسکولوں کو فراہم کیا گیا ہے۔



## نصاب Syllabus

نصاب	عنوان و فہرست
<p>(i) اعداد شناسی</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 99,999 تک کے اعداد کو ایکجا کرنا، اعداد کا تخمینہ، اعداد کا تقابل مقامی اقدار (اعداد اور وسعت)، عطشی علامتیں، جیسے <math>=, &gt;, &lt;</math>; قوسین کا استعمال۔</li> <li>• بنیادی اعمال پر عبارتی سوالات جن میں زیادہ سے زیادہ 6 ہندسی اعداد کی شمولیت۔</li> <li>• بنیادی اعمال کا تخمینہ اور نتائج</li> <li>• بڑے اعداد کی تمہید (a) لاکھ تا دس لاکھ (b) کروڑ تا دس کروڑ (بین الاقوامی عددی نظام) (ملین تک)</li> </ul>	<p>اعداد کا نظام (60 گھنٹے)</p> <p>1. اعداد شناسی 2. مکمل اعداد 3. اعداد کا کھیل</p>
<p>(ii) مکمل اعداد</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• طبعی اعداد، مکمل اعداد</li> <li>• اعداد کی خصوصیات (ہندسی خاصیت، تقابلی، تقسیمی، جمعیتی، ضربی اکائی خاصیت)</li> <li>• عددی خط، طریقہ کار، شناخت اور طلبہ کو حل کرنے کے لئے مرتب کئے گئے سوال</li> <li>• بنیادی اعمال کو استعمال کرتے ہوئے اصولوں کی تصدیق</li> </ul>	<p>6. صحیح اعداد 7. کسور اور اعشاریہ</p>
<p>(iii) اعداد کا کھیل</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 2, 3, 5, 6, 9, 10 سے تقسیم پذیری کے اصول۔</li> <li>• 4, 8, 11 سے تقسیم پذیری کے اصول کا مشاہدہ۔</li> <li>• اضعاف و اجزائے ضربی۔ جفت و طاق اعداد، مفرد اور مرکب اعداد، ہم۔ مفرد اعداد۔</li> <li>• مفرد اجزائے ضربی۔ ہر عدد کو مفرد اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کے طور پر لکھا جانا۔</li> <li>• H.C.F (ع۔ ا۔ م) اور L.C.M (ذ۔ ا۔ م) مفرد اجزائے ضربی و تقسیمی طریقے سے۔</li> <li>• ذ۔ ا۔ م <math>\times</math> ع۔ ا۔ م = دو اعداد کا حاصل ضرب۔</li> <li>• ہم مفرد اعداد کے LCM اور HCF</li> <li>• صفر کی اہمیت اور اسکی خصوصیات۔</li> </ul>	
<p>(iv) منفی اعداد اور صحیح اعداد</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• منفی اعداد کا وجود میں آنا، منفی اعداد کی مثالیں، منفی اعداد کا روزمرہ زندگی میں اطلاق، منفی اعداد کی ترتیب، منفی اعداد کا عددی خط پر اظہار۔</li> <li>• طلباء دی گئی ترتیب، منفی اعداد کا عددی خط پر اظہار۔</li> <li>• صحیح اعداد کی تعریف کی تفہیم، صحیح اعداد کا عددی خط پر اظہار۔</li> <li>• صحیح اعداد کی جمع و تفریق، عددی خط پر عمل جمع و تفریق کا اظہار۔</li> <li>• صحیح اعداد کا تقابل اور ان کی ترتیب۔</li> </ul>	

<p>(V) کسور اور اعشاری اعداد:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• کسور کا اعادہ، کسر مکمل کا ایک جز (حصہ)</li> <li>• کسور کا اظہار (تصاویر، عددی خط پر)</li> <li>• کسور کا تقسیمی اظہار، واجب کسور، غیر واجب کسور اور مرکب کسور۔</li> <li>• معادل کسور، یکساں وغیر یکساں کسور کا تقابل۔</li> <li>• کسور کی جمع و تفریق۔</li> <li>• کسور پر عبارتی سوالات (پیچیدہ و بڑے سوالات کو نظر انداز کریں)</li> <li>• <math>1/2</math>، <math>3/4</math> وغیرہ کی قریب ترین کسور کے درجوں کا تخمینہ۔</li> <li>• اعدادی کسور کا اعادہ۔</li> <li>• کسور اور اعشاری کسور کی باہم تبدیلی (تکراری کسور کو نظر انداز کریں)</li> <li>• اعشاری کسور پر عبارتی سوالات (عمل جمع و تفریق)</li> <li>• دو بنیادی اعمال پر مبنی سوالات (رقم، کمیت، طول، تپش وغیرہ)</li> </ul>	
<p>الجبراء کا تعارف:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 0 متغیر کی تمہید مثالوں اور عبارتی سوالات کے ذریعہ رائے قائم کرنا۔</li> <li>• متغیر کو مد نظر رکھتے ہوئے مزید مثالیں بنانا۔</li> <li>• مثالوں کی مدد سے نامعلوم متغیر کی تمہید (ایک بنیادی عمل کی مدد سے۔)</li> <li>• طاق اور جفت اعداد کی بناوٹ <math>(2n, 2n+1)</math> وغیرہ۔</li> </ul>	<p>الجبراء</p> <p>(15 گھنٹے)</p> <p>9. الجبراء کا تعارف</p>
<p>نسبت اور تناسب:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• نسبت کا عمومی تصور۔</li> <li>• تناسب دراصل دو نسبتوں کی مساوات ہے۔</li> <li>• اکائی کا قاعدہ۔</li> <li>• عبارتی سوالات۔</li> <li>• حساب میں نسبت اور تناسب کی تفہیم۔</li> </ul>	<p>حساب</p> <p>(15 گھنٹے)</p> <p>11. نسبت اور تناسب</p>
<p>جیومیٹری کے بنیادی تصورات (2-D):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• جیومیٹری کی تمہید، روزمرہ زندگی میں اس کا تعلق۔</li> <li>• خط، خطی قطع، شعاع۔</li> <li>• کھلے و بند اشکال۔</li> <li>• بند اشکال کے اندرونی اور بیرونی نقاط۔</li> <li>• منحنی و خطی حدود۔</li> <li>• زاویہ، راس، بازو اندرونی بیرونی۔</li> <li>• مثلث، راس، اضلاع، زاویے، (اندرونی و بیرونی) ارتفاع اور وسطی خط</li> <li>• چار ضلعی۔ اضلاع۔ راس زاویہ، وتر، متصلہ اضلاع، مقابلہ اضلاع،</li> <li>• (محدب چار ضلعی کی جانکاری) اندرونی و بیرونی زاویے و نقاط (چار ضلعی کے)</li> <li>• دائرہ: مرکز، نصف قطر، اندرونی و بیرونی نقاط، قوس، وتر، قطاع۔</li> </ul>	<p>جیومیٹری</p> <p>(65 گھنٹے)</p> <p>4. جیومیٹری کے بنیادی تصورات</p>

<p>خطوط اور زاویوں کی پیمائش:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• خطی قطع کی پیمائش۔</li> <li>• زاویوں کی پیمائش۔</li> <li>• زاویوں کے اقسام حادہ زاویہ، منفرجہ زاویہ، خطی زاویہ، منعکس زاویہ۔ مکمل زاویہ اور صفری زاویہ۔</li> <li>• خطوط کے جوڑے قاطع خطوط، عمودی خطوط، متوازی خطوط۔</li> </ul>	<p>5. خطوط اور زاویوں کی پیمائش</p>
<p>معطیات کا اظہار۔</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• معطیات سے کیا مراد ہے؟</li> <li>• معطیات کو یکجا کرنا۔ اور ان کو منظم کرنا۔ ایسے جدول جن میں گنتی کے نشانات کا منظم جدول</li> <li>• تصویری گراف۔ تصویری گراف کے پیمانہ کا اظہار اور اسکی بناوٹیں۔</li> <li>• بار گراف بنانا۔ دیئے گئے معطیات کا اظہار۔</li> </ul>	<p>12. معطیات کا اظہار</p>
<p>تشاکل:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 2-D مشاکل اجسام کا مشاہد اور شناختہ خط مشاکل (محور مشاکل)</li> <li>• 2-D اجسام کا (آئینہ کے ذریعہ) انعکاسی عمل</li> <li>• خط مشاکل کی پہچان (اور محور مشاکل کی شناخت)</li> </ul>	<p>8. تشاکل (15 گھنٹے)</p>
<p>عملی جیومیٹری (بناوٹیں)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• پٹری پر کار اور چاندہ کی مدد سے خطی قطعہ کی ڈرائینگ۔</li> <li>• دائرہ بنانا۔</li> <li>• وسطی عمودی خط بنانا۔</li> <li>• زاویے بنانا (پرکار کی مدد سے)۔</li> <li>• پرکار کی مدد سے 60 اور 120 کا زاویہ بنانا۔</li> <li>• وسطی زاویہ 30, 45, 90 کا زاویہ پرکار کی مدد سے بنانا۔</li> <li>• دیئے گئے زاویہ کے مساوی زاویہ بنانا (پرکار کی مدد سے)۔</li> <li>• ایک نقطہ سے دیئے گئے خط پر عمودی خط گران (a) خط پر (b) خط کے باہر۔</li> </ul>	<p>13. عملی جیومیٹری (بناوٹیں)</p>
<p>2-D اور 3-D اشکال کی تمہید:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 3-D اشکال جیسے مکعب مکعب نما، اسورانہ، کرہ، مخروط، منشور (منشائی)، ہرم، (منشائی و مربعی) اطراف و اکناف ماحول میں ان کی شناخت</li> <li>• 3-D اشکال کے اجزاء (سطحیں، کنارے اور راس)</li> <li>• مکعب، مکعب نما، استوانہ مخروط اور چار ضلعی کی بناوٹیں۔</li> </ul>	<p>14. D-3 اور D-3 اشکال کی تمہید</p>
<p>احاطہ اور رقبہ:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• مختلف اشکال کی مدد سے احاطہ کی تفہیم و تمہید کرنا۔</li> <li>• ایک ہی احاطہ پر مبنی مختلف اشکال۔</li> <li>• رقبہ کا عمومی تصور۔ مستطیل اور مربع کا رقبہ مختلف مثالوں کے ذریعہ۔</li> <li>• مستطیل کا احاطہ۔ اور اس کی خصوصی خوبی۔ مربع۔</li> <li>• مستطیل اور مربع کے احاطے معلوم کرنے کے لئے ضابطے اخذ کرنا اور ان کے بارے میں رائے قائم کرنا۔</li> </ul>	<p>پیمائش (15 گھنٹے)</p> <p>10. احاطہ اور رقبہ</p>

## تعلیمی معیارات

عنوان	تدریسی معیار
اعداد کا نظام 1. اعداد شناسی	مسئلہ کا حل: بنیادی اعمال پر عبارتی سوالات جن میں زیادہ سے زیادہ 6 ہندسی اعداد کی شمولیت طول و کمیت کے اکائیوں کی تبدیلی
	استدلالی ثبوت: بنیادی اعمال کے نتائج کا تخمینہ کرنا اعداد کا تقابل اُن کی مقامی اقدار کے عمومی تصور کی بنیاد پر دیئے گئے ہندسوں کو استعمال کرتے ہوئے بڑے اور چھوٹے اعداد کی تشکیل
	اظہار: 5 ہندسی اعداد کو حروف میں اور حروف کو اعداد میں لکھنا۔ 5 ہندسی اعداد کا تقابل <، =، > علامتوں کے ذریعہ
	رابطہ/تعلق: بڑے اعداد کو تفہیم اور روزمرہ زندگی میں ان کا استعمال (مردم شماری، آمدنی وغیرہ)
	نمائندگی: اعداد کی پھیلی ہوئی اور مختصر شکل میں ظاہر کرنا۔ ظاہر کرنے کے دوران اکائیوں کا خیال رکھیں۔
2. مکمل اعداد	مسئلہ کا حل: بنیادی اعمال پر عبارتی سوالات اور اُن کا حل
	استدلالی ثبوت: مکمل اعداد کی خصوصیات جیسے بندریشی خاصیت، تقابلی، متلازمی، معکوس اکائی، اور تقسیمی خاصیت اعمال (+, -, ×) وغیرہ
	اظہار: طبعی اعداد کے علاوہ مکمل اعداد کی ضرورت کو محسوس کرنا۔
	رابطہ/تعلق: روزمرہ زندگی میں مکمل اعداد کا استعمال طبعی اعداد اور مکمل اعداد کے درمیان رشتہ قائم کرنا۔
	نمائندگی: اعداد کی پھیلی ہوئی اور مختصر شکل میں ظاہر کرنا۔ ظاہر کرنے کے دوران اکائیوں کا خیال رکھیں۔
3. اعداد کا کھیل	مسئلہ کا حل: دو یا دو سے زیادہ قوسین پر منحصر عددی عبارتوں کا حل تقسیمی پزیرگی کی جانچ H.C.F اور L.C.M کی تفہیم اور اُن کا مختلف موقعوں پر اطلاق مفرد اجزائے تقسیمی طریقہ سے H.C.F اور L.C.M معلوم کرنا

<p>استدلالی ثبوت: تقسیمی طریقہ کار میں پائے جانے والا منطق دو اعداد اور ذ۔ ا۔ م و ع۔ ا۔ م کے درمیان رشتہ اور اس کی جانچ دو سے زائد اعداد کے درمیان انکا رشتہ محسوب کرنا دی گئی مثالوں کے ذریعہ</p>	
<p>رابطہ/تعلق: اجزائے ضربی کے درمیان رشتہ قائم کرنا C.M اور H.C.F کی تفہیم اور ان کا مختلف موقعوں پر استعمال دیئے گئے تقسیمی و ضربی مثالوں میں طریقہ کار کی جانچ</p>	
<p>نمائندگی:</p>	
<p>مسئلہ کا حل: صحیح اعداد پر منحصر سوالات جو بنیادی عمل (جمع، تفریق، تقسیم و ضرب) پر حل کرنا</p>	<p>6. صحیح اعداد</p>
<p>استدلالی ثبوت: صحیح اعداد کا تقابل صحیح اعداد کی ترتیب۔ علامتی فرق (+, -) طبعی صحیح اعداد کے درمیان۔</p>	
<p>اظہار: صحیح اعداد کے سٹ کی ضرورت محسوس کرنا اور اس کا تفہیم وغیرہ۔</p>	
<p>رابطہ/تعلق: طبعی مکمل اور صحیح اعداد کے درمیان رابطہ پیدا کرنا۔</p>	
<p>نمائندگی: صحیح اعداد کو عددی خط پر ظاہر کرنا۔ صحیح اعداد کی عمل جمع۔ عمل تفریق۔ عمل ضرب کے طریقے کار کو عددی خط پر ظاہر کرنا</p>	
<p>مسئلہ کا حل: یکساں وغیر یکساں کسور کا عمل جمع۔ عمل تفریق اور حاصل ضرب معلوم کرنا (بڑے اور پیچیدہ کسور کو نظر انداز کرنا) کسور کو اعشاری کسور کی ہم تبدیلی کسور و عدداری کسور کے عبارتی سوالات جو دو بنیادی اعمال پر ہیں (+, -) ہوں (رقم۔ کمیت۔ طول۔ پیش وغیرہ)</p>	<p>7. کسور اور اعشاری اعداد</p>
<p>اظہار: روزمرہ زندگی میں کسور و شماری کے اعداد کی ضرورت محسوس کرنا۔</p>	
<p>رابطہ/تعلق: روزمرہ زندگی میں کسور و شماری کسور کا اخلاف اور کسر۔ شماری کسور اور شماری اعداد کے درمیان رابطہ بتلانا۔</p>	
<p>نمائندگی: تصاویر اور مثالوں کے ذریعہ کسور و شماری کسور اور شماری اعداد کا اظہار کرنا۔</p>	

9. الجبراء کا تعارف	مسئلہ کا حل: الجبرائی فقروں میں متغیر کی قدر درجہ کرتے ہوئے فقروں کی قدر معلوم کرنا رکنی الجبرائی فقرے ہوں اور کیا بنیادی عمل شامل کو
	استدلالی ثبوت: الجبرائی فقروں کے طریقہ کار کو عام کرنا
	اظہار: روزمرہ زندگی کے حسابی عبارتوں کو الجبائی فقروں کا ہم تبدیلی۔
	رابطہ/تعلق: دی گئی الجبرائی فقروں کی قدر نہ معلوم متغیراتی اقدار پر معلوم کرنا عددی نظام اور الجبرائی طریقہ کار کے درمیان ربط بتلانا۔
	نمائندگی: جفت و طاق اعداد کے عام طور الجبرائی فقروں میں اظہار جیسے $2n+1, 2n$

حساب 11. نسبت اور تناسب	مسئلہ کا حل: دو نسبتوں کی مرکب نسبت معکوس نسبت معلوم کرنا۔ اکائی کے طریقہ کار پر نسبت کے عبارتی سوالات کا حل۔ مثبت کو ظاہر کرنے کے دوران ہم صرف یکساں اکائیوں میں کیوں ظاہر کرتے ہیں وجوہات بتلائیں گے۔
	استدلالی ثبوت: دیئے گئے نسبتوں کا تقابل۔ تناسب کے اصول کی جانچ۔ وجہ بتاؤ کے نسبت کیوں کرا اکائیوں میں ظاہر کیا جاتا ہے۔
	اظہار: نسبتوں کو معادل کسور کی شکل میں ظاہر کرنا۔
	رابطہ/تعلق: طول، کام، وقت اور فاصلہ کے درمیان رشتوں کا مشاہدہ کرتے ہوئے تناسب کے طریقہ کار میں انکو پڑھنا و لکھنا۔
	نمائندگی: روزمرہ زندگی میں نسبت و تناسب کے عمل کا مشاہدہ کرتے ہوئے انہیں حل کرنا۔

جیومیٹری	مسئلہ کا حل: خطوط بنانا جیسے قاطع خط، مثلثات، دائرہ اور چار ضلعی
4. جیومیٹری کے بنیادی تصورات	استدلالی ثبوت: مختلف بنیادی جیومیٹریہ اشکال میں فرق محسوس کرنا، (مثلث، دائرہ، چار ضلعی) مثلثات اور چار ضلعی کے درمیان تقابل
	اظہار: بنیادی جیومیٹری اشکال کی مثالیں دیکھنے (اطراف و اکناف پائے جانے والے اشیاء کی مدد سے)
	رابطہ/تعلق: اطراف و اکناف پائے جانے والے جیومیٹریہ اجسام کا مشاہدہ دائرے سے منسلک اجزاء کی تفہیم (دائرہ، نصف دائرہ، قطاع، قطر، نصف قطر، وتر وغیرہ)
	نمائندگی: بنیادی جیومیٹریہ اشکال کا تصویری اظہار۔

5. خطوط اور زاویوں کی پیمائش	مسئلہ کا حل: خطی قطع کی پیمائش
	استدلالی ثبوت: مختلف خطی قطع کی پیمائش اور ان کی جانچ زاویوں کی درجہ تبدیلی کرنا قاطع خطوط و عمودی خطوط کے جوڑے درمیان فرق محسوس کرنا دیئے گئے زاویوں کی پیمائش کرنا دیئے گئے زاویوں کا تقابل زاویوں کی مکمل صحت کے ساتھ کیجئے۔
	اظہار: روزمرہ زندگی میں تشکیل پانے والے زاویوں کا مشاہدہ کرنا
	رابطہ/تعلق: ماحول میں پائے جانے والے جیومیٹریہ اشکال کا استعمال اور ان کی پیمائش۔
	نمائندگی: دی گئی پیمائش کا استعمال کرتے ہوئے خطی قطعہ کھینچئے۔ جیومیٹریہ آلات کا استعمال کرتے ہوئے زاویے بنائیئے۔

12. تشاکل	<p>مسئلہ کا حل: دیئے گئے 2D اشکال کے محور تشاکل معلوم کرنا۔</p> <p>استدلالی ثبوت: تشاکل اشکال اور غیر تشاکل اشکال میں فرق محسوس کرنا۔ دیئے گئے 2D اشکال میں منعکس تشاکل کا اظہار۔ دیئے گئے 2D اشکال میں منعکس تشاکل کو محور تشاکل کی مدد سے سمجھا جا۔</p> <p>اظہار: دیئے گئے 2D اشکال میں منعکس تشاکل کو محور تشاکل کی مدد سے سمجھنا۔</p> <p>رابط/تعلق: ماحول میں پائے جانے والے منعکس تشاکل کی شناخت و مشاہدہ کرنا۔ قدرت میں پائے جانے والے منعکس تشاکل کا مشاہدہ کرنا اور سراہنا۔</p> <p>نمائندگی: دیئے گئے 2D اشکال میں محور تشاکل بنانا۔</p>
13. عملی جیومیٹری	<p>مسئلہ کا حل: جیومیٹری میں دیئے گئے خطی قطع، زاویے، عمودی خطوط حل کیجئے۔</p> <p>استدلالی ثبوت: دیئے گئے خطوط کے جوڑ آیا عمود وار ہیں کہ نہیں بتلائے۔ بتائے کے دیا گیا خط آیا زاویہ ناصف ہے یا نہیں۔</p> <p>اظہار: خطی قطع، دائرہ، عمودی، ناصف، زاویہ اور زاویہ ناصف کے بناوئی طریقہ کو سمجھانا۔</p> <p>رابط/تعلق: ماحول میں دکھائی دینے والے جیومیٹریہ اشکال کا مشاہدہ و تصدیق۔</p> <p>نمائندگی: خطی قطع، دائرہ، عمودی، ناصف، زاویہ اور زاویہ ناصف کو بنانا۔</p>
14. 2D اور 3D اشکال کا تعارف	<p>مسئلہ کا حل: 2D اور 3D پر مبنی عبارتی سوالات کو حل کرنا۔</p> <p>استدلالی ثبوت: 3D اشکال میں امتیاز کرنا جیسے ان کی سطح، راس، اور کونے ( مکعب، مکعب نما، استوانہ، مخروط، کرہ، منشور اور ہرم )</p> <p>اظہار: روزمرہ زندگی میں استعمال ہونے والے اجسام میں 3D اشکال کی پہچان۔</p>



رابطہ/تعلق: اطراف و اکناف ماحول میں پائے جانے والے اشیاء کی شناخت کرنا اور ان کو 3D اشکال کے مطابق دینا۔

ملعب، ملعب نما اور استوانہ کے درمیان رشتہ محسوس کرنا اور ان کے خواص کی تفہیم کرنا۔

نمائندگی: 2D اور 3D اشکال کو بنانا (کھینچنا)

مسئلہ کا حل: مربع و مستطیل پر منہی احاطہ اور رقبہ معلوم کرنا۔  
عبارتی سوالات کو حل کرنا۔

10. احاطہ و رقبہ

استدلالی ثبوت: دی گئی مشکل کے احاطہ اور رقبہ میں فرق محسوس کرنا  
مربع اور مستطیل جن کا رقبہ مساوی ہوتا ہے لیکن ان کے احاطے مختلف ہوتے ہیں انکی  
پیمائش کرنا۔

دیئے گئے احاطہ سے ممکنہ بننے والے مختلف اشکال بنانا  
احاطہ اور رقبہ معلوم کرنے میں خامیوں کی شناخت اور ان کی درستگی۔

اظہار: مربع، مستطیل کے احاطے اور رقبوں کو ضابطوں کی مدد سے ظاہر کرنا اور ان کا عبارتاً اظہار۔

رابطہ/تعلق: رقبہ اور احاطہ کے درمیان رشتہ قائم کرنا (اکائیوں کی مدد سے)

نمائندگی: کثیرضلعی کے خطے کا رقبہ رنگ بھرتے ہوئے ظاہر کرنا۔

مسئلہ کا حل: خام معطیات کا منظم معطیات میں اظہار۔

8. معطیات کا

استدلالی ثبوت: یکجائی معطیات کو حرفی شکل میں تشریح کرنا۔

اظہار

اظہار: خام معطیات کا تقابل بارگراف اور تصویری گراف سے کرتے ہوئے ان کی خامیوں  
و خوبیوں کو واضح کرنا۔

رابطہ/تعلق: روزمرہ زندگی میں بارگراف، تصویری گراف مندرجہ ذیل کا استعمال کرتے ہوئے تیار کرنا  
(مروم شماری، سالانہ بجٹ، سالانہ پیداوار) وغیرہ۔

نمائندگی: معطیات کو نشاناتی تعداد میں پیش کرنا

معطیات کو جدول کی شکل میں پیش کرنا

معطیات کو بارگراف و تصویری گراف میں ظاہر کرنا۔

## متوقع اکتسابی نتائج

ریاضی  
MATHEMATICS

جماعت 6

### متعلم.....

- ہند-عربک، انگلش نظام میں بڑے اعداد کو پڑھتا ہے۔ تقابل کرتا ہے۔
- حقیقی زندگی میں ذ۔م اور ع۔م کا اطلاق کرتا ہے۔
- مکمل اعداد کی خصوصیات کی تشریح کرتا ہے۔ صفر کی اہمیت کو بھی سمجھتا ہے۔
- صحیح اعداد کی جمع اور تفریق کے مسئلے کو حل کرتا ہے۔
- نسبت اور تناسب کی مدد سے حقیقی زندگی کے مسئلے کو حل کرتا ہے۔
- روزمرہ زندگی میں کسور اور اعشاریہ سے متعلق جمع اور تفریق کے سوالات کو حل کرتا ہے۔
- متغیرات کی مدد سے دیے گئے روزمرہ زندگی حالت کو عبارت، یا مساوات کی شکل میں روشنی کا اظہار کرتا ہے۔
- جیومیٹری تصورات کی تفہیم اور تشریح کرتا ہے جیسے نقطہ، خطی، مقطوعہ، خط مستقیم، شعاع اور منحنی
- سادہ ہنداشکال کی شناخت کرتا ہے اور ریاضیاتی جملوں میں شکل کا زاویہ راس اور ضلع کا اظہار کرتا ہے۔
- دائرہ اور اس کے حصوں کی شناخت کرتا ہے اور تشریح کرتا ہے۔ (مرکز، قطر، نصف قطر، قوس اور قطاع)
- منتظم کثیرضلعی کے احاطے محسوب کرتا ہے اور دیے گئے مستطیل کا احاطہ محسوب کرتا ہے۔
- گنتی نشان، تصویری شکل اور بار گراف کی مدد سے حقیقی زندگی سے اکٹھا کیے گئے ڈیٹا کو جدولی شکل میں ظاہر کرتا ہے۔
- حقیقی زندگی میں 3D اشکال جیسے کرہ، مکعب، مکعب نما، استوانہ، مخروط کو ان کے بنیادی خصوصیات کی مدد سے شناخت کرتا ہے۔
- تشاکلی خط کی مدد سے اشیاء (چیزوں) میں تشاکلی کی تشریح کرتا ہے۔ اشکال میں ممکنہ تشاکلی خطوط کو کھینچ سکتا ہے۔



विद्यया ऽ मृतमश्नुते  
शैलानाम्भ्योऽप्युत्थिता



विद्यया ऽ मृतमश्नुते  
शैलानाम्भ्योऽप्युत्थिता  
एन सी ई आर टी  
NCERT

## کمیٹی برائے تشکیل درسی کتاب

### مصنفین

شری ایم۔ راما نچیو، لکچرر DIET وقار آباد رنکار ریڈی	شری۔ ڈاکٹر پی۔ رمیش، لکچرر گورنمنٹ IASE، نیلور
شری پی۔ اشوک، ہیڈ ماسٹر ZPHS کماری عادل آباد	شری ٹی۔ وی۔ راما کمار، ہیڈ ماسٹر ZPHS ملو مودی، نیلور
شری ایس۔ پرساد بابو PGT APTWR اسکول چندرا شیکھر اپورم نیلور	شری پی۔ انتھونی ریڈی، ہیڈ ماسٹر سینٹ پیٹرس ہائی اسکول آر۔ این۔ بیٹا، نیلور
شری ایس۔ نرسمہا مورتی ایس۔ اے۔ ZPHS مدیور تی پالیم، نیلور	شری جی۔ وی۔ بی سوریانار تارنا راجا اسکول اسٹنٹ، میونیل ہائی اسکول کاسپا و جیا نگر
شری کے۔ وی۔ سندھو ریڈی ایس۔ اے۔ ZPHS تکشا شالہ عالم پور محبوب نگر	شری پی۔ شری لکشماں ایس۔ اے۔ GHS و جیا نگر کالونی، حیدرآباد
شری سی ایچ۔ رامیش، ایس۔ اے۔ UPS ناگار منڈل، گنور	شری جی۔ وی۔ پینکٹیشورلو، ایس۔ اے۔ ZPHS ویولا
	شری پی۔ ڈی۔ ایل کھنٹی شرما، ایس۔ اے۔ GHS زمستان پور، حیدرآباد۔

### مترجمین

جناب خواجہ تقی الدین، ایس۔ اے۔ GHS معظم شاہی حیدرآباد	جناب ابوطاہرا ایم۔ اے۔ شکور، ایس۔ اے۔ GBHS ملک پیٹ حیدرآباد
جناب احمد علی طیب، ایس۔ اے۔ GHS، SMHM لنگر حوض، حیدرآباد	جناب عبدالرؤف، ایس۔ اے۔ ZPHS گوداوری کھنٹی ضلع کریم نگر
جناب محمد عبدالعلیم، ایس۔ اے۔ GHS معظم شاہی حیدرآباد	جناب محمد خواجہ مجتہد الدین، ایس۔ اے۔ ZPHS(U) چنگاؤں ضلع ونگل
جناب سید نوید اختر، ایس۔ اے۔ GHS کالی کمان حیدرآباد۔	جناب محمد علیم الدین، ایس۔ اے۔ ZPHS(U) پتلور ضلع رنکار ریڈی
جناب محمد اظہار کبر، ایس۔ اے۔ ZPHS(U) مانا کنڈو، ضلع کریم نگر	جناب شیخ حبیب الرحمن، ایس۔ اے۔ GHS مکرزم پورہ، ضلع کریم نگر

### ایڈیٹرز (اردو)

جناب خواجہ عظیم الدین، لکچرر IASE مانا صاحب ٹینک، حیدرآباد۔	جناب محمد عبدالمناف، لکچرر CTE محبوب نگر
جناب میر سجاد حسین، موظف، پرنسپل اسلامیہ بوائز ہائی اسکول سکندر آباد	

### کوآرڈینیٹرز (اردو)

جناب این۔ ایوب حسین، اسٹیٹ مائٹار بئی کوآرڈینیٹر (اردو) راجیوودیا مشن آندھرا پردیش حیدرآباد۔
جناب محمد افتخار الدین، کوآرڈینیٹر (اردو) ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت، تلنگانہ، حیدرآباد۔

### چیر پرسن برائے پوزیشن پیپر، نصاب ریاضی و درسی کتاب کی تشکیل

پروفیسر وی۔ کھنٹی، ڈیپارٹمنٹ آف میاتھمیٹکس اینڈ اسٹاتسٹکس یونیورسٹی آف حیدرآباد

### چیف ڈویژنر

ڈاکٹر ایچ۔ کے۔ دیوان، ایجوکیشن ڈویژن ریڈیو ایڈیا بھوان سوسائٹی، اڈیپور راجستھان

### ڈی۔ سی۔ پی۔ لے آؤٹ ڈیزائننگ

☆ محمد ایوب احمد ناصر، کمپیوٹر پریٹر، ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت، حیدرآباد ☆ ٹی محمد مصطفیٰ، حبیب کمپیوٹرز، بھولکپور، مشیر آباد
☆ محمد ذکی الدین لیاقت، ممتاز کمپیوٹرز، حیدرآباد ☆ محمد عبدالقادر کوہی، شیخ حاجی حسین، امپرنٹ کمپیوٹنگ، بالا نگر، حیدرآباد

## کمیٹی برائے فروغ و اشاعت درسی کتاب

چیف ایگزیکٹو آفیسر : شریمتی۔ بی۔ شیشو کماری

ڈائریکٹر ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت آندھرا پردیش، حیدرآباد۔

چیف ایگزیکٹو آفیسر آرگنائزر : شری۔ بی۔ سدھا کر

ڈائریکٹر گورنمنٹ ٹکسٹ بک پریس، حیدرآباد۔

آرگنائزرنگ انچارج : ڈاکٹر این۔ او پندر ریڈی

پروفیسر شعبہ نصاب و درسی کتب

ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت، تلنگانہ، حیدرآباد۔

اسٹنٹ آرگنائزرنگ انچارج: شری۔ کے۔ یاداگری

لکچرر ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت آندھرا پردیش، حیدرآباد۔